REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Guía de Premedia

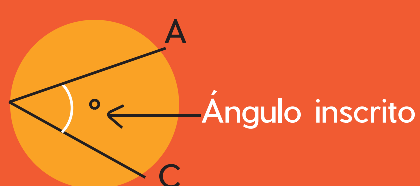
Matemática

8

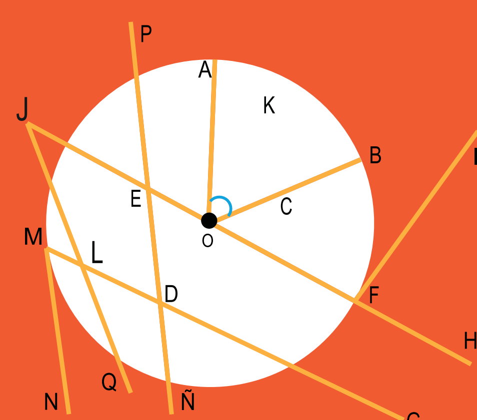
π

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

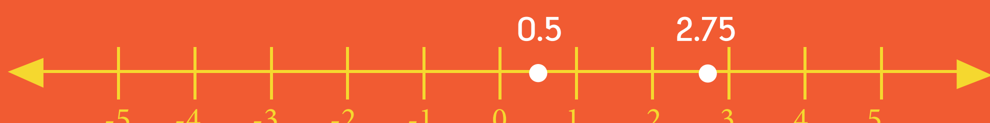
$\sqrt{4}$



$A = \frac{(B+b)h}{2}$



2020



REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Autoridades

S. E. Maruja Gorday de Villalobos
Ministra de Educación

S. E. Zonia Gallardo de Smith
Viceministra Académica

S. E. José Pío Castillero
Viceministro Administrativo

S. E. Ricardo Sánchez
Viceministro de Infraestructura

Equipo Directivo

Ricardo Alonzo Vaz Wilky – Secretario General

Guillermo Alegría - Director General de Educación

Victoria Tello – Subdirectora General de Educación Académica

Anayka De La Espada – Subdirectora General Administrativa

Lizgay Girón – Directora Nacional de Educación Básica General

Carmen Reyes – Directora Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

GUÍA DE APRENDIZAJE

Matemática de Octavo Grado

Estudiante: ______________________________

Centro Educativo: ___________________________

Medidas de prevención por el COVID - 19

Equipo Coordinador

Raquel Rodríguez
Asesora del Despacho Superior

César Castillo
Subdirector Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Rufino Rodríguez Tuli
Apoyo Técnico Curricular

Wilmer Salinas
Apoyo Tecnológico

Aracelly Agudo
Coordinadora de Diseño y Diagramación

Docentes Especialistas de Español

Séptimo Grado

Coordinación: Alicia J. de Arroyo
Amina Rubatino
Carmela Man
Daylis Franco
Delfina González
Diana Díaz
Eric Santos
Flor de De La Cruz
Lili Meléndez
Rosina Cordero
Tania Murillo
Yanis Castillo

Octavo Grado

Coordinación: Zinaida Guevara
Albis A. Cruz G.
Elaine J. Pinto C.
Gloria Ortega
Iliana D. Rivera C.
Jacqueline Muñoz
Marlin González
Miriam E. Díaz
Mirna E. Araúz C.

Noveno Grado

Coordinación: Zinaida Guevara
Enilda González
Itzel Morales
María Isabel González
Mónica Vargas L. de Franco
Olga Valdez de Miranda
Osiris Guerra

Revisión y Estructura

Cindy Esquivel
Delmira Aguilar
Dionisio Córdoba
Eliécer Espinosa
Félix A. Gutiérrez
María Pinzón
Ulises Sánchez

Docentes Especialistas de Matemáticas

Séptimo Grado

Coordinación: Betzi Montero
Fernando Fernández L.
Keila Chacón Rivadeneira

Octavo Grado

Coordinación: Juventino Vásquez
Densis Hernández
Edison Batista
Fedra De Las Casas Vega
Fernando A. Torres R.
Juan Moreno
Lizbeth Librada Rodríguez
María De Gracia

Noveno Grado

Coordinación: Betzi Montero
Fernando Fernández L.
Keila Chacón Rivadeneira

Docentes Especialistas de Geografía

Séptimo Grado
Coordinación: Yesenia Vega Muñoz
Clara María Barrios
Raúl Cortés

Octavo Grado
Ana Rubiela Menacho
Clara María Barrios
Juan Menacho
Rogelio Husband

Noveno Grado
Miguel Ángel Martínez Segundo

Docentes Especialistas de Cívica

Séptimo Grado
Eduardo González Cedeño
Xiomara Martínez Pinto

Octavo Grado
Eduardo González Cedeño
Indira Asprilla Ávila

Noveno Grado
Eduardo González Cedeño

Docentes Especialistas de Ciencias Naturales

Séptimo Grado
Coordinación: Francisca Rodríguez de Mejía
Abad Aizprúa
Arcadio De León
Benito Castillo
Diana Arauz
Fernando Domínguez
Irvin Franco
Jorge Andrión
Orly Pérez
Yenibeth González
Revisión: María Pinzón de Ríos

Octavo Grado
Coordinación: Ricci Rodríguez
Gardenia Vergara
Ivonne Guerra
Ana Solís
Yetzalenis Barragán
José Del C. Rodríguez

Noveno Grado
Coordinación: Yadira Esquivel
Yolani Bermudez de Hoyos
Zaira Alexis
María Cumberbatch
Ibeth Polo
Mayra Contreras
Alexis Artola
Diseño: Laura Santos Esquivel

Docentes Especialistas de Historia

Séptimo Grado
Coordinación: Yesenia Vega
Elsie Ramírez
Sara Lezcano

Octavo Grado
Coordinación: Félix Badillo Rangel
Aracelys Reina
Arcelio Pérez Estrada
Cecilia Ortega Torrero

Noveno Grado
Coordinación: Yesenia Vega Muñoz
Elsie Ramírez
Sara Lezcano

Equipo de Docentes de Español Correctores

Coordinación: Zinaida Guevara
Albis Cruz
Dionisio Córdoba
Dorina Atencio
Elaine Pinto
Enilda González
Gloria Ortega
Iliana Rivera
Itzel Morales
Jacqueline Muñoz
Jilma Moreno
Marianela Delgado
Marlin González
Mirian Díaz
Mirna Arauz
Mónica Vargas
Ofelina Guerra
Olga Valdez de Miranda

Revisión

Ema María Barría
Enrique Bernal
Olga Aguilar de Camargo

Equipo de Diagramación

Universidad de Panamá
Facultad de Arquitectura y Diseño
Escuela de Diseño Gráfico

Labor Social de Estudiantes

Coordinadores: Andrea Tello y
Rogelio Bucktron

Joseline Young
Madelaine Soto
Raissa Rivera
Kevin de Los Ríos
Jorge Coronado
Andrés Gil Cadavid
Miriam Hernández
Yurineth Ríos
Jarod Urtecho Campos
Rachel Alvarado
Mitzila Carrasquilla
Henry Lum Saldaña
Edgar Caballero
Karitza Ortiz

Emily Rodríguez
Adrián Henríquez (Ministerio de Educación)

Diseño de portadas

Aracelly Agudo (Ministerio de Educación)

Mensaje para los estudiantes

Apreciado estudiante:

Pensando en ti, para que puedas lograr tus sueños, queremos que sigas aprendiendo. Ahora que estás en casa, aprovecha y comparte con tu familia, escribe historias con tus personajes favoritos, lee todo lo que puedas, imagina un mundo mejor, cuida a los animales, siembra un árbol; en fin, aprovecha el tiempo y trata de ser muy feliz.

¡Te extrañamos! pronto nos veremos, recuerda que es importante que sigas aprendiendo. Para lograrlo, debes desarrollar cada una de las asignaciones y actividades, que han sido elaboradas, especialmente para ti. Trata de hacerlo de forma independiente, si tienes quien te ayude, ¡fabuloso! Pero recuerda, tienes una oportunidad valiosa para que, a través de los libros, puedas conocer el mundo, aprender la magia de los números, viajar con la lectura, analizar la importancia del agua, los beneficios de los árboles, el funcionamiento de nuestro cuerpo y los cuidados que debemos darle.

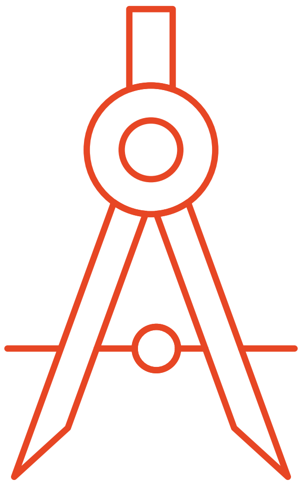
Eres de gran valor para tu familia y nuestro país, por eso debes cuidar tu salud y seguir las recomendaciones para la prevención de enfermedades.

Pronto volveremos a la escuela y queremos que nos digas cuanto aprendiste, el tema más interesante que desarrollaste, la lectura que más te gustó, lo divertido que fue para ti, aprender en casa. ¡Nos veremos pronto, todo va a salir bien!

Maruja Gorday de Villalobos

Ministra de Educación

CONTENIDO



Autoridades 3

Medidas de prevención por el COVID 19 5

Créditos 7

Mensaje para los estudiantes 9

Área 1
Aritmética

Tema 1: Números irracionales. 13

Tema 2: El conjunto de números reales. 18

Tema 3: La adición y sustracción de números reales. 25

Tema 4: Multiplicación y división con números reales. 34

Tema 5: La potenciación. 41

Tema 6: Radicación y sus propiedades. 46

Tema 7: Operación con números en notación científica. 53

Área 2
Álgebra

Tema 8: Expresiones Algebraicas. 60

Tema 9: Expresiones Algebraicas. Continuación. 67

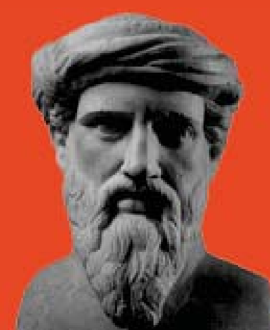
Área 3
Geometría

Tema 10: El Círculo. 73

Área 1

ARITMÉTICA

Pitágoras de Samos
585 a. C. - 500 a. C.



Matemático y filósofico griego.

Determinó el descubrimiento de los números irracionales, al concluir que la diagonal de un cuadrado de lado 1 no puede expresarse como el cociente de dos números enteros.

Tema 1
Números Irracionales

Los números irracionales son aquellos elementos de la recta real que no son expresables mediante números racionales. Es decir, un número irracional no puede expresarse de la forma a/b siendo a y b enteros ($b \neq 0$).

Metas de Aprendizaje

Los números irracionales aparecen en la historia de la matemática vinculados a la geometría. Las magnitudes inconmensurables fueron descubiertas por la Escuela Pitagórica en el siglo VI a. C., al tratar de resolver problemas tales como la relación entre la diagonal y el lado de un pentágono regular.

En la época de Platón (428 - 347 a. C.) ya se conocía la irracionalidad de los números:

$$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{7},\ \sqrt{8},\ \sqrt{10},\ \sqrt{11},\ \sqrt{12},\ \sqrt{13},\ \sqrt{14},\ \sqrt{15},\ \sqrt{17}$$

Sabías que...

El concepto de números irracionales proviene de la Escuela Pitagórica, que descubrió la existencia de números irracionales, es decir que no eran enteros ni racionales como fracciones.

Los números decimales que son infinitos, pero no periódicos no se pueden expresar como fracción, por lo tanto, no pertenecen al conjunto de números racionales. Sin embargo, hacen parte de otro conjunto numérico llamado los números irracionales.

El conjunto de los números irracionales se simboliza con la letra y está formado por todos los números decimales infinitos no periódicos.

Ejemplo:

$$\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{3}\ ,\ \sqrt{5}\ ,\ \pi\ \ ,\ e\ .....$$

Representación Decimal:

$$\sqrt{2} \approx 1{,}414213$$

$$\sqrt{3} \approx 1{,}73205$$

$$\sqrt{5} \approx 2{,}23606$$

$$\pi \approx 3{,}1415$$

$$e \approx 2{,}7182$$

$\sqrt{76}$: 8,71779788708

$\sqrt{2}$: 1,41421356237

$\sqrt{19}$: 4,35889894354

$\sqrt{8}$: 2,82842712475

$\sqrt{78}$: 8,83176086633

$\sqrt{201}$: 14,1774468788

$\sqrt{609}$: 24,6779253585

DATO IMPORTANTE

¿Recuerdas la recta numérica?

A partir del cero hacia la derecha ubicamos los números positivos y a la izquierda del cero los negativos. Si quisiéramos ubicar un número natural (N) cualquiera. Por ejemplo el 10 teniendo que desplazarnos a partir de cero 10 lugares hacia la derecha, con un número entero negativo a partir del cero hacia la izquierda.

Si por ejemplo quisiéramos ubicar el número racional, lo ubicaríamos entre el cero y el uno tendríamos que dividir el segmento en cuatro partes iguales y tomaríamos tres de ellas.

Actividad diagnóstica

1. Desarrollar en forma breve y concisa las siguientes palabras matemáticas y presente un ejemplo de cada una.

Números racionales, números naturales, números reales, números enteros.

RECUERDA Un número es irracional si posee infinitas cifras decimales no periódicas, por tanto, no se pueden expresar en forma de fracción.

ACTIVIDIDAD 1

1. En el conjunto de letras que se presenta a continuación, localice las siguientes expresiones y enciérrelas en un rectángulo. Utilice el color de su preferencia.

Decimal, Denominador, División, Exacto, Finito, Infinito, Irracional, Matemática, No periódico, Numerador, Número, Periódico

D	I	V	I	S	I	O	N	L	P	C	C	I	I
Q	Y	F	M	C	H	Y	J	Z	O	B	Q	R	W
P	M	I	R	I	N	F	I	N	I	T	O	R	D
R	L	N	P	C	D	U	V	Y	H	W	W	A	P
H	S	I	Z	W	N	E	X	A	C	T	O	C	E
Z	J	T	D	E	C	I	M	A	L	U	G	I	R
F	Y	O	N	U	M	E	R	A	D	O	R	O	I
R	S	J	C	N	A	H	L	E	B	L	U	N	O
I	S	U	W	U	O	M	G	H	H	U	T	A	D
M	A	T	E	M	A	T	I	C	A	A	D	L	I
C	Z	I	U	E	F	B	F	I	Y	F	Y	A	C
B	C	H	Y	R	R	W	D	A	T	Q	S	Z	O
M	D	E	N	O	M	I	N	A	D	O	R	I	P
A	V	N	O	P	E	R	I	O	D	I	C	O	E

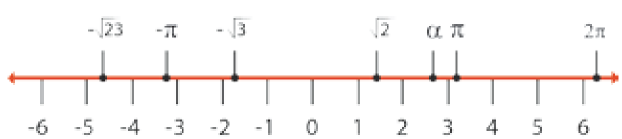
- Representación en la recta numérica

En la recta numérica, a los puntos que no le corresponde un número racional, le corresponde un número irracional. A cada número irracional le corresponde un punto sobre la recta numérica. A la derecha del cero se ubican los números irracionales positivos y a la izquierda los negativos.

Para ubicar en la recta numérica, el número irracional 2, se realizan los siguientes pasos:
- Primero, es conveniente calcular inicialmente una aproximación de su expansión decimal.
- Segundo, se ubica esa aproximación en la recta numérica.

Ejemplo:

$- \sqrt{2} \approx 1,41$



APLICA

Aplica lo aprendido, te puedes guiar por los ejemplos. Utiliza calculadora para sacar las raíces.

ACTIVIDAD 2

1. Observe los números, luego determine si los números son o no son irracionales. Coloque: Sí o No.

Número		Número	
$\sqrt{4}$	________	$\frac{\pi}{3}$	________
$\sqrt{141}$	________	51,9	________
$\sqrt{13}$	________	0,555...	________

2. Utilice el método planteado en la sección anterior, para ubicar en la recta numérica los siguientes números irracionales.

a. $\sqrt{5}$

b. $\sqrt{7}$

c. -2π

¡Felicidades!

Ha logrado culminar su primer objetivo, siga avanzando y aprenderá mucho más.

Referencias Bibliográficas

http://moodle.educapanama.edu.pa/ https://numerosirracionales.com/
https://numerosirracionales.blogspot.com/2007/08/origen-de-los-nmeros-irracionales.htmlfile:///C:/Users/egbg0/Desktop/Modulos%20de%20Matematica/8°/MODULO%20OCTAVO-%20U1%20(1).pdf
https://www.ejemplos.co/20-ejemplos-de-numeros-irracionales/

Tema 2
El Conjunto de los Números Reales

¿Qué son los números reales?

Se trata del conjunto de números que incluyen los naturales, los enteros, los racionales y los irracionales. A lo largo de este artículo veremos en qué consiste cada uno de ellos. Por otro lado, los números reales se representan mediante la letra “R” ($\mathfrak{R}$).

Metas de Aprendizaje

Aprender está de moda, porque nos hace sabios. Al terminar la lección serás capaz de:

- Identificar el subconjunto(s) de los números reales al que pertenece un determinado número.
- Localizar puntos en la recta numérica.
- Identificar números racionales e irracionales.

Sabías que...

El primero en dar una definición formal de los números reales fue el matemático: Richard Dedekind a finales del siglo XIX (1872).

Son los números que se pueden escribir con anotación decimal, incluyendo aquellos que necesitan una expansión decimal infinita.

Construyo mi aprendizaje

Lee y analiza cada definición.

Números naturales y Números enteros

Uno de los subconjuntos del conjunto de los números reales es el conjunto de los números naturales, se trata de los números que utilizamos para contar (por ejemplo: tengo 5 monedas en la mano). Es decir: el conjunto N={1, 2, 3, 4, 5, 6...}. Los números naturales siempre son enteros (es decir, un número natural no podría ser "3,56", por ejemplo). Ejemplo: 50, 361, 1420.	Otros números que forman parte de la clasificación de los números reales son los números enteros, que se representan mediante la "Z". Incluyen: el 0, los números naturales y los números naturales con signo negativo. El conjunto de los números enteros se denota Z = {...-4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4...}. Ejemplo: -2, 5, -24, 18.

Actividad Diagnóstica

Muestra comprensión lectora aplicando lo aprendido:

Para cada número en la columna izquierda escribe el conjunto numérico al que pertenece.	¿A qué conjunto numérico pertenece?
17	______________________
-1	______________________
25	______________________
-21	______________________

RECUERDA

Un número puede pertenecer a más de un conjunto numérico a la vez. Ejemplo: el número 2 pertenece al conjunto de los números naturales, sin embargo, también es un número entero. Y más adelante veremos que pertenece a más conjuntos numéricos.

¿Qué son los números reales?

Los números reales se pueden representar en una recta numérica, comprendiendo esta los números racionales e irracionales.

Es decir, la clasificación de los números reales incluye los números positivos y negativos, el 0 y los números que no se pueden expresar mediante fracciones de dos enteros y que tienen como denominador a números no nulos (es decir, que no son 0). Más adelante concretaremos qué tipo de número corresponde a cada una de estas definiciones.

En definitiva, y para decirlo de una forma más entendible, los números reales son prácticamente la mayoría de los números con los que tratamos en nuestro día a día.

Ejemplos de números reales son: 5, 7, 19, -9, -65, -90, $\sqrt{6}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$, el número pi (π = 3,1416), etc. Sin embargo, esta clasificación, como ya hemos dicho, se divide en: números naturales, números enteros, números racionales y números irracionales.

Ya vimos con detalle los números naturales y los números enteros. Presta atención: ahora exploraremos los números racionales y los números irracionales. Hasta el momento, has visto números decimales y fracciones, tales como 5.4 y 1 3/4. Estos números puedes ubicarlos en medio de dos números enteros en la recta numérica. Existen otros números que pueden ubicarse en la recta numérica. Cuando incluyes todos los números que pueden ser incluidos en la recta numérica entonces tienes la recta real.

¿Qué son los números racionales?

Los números racionales son cualquier número que se pueda expresar como el cociente de dos números enteros, o como su fracción. Como el resultado de estas fracciones puede ser un número entero, los números enteros son números racionales.

El conjunto de este tipo de números, los racionales, se expresa mediante una Q. Así, los números decimales, que son números racionales, son de tres tipos:
- Decimales exactos: como por ejemplo "3,45".
- Decimales periódicos puros: como por ejemplo "5,161616..." (ya que el 16 se repite de forma indefinida).
- Decimales periódicos mixtos: como por ejemplo "6,788888... (el 8 se repite de forma indefinida).

RECUERDA

El hecho de que los números racionales formen parte de la clasificación de los números reales implica que sean un subconjunto de este tipo de números.

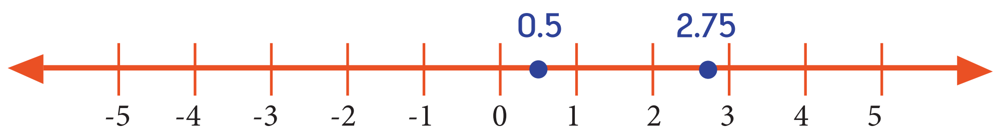
La fracción $\frac{6}{5}$, el número mixto $1\frac{1}{5}$ y el decimal 1.2 todos representan el mismo número.

Localización en la Recta Numérica

Verás que puedes localizar cualquier número en la recta numérica.

Veamos un ejemplo:

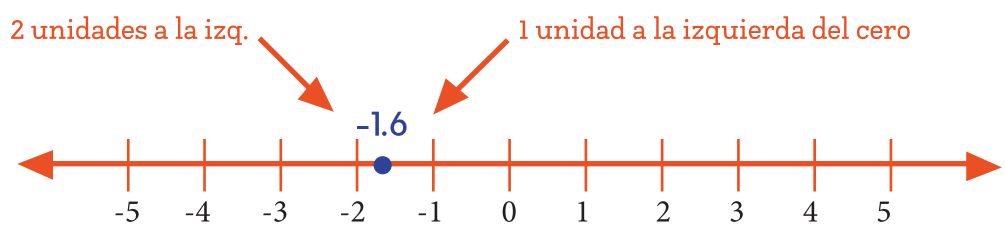
En la siguiente ilustración, los puntos azules muestran al 0.5 ó $\frac{1}{2}$ y al 2.75 ó $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$



Como has podido notar, los números racionales también pueden ser negativos. Cada número racional positivo tiene su opuesto negativo en la recta numérica. Ten cuidado al ubicar números negativos en la recta numérica.

RECUERDA El signo negativo indica que el número está a la izquierda del 0.

Para ubicar el -1.6 en la recta numérica, ubica el punto entre el -1 y el -2, y márcalo exactamente a una distancia de 1.6 unidades a la izquierda del 0.

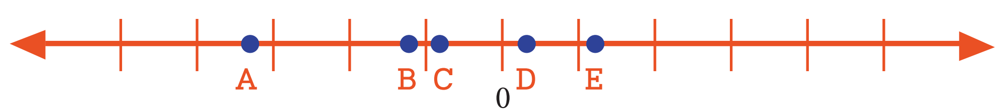


APLICA Demuestra que has aprendido.

Afianza lo aprendido #1

Ejercicio 1. Localiza el número -4,6 en la recta numérica.

Ejercicio 2. Basado en la siguiente figura, ¿qué punto representa al decimal -1,25?



Números Irracionales

Finalmente, tenemos los números irracionales, que son aquellos números reales que no pueden ser escritos como el cociente de dos números enteros. Se trata de números que tienen infinitos decimales, y que no son periódicos.

Dentro de los números irracionales, podemos encontrar el número pi (expresado mediante π), que consiste en la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. También encontramos algunos otros, tales como: el número de Euler (e), el número áureo (ϕ), las raíces no exactas de números (por ejemplo $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$...), entre otros más.

RECUERDA Igual que los números racionales, al formar parte de la clasificación de los números reales, se trata de un subconjunto de estos últimos.

RAZONA Y REFLEXIONA Si un número es finito o repetitivo, debe ser racional. Si es infinito y además no es repetitivo, entonces debe ser irracional.

Afianza lo aprendido #2

Coloca un gancho si el número dado pertenece al conjunto.

Número	Naturales	Enteros	Racionales	Irracionales
3				
-19				
53				
-103				
1.25				
$\frac{7}{4}$				
$\sqrt{2}$				
Π (pi)				

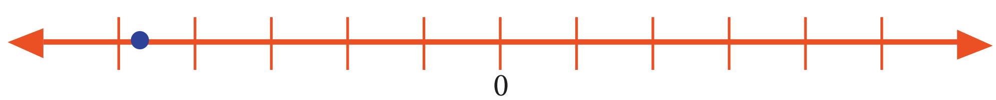
Soluciones

Actividad Diagnóstica

Para cada número en la columna izquierda escribe el conjunto numérico al que pertenece.	¿A qué conjunto numérico pertenece?
17	Naturales y Enteros
-1	Enteros
25	Naturales y Enteros
-21	Naturales

Afianza lo aprendido #1

Ejercicio 1. Localiza el número -4,6 en la recta numérica.



Ejercicio 2. Basado en la siguiente figura, ¿qué punto representa al decimal -1,25?

La opción B representa al punto 1,25 porque está a la izquierda del cero, esta más de 1 unidad y menos de 2 unidades a la izquierda del cero.

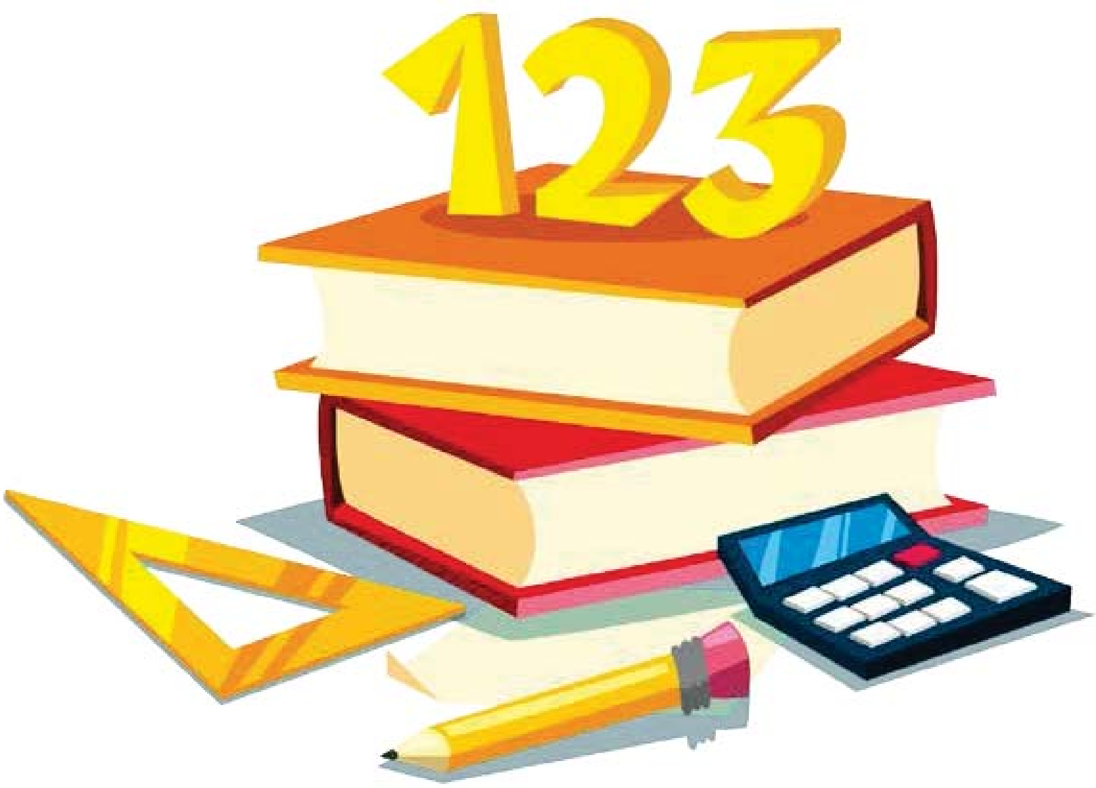
Afianza lo aprendido #2

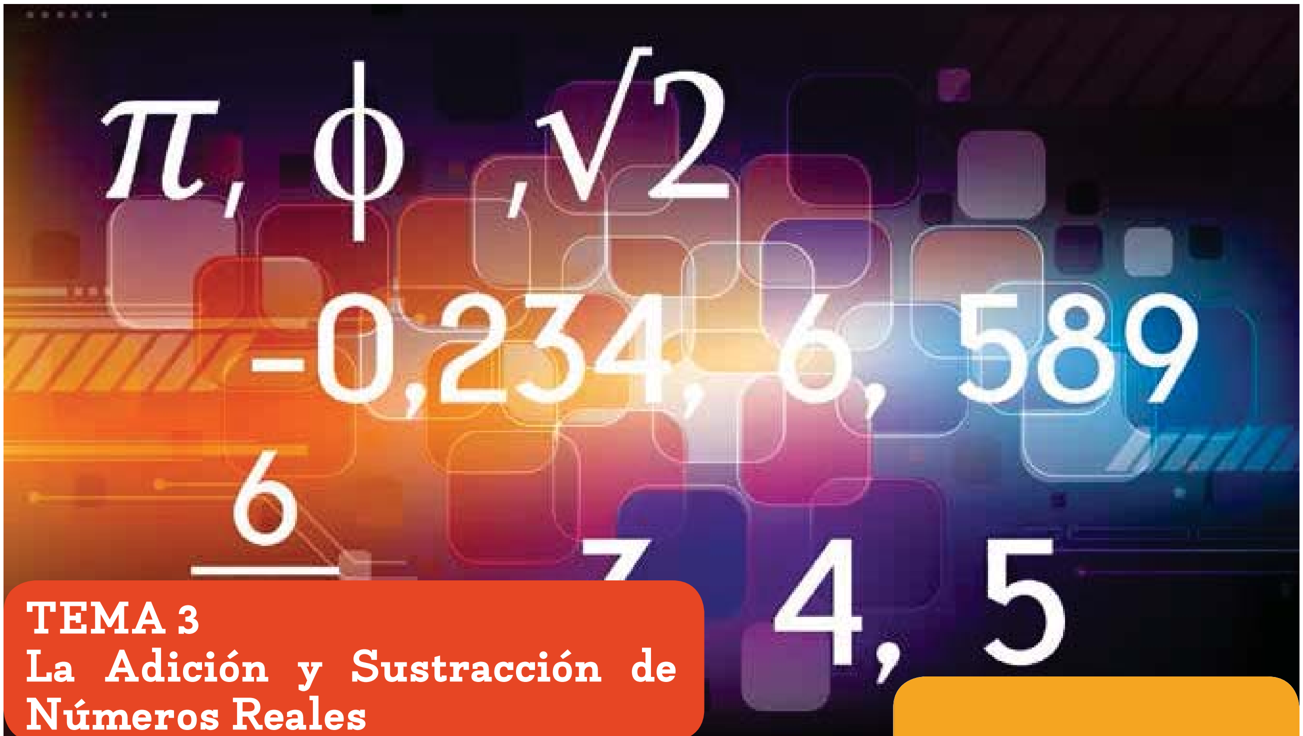
Número	Naturales	Enteros	Racionales	Irracionales
3	✓	✓	✓	
-19		✓	✓	
53	✓	✓	✓	
-103		✓	✓	
1.25			✓	
$\frac{7}{4}$			✓	
$\sqrt{2}$				✓
Π **(pi)**				✓

Consultas Recomendadas

http://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/COURSE_TEXT2_R ESOURCE/U09_L1_T3_text_final.html#:~:text=The%20real%20numbers%20include%2 0natural,location%20on%20the%20number%20line.&text=Integers%20%E2%80%A6 %2C%20%E2%88%923%2C%20%E2%88%92,1%2C%202%2C%203%2C%20%E2%80%A6

https://psicologiaymente.com/cultura/clasificacion-numeros-reales





TEMA 3
La Adición y Sustracción de Números Reales

Concepto de números reales:

Los números reales (designados por P) son casi todos los números que podemos escribir o conocer.

Según esto, en los reales se incluyen:
Los números racionales (Q), ya sea como fracciones o como decimales (3/4, 6/8, -0,234, 6, 589, etc.)
Los números naturales (N) y los números enteros (Z) (1, 2, 3, 4, 5, etc.) Los números irracionales (I) :

$(\pi, \phi\ ,\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})$ (pi, phi, raíz de 2, de 3, de 5, etc.)

Metas de Aprendizaje

Aprender está de moda, porque nos hace sabios. Al terminar la lección deberás tener claras las siguientes interrogantes:

- Sumar y restar dos o más números reales con el mismo signo.

- Sumar y restar dos o más números reales con signos diferentes.

- Simplificar usando la propiedad de identidad del 0.

- Resolver problemas de aplicación que requieren la suma de números reales.

El pensamiento matemático se rige por un conjunto de leyes objetivas pero abstractas, o sea, que no dependen de la naturaleza, ni de la subjetividad de quien razona, sino del propio sistema de signos y relaciones que compone la matemática.

Construyo mi Aprendizaje

1. Lee las siguientes definiciones

Diferencia entre las propiedades de adición y sustracción.

La suma de números reales tiene las siguientes propiedades:

Propiedad Interna:
El resultado de sumar dos números reales es otro número real.
$a + b \in R$ / $\pi + \sqrt{a} \epsilon R$

Propiedad Asociativa:
El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.
$(a + b) + c = a + (b + c)$
$\sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}$

Propiedad Conmutativa:
El orden de los sumandos no varía la suma.
$a + b = b + a$ / $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

Propiedad del Elemento neutro:
El 0 (cero) es el elemento neutro de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número.
$b + 0 = b$ / $\pi + 0 = \pi$

Propiedad del Elemento opuesto o Elemento inverso
Todo número real tiene un inverso aditivo, lo que quiere decir que, si se suman el número y su inverso, el resultado es 0 (cero): si a es un número real, entonces $a - a = 0$
El opuesto del opuesto o inverso de un número es igual al mismo número. $-a(-a) = a$

Propiedades de la sustracción:
- La diferencia de dos números reales se define como la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo. a – b = a + (–b)
- La resta es la operación inversa de la suma, es una operación entre dos números: el minuendo y el sustraendo. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden restar; por ejemplo:

13,2 – 17,8 = –4,6
Minuendo – sustraendo = resto

Al efectuar restas hay que tener cuidado con los signos de los números.

Al efectuar sustracciones o restas deben considerarse las siguientes reglas de los signos:
- Si el minuendo y el sustraendo son positivos, y el minuendo es mayor que el sustraendo, se efectúa la resta y el resultado es positivo.

Por ejemplo:

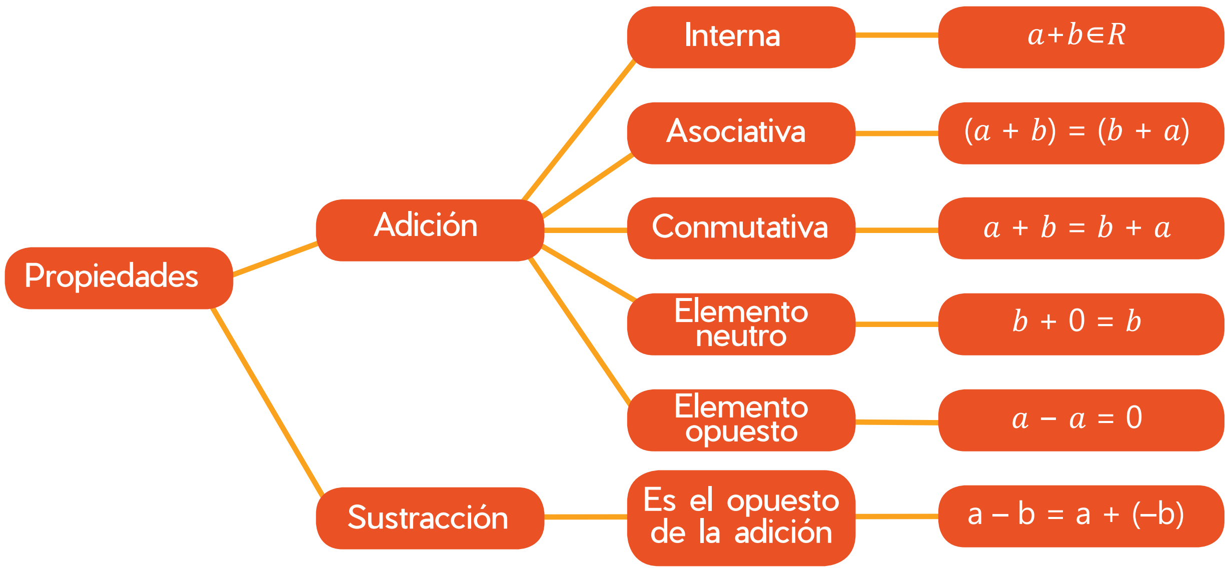
27,8 – 12,1 = 15,7

2. Muestra comprensión lectora respondiendo las siguientes interrogantes:

¿Cuáles son las propiedades de la adición y sustracción de números reales?	¿Encuentra la diferente entre la adición y sustracción? Explica.

RECUERDA Clasificadores de las propiedades de adición y sustracción de números reales.

3. Observa el siguiente mapa conceptual:



APLICA Demuestra los conocimientos previos.

Actividad #1

Clasifica los siguientes ejemplos de adición y sustracción según su propiedad (interna, conmutativa, asociativa, elemento neutro y el opuesto.

1. $5 + 4 = 9$ ____________________
2. $4 + 6 = 6 + 4$ ____________________
3. $5 + 0 = 5$ ____________________
4. $-4 + 4 = 0$ ____________________
5. $6 - 10 = 6 + (-10)$ ____________________
6. $(\sqrt{4} + \sqrt{7}) + \sqrt{2} = \sqrt{4} + (\sqrt{7} + \sqrt{2})$ ____________________
7. $4 + (-4) = 0$ ____________________
8. $\pi + 10 = 9$ ____________________

Suma y Resta de Números Reales

Aquí te proponemos una forma nemotécnica sencilla para aprender a sumar y restar mediante dos reglas muy fáciles de recordar:

- Si se tienen dos números de signos iguales, entonces se suman (entendido como suma en números naturales) y se deja el mismo signo.

Ejemplo: $3+5 = 8$ esta es una suma común y corriente entre naturales, pero y si fuera...
$-3-5 = -8$; observa que igual se obtiene 8 como en la anterior pero esta vez es de signo negativo porque ambos números son negativos y en realidad estamos avanzando hacia la izquierda sobre la recta real.

- Si se tienen dos números de signos diferentes, entonces se restan (entendido como resta entre números naturales, el mayor menos el menor) y se deja el signo de la magnitud mayor.

Ejemplo: $5 - 3 = 2$
$-5 + 3 = -2$

La suma de dos fracciones con el mismo denominador se calcula sumando sus numeradores. El denominador se mantiene.

Por ejemplo, sumamos las fracciones $\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4+3}{7} = \frac{7}{7} = 1$

La resta de dos fracciones con el mismo denominador se calcula restando sus numeradores. El denominador se mantiene.

Por ejemplo, restamos las fracciones $\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$

Para sumar y restar fracciones con denominador distinto, buscamos dos fracciones que sean equivalentes a éstas y que tengan el mismo denominador.

Por ejemplo, queremos sumar las fracciones que tienen denominador distinto: buscamos el m.c.m de 4,2,3 el m.c.m=12

$$\frac{\overset{3}{3}}{4} - \frac{\overset{6}{1}}{2} + \frac{\overset{4}{5}}{3} = \frac{3(3)-1(6)+5(4)}{12} = \frac{9-6+20}{12} = \frac{9+14}{12} = \frac{23}{12}$$

Actividad # 2

I. Resolver los siguientes ejemplos de suma.

1. $6 + (-5) + 9 + 4 =$

2. $5 + 4 + 8 + (-16) =$

3. $4 + 2.5 + 1.4 =$

4. $-10 - (+10) =$

5. $-2 - 4 - 10 - 2.5 =$

II. Resolver los siguientes ejemplos de resta.

1. $10-12-10 =$

2. $23-30-(+4) =$

3. $8+3-14-2 =$

4. $4-2-12+14 =$

5. $2-10+4-12 =$

III. Resolver suma y resta de fracciones.

1. $\frac{10}{2} - 4 + \sqrt{4} =$

2. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{10}{4} =$

3. $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} =$

4. $\frac{1}{4} - \frac{5}{3} =$

RAZONA Y REFLEXIONA

La Adición y sustracción de números reales son importante para resolver situaciones de la vida cotidiana ¿Sabes que función tiene?

Evaluación # 1

Nombre: ________________ Nivel: _____ Fecha: __________ Valor: 18 puntos

I. Clasifica los siguientes ejemplos de adición y sustracción según su propiedad (interna, conmutativa, asociativa, elemento neutro y el opuesto. 8 puntos

1. $5 + 10 = 15$ ______________________________________

2. $40 + 6 = 40 + 6$ ______________________________________

3. $\sqrt{4} + 0 = \sqrt{4}$ ______________________________________

4. $-2 + 2 = 0$ ______________________________________

5. $6 - 10 = 6 + (-10)$ ______________________________________

6. $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{7} = \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{7})$ ______________________________________

7. $4 + (-4) = 0$ ______________________________________

8. $\pi + 10 = 9$ ______________________________________

II. Resolver los siguientes ejemplos de suma números reales.10 puntos

1. $4 + 5 + 8 + 10=$

2. $2 + 9 + 10 + 16 =$

3. $1 + 12 + 5 + 6 =$

4. $4+(-10)+10$

5. $12+2.5+1.5$

III. Resolver los siguientes ejemplos de sustracción de números reales.

1. 3-23-10+10

2. 2+4-10+(-12)

3. 4-(5) + (-3)

4. 1.5+3-1.5

5. 4-8+10

IV. Resuelva las fracciones de suma y resta de números reales.

1. $\frac{5}{2} - \frac{4}{2} + \frac{10}{2}$

2. $\frac{5}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}$

3. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{2}$

SOLUCIONES

Sabías que las matemáticas están en todas partes, nos facilitan hacer las cosas más fáciles. ¡los números nos ayudan en nuestras vidas!

¿Cuáles son las propiedades de la adición y sustracción de números reales?

Las propiedades son: interna, conmutativa, asociativa, elemento neutro, elemento opuesto o inverso.

¿Encuentra la diferente entre la adición y sustracción? Explica.

La diferencia entre la suma y sustracción es la sustracción es la parte opuesta de la suma.

Actividad # 1

Clasifica los siguientes ejemplos de adición y sustracción según su propiedad:

interna, conmutativa, asociativa, elemento neutro y el opuesto.

1. $5 + 4 = 9$ interna
2. $4 + 6 = 6 + 4$ conmutativa
3. $5 + 0 = 5$ elemento neutro
4. $-4 + 4 = 0$ elemento opuesto
5. $6-10 = 6+(-10)$ conmutativa
6. $(\sqrt{4}+\sqrt{7})+\sqrt{2} = \sqrt{4}+(\sqrt{7}+\sqrt{2})$ asociativa
7. $4 + (-4) = 0$ elemento opuesto
8. $\pi + 10 = 9$ interna

Actividad # 2

I. Resolver los siguientes ejemplos de suma.

1. $6 +(-5) +9 + 4 = 14$
2. $5 + 4 + 8 + (-16) = 1$
3. $4+2.5+1.4= 7.9$
4. $-10-(+10) = -20$
5. $-2-4-10-2.5= -18.5$

II. Resolver los siguientes ejemplos de resta.

1. $10-12-10= -12$
2. $23-30-(+4) = -11$
3. $8+3-14-2= -5$
4. $4-2-12+14= 4$
5. $2-10+4-12= -16$

III. Resolver suma y resta de fracciones.

1. $\frac{10}{2} - 4 + \sqrt{4} = 3$
2. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{10}{4} = 4$
3. $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{13}{12}$
4. $\frac{1}{4} - \frac{5}{3} = \frac{-17}{12}$

Evaluación # 1

Nombre: __________ Nivel: _____ Fecha: __________ Valor: 18 puntos

I. Clasifica los siguientes ejemplos de adición y sustracción según su propiedad (interna, conmutativa, asociativa, elemento neutro y el opuesto. Valor: 8 puntos

1. $5 + 10 = 15$ interna
2. $40 + 6 = 40 + 6$ conmutativa
3. $\sqrt{4} + 0 = \sqrt{4}$ elemento neutro
4. $-2 + 2 = 0$ elemento inverso u opuesto
5. $6 - 10 = 6 + (-10)$ conmutativa
6. $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{7} = \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{7})$ asociativa
7. $4 + (-4) = 0$ elemento inverso u opuesto
8. $\pi + 10 = 9$ interna

zII. Resolver los siguientes ejemplos de suma números reales. Valor: 10 puntos

1. $4 + 5 + 8 + 10 = 27$
2. $2 + 9 + 10 + 16 = 37$
3. $1 + 12 + 5 + 6 = 24$
4. $4+(-10)+10 = 4$
5. $12+2.5+1.5 = 16$

III. Resolver los siguientes ejemplos de sustracción de números reales.

1. $3-23-10+10 = -20$
2. $2+4-10+(-12) = -16$
3. $4-(5) + (-3) = -4$
4. $1.5+3-1.5 = 5$
5. $4-8+10 = 6$

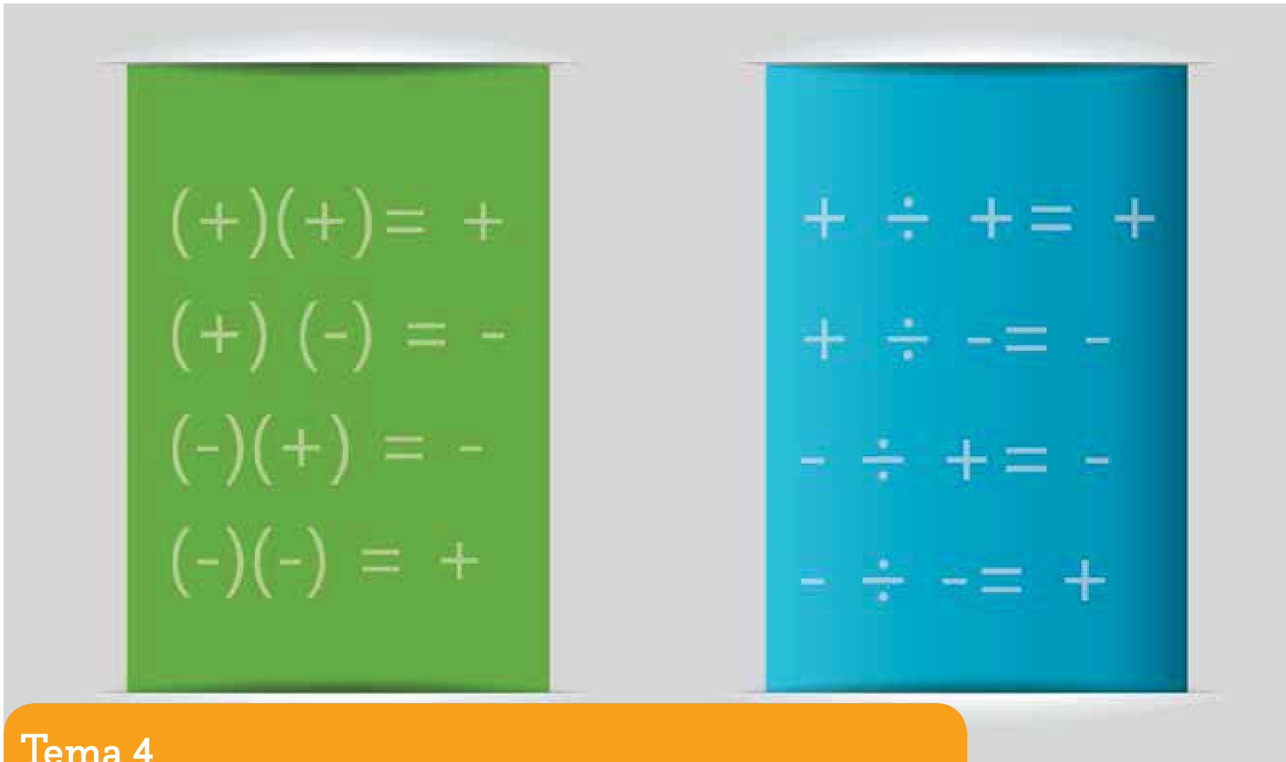
IV. Resuelva las fracciones de suma y resta de números reales.

1. $\frac{5}{2} - \frac{4}{2} + \frac{10}{2} = \frac{19}{2}$

2. $\frac{5}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{17}{12}$

3. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \frac{-17}{12}$

En el sitio web http://moodle.educapanama.edu.pa/ hay algunas guías que pueden servir de referencia.



Tema 4
Multiplicación y División con Números Reales

Herramientas para solucionar problemas:

La multiplicación y división de números reales nos ayudan a resolver una gran cantidad de situaciones que involucran números racionales e irracionales.

Metas de Aprendizaje

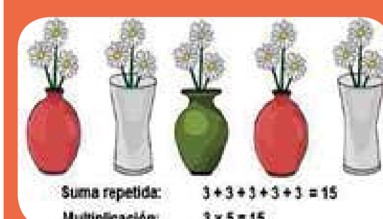
Si sabes operar con números reales podrás resolver cualquier situación numérica que se te presente. Por lo que al terminar este tema debes ser capaz de:

- Resolver multiplicaciones y divisiones con números reales teniendo en cuenta las propiedades de los conjuntos numéricos.

- Aplicar la multiplicación y división con números reales en la solución de problemas.

La multiplicación indica la suma de una misma cantidad varias veces.

Observa el ejemplo:



Construyo mi Aprendizaje

Lea los siguientes problemas.

Carlos fue a un almacén que vende todos los artículos a B/1,25 compró un cuaderno, una pelota, un par de medias, una caja de lápices de colores; tomando en cuenta que todos los artículos tienen el mismo valor, calcula cuánto tuvo que pagar Carlos en total.	En el cumpleaños de María se repartió pastel entre los niños. Luego quedó 1/2 dulce para repartirlo entre los 4 adultos que asistieron a la celebración. Sí a todos los adultos se le brindó la misma cantidad. ¿Qué fracción del total del pastel representa esa cantidad?

1. Muestra lo que sabes

¿Qué operación crees tú que debes aplicar para resolver cada situación?	Trata de resolver por lo menos una de las situaciones antes mencionadas.

RECUERDAD

La regla de los signos para la multiplicación y división es la misma.

(+)(+)= +	+ ÷ += +
(+) (-) = -	+ ÷ -= -
(-)(+) = -	- ÷ += -
(-)(-) = +	- ÷ -= +

Ejemplos de multiplicación con números reales.

1. Factores fraccionarios.

$$\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{-10}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \cdot 10 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 2}$$

$$= \frac{-20}{40}$$

$$= \frac{-1}{2}$$

- Se multiplican todos los numeradores como si fueran naturales: 2x10x1=20.

- También se multiplican los denominadores como si fueran números naturales: 5x4x2=40

- Por último, se simplifica si se puede.

2. Factores Decimales.

$$(-0,25)(-0,32) = \frac{32}{400} = \frac{2}{25}$$

El decimal se puede transformar a fracción, colocando en el numerador el número como natural y en el denominador el 1 con tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

La fracción se puede transformar a decimal, dividiendo numerador entre denominador.

3. Factores racionales e irracionales.

$$\left(\frac{3}{5}\right) . \ 10\pi = \left(\frac{30}{5}\right) . \ \pi$$

$$\frac{30}{5} . \ \pi = \ 6\,\pi$$

$$6\pi \approx 6(3{,}14) \approx 18{,}84$$

El número irracional π se mantiene hasta el final. Si le piden el valor exacto la respuesta es 6π. Si le piden el valor aproximado, se reemplaza el valor de π, aplicando las reglas de redondeo y el resultado es 18,84

RECUERDAD

En la multiplicación y división de números reales, si aparecen números enteros, decimales y fracciones debemos convertir todo en fracciones o todo en decimales para poder resolver.

Ejemplos de divisiones con números reales.

1. División entre números fraccionarios.

$$-\frac{3}{8} \div \left(\frac{-7}{2}\right) = -\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$$
$$= \frac{6}{56}$$
$$= \frac{3}{28}$$

Se invierte la fracción del divisor y se simplifica si se puede, si no se puede simplificar entonces se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador

La fracción se transforma a decimal dividiendo el numerador entre el denominador.

2. División entre números decimales.

$$2,5 \div 0,4 = 25 \div 4 = 6,25$$

Ó

$$2,5 \div \frac{2}{5} =$$

$$\frac{25}{10} \div \frac{2}{5} = \frac{25}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Se agregan los ceros necesarios para que tengan la misma cantidad de cifras decimales.

Cuando tienen la misma cantidad de cifras decimales se colocan como números naturales y se realiza la división.

El decimal se transforma a fracción y se realiza la división de fracciones.

3. Factores racionales e irracionales.

$$-\sqrt{2} \div \frac{1}{3} = -\sqrt{2} \cdot 3$$
$$= -3\sqrt{2}$$
$$\approx -3(1,41) \approx -4,23$$

El número irracional $\sqrt{2}$ se mantiene hasta el final. El valor exacto es $-3\sqrt{2}$. El valor aproximado es -4,23.

RECUERDAD

Los números Irracionales son números decimales infinitos, no periódicos que se pueden representar con un símbolo o como un radical. Ejemplos de estos son: π= 3,14159..., e=2,718281..., $\sqrt{2}$ = 1,414213

2. Relacione los problemas de la columna A con las soluciones de la columna B.

A		B
$\left(\frac{-6}{5}\right)\left(\frac{-1}{18}\right)$ ■		■ 10e
8 (0.5) ■		■ $\frac{3}{5}$
(2e) $\left(\frac{1}{2}\right)$ (1) ■		■ $\frac{\sqrt{3}}{27}$
$\left(1\frac{1}{3}\right)$ (-1) ■		■ $\frac{1}{15}$
4 $(2\sqrt{3})$ ■		■ $-\frac{\Pi}{6}$
$\left(\frac{2\Pi}{3}\right)\left(-\frac{1}{4}\right)$ ■		■ 2
(2,5e)(4) ■		■ $-1\frac{1}{3}$
$\left(\frac{\Pi}{5}\right)\left(\frac{10}{\Pi}\right)$ ■		■ $8\sqrt{3}$
$\frac{(\sqrt{3})}{3}$ $\frac{(1)}{9}$ ■		■ 4
(1,2) $\frac{(-1)}{2}$ ■		■ e

3. Escoja la respuesta correcta del área naranja y colócala debajo del problema que le corresponde dicha solución.

$-\frac{1}{15} \div \frac{1}{3}$	$10{,}29 \div 3$	$-\frac{2}{3} \div 0{,}4$	$\left(\frac{-4\sqrt{7}}{3}\right) \div (-2)$

$\frac{1}{5}$	1	3,21	$8\sqrt{7}$	2	3,43	$\frac{2\sqrt{7}}{3}$	$\frac{2}{5}$

RAZONA Y REFLEXIONA

En estos momentos difíciles que atraviesa el país, el valor de la solidaridad es muy importante por lo que debemos compartir lo que tenemos con los más necesitados.

Si tengo $\sqrt{11}$ litros de jugo de naranja y deseo regalarle a mi vecino 1/3 del jugo, ¿Qué cantidad de jugo le daré?

1. Elige entre multiplicación y división para resolver el problema.

2. Expresa la operación.
3. Resuelve la operación.
4. Conteste la pregunta.

Analiza la siguiente situación.

El señor Pedro tiene 105,8 libras de arroz y desea repartirlas en partes iguales con 6 familias. ¿Cuántas libras de arroz les toca a las familias?

¿Debes aplicar multiplicación o división para resolver la situación?
Resuelve:
Conteste:

AJUSTES RAZONABLES

¡vamos jóvenes ustedes lo pueden lograr! Sigue las orientaciones para llegar a la meta. Juntos somos capaces de hacer todo lo que nos propongamos.

5. Llena los espacios vacíos en cada avance del mapa hasta llegar a la respuesta del tesoro.

6. Llena los espacios blancos para resolver la división con números reales.

$$\frac{-5e}{4} \div \frac{0{,}4}{4} = \frac{\square}{\square}$$

Transforma el decimal a fracción.

$$= \frac{-5e}{4}\ \frac{\square}{\square}$$

Transforma la división a multiplicación.

$$= \frac{-\square\ 5\ \square}{\square\ \ \square}$$

Multiplica los numeradores y denominadores.

$$= \frac{-\square\ e}{\square}$$

Simplifica.

$$= \frac{-25e}{8}$$

Tema 5

La Potenciación

Definición de Potenciación

Las potencias son una operación matemática entre dos términos denominados: base y exponente.

Se escribe y se lee normalmente como «a elevado a la n». Hay algunos números exponentes especiales como el 2, que se lee al cuadrado, y el 3, que se lee al cubo.

EXPONENTE

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$ **RESULTADO**

BASE

La Potenciación era ya conocida desde la antigüedad, los babilonios utilizaban la potencia como un auxiliar de la multiplicación. Para abreviar la escritura, se escribe el factor que se repite y en la parte superior derecha del mismo se coloca el número de veces que se repite.

Sabías que...

Metas de Aprendizaje

Aprender está de moda, porque nos hace sabios. Al terminar la lección deberás tener claras las siguientes interrogantes:

1) ¿Qué es la potenciación?

2) ¿Cuáles son los términos de la potenciación?

3) Define con claridad una propiedad de la potencia.

Tema a Estudiar

Propiedades de la potenciación de números reales.

a) Producto de potencias de igual base:

Para multiplicar potencias de igual base se escribe la misma base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{m} \times \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{32}$$

b) Cociente de Potencias de igual base:

Para dividir potencias de igual base, se escribe la misma base, pero aquídebes restar los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{m} \div \left(\frac{a}{b}\right)^{m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{6} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{4}{9}$$

Observación: las propiedades ya mencionadas son muy parecidas, su diferencia radica en las operaciones de los exponentes, mientras que en la multiplicación se suman, en el cociente se restan.

c) Potencia de un producto:

Para multiplicar potencias de bases diferentes, debes elevar cada base a la potencia y luego multiplicarla entre sí.

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{c}{d}\right)^m = \frac{j}{k}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4} \times \frac{9}{16}\right) = \frac{9}{64}$$

d) Potencia de una potencia:

Para resolver potencia de una potencia, debes colocar la base, luego multiplicas sus exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \times n}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \times 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{729}$$

e) Potencia de un cociente:

Si la base de nuestro cociente es diferente, tomamos cada base y la elevamos a la potencia común.

$$\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^m = \frac{(a)^m}{(b)^m} \div \frac{(c)^m}{(d)^m} = \frac{(a)^m}{(b)^m} \times \frac{(d)^m}{(c)^m}$$

Recuerda que los términos semejantes y opuestos se cancelan.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{(1)^2}{(2)^2} \div \frac{(3)^2}{(2)^2} = \frac{(1)}{(4)} \div \frac{(9)}{(4)} = \frac{(1)}{(4)} \times \frac{(4)}{(9)} = \frac{1}{9}$$

f) Potencia del exponente negativo:

Cuando tenemos una potencia negativa, debemos transformarla en positiva así, colocando la potencia como denominador y poniendo el número uno (1) como numerador, de esta manera el exponente pasa a ser positivo automáticamente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^{n}}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{16}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = \frac{1}{1} \times \frac{16}{1} = \frac{16}{1} = 16$$

RECUERDA El exponente me va indicar las veces que debo multiplicar la base.

Trabajando en mi aprendizaje

Observa cuidadosamente los siguientes ejercicios e identifica la propiedad que se debe aplicar en cada caso.

1. $\left(\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8}\right)^{2}$ ____________________
2. $\left(\left(\frac{4}{7}\right)^{2}\right)^{4}$ ____________________
3. $\left(\frac{5}{7}\right)^{3} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{5}$ ____________________
4. $\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$ ____________________
5. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ ____________________
6. $\left(\frac{1}{2}\right)^{9} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$ ____________________

APLICA Demuestra lo aprendido, y resuelve los ejercicios.

Completa la siguiente tabla con los valores correctos.

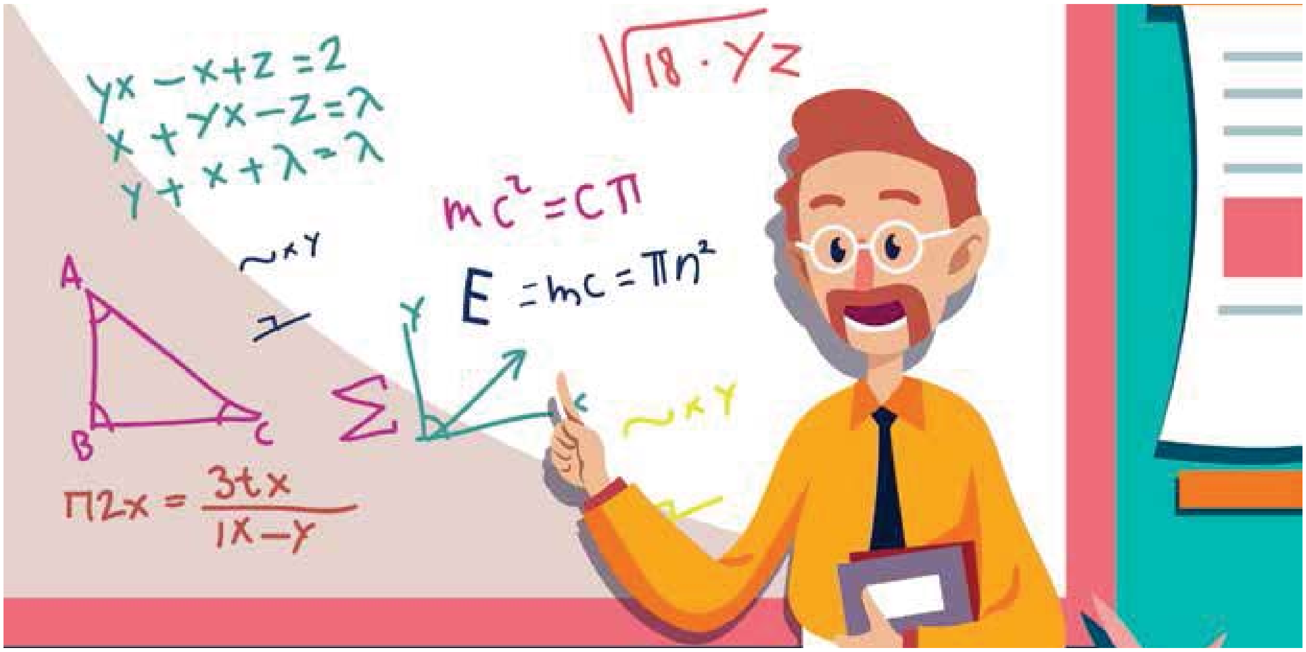
$(\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^2$	$= (\frac{1}{2})$	$= \frac{1}{16}$
$[(\frac{2}{5})^3]^2$	$= (\frac{}{})$	$= \frac{64}{15625}$
$(\frac{7}{9})^{-1}$		$= \frac{9}{7}$

Ya debes tener más claro el concepto de potencia, así que te invito a resolver los siguientes ejercicios.

1. $(\frac{1}{3} \div \frac{5}{6})^3 =$

2. $(\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4})^2 =$

3. $(\frac{4}{7})^7 \div (\frac{4}{7})^4$



Tema 6
Radicación y sus Propiedades.

RADICACIÓN Y SUS PROPIEDADES.

La radicación es la operación contraria a la potenciación de una base a un exponente fraccionario, era conocida por los árabes y usada por los hindúes desde mucho tiempo antes de que los romanos inventaran una palabra para nombrarla, viene de la raíz latina Radix o Radiccis, que significa raíz, se les atribuye a los hindúes ser los primeros en hallar las reglas para extraer raíces cuadradas y cúbias.

Se define de la siguiente manera: Si a y x son números reales y n es un entero positivo mayor que 1, entonces x es la raíz enésima de a si y solo si $(x)^n = a$

Metas de Aprendizaje

1. Encuentra con precisión la raíz de un número real.
2. Distingue las propiedades de la radicación según su definición.

Sabías que...

“Arquímedes utilizó el método de doble radical para calcular el valor de "π”

El matemático y filósofo Arquímedes calculó el lado de un octágono regular inscrito en una circunferencia de radio uno a lo que llamó método de los perímetros.

Construyo mi Aprendizaje

Seguramente recordarás los siguientes datos sobre la potenciación cuando se trata de exponentes fraccionarios y que te serán de mucha utilidad para la radicación, vamos a repasarlos.

¿Recuerdas el proceso de potenciación para números con exponentes fraccionarios?

Veamos:
¿Cuáles son los pasos para seguir sí tienes?

$$8^{\frac{3}{2}} = ?$$

Observa los siguientes ejemplos:

$$6^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{6^5}$$

$$9^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{9^4}$$

$$(x^5\, y^4)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(x^5\, y^4)}$$

Como puedes recordar el denominador en el exponente resulta ser el índice del radical y el numerador indica la potencia a la cual se eleva el radical, además en toda potencia se deben seguir las leyes de los exponentes para simplificar las expresiones con exponentes racionales.

Por eso es por lo que se puede convertir de exponente fraccionario a expresión con radicales siguiendo esas reglas.
Recuerda los nombres de las partes de una potencia fraccionaria:

$$a^{\frac{m}{n}}$$

Donde: a es la base, m/n es el exponente y como el exponente es una fracción m es el numerador y n es el denominador.
Al convertirlo de exponente racional a radical quedaría así:

$$\sqrt[n]{a^m}$$

Donde am es la cantidad subradical y n pasó a ser el índice del radical.

¿Ahora sí recordaste?

$$8^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{8^3}$$

Excelente, así es...

1. Comprueba tus experiencias previas:

¿Cuáles son los pasos que debo seguir para convertir una potencia con exponente fraccionario en una expresión radical?

Presenta tres ejemplos, donde se convierta la expresión escrita en forma de potencia con exponentes fraccionarios, a expresión escrita en forma de radical.

APLICA

Potenciación con exponente fraccionario: Si a es un número real, m y n números enteros positivos entonces:

$$a^{\frac{1}{n}} = (\sqrt[n]{a})$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Se puede observar que el denominador de la fracción que se encuentra en el exponente pasa a ser el índice del radical y el numerador indica la potencia a la cual se eleva el radical.
Cuando se trabaja con exponente racionales es preferible que toda la base numérica se descomponga en sus factores primos y se escriba como potencia, para luego hacer uso de las propiedades de los exponentes.

2. Conversión de radical a exponente racional y viceversa:

3. Completa el mapa, ubicando cada definición o expresión en los espacios correspondientes.

$8^6 = \sqrt[6]{8}$

$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$\sqrt[4]{9} = 9^{\frac{1}{4}}$

De potencia con exponente fraccionario a radical

$(a)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Radicales

De radical a exponente racional

APLICA

Radicación y sus propiedades.

La radicación es la operación contraria a la potenciación de una base a un exponente fraccionario, era conocida por los árabes y usada por los hindúes desde mucho tiempo antes de que los romanos inventaran una palabra para nombrarla, viene de la raíz latina Radix o Radiccis, que significa raíz, se les atribuye a los hindúes ser los primeros en hallar las reglas para extraer raíces cuadradas y cúbicas.
Se define de la siguiente manera: Si a y x son números reales y n es un entero positivo mayor que 1, entonces x es la raíz enésima de a si u solo si $(x)^n = a$
Simbólicamente se escribe: $\sqrt[n]{a} = x \leftrightarrow xn = a$
De donde:

- √ se llama signo de radical.
- a se llama subradical o radicando n se llama índice del radical.
- x se llama raíz enésima.
- $\sqrt{a}$ se llama expresión.

4. Observa cada detalle de la siguiente tabla:

Tabla de potencias y raíces cuadradas.

Potencias	Raíces cuadradas	Potencias	Raíces Cuadradas
$1^2 = 1$	$\sqrt[2]{1} = 1$	$16^2 = 256$	$\sqrt[2]{256} = 16$
$2^2 = 4$	$\sqrt[2]{4} = 2$	$17^2 = 289$	$\sqrt[2]{289} = 17$
$3^2 = 9$	$\sqrt[2]{9} = 3$	$18^2 = 324$	$\sqrt[2]{324} = 18$
$4^2 = 16$	$\sqrt[2]{16} = 4$	$19^2 = 361$	$\sqrt[2]{361} = 19$
$5^2 = 25$	$\sqrt[2]{25} = 5$	$20^2 = 400$	$\sqrt[2]{400} = 20$
$6^2 = 36$	$\sqrt[2]{36} = 6$	$21^2 = 441$	$\sqrt[2]{441} = 21$
$7^2 = 49$	$\sqrt[2]{49} = 7$	$22^2 = 484$	$\sqrt[2]{484} = 22$
$8^2 = 64$	$\sqrt[2]{64} = 8$	$23^2 = 529$	$\sqrt[2]{529} = 23$
$9^2 = 81$	$\sqrt[2]{81} = 9$	$24^2 = 576$	$\sqrt[2]{576} = 24$
$10^2 = 100$	$\sqrt[2]{100} = 10$	$25^2 = 625$	$\sqrt[2]{625} = 25$
$11^2 = 121$	$\sqrt[2]{121} = 11$	$26^2 = 676$	$\sqrt[2]{676} = 26$
$12^2 = 144$	$\sqrt[2]{144} = 12$	$27^2 = 729$	$\sqrt[2]{729} = 27$
$13^2 = 169$	$\sqrt[2]{169} = 13$	$28^2 = 784$	$\sqrt[2]{784} = 28$
$14^2 = 196$	$\sqrt[2]{196} = 14$	$29^2 = 841$	$\sqrt[2]{841} = 29$
$15^2 = 225$	$\sqrt[2]{225} = 15$	$30^2 = 900$	$\sqrt[2]{900} = 30$

Nota: la raíz cuadrada se puede poner el índice 2, pero si no se pone se sobreentiende que es una raíz cuadrada y solo se coloca el símbolo de radical sin el índice.

5. Escribe cuatro ideas principales que puedes sacar del contenido descrito y de la tabla de potencias y raíces cuadradas.

1	2
3	4

6. Propiedades de la radicación.

1	RAÍZ DE UN NÚMERO	EJEMPLO
	$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$
2	POTENCIA DE UN RADICAL	EJEMPLO
	$\left(\sqrt[n]{x}\right)^m = \sqrt[n]{x^m} = (a)^{m/n}$	$\left(\sqrt[3]{4}\right)^7 = \sqrt[3]{4^6} = (4)^{6/3} = 4^2 = 16$
3	PRODUCTO DE RADICALES DEL MISMO ÍNDICE	EJEMPLO
	$\sqrt[n]{x} \,.\, \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$	$\sqrt[3]{(3)} \,.\, \sqrt[3]{(9)} = \sqrt[3]{(3)(9)} = \sqrt[3]{27} = 3$
4	COCIENTE DE RADICALES DEL MISMO ÍNDICE	EJEMPLO
	$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}}$ Si y solo si y ≠ 0	$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{8^{1/3}}{27^{1/3}} = \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{1/3} = \frac{2^1}{3^1}$ $= 2/3$
5	RAÍCES DE RAÍCES	EJEMPLO
	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n.m]{x}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

Figura 1

Observación: ningún número real negativo tiene raíz cuadrada o raíz de índice par, pero si la cantidad subradical es negativa y el índice de la raíz es impar entonces si existe la raíz.

$\sqrt[2]{-9}$ $= no\ tiene\ solución\ en\ el\ conjunto\ de\ los\ números\ reales.$

$\sqrt[2]{-27}$ $= no\ tiene\ solución\ en\ el\ conjunto\ de\ los\ números\ reales.$

RAZONA Y REFLEXIONA

Las propiedades de la radicación plantean lo siguiente:

Raíz de un número: a raíz n-ésima de una cantidad subradical es igual a la misma cantidad elevada a uno entre el índice.
$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$ (analiza el ejemplo 1 de la figura 1)

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{6} = 6^{1/5}$$

Potencia de un radical: Elevar un radical a una potencia m-ésima es igual a sacar la raíz n-ésima del radical elevado a esa potencia m-ésima lo que es lo mismo que convertir la cantidad subradical en una potencia de exponente fraccionario.
$(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m} = (x)^{m/n}$ (analiza el ejemplo 2 de la figura 1)

Ejemplo:

$$(\sqrt[4]{5})^7 = \sqrt[4]{5^7} = (5)^{7/4}$$

Producto de radicales con un mismo índice de radical: Cuando se multiplican dos o más radicales con el mismo índice es igual a multiplicar las cantidades subradicales bajo el mismo radical.
$\sqrt[n]{x} \,.\, \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x.\,y}$ (analiza el ejemplo 3 de la figura 1)

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{25} \,.\, \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{25 \,.\, 5} = \sqrt[3]{125} = 5$$

División de radicales con un mismo índice de radical: Cuando se dividen radicales del mismo índice es igual a dividir bajo un solo radical con ese índice las cantidades subradicales y aplicar las otras propiedades que quedan indicadas.
(analiza el ejemplo 4 de la figura 1)

$$\frac{(\sqrt[n]{x})}{(\sqrt[n]{y})} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{x^{1/n}}{y^{1/n}} \leftrightarrow \quad y \ddagger 0$$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[5]{\frac{4}{9}} = \frac{4^{1/5}}{9^{1/5}} \; ; y = 9$$

Raíz de raíces: Cuando se tiene que extraer la raíz de una raíz con cualquier índice se multiplican los índices en un solo signo de radical y el resultado es el nuevo índice que indica la raíz que se debe extraer a la cantidad subradical.
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n.m]{x}$ (analiza el ejemplo 5 de la figura 1)

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{4096}} = \sqrt[3.2]{4096} = \sqrt[6]{4096} = 4$$

RAZONA Y REFLEXIONA

Práctica lo aprendido: Desarrolla paso a paso los siguientes ejercicios de radicación aplicando las propiedades estudiadas.

a) $(\sqrt[3]{6})^4 = \sqrt{\quad} = (\quad)\ /$

b) $(\sqrt[2]{144})^2 =$

c) $\sqrt{841} =$

d) $\sqrt{289} =$

e) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt{25 \cdot \quad} = \sqrt{\quad} = 5$

f) $\dfrac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{y}} =$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{4096}} = \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} = 4$

h) $(\sqrt[3]{12})\ (\sqrt[3]{10}) =$

i) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}} =$

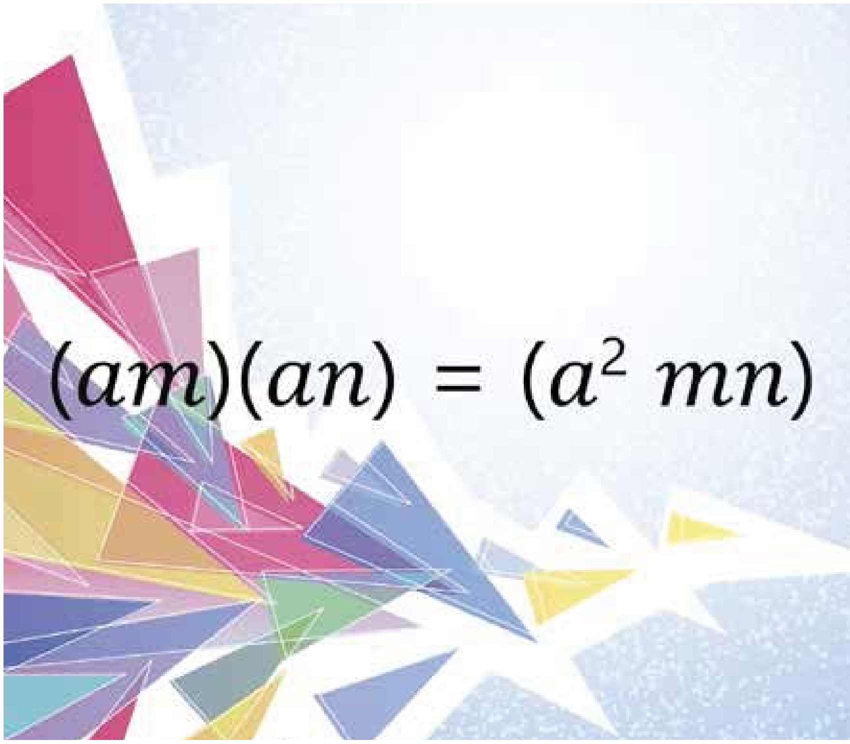
j) $(\sqrt[5]{105})^5 = \sqrt{\quad} = (\quad)\ / \quad =$

¿Lo has logrado?
¡Excelente, te felicito!

Ahora vamos a realizar una autoevaluación:
Estimados estudiantes para fortalecer los conocimientos adquiridos en el desarrollo de la presente guía de autoaprendizaje te presento la autoevaluación, lee cuidadosamente y contesta de acuerdo con lo que consideres apropiado. Al completar esta guía te autoevaluaras según la siguiente escala de valores:

Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy intentando lograrlo	No lo he logrado
5	4	3	2

Al terminar esta guía considero que:	Coloque un número según lo considere dentro de la escala establecida
Recordaba los conceptos previos.	
Asimilé los conceptos nuevos.	
Desarrollé las prácticas asignadas	
La curiosidad del tema me llevó a investigar.	
Seguí las indicaciones señaladas en la guía.	
Hice buen uso del tiempo libre para estudiar y trabajar la guía.	
Si tengo acceso a las Tics las utilicé para profundizar en el tema.	
Total, de puntos obtenidos:	



Tema 7
Operaciones con Números en Notación Científica

Multiplicación y división con números en notación científica.

Aprenderás a realizar multiplicación y división con números escritos en notación científica. Esto te permitirá minimizar muchos cálculos y simplificar las operaciones.

Metas de Aprendizaje

Aplicar y comprender los conceptos es la meta que debes tener después de asimilar un contenido. Te invito a que después de terminada la guía seas capaz de decir lo siguiente.

- Distingo cuando debo multiplicar o dividir números en notación científica.
- Realizo correctamente el proceso para multiplicar números en notación científica.
- Puedo dividir sin dificultad números en notación científica.
- Aplico los procesos de multiplicación y división de números en notación científica en situaciones de la vida diaria.

La galaxia más cercana a la Tierra es Andromeda, se encuentra a aproximadamente 24 000 000 000 000 000 000 km.

Uff distancia muy grande, y si te cuento hay una mas enorme, es la GN-z11. La galaxia más lejana está a 32 billones años luz, esto en kilómetros es aproximadamente 303 000 000 000 000 000 000 000 km.

Es una cifra tan gigantesca que es difícil de leer. ¿Si te pidiera multiplicar o dividir estas distancias? Afortunadamente contamos con la notación científica.

Construyo mi Aprendizaje

Ahora vamos a multiplicar y dividir números escritos en notación científica con pasos sencillos, pero antes te invito a recordar algunos conceptos como el de notación científica y algunas propiedades de la potenciación. ¡Vamos!

1. Producto de potencia de igual base.
$(a^m)(a^n) = (a^{m+n})$

Ejemplos
a. $(3^3)(3^2) = (3^{3+2})$
$= 3^5$
$=243$

b. $(4^2)(4^2) = (4^{2+2})$
$=4^4$
$= 256$

División de base iguales:
am/an = am-n
Ejemplos:
a) $\frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$

b) $\frac{9^7}{9^4} = 9^{7-4} = 9^3 = 729$

Un número en notación científica, se encuentra formado por un número "a" mayor a 0 y menor que 10 ; multiplicado por una potencia de base 10.

$a \times 10^n$

donde:
a es un número tal que $0<a<10$

x es el símbolo que indica que está multiplicado por.

10 es la base

n es un número entero.

1. Actividad
Realiza las siguientes operaciones," utiliza las propiedades de la potenciación", antes mencionada.

Producto de Potencia de igual base	Cociente de Potencia de igual base
a) $(8^4)\ (8^{-2}) =$	a) $\frac{9^6}{9^5} =$
b) $(10^2)\ (10^2) =$	b) $\frac{-11^7}{-11^5} =$
c) $(-2^3)\ (-2^2) =$	c) $(-5^{-7}) \div (-5^{-9}) =$
d) $(-6^8)\ (-6^{-3}) =$	d) $\frac{23^{10}}{23^7}=$
e) $(5^7)\ (5^{-3})(5)=$	e) $(5^8) \div (5^3) =$

RECUERDA

Multiplicación de números en Notación Científica.
Te voy explicar en pasos muy sencillos:

- Solo debes aplicar la propiedad conmutativa (el orden de los factores no altera el producto).
- Agrupa los números que están al inicio de cada número con base 10.
- Suma los exponentes que tienen la base 10 (producto de potencia de igual base).

Veamos los siguientes ejemplos:

Observando y analizando el siguiente proceso, podrás comprender con mayor facilidad, como se resuelven las multiplicaciones con números en notación científica.

¡Presta atención!

Ejemplo 1: Multiplique los siguientes números

$$(\mathbf{2}\text{x}\mathbf{10}^{5})\ (\mathbf{3}\text{x}\mathbf{10}^{2})$$

Operación	**Multiplicar dos números en notación científica.**
Paso 1 $(2 \times 3) \times (10^{5} \times 10^{2})$	Agrupamos los números los términos de la ecuación.
Paso 2 $6 \times (10^{5+2})$	Multiplicamos los números que se encuentran adelante de la base 10.
Paso 3 $6 \times 10^{5+2}$	Aplicamos ley de los exponentes de la base 10 (potencia de igual base).
Paso 4 6×10^{7}	Resolvemos la suma de exponentes. Obteniendo la respuesta en notación científica.

Ejemplo 2: Multiplique

$$(\mathbf{4}\text{x}\mathbf{10}^{6})\ (\mathbf{7}\text{x}\mathbf{10}^{2})$$

Operación	**Multiplicar dos números en notación científica.**
Paso 1 $(4 \times 7) \times (10^{6} \times 10^{2})$	Agrupamos los números los términos de la ecuación.
Paso 2 $28 \times (10^{6} \times 10^{2})$	Multiplicamos los números que se encuentran adelante de la base 10.
Paso 3 $28 \times 10^{6+2}$	Aplicamos ley de los exponentes de la base 10 (potencia de igual base).
Paso 4 28×10^{8}	Resolvemos la suma de exponentes.
Paso 5 $2{,}8 \times (10^{1}) \times (10)^{8}$	Convertimos a notación científica el número 28 (0< a < 10)
Paso 6 $2{,}8 \times (10^{1}) \times (10^{8})$	Reagrupamos nuevamente la base 10.
Paso 7 $2{,}8 \times 10^{9}$	Sumamos los exponentes de la base 10 y encontramos el resultado.

RECUERDA	División de números en notación científica: Ahora que ya sabes multiplicar números en notación científica. Veamos los pasos para dividir estos mismos tipos números: - Debemos reagrupar los términos y los números que se encuentran delante de la base 10 y las base 10. - Dividimos los números que se encuentran delante de la potencia 10 por un lado. - Las potencias de base 10 debo restarles sus exponentes.

Realiza las siguientes divisiones operación:

Ejemplo 1:

Operación	$\frac{\mathbf{12} \times \mathbf{10^5}}{\mathbf{3} \times \mathbf{10^2}} =$	
Paso 1	$\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{3}} \times \frac{\mathbf{10^5}}{\mathbf{10^2}} =$	Agrupamos los números los términos de la ecuación.
Paso 2	$4 \times \frac{\mathbf{10^5}}{\mathbf{10^2}} =$	Dividimos los números que están delante de la base 10.
Paso 3	$4 \times 10^{5-2}$	Aplicamos ley de los exponentes de la base 10 (cociente de igual base).
Paso 4	4×10^3	Resolvemos la suma de exponentes. Obteniendo la respuesta en notación científica.

Ejemplo 2:

Operación	$\frac{80}{4} \times \frac{\mathbf{10}^9}{\mathbf{10}^5} =$	Dividir dos numero en notación científica.
Paso 1	$\frac{80}{4} \times \frac{\mathbf{10}^9}{\mathbf{10}^5} =$	Agrupamos los números que están delante de la base 10 y la base 10 con sus exponentes.
Paso 2	$20 \times \frac{\mathbf{10}^9}{\mathbf{10}^5} =$	Dividimos los números que están delante de la base 10.
Paso 3	$20\ x\ \mathbf{10}^{9-5} =$	Restamos los exponentes de la base 10 (cociente de igual base).
Paso 4	$20\ x\ \mathbf{10}^{4} =$	Resolvemos la operación de exponentes.
Paso 5	$(2{,}0 \times 10^1) \times 10^4$	Convertimos a notación científica 20, (0<a<10).
Paso 6	$(2{,}0 \times (10^1 \times 10^4)$	Reagrupamos nuevamente la base 10.
Paso 7	$(2{,}0 \times 10)^5$	Sumamos los exponentes de la base 10 y encontramos el resultado (producto de potencia de igual base).

¡Nunca olvides que!

- Un número en notación científica es un número menor que 10 y mayor que cero (1,2,3,4, 5, 6, 7, 8,9), multiplicado por una base 10 con exponente entero"
- Siempre se deben respetar la ley de los signos para todas las operaciones, que se realicen.

RECUERDA

Ahora que ya has comprendido los procesos para dividir y multiplicar números en notación científica, serás capaz de realizar las siguientes actividades, ¡suerte!

1. Realiza las siguientes operaciones con números en notación científica:

Multiplico	Divido
(2×10^{5}) x (3×10^{5})	$(18\times10^{12}) \div (-2\times10^{5})$
(-4×10^{7}) x (3×10^{-9})	$\frac{670 \text{ x } 10^{9}}{5 \text{ x } 10^{5}}$
(12×10^{10}) x (-3×10^{-5})	$(4\times10^{12}) \div (2\times10^{5})$
$(4\times10^{12}) \times (2\times10^{5})$	$\frac{-121 \text{ x } 10^{9}}{-11 \text{ x } 10^{5}}$
$(-80\times10^{14}) \times (2\times10^{11})$	$(170 \text{ x } 10^{12}) \div (2 \text{ x } 10^{5})$

2. ¿Eres capaz que identificar si las operaciones están correctas o no?
   a) Coloca un gancho si la repuesta esta correcta y una cruz si es incorrecta.

Operación	Respuesta	SI(√) / NO(X)
$\frac{7{,}2 \text{ x } 10^{9}}{-5{,}3 \text{ x } 10^{5}}$	$1{,}53$ X10^{4}	☐
$\frac{-169 \text{ x } 10^{9}}{-13 \; x \; 10^{5}}$	$1{,}3$ x 10^{5}	☐
$\frac{-450 \text{ x } 10^{9}}{50 \text{ x } 10^{5}}$	$9{,}0$ x10^{-4}	☐
$(-2{,}5\times10^{12})\times(-2{,}0\times10^{5})$	$5{,}0\times10^{17}$	☐
$(4{,}9\times10^{13})\times(2\times10^{-5})$	$8{,}9$ x10^{8}	☐
$(2{,}8\times10^{-5})\times(-6{,}2\times10^{9})$	$-1{,}73\times10^{5}$	☐
$(-14\times10^{12})\times(3\times10^{5})$	$4{,}2\times10^{18}$	☐

RAZONA Y REFLEXIONA

Las operaciones con números en notación científica tiene muchas aplicaciones. Ahora que dominas el proceso para la multiplicación, como también la división lo puedes poner en práctica. ¡Eres capaz!

3. Analiza las siguientes situaciones e identifica la operación que debes utilizar para encontrar una respuesta correcta.

Situación 1: Vinchas con molas

La señora Sami confecciona molas en la comunidad de Arimae (Prov. De Darién), le piden confeccionar $3{,}40 \times 10^4$, vinchas con molas para $2{,}0 \times 10^3$ niñas, que participaran en un festival.¿ Cuantas vinchas tendrá que confeccionar SAMI?

Solución:

Respuesta:

Situación 2: Patacón Gigante

Panamá logró récord mundial al preparar el patacón más grande del mundo; midió $3{,}4 \text{ X } 10^3$ milímetros de diámetro. Supongamos que te toca repartirlo en pedazos de $2{,}0 \times 10^2$ milímetros. ¿De qué tamaño serían los pedazos?

Solución:

Respuesta:

AJUSTES RAZONABLES	El estudio de estas operaciones con números escritos en notación científica (multiplicación y división); ha sido fascinante, ¿No lo crees?

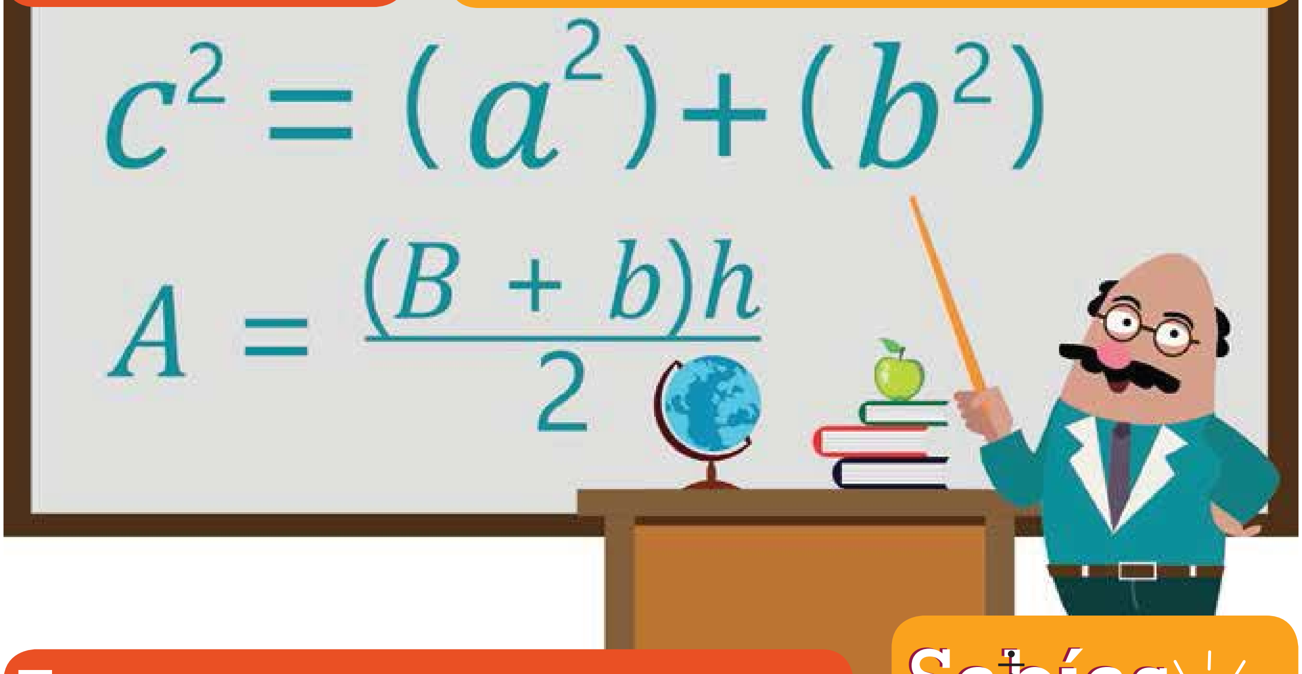
4. **¡Felicidades!** Acabas de llegar a la última de tus asignaciones! Aquí seras capaz de responder las siguientes preguntas.

Diga con sus palabras cual es el procedimiento para multiplicar dos números escritos en notacion cientifica.	
¿Cuál es la diferencia entre los procesos de la división y multiplicación de números en notación científica?	
Explica con sus palabras el análisis que utilizaste para resolver los problemas de análisis (vinchas de molas y el patacón Gigante)	
Diga que fue lo más difícil, lo más fácil y lo más interesante del tema desarrollado.	

Comprueba tus respuestas			
Construyo mi Aprendizaje	Aplica		Razona y Reflexiona
	Multiplica	Divide	Situación 1
1. Producto de potencia de igual base. a) 64 b) 10 000 c) 32 d) 7 776 e) 3 125	6×10^{10} $-1{,}2 \times 10^{-1}$ $-3{,}6 \times 10^{8}$ $-1{,}2 \times 10^{18}$ $-1{,}6 \times 10^{27}$	$-9{,}0 \times 10^{7}$ $1{,}34 \times 10^{6}$ $2{,}0 \times 10^{7}$ $1{,}10 \times 10^{5}$ $8{,}5 \times 10^{8}$	Respuesta: La señora Sami debe realizar $6{,}8 \times 10^{6}$, vinchas de molas.
2. Cociente de Potencia de igual base. a) 9 b) 121 c) 25 d) 12 167 e) 3125	2. Coloque un gancho si es correcta y una cruz se es incorrecta. 1. X 2. √ 3. X 4. √ 5. X 6. √ 7. X		Situación 2: Respuesta: Se debe dividir en $1{,}7 \times 10^{1}$ milímetros cada pedazo.

Área 2

ÁLGEBRA



Tema 8
Expresiones Algebraicas

Definición de Álgebra

Álgebra es una rama de las matemáticas que emplea números, letras y signos para generalizar las distintas operaciones aritméticas. El término proviene del latín algĕbra que, a su vez, deriva de un vocablo árabe que significa “reducción” o “cotejo”

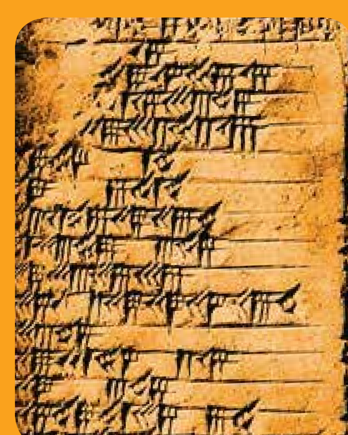
Metas de Aprendizaje

Aprender está de moda, porque nos hace sabios. Al terminar la lección deberás tener claras las siguientes interrogantes:

Escribe, lee, identifica, clasifica y reconoce un término algebraico atendiendo a sus características, valorando su utilidad en la representación del lenguaje común.

Sabías que...

La principal fuente de información sobre la civilización y la matemática babilónica procede de textos grabados con inscripciones cuneiformes en tablillas de arcilla. Observa la imagen:



Construyo mi Aprendizaje

Lee y analice cada definición:

Diferencia entre Álgebra y Aritmética

ARITMÉTICA	ÁLGEBRA
Solo se utilizan números y se explican las diferentes formas de utilizarlos (en las operaciones aritméticas). Ejemplos: 6 + 5 (7)(-3) 29	Se utilizan números, letras y signos. Permite representar fórmulas o ecuaciones que constituyen leyes o principios matemáticos. Ejemplos: El teorema de Pitágoras: $c^2 = (a^2) + (b^2)$ Área del trapecio: $A = \frac{(B + b)h}{2}$

1. Muestra comprensión lectora respondiendo las siguientes interrogantes:

¿Qué diferencias puedes encontrar entre cada definición?	¿Cómo crees tú que cada área mencionada es importante para resolver situaciones de la vida cotidiana que haz podio escuchar? Explica.

RECUERDA

Expresión algebraica: es toda constante, variable o bien a toda combinación de constantes y potencias de variables que estén ligadas por alguno de los símbolos $+$, $-$, $\times$, $\div$ finitas veces.

Término Algebraico y sus Partes

coeficiente

exponente

signo $\longrightarrow -9\underbrace{x^2y^4}_{\text{parte literal}}$

Constante: son los números reales que aparecen en una expresión algebraica. Si aparece acompañada de una letra recibe el nombre de coeficiente.

Variable: son las letras que aparecen en una expresión algebraica. Las variables pueden tomar cualquier valor que se les asigne. También se les denomina parte literal.

Exponente: número o expresión algebraica colocada a la derecha y por arriba de otra y que tiene la finalidad de indicar la cantidad de veces por la cual esta última expresión o número deberá multiplicarse.

DATOS DE INTERÉS

cada vez que no se indique el signo de un término algebraico se entiende que el mismo es positivo. Si un término algebraico no tiene coeficiente, el mismo equivale a 1 y si una variable no tiene exponente, éste equivale a 1. Al momento de expresar resultados los coeficientes y exponentes que tengan este valor (1) se omiten (no se colocan).

APLICA

Manos a la obra, muestra lo que sabes.

Afianza lo Aprendido #1

En las siguientes expresiones indica el signo, coeficiente, su parte literal y exponentes:

Expresión	Signo	Coeficiente	Parte literal	Exponentes
$-12y^4$				
$7xy^2$				
$3ab$				

Clases de Términos

Término racional: Es aquel que no tiene radical.
Ejemplos:

$$-16\,mn^2\ ;\ \frac{-1}{2}x^2;\qquad \frac{x^2+2x+1}{x+1}$$

Término irracional: Es aquel que contiene radical.
Ejemplos:

$$\frac{\sqrt{2x}}{y};\qquad \sqrt[3]{y^4}$$

Términos semejantes: son aquellos que tienen la misma parte literal (variable) con el mismo exponente.

Observación: *los términos* ***no semejantes****, evidentemente pueden no tener la misma parte literal o bien sus exponentes.*

Ejemplos:
En cada uno de los siguientes grupos de términos, clasifíquelos en semejantes o no semejantes:

1. $5m^2n$; $3x^2$; $\frac{-1}{2}x^2$; $-16\,mn^2$; $-3x2$; $2mn$

2. $5mn$; $-7mn$; $12x$; $13x^2$; $8\,nm$; $16xy$

Términos semejantes	Términos no semejantes
1. $3x^2$; $\frac{-1}{2}x^2$; $-3x^2$	1. $5m^2n$; $-16\,mn^2$; $2mn$
2. $5mn$; $-7mn$; $8\,nm$	2. $12x$; $13x^2$; $16xy$

Términos homogéneos: Son aquellos que tienen el mismo valor absoluto en grado.
Ejemplo:

$$3a^2bc^3\ ;\qquad 5x^4zw$$

Observación: *la suma de los exponentes en el primer término es: 2+1+3=6 y en el segundo es 4+1+1=6. En ambos casos la suma da el mismo resultado, por ello son homogéneos.*

Términos heterogéneos: Son aquellos que no tienen el mismo grado absoluto.
Ejemplo:

$$8a^5bc^2\ ;\ 8x^4w^2$$

Observación: *la suma de los exponentes en el primer término es: 5+1+2=8 y en el segundo es 4+2=6. En cada término la suma da resultados distintos (no tienen el mismo grado), por ello son heterogéneos.*

RAZONA Y REFLEXIONA

Es importante poder diferenciar los diferentes términos en una expresión algebraicas ¿Sabes por qué?

Afianza lo Aprendido #2

I. Dadas las siguientes expresiones, clasifíquelas en racionales o irracionales:

a. $\frac{\sqrt{ax}}{4}$

b. $9\,n^2p$

c. $\frac{-7\,a^2}{2}$

d. $\sqrt[3]{x^4y}$

II. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en semejantes y no semejantes:

1. $2ab$; $3ax$; $2xy$; $-9xy^2$; $-6ax$; $5ab2$; $-ax$
2. $12xz$; $3mn$; $2x^2$; $2mn^2$; $10\,mn$; $6x$

Términos semejantes	Términos no semejantes

III. En cada par de términos presentados, indique si son homogéneos o heterogéneos:

1. $3m^5np^3$; $5x^5y^2w$ ____________________________
2. $2abc^2$; $9abcd$ ____________________________
3. $-7y^3z^3$; $x^6y^2w^2$ ____________________________

Soluciones

Afianza lo Aprendido #1

En las siguientes expresiones indica el signo, coeficiente, su parte literal y exponentes:

Expresión	Signo	Coeficiente	Parte literal	Exponentes
$-12y^4$	-	12	y	4
$7xy^2$	+	7	x ; y	1 ; 2
$3ab$	+	3	a ; b	1 ; 1

Afianza lo Aprendido #2

I. Dadas las siguientes expresiones, clasifíquelas en racionales o irracionales:

a) Irracional
b) Racional
c) Racional
d) Irracional

II. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en semejantes y no semejantes:

1. $2ab$; $3ax$; $2xy$; $-9xy^2$; $-6ax$; $5ab^2$; $-ax$
2. $12xz$; $3mn$; $2x^2$; $2mn^2$; $10\ mn$; $6x$

Términos semejantes	Términos no semejantes
1 $3ax$; $-6ax$; $-ax$	1. $2ab$; $2xy$; $-9xy^2$; $5ab^2$
2 $3mn$;$10\ mn$	2. $12xz$; $2x^2$; $2mn^2$; $6x$

III. En cada par de términos presentados, indique si son homogéneos o heterogéneos:

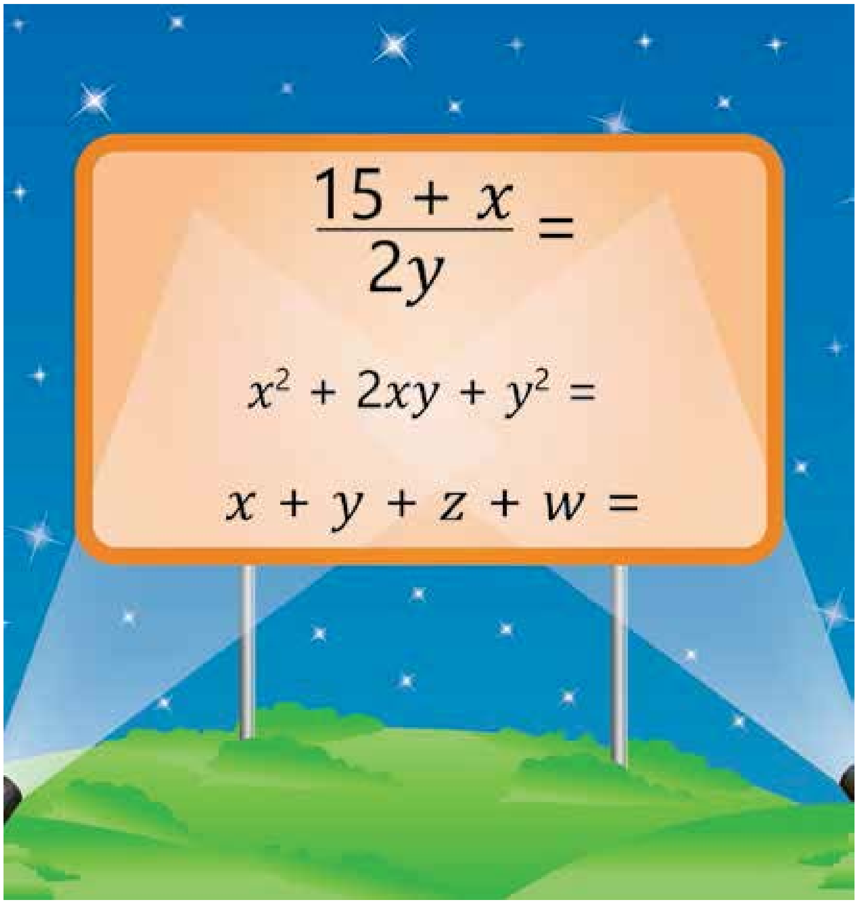
1. Heterogéneos
2. Homogéneos
3. Heterogéneos

Consultas Recomendadas

1. http://www.youtube.com/watch?v=RLFRKSy1b3s&feature=relmfu (Elementos de un término algebraico)

2. http://www.youtube.com/watch?v=iVF4Fqv0-ew (Clasificación de expresiones algebraicas)

3. http://www.youtube.com/watch?v=RknYrnby-bw (Partes de una expresión algebraica, reducción de términos semejantes).



Tema 9
Continuación...

Metas de Aprendizaje

Aprender está de moda, porque nos hace sabios. Al terminar la lección deberás tener claras las siguientes interrogantes:

- Define, identifica y clasifica expresiones algebraicas según la cantidad de términos.

- Determina el grado absoluto y relativo de expresiones algebraicas de acuerdo con el grado absoluto y relativo y realiza comparaciones entre los términos.

La principal fuente de información sobre la civilización y la matemática babilónica procede de textos grabados con inscripciones cuneiformes en tablillas de arcilla.

Observa la imagen:

Actividad diagnóstica

MONOMIOS	POLINOMIOS
Expresión algebraica que consta de un solo término.	Expresión algebraica que consta de dos o más términos. Algunos tipos de polinomios son: a) Binomio: polinomio que consta de dos términos. $\frac{15 + x}{2y}$ = ; $4x - 16x^2$ b) Trinomio: polinomio que consta de tres términos. $x^2 + 2xy + y^2$; $3x^2 - 6x - 1$; $16 - 14xy - 2my$ c) Cuatrinomio: polinomio que consta de cuatro términos. ; $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Observación: en el segundo término, el numerador $15 + x$ indica que la expresión es un binomio. La separación entre un término y otro se distingue por los signos positivo o negativo (+, -).

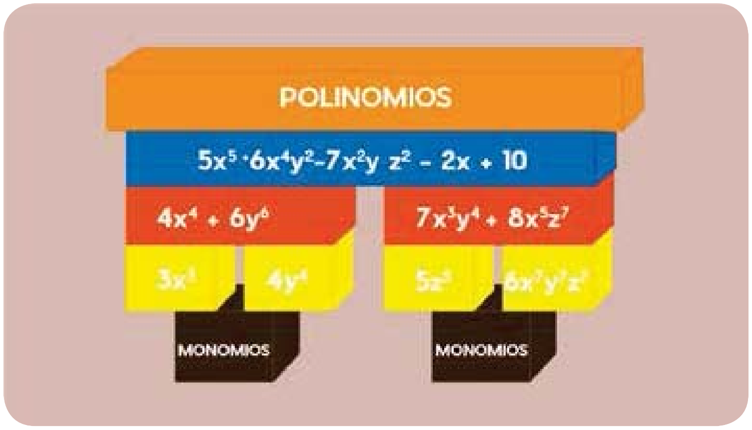
1. Muestra comprensión lectora respondiendo las siguientes interrogantes:

-¿Qué diferencias puedes encontrar entre un monomio y un polinomio en lo que acabas de leer?

- Comenta o investiga, ¿cómo crees que se le puede llamar a una expresión que contenga cinco términos?

RECUERDA

Una expresión algebraica se clasifica en monomio (un solo término) y polinomio (más de dos términos) separados por signos más o menos.



APLICA

Manos a la obra, muestra lo que sabes.

Afianza lo Aprendido #3

Clasifica las siguientes expresiones como monomios, binomios, trinomios o cuatrinomios según sea el caso.

a) $x^2 - 2xy + y^2$ ______________________

b) $2t^3 - 1$ ______________________

c) $10x - 25xy - 5y$ ______________________

d) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ______________________

e) $12a^2bc^3$ ______________________

f) $16a + 14b$ ______________________

g) $\frac{1}{2\,y} + x + y$ ______________________

h) $14xyz^4$ ______________________

Grado de una Expresión Algebraica

MONOMIOS	POLINOMIOS
Grado relativo: es el exponente que afecta cada letra. $3a^2b^5$ es de grado 2 respecto al letra a y de grado 5 respecto a la letra b. **Grado absoluto:** es la suma de los exponentes de las letras. $7xy^3z^2$ es de grado 6 pues la suma de los exponentes 1+3+2 =6	**Grado relativo:** es el mayor exponente de los términos. $4a^3b^2 + 5a^5b$ El grado relativo respecto a la letra a es 5 $4a^3b^2 + 5a^5b$ El grado relativo respecto a la letra b es 2 **Grado absoluto:** es la mayor suma de los exponentes de las variables de los términos del polinomio. $4a^3b^2 + 5a^5b$ En este caso en el primer término la suma es 3+2=5 y en el segundo 5+1=6. Por lo tanto, el grado absoluto es 6.

Afianza lo Aprendido #4

Determine el grado relativo y absoluto en las siguientes expresiones según se indique:

a) $11x^8y^2$

Grado relativo respecto a la variable x ____________

Grado relativo respecto a la variable y ____________

Grado absoluto:

b) $-12a^3b^6$

Grado relativo respecto a la variable a ____________

Grado relativo respecto a la variable b ____________

Grado absoluto: ____________

c) $4x^5y^2 + 6x^5y - xy^4$

Grado relativo respecto a la variable x ____________

Grado absoluto: ____________

d) $a^3b^4 + 5a^8b^2 - abc^5$

Grado relativo respecto a la variable a ____________

Grado absoluto: ____________

RAZONA Y REFLEXIONA

El conocimiento de las terminologías en el álgebra son importantes para desarrollar habilidades y destrezas en la resolución de problemas ¿Sabes por qué?

Evaluación #1

Nombre: ________________ Nivel: _______ Fecha: _____________ Valor: 30 pts.

I. En las siguientes expresiones indica el signo, coeficiente, su parte literal y exponentes: (8 pts.)

Expresión	Signo	Coeficiente	Parte literal	Exponentes
$-31y4z$				
$7b^2c^6$				

II. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en semejantes y no semejantes: (4 pts.)

1. $-8ac$; $-13ab$; $-19a^2b$; $8bc$; $-16ac$; $15ab^2$; $-ac$
2. x^2y^4 ; $10x^2y^4$; $15mn$; $2y^2$; mn^2 ; $-2x^2y^4$; $6y$

Términos semejantes	Términos no semejantes

III. Dada las siguientes expresiones, clasifíquelas en racionales o irracionales: (4 pts.)

a. $\dfrac{7}{\sqrt{x^2+y^2}} =$

b. $-7y^2 + \dfrac{x}{5} =$

c. $3\sqrt{5a^5x} =$

d. $5\,xy^2z^3 =$

IV. Clasifique las siguientes expresiones en monomios, binomio, trinomio o cuatrinomio, según sea el caso: (7 pts.)

a) $4m - 5n + 3p$
b) $x^2 - 1 + y - 2y^2$
a) $16 - 14xy - 2my$
b) $17a - 45$
c) $21mn^6$
d) $y^3 + 3xy^2 + yx^2 + x^3$
e) $\dfrac{15x^2+x}{2y}$

V. Determine el grado relativo y absoluto en las siguientes expresiones según se indique:(7 pts.)

a) $-8a^4m^3n^5$
Grado relativo respecto a la variable m__________
Grado relativo respecto a la variable n __________
Grado absoluto: __________

b) $5x6y + 13x5y3 - 6x4y2$
Grado relativo respecto a la variable x __________
Grado absoluto: __________

c) $10a8b2 + 5a8b - ab3c4$
Grado relativo respecto a la variable b __________
Grado absoluto: __________

Soluciones

Afianza lo Aprendido #3

a) Trinomio
b) Binomio
c) Trinomio
d) Cuatrinomio
e) Monomio
f) Binomio
g) Trinomio
h) Monomio

Afianza lo Aprendido #4

a) 8
2
10

b) 3
6
9

c) 5
7

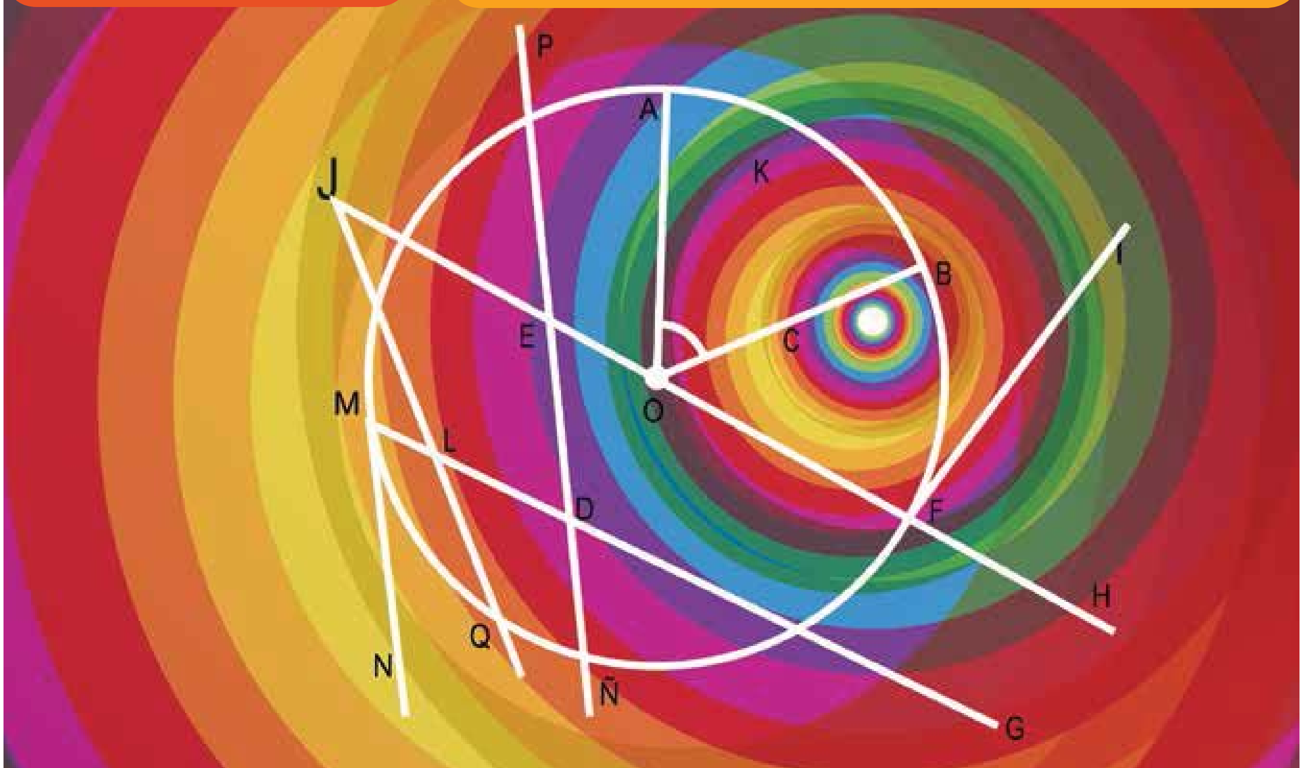
d) 8
10

Consultas Recomendadas

1. http://www.youtube.com/watch?v=RknYrnby-bw (Partes de una expresión algebraica, reducción de términos semejantes).
2. https://steemit.com/stem-espanol/@rbalzan79/expresiones-algebraica-monomios- y-polinomios-conformacion-operaciones-fundamentales-y-aplicacion-practica-a- la-ciencia

Área 3

GEOMETRÍA



Tema 10
El Círculo

Figura Plana

El círculo es la figura que se forma con todos los puntos que se encuentran en la superficie interna de la circunferencia.

Metas de Aprendizaje

Conocer sobre figuras geométricas nos ayudan a comprender mejor nuestro entorno. Al terminar la lección deberás ser capaz de:

1. Diferenciar entre una circunferencia y un círculo a través de su definición.

2. Trazar con seguridad ángulo en un círculo.

Sabías que...

El círculo tiene área y perímetro. El perímetro del círculo es la longitud de una circunferencia.

Construyo mi Aprendizaje

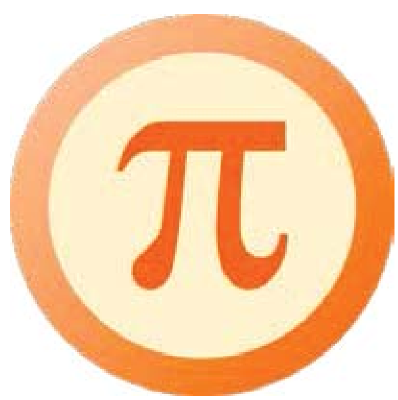
El Brindis de Traje

1. En la escuela la profesora de matemática les explica la definición de círculo con su respectivo material didáctico, pero aún así no está segura si sus estudiantes han comprendido el concepto. Para saber si han comprendido les dice que al día siguiente van a hacer un brindis de traje porque todos tienen que traer un alimento en forma de círculo, recordándole que se trata de una figura plana.

¿Qué cosas crees tú que llevarán los estudiantes?

2. Investiga

-¿Qué relación hay entre la constante π y el círculo?



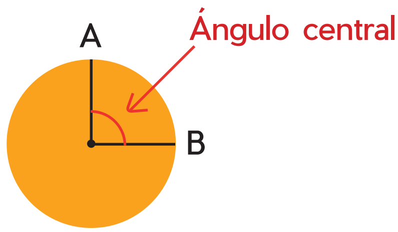
RECUERDA

Las unidades de medida para área deben estar elevadas al cuadrado: mm^2, cm^2, dm^2, m^2

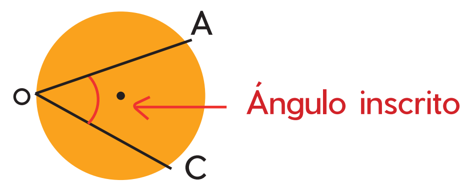
Ángulos en el círculo

En el área del círculo se pueden trazar varios tipos de ángulos los cuales se clasifican de acuerdo a la posición de su vértice y de sus lados en el círculo. Estos son:

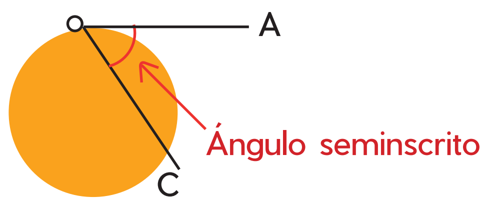
1. Ángulo central: Su vértice se encuentra en el centro de la circunferencia y sus lados son radios.



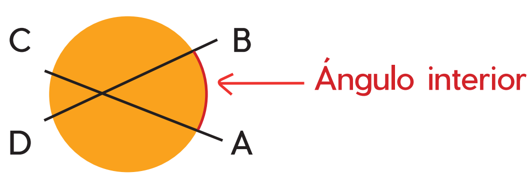
2. Ángulo inscrito: Su vértice es un punto de la circunferencia y sus lados son cuerdas.



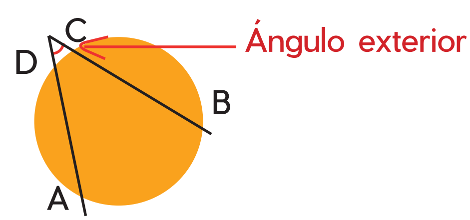
3. Ángulo seminscrito: Su vértice es un punto de la circunferencia, tiene un lado exterior como tangente y un lado interior como cuerda.



4. Ángulo interior: Sus lados son rectas secantes que se cortan en el interior de la circunferencia, siendo este punto de intersección el vértice.



5. Ángulo exterior: Tiene su vértice en el exterior del círculo y sus lados son rectas secantes de la circunferencia.



Área del círculo

El círculo es una figura plana por lo que tiene superficie o área, esta superficie se puede calcular con la siguiente fórmula $A = \varpi r^2$

Ejemplo: Calcule el área de un círculo cuyo radio mide 5cm

$A = \varpi r^2$
$A = (3,14)(5cm)^2$
$A = 15,7\ cm^2$

APLICA

Es importante apoyar en las actividades que se organicen en la comunidad para ser personas útiles a la sociedad, siempre y cuando se mantengan las medidas de higiene y seguridad.

3. Una comunidad desea pintar el piso de la capilla, con la particularidad que la capilla tiene forma circular. Si para cumplir con el distanciamiento social, se necesita un voluntario por cada $3m^2$, necesito saber cuánto mide el área del piso circular, pero solo sé que el piso tiene un diámetro de $14m^2$.

¿Cuánto mide el área que se debe pintar?

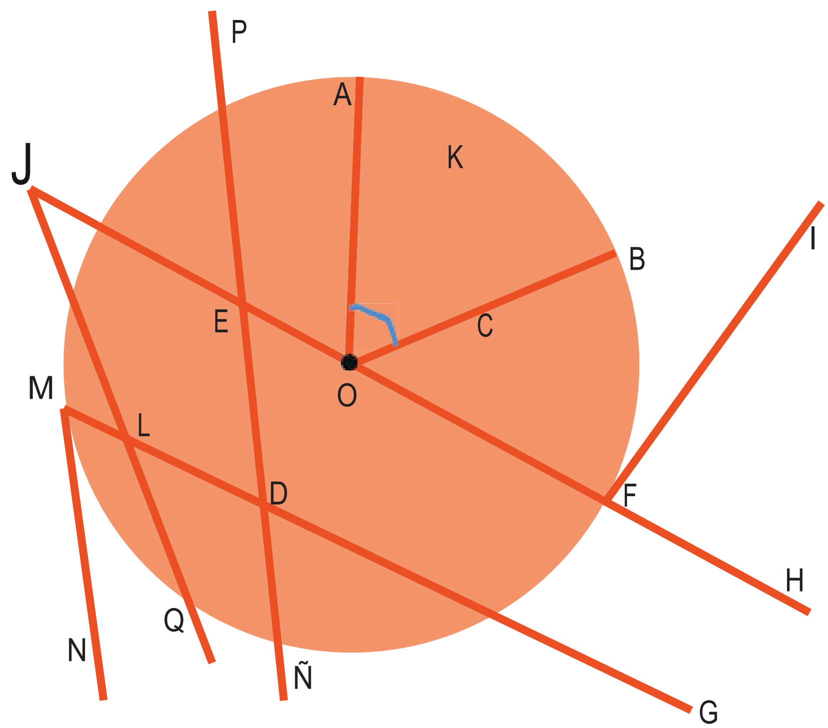
¿Cuántas personas como máximo pueden trabajar pintando la capilla?

RAZONA Y REFLEXIONA

Los ángulos se denotan con letras mayúsculas. Puedes nombrarlos sólo con la letra que representa el vértice o puedes nombrarlo con tres letras una que es el vértice y las otras dos que representan un punto de cada lado, colocando la letra del vértice en el centro. Ejemplo:

Se denota ∠B ó ∠ABC

4. En la siguiente imagen aparece un círculo con varios ángulos, señala de color azul los ángulos centrales, de rojo los ángulos inscritos, de verde los ángulos seminscritos, de naranja los interiores y de amarillo los exteriores.



Ángulos centrales	$\angle AOB$	
Ángulos inscritos		
Ángulos seminscritos		
Ángulos interiores		
Ángulos exteriores		

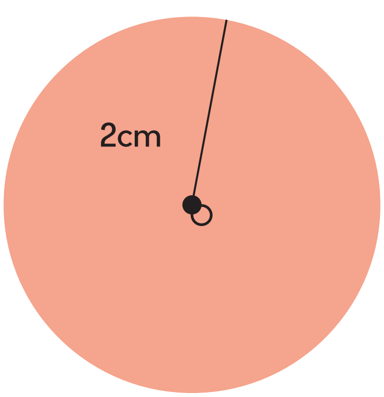
AJUSTES RAZONABLES

Te reto a encontrar en tu casa todos los objetos que representen círculos, te sorprenderá la cantidad que encontrarás.

5. Relacione los conceptos de la columna A con las definiciones de la columna B

A		B
Ángulo seminscrito		Tiene su vértice en el centro de la circunferencia.
Ángulo interior		Tiene el vértice encima de la circunferencia y los dos lados son cuerdas.
Ángulo central		Tiene su vértice en el área del círculo.
Ángulo exterior		Tiene su vértice encima de la circunferencia, un lado es una cuerda y el otro lado es tangente.
Ángulo inscrito		Tiene su vértice en la parte externa del círculo.

6. Calcula el área del siguiente círculo



$$A = \pi \cdot r^2$$

$A =$ ____________ $(\ \mathrm{cm})^2 \cdot \pi$

$A =$ ____________ $(\ \mathrm{cm}) \cdot (\ \mathrm{cm})$.

$A =$ ____________ $\pi\ \mathrm{cm}^2$.

REPÚBLICA DE PANAMÁ

GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN