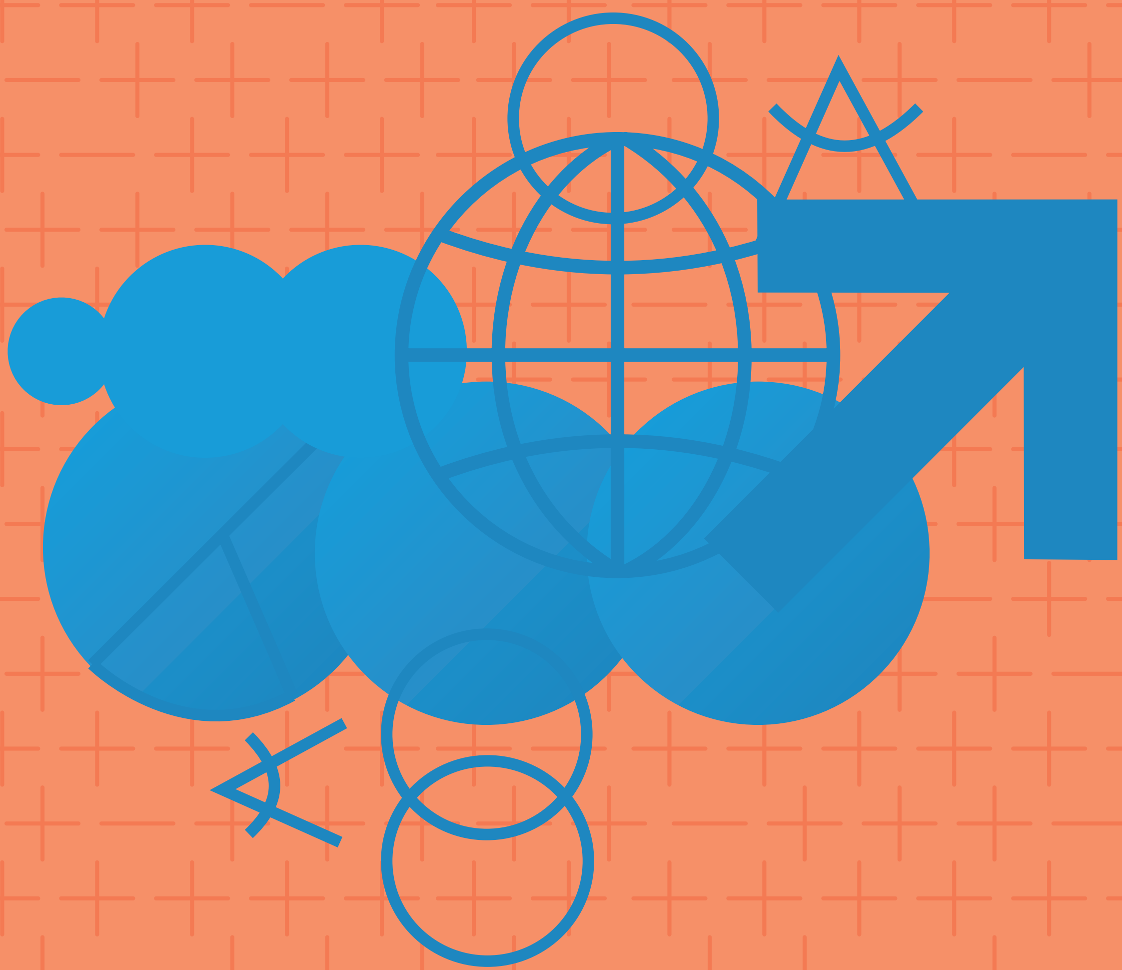
Matemática

3

TRANSICIONES

Entre primaria y secundaria

Cuaderno para docentes



conectar igualdad

educ.ar portal

educ.ar SOCIEDAD DEL ESTADO

Ministerio de Educación Argentina

Coordinación Pedagógica General: Valeria Aranda

Autores: Rodolfo Murúa y María Mónica Becerril.

Coordinación de Materiales Educativos: Alicia Serrano (coordinadora general), Gonzalo Blanco (coordinador editorial), Gabriela Baby (editora), Lucía Lapenda (diseñadora), Camila Torre Notari (diseñadora), María Florencia Nicolini (diseñadora) y Héctor Arancibia (documentalista).

Ministerio de Educación de la Nación
Pizzurno 935, CABA
República Argentina

Ministerio de Educación de la Nación
Matemática : cuaderno para docentes 3 / 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires :
Ministerio de Educación de la Nación, 2021.
Libro digital, PDF - (Transiciones : entre la primaria y la secundaria)
Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-00-1465-6
1. Educación Primaria. 2. Matemática. 3. Docentes. I. Título.
CDD 371.32

Presentación

Estos cuadernos tienen como propósito acompañar a las y los estudiantes que están concluyendo la primaria e inician la escolaridad secundaria. Y también a sus docentes, en el desafío de enseñar. En este sentido, el Ministerio de Educación pone a disposición recorridos de trabajo (con la estructura de secuencias de actividades), que pueden ser abordados en ambos niveles, sin perder de vista sus particulares modos de organización, pero con la misma perspectiva didáctica.

La selección, organización y alcance de las actividades intenta proponer algunas reflexiones sobre los tipos de experiencia que favorecen modos de relacionarse con los conocimientos, desde su relevancia, la construcción de sentido y su comprensión.

Los cuadernos son los siguientes:

Lengua / Prácticas del lenguaje
1. Poesía
2. La descripción en la narración
3. El cuento policial

Matemática
1. Multiplicar y dividir con Números Naturales
2. Proporcionalidad directa
3. Circunferencia, círculo y triángulos

Teniendo como meta la igualdad educativa, en pos de sostener la trayectoria escolar de las y los estudiantes en el paso de un nivel de escolaridad a otro, esperamos que estos materiales sean un recurso provechoso para docentes y estudiantes.

CIRCUNFERENCIA, CÍRCULO Y TRIÁNGULOS

Este cuaderno es el tercero de la colección Transiciones compuesta por tres cuadernos de Matemática y tres de Lengua y Literatura.

Este recorrido propone trabajar la circunferencia, el círculo y los triángulos.

¡Bienvenidas y bienvenidos!

Introducción

Este cuaderno propone una secuencia de trabajo que se hace cargo de las relaciones entre circunferencia, círculo y triángulos. Los problemas involucran tareas que propician vínculos cada vez más próximos al modo de trabajar y razonar en las clases de geometría.

Varios de los problemas propuestos fueron extraídos del Cuaderno 3 - Ciclo Básico de Seguimos Educando elaborado por Horacio Itzcovich.

El eje de la producción geométrica son las construcciones de las figuras y el estudio de sus propiedades. Es decir, para poder transitar este recorrido es necesario que la propuesta didáctica organice un trabajo dialéctico entre lo experimental y lo anticipatorio con lo argumentativo. Por eso, los problemas que se proponen permiten explorar, identificar, conjeturar y validar propiedades de las figuras a partir de construcciones que involucran uso de instrumentos geométricos y entornos de geometría dinámica. Se integra, como soporte opcional, el programa de geometría dinámica GeoGebra. Se espera que el uso de GeoGebra habilite problemas en los que las construcciones dejan de ser estáticas y que esta condición permita, por ejemplo, volver sobre las propiedades de las figuras a partir de la interacción con algunas de las funciones del entorno o acceder a tantos ejemplos como se desee en unos pocos segundos. En todo caso, se trata de una apuesta que bajo ciertas condiciones promueve avances hacia procesos de generalización.

Primera parte: Circunferencia y círculo

Actividad 1

a) A continuación se presenta dibujado un punto A. **Traten de dibujar varios puntos que estén a 3 cm de A. Pueden usar los instrumentos que necesiten.**

A

b) ¿Cuántos puntos que se encuentren a 3 cm de A podrán dibujarse?

c) Martina dice que ella pudo dibujar muchos. ¿Será cierto? ¿Hay alguna manera de dibujarlos a todos?

El objetivo de esta actividad es recuperar la noción de circunferencia como el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de un punto, en este caso de A. Además, aprovechando las producciones que surjan en el aula, se pueden recordar las definiciones de radio y diámetro.

En cuanto a las producciones de las y los estudiantes, es probable que en un primer momento de exploración utilicen la regla y marquen algunos puntos que cumplen la condición solicitada. Para ver algunas estrategias se pueden dirigir al Documento de Trabajo N°5: La Enseñanza de Geometría en el Segundo Ciclo (p.64 y p.92, 1998). Luego será un momento propicio para recordar la definición de circunferencia.

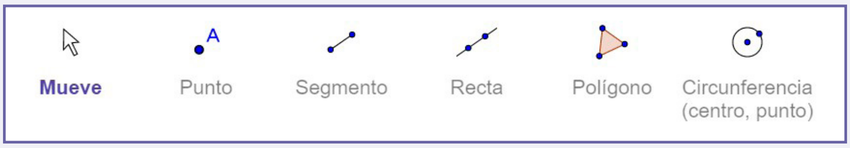
Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría

La aplicación *Geometría GeoGebra* permite explorar, conjeturar y analizar las propiedades de las figuras mediante tareas de construcción y, además, puede dar "pistas" para realizar una argumentación. Un dibujo realizado con GeoGebra admite movimientos, puede ser "arrastrado". Para que un dibujo, que representa a cierta figura, siga preservando sus propiedades frente al movimiento, se le tienen que explicitar las relaciones que definen a esa figura mediante las herramientas pertinentes del programa: ésta es una de sus virtudes. Cabe aclarar que, por un lado, cualquier cualidad que tenga el *software* no puede desligarse de la intencionalidad docente y, por el otro, resulta necesario que haya un espacio de negociación –y de reflexión– con las y los estudiantes sobre la pertinencia acerca de que una construcción "soporte el arrastre". Es decir, es muy probable que las primeras construcciones realizadas con GeoGebra se desarmen frente al movimiento de algunos de sus puntos móviles, pero esto no quiere decir que las y los estudiantes no tengan presente las propiedades que definen a la figura con la que estén trabajando. En tal caso, es tarea del docente indagar sobre esta cuestión, analizar las propiedades involucradas en la construcción e invitar a reflexionar por qué se desarma.

Presentamos un video explicativo para crear una cuenta en la página oficial de GeoGebra y armar archivos predeterminados.

Recuerden que en GeoGebra no se trabaja con centímetros ya que la imagen puede ampliarse o reducirse y de esta forma no se respetan longitudes en unidades de medida convencionales.

a) Con la herramienta *Punto* marcar un punto A en la pantalla tal como se muestra en la siguiente imagen:

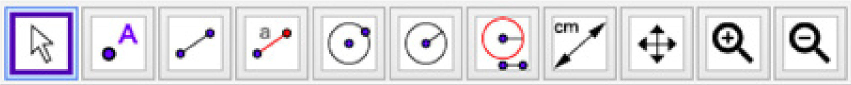


b) Luego dibujen otro punto que esté a 3 unidades de A.

c) ¿Cuántos puntos que se encuentren a 3 unidades de A podrán dibujarse? ¿Hay alguna manera de dibujarlos a todos?

En caso de que las y los estudiantes puedan disponer del programa GeoGebra se recomienda que ingresen por la opción *Geometría* ya que en este modo no se visualiza la cuadrícula ni los ejes cartesianos. Esta variable didáctica se asemeja a la hoja lisa del entorno del lápiz y papel.

Por otro lado, si es la primera vez que se utiliza el programa desde una computadora, se sugiere personalizar la barra de herramientas para evitar el exceso de comandos disponibles, como se muestra en la siguiente imagen:



A diferencia del lápiz y papel, GeoGebra brinda la posibilidad de mover los puntos. Por lo tanto, es esperable que algunos y algunas estudiantes ubiquen un punto cualquiera a cierta distancia de A y luego moviendo dicho punto ajusten la medida hasta que sea de 3 cm, utilizando la herramienta *Distancia*. Otra estrategia puede ser que utilicen la herramienta Segmento de Longitud Dada tomando como uno de los extremos del segmento el punto A y luego escribir en el recuadro de texto el número “3”. Aquí la o el docente puede solicitar que muevan el otro extremo del segmento y preguntar si la condición se sigue cumpliendo para las distintas ubicaciones.

La diversidad de estrategias es una ventaja que brinda el programa.

Actividad 2

Micaela vive en Córdoba capital. Con el siguiente mapa, quería comparar las distancias entre su ciudad y las capitales de La Rioja (La Rioja), San Juan (San Juan), Catamarca (San Fernando del Valle de Catamarca), Santa Fe (Santa Fe).

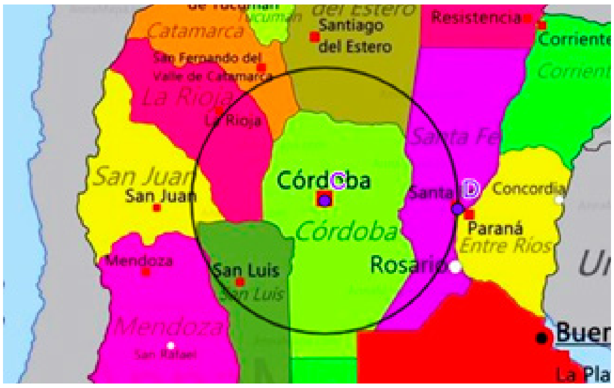
Ella no necesitó medir las distancias con regla sino que trazó una circunferencia con centro en Córdoba capital y de radio la distancia entre esta ciudad y Santa Fe capital.

Utilizando su procedimiento, ¿es posible ordenar las capitales mencionadas teniendo en cuenta su distancia a Córdoba capital? **Expliquen cómo se podrían ordenar.**

> Para dibujar una circunferencia pueden usar:
> - Un hilo: en un extremo atan un escarbadientes y en el otro, un lápiz. O bien pueden usar un compás.

La intención de esta actividad es que se utilice la circunferencia para determinar qué puntos (que representan capitales) están más cerca de otros.

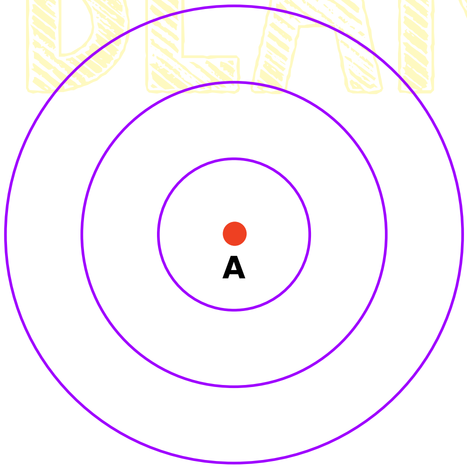
En caso de disponer del programa GeoGebra, se puede insertar la imagen del mapa con la herramienta *Imagen*. Luego se pueden utilizar las herramientas sobre ella. Por ejemplo, se puede trazar una circunferencia con herramienta *Circunferencia (Centro, Punto)* con centro en Córdoba capital y punto Santa Fe capital.



Actividad 3

Este dibujo de circunferencias concéntricas se usa para jugar al Tiro al blanco. Se coloca sobre una pared y, a cierta distancia, las y los jugadores lanzan sus dardos (también se puede jugar con pelotitas). Según donde caiga el dardo o la pelotita, varía el puntaje.

- Si la pelotita cae a menos de 1 cm (o a 1 cm) de A, se obtienen 100 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 1 cm de A pero a menos de 2 cm (o a 2 cm), se obtienen 50 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 2 cm del punto A pero a menos de 3 cm (o a 3 cm), se obtienen 10 puntos.



a) Pinten de rojo la zona en la que debe caer la pelotita para obtener 50 puntos.

b) Pinten de verde la zona en la que debe caer la pelotita para obtener 10 puntos.

c) Pinten de azul la zona en la que debe caer la pelotita para obtener 100 puntos.

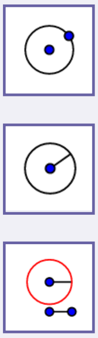
A partir de esta actividad es conveniente recordar la definición de círculo.

Actividad 4

Les proponemos armar un tiro al blanco con las siguientes condiciones:

- Si la pelotita cae a menos de 5 cm (o a 5 cm) de un punto A, se obtienen 100 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 5 cm de A pero a menos de 10 cm (o a 10 cm), se obtienen 50 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 10 cm de A pero a menos de 15 cm (o a 15 cm), se obtienen 10 puntos.

Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría



Les proponemos armar un tiro al blanco con las siguientes condiciones:

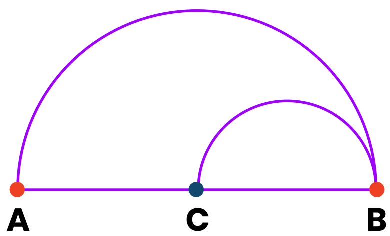
- Si la pelotita cae a menos de 5 unidades (o a 5 unidades) de un punto A, se obtienen 100 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 5 unidades de A pero a menos de 10 unidades (o a 10 unidades), se obtienen 50 puntos.
- Si la pelotita cae a más de 10 unidades de A pero a menos de 15 unidades (o a 15 unidades), se obtienen 10 puntos.

Para dibujar una circunferencia cuentan con tres herramientas: *Circunferencia (centro, punto)*, *Circunferencia (centro, radio)* y *Compás*. Les recomendamos explorarlas para que luego identifiquen cuál es la más conveniente para construir el tiro al blanco.

En caso de utilizar GeoGebra se propone abordar una actividad previa donde se exploren las tres herramientas mencionadas para indagar sobre sus similitudes y diferencias.

Actividad 5

El siguiente dibujo está formado por algunas figuras:



Hagan una copia de la figura dada. Justifiquen por qué creen que su dibujo es una copia de la misma.

La intención de esta Actividad es que las y los estudiantes identifiquen las relaciones que definen a la figura, independientemente de las medidas utilizadas. Para esto es recomendable solicitarles que escriban los pasos de sus construcciones.

Actividad 6

Les proponemos **seguir las siguientes instrucciones:**

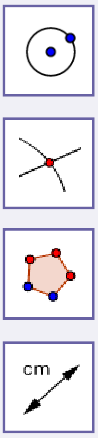
a) Tracen una circunferencia de centro A y en la misma circunferencia marquen un punto B.
b) Tracen una circunferencia de centro B que pase por A.
c) Marquen los puntos de intersección de las dos circunferencias y llámenlos C y D.
d) Tracen los segmentos AC, CB, BD y DA.

¿El cuadrilátero ACBD es un rombo? Si lo es, **expliquen por qué sin realizar mediciones.**

Recuerden que un rombo es un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales.

Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría

Sigan las siguientes instrucciones:



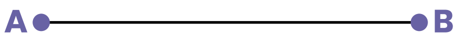
a) Con la herramienta *Circunferencia (centro, punto)* tracen una circunferencia de centro A y punto B.
b) Con la misma herramienta, tracen una circunferencia de centro B que pase por A.
c) Elijan la herramienta *Intersección* y seleccionen una circunferencia y luego la otra. Luego de este paso el programa tuvo que haber marcado los puntos de intersección C y D.
d) Con la herramienta *Polígono* presionen sobre los puntos A, C, B, D y sobre A nuevamente.

¿El cuadrilátero ACBD es un rombo? Si lo es, expliquen por qué sin utilizar la herramienta *Distancia*.

El objetivo de esta actividad es que las y los estudiantes entren en el “terreno” de la argumentación vía relaciones y prescindiendo de la medida.

Actividad 7

Este segmento AB mide 5 cm.



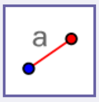
a) Marquen un punto que esté a 3 cm de A y que al mismo tiempo esté a 4 cm de B. ¿Cuántos puntos se podrán marcar que cumplan esa condición?

b) Marquen ahora un punto que esté a 6 cm de A y que al mismo tiempo esté a 2 cm de B. ¿Es cierto que hay dos puntos que cumplen esa condición?

c) ¿Será cierto que no hay ningún punto que esté a 2 cm de A y al mismo tiempo a 2 cm de B? ¿Por qué creen que ocurre esto?

d) Marquen un punto que esté a 2 cm de A y al mismo tiempo a 3 cm de B. ¿Cuántos puntos hay que cumplen esa condición?

Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría



Con la herramienta *Segmento de longitud* dada tracen un segmento con extremos A y B de 5 unidades.

a) Marquen un punto que esté a 3 unidades de A y que al mismo tiempo esté a 4 unidades de B. ¿Cuántos puntos se podrán marcar que cumplan esa condición?

b) Marquen ahora un punto que esté a 6 unidades de A y que al mismo tiempo esté a 2 unidades de B. ¿Es cierto que hay dos puntos que cumplen esa condición?

c) ¿Será cierto que no hay ningún punto que esté a 2 unidades de A y al mismo tiempo a 2 unidades de B? ¿Por qué creen que ocurre esto?

d) Marquen un punto que esté a 2 unidades de A y al mismo tiempo a 3 unidades de B. ¿Cuántos puntos hay que cumplen esa condición?

La intención de esta actividad es estudiar cuando dado un segmento, dos circunferencias con centro en sus extremos se intersecan.

Por otro lado, este problema se va a retomar en la segunda parte del cuaderno Triángulos para conceptualizar la desigualdad triangular.

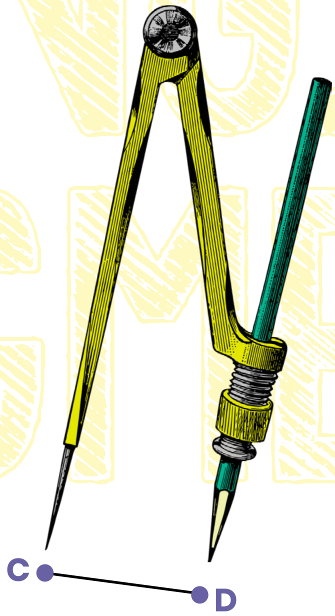
Con respecto al GeoGebra, si hubo un recorrido de trabajo con el programa, esta es una oportunidad para discutir la diferencia entre el uso de la herramienta *Circunferencia (Centro, Punto)* y *Circunferencia (Centro, Radio)*. En el primer caso, al ajustar el radio para que cumpla la condición solicitada, se pierde al desplazar algún punto. En cambio, al utilizar la herramienta *Circunferencia (Centro, Radio)*, la relación se mantiene invariante frente al movimiento.

Actividad 8

Rocío tenía que hacer un segmento en su carpeta de la misma longitud que CD:

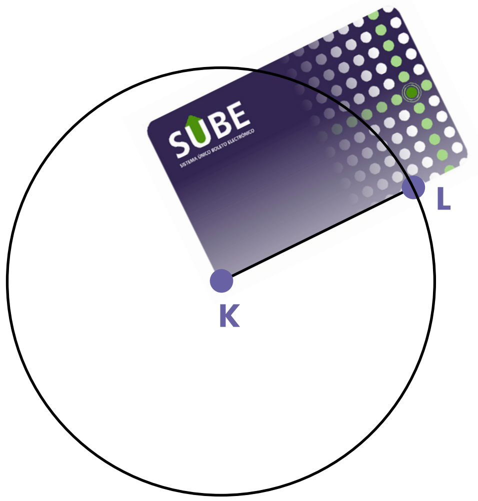
Pero como no tenía regla, usó el compás y su tarjeta SUBE e hizo lo siguiente:

Pinchó el compás en C y lo abrió hasta D, como se muestra en la siguiente imagen.



Después, en su carpeta, pinchó el compás en cualquier lugar y a ese punto lo llamo K. Luego, sin cambiar la abertura seleccionada, hizo una circunferencia con centro K.

Finalmente, como se muestra en la siguiente imagen, eligió el punto L de la circunferencia y lo unió, utilizando su tarjeta, con el centro K.



Su respuesta fue que KL tiene la misma longitud que CD. ¿Fue correcto su procedimiento?

¿Podría haber elegido cualquier otro punto de la circunferencia para trazar el segmento pedido? **Expliquen su respuesta.**

El propósito de esta actividad es que las y los estudiantes se apropien de la técnica presentada, utilizando regla no graduada y compás, para trasladar un segmento dado. Esta estrategia será un insumo importante para la construcción de triángulos.

Actividad 9

Dado este segmento AB, con compás y regla no graduada*, **tracen en sus cuadernos un segmento cuya longitud sea el doble del segmento dado.**

*Llamamos regla no graduada a cualquier objeto que nos permite trazar una recta (o un segmento) que no contenga las unidades de medida. Por ejemplo, la tarjeta SUBE del problema anterior o el borde del DNI o el borde de la regla que no tiene los centímetros y milímetros marcados.

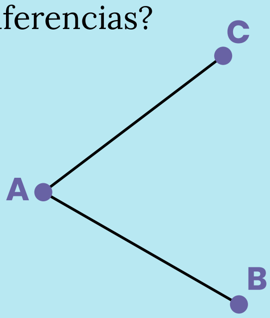
Aquí se presenta una actividad donde se pretende estudiar otra de las funciones del compás: en este caso, duplicar la longitud de un segmento. Para validar esta técnica, será necesario recurrir a la idea de radio.

Actividad de Estudio 1

a) Si le tuvieras que explicar a una compañera o a un compañero qué es una circunferencia, ¿qué le dirías? ¿Y un círculo?

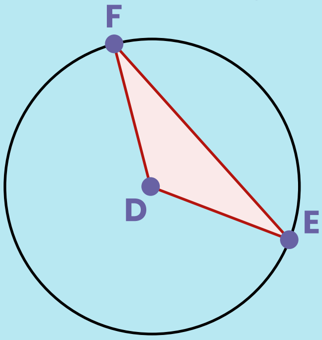
b) Revisen los nueve problemas trabajados. ¿Pueden identificar en ellos para qué les sirvió el trazado de circunferencias?

c) Con regla no graduada y compás, completen el siguiente dibujo para que resulte un rombo:



Luego argumenten por qué efectivamente su dibujo representa a un rombo.

d) Analía tenía que construir un triángulo isósceles, es decir que tenga dos lados iguales. Para hacerlo, construyó una circunferencia, eligió los puntos F y E (pertenecientes a la misma) y luego determinó el triángulo FED.



¿Es cierto que el triángulo FED es isósceles? Si lo es, justifiquen por qué sin realizar mediciones.

Esta actividad es una buena ocasión para ofrecerles a las y los estudiantes un momento de reflexión y revisión, o sea, un trabajo de estudio sobre esta primera parte del cuaderno. El “machete” es un dispositivo que se interpreta como un conjunto de notas referidas al contenido trabajado. Una forma de que los y las jóvenes formen parte activa en el estudio previo a una evaluación. “De esta manera, se está enseñando a los alumnos a organizar un repaso, que no necesariamente debe realizarse antes de una prueba, sino que puede hacerse en cualquier momento del aprendizaje” (Napp et al, 2005, p.17). Es decir, la elaboración de un “machete” es un objeto de enseñanza y forma parte del proceso de aprendizaje, un momento muy importante de estudio. Además, puede formar parte de un trabajo colaborativo. entre las y los estudiantes para luego compartir ideas en un padlet o documento en la nube. Por último, es esperable que las y los estudiantes puedan contar con el machete elaborado, ya sea el propio o el “colectivo”, en el momento de la evaluación.

Segunda parte: Triángulos

Actividad 10

Con los instrumentos de geometría que consideren necesarios, **construyan en sus carpetas un triángulo con un lado que mida 4 cm y otro lado que mida 6 cm.**

Comparen su construcción con la que hizo un compañero o una compañera. ¿Dibujaron triángulos iguales?

Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría

Si es posible, construyan un triángulo con un lado que mida 4 unidades y otro lado que mida 6 unidades.

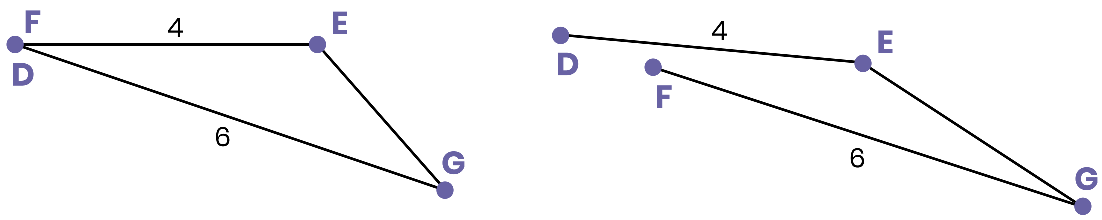
Comparen su construcción con la que hizo un compañero o una compañera. ¿Dibujaron triángulos iguales?

Si mueven alguno de los vértices con la herramienta *Elige y Mueve*, ¿el triángulo dejó de ser triángulo? En caso de que siga siendo triángulo, ¿dos de sus lados continúan midiendo 4 y 7 unidades respectivamente?

El objetivo principal de esta actividad es discutir la cantidad de triángulos que se pueden construir dados dos lados y analizar las diferentes estrategias de comparación que se pongan en juego.

Como hemos mencionado en la introducción, es muy probable que las y los estudiantes realicen triángulos que se desarmen o no mantengan las medidas solicitadas para dos de sus lados al mover sus vértices. Por ejemplo, si utilizan la herramienta *Segmento* y luego con la herramienta *Medida* van ajustando su longitud hasta que sea de 4 unidades, esta relación se perderá al mover alguno de sus vértices.

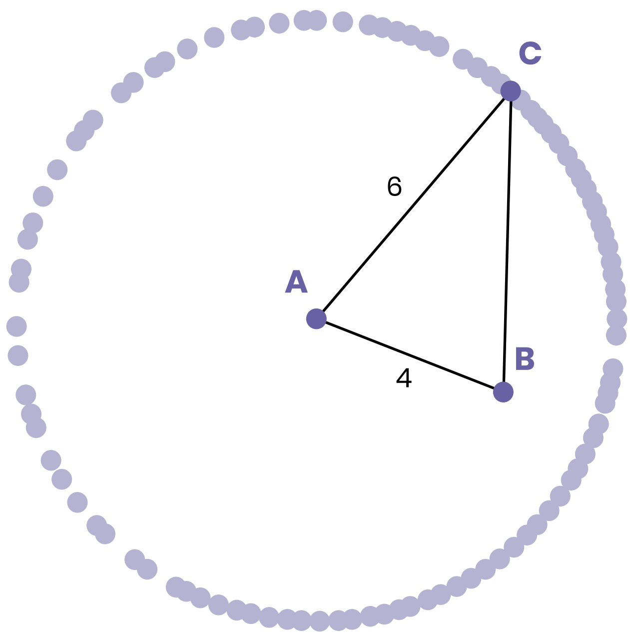
Si se trazan dos segmentos con la herramienta *Segmento de longitud* dada sin que compartan un extremo y luego se ajustan dos puntos para que "coincidan", al mover por ejemplo F, el triángulo se desarma, como se muestra en la siguiente imagen:



El alumno o la alumna que hizo esta construcción consideró las condiciones del problema pero no tuvo en cuenta que GeoGebra no permite ajustar "a ojo" dos puntos para que coincidan. En este caso, cabe abrir la discusión en el aula: ¿Es una ventaja que la construcción "soporte el arrastre", es decir, que se construya una "familia" de triángulos de lados de 4 y 6 unidades, de modo que al mover cualquier vértice estas condiciones se mantengan? La potencialidad de la construcción que soporta el arrastre es que permite materializar "todos" los triángulos, sin necesidad de dibujar muchos casos particulares.

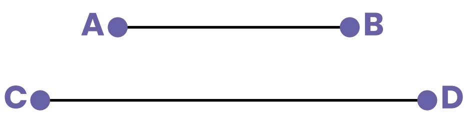
Más aún, para validar que dados dos lados se pueden construir infinitos triángulos, el o la docente puede preguntar con respecto a la construcción que soporta el arrastre: *al mover el punto C, ¿qué figura geométrica describe? ¿Por qué?*

Una vez deducido que se trata de una circunferencia, más allá de que se puede activar el rastro del punto C y visualizarla, resultaría interesante que se valide por qué C se mueve sobre dicho objeto geométrico.



Actividad 11

Construyan en sus carpetas, con regla no graduada y compás, un triángulo que tenga un lado de la misma longitud que el segmento AB y otro de la misma longitud que el segmento CD.



Nota: les sugerimos volver a la actividad 8 como punto de apoyo.

En caso de disponer del programa GeoGebra o de la aplicación GeoGebra Geometría

Abran el [siguiente archivo] donde verán dos segmentos (AB y CD). Construyan en otro lugar de la pantalla un triángulo que tenga un lado de la misma longitud que el segmento AB y otro de la misma longitud que el segmento CD.

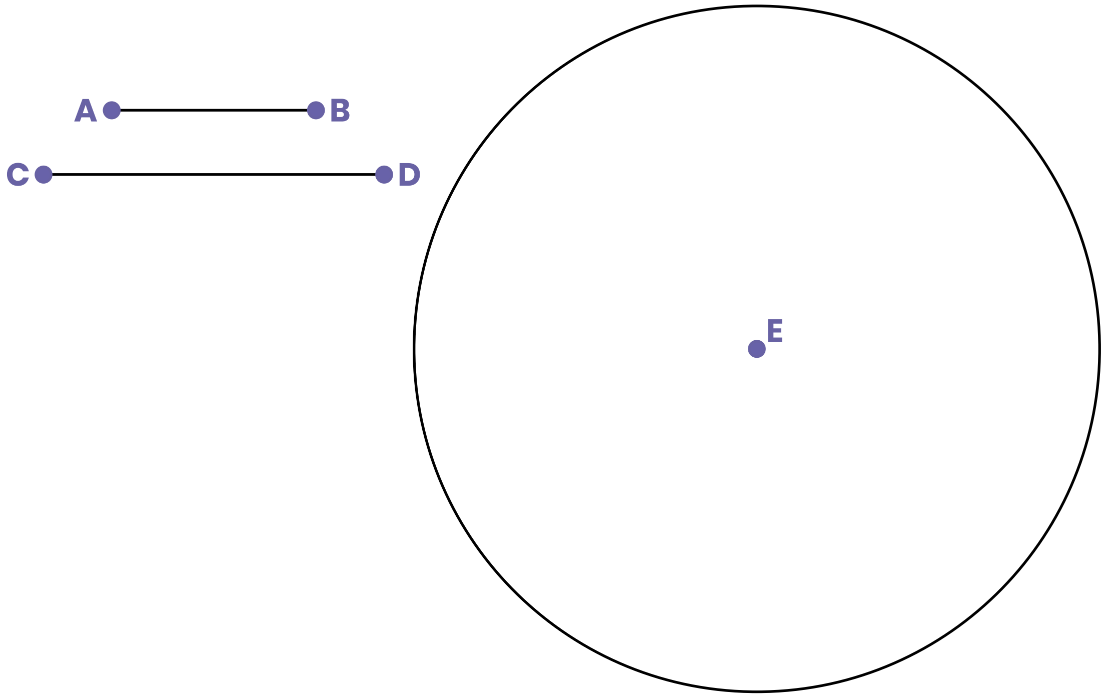
A diferencia de la actividad anterior, aquí se presentan los dos segmentos y las y los estudiantes no pueden utilizar regla graduada. Esta variable didáctica permite recuperar lo trabajado en la Actividad 8: el uso del compás para trasladar segmentos. Para observar estrategias, invitamos a leer el documento Matemática-Geometría, Aportes para la enseñanza (p.32-35, 2007).

En este caso, el o la docente deberá crear un archivo con los dos segmentos dados. Una variable didáctica tiene que ver con la longitud de los segmentos, ya que al utilizar la herramienta *Segmento*, sus medidas resultan variables, mientras que no sucederá así con la herramienta *Segmento de longitud* dada. Nuevamente, se podrá optar por personalizar la barra de herramientas para focalizar las estrategias de resolución.

Otra posibilidad, más acotada, para abordar los mismos conceptos de la actividad planteada consiste en analizar la siguiente producción de una hipotética alumna:

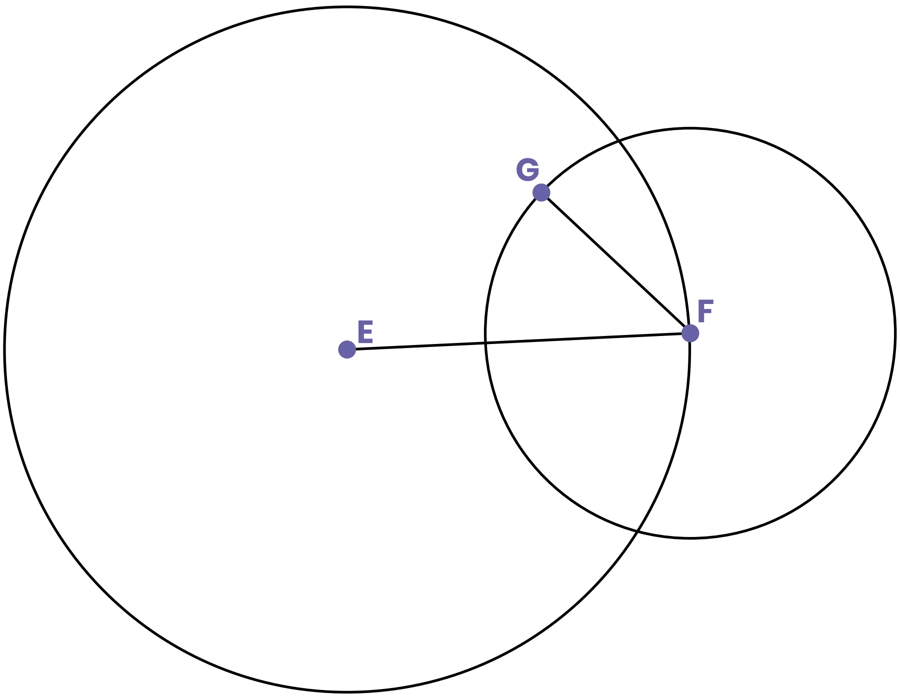
Para resolver la actividad anterior, Greta hizo la siguiente construcción.

1. Con la herramienta *Compás* seleccionó el segmento CD y luego trasladó la circunferencia como se muestra en la siguiente imagen.



2. Con la herramienta *Punto* marcó F en la circunferencia y con la herramienta *Segmento* trazó el segmento EF.

3. Con la herramienta *Compás*, seleccionó el segmento AB y trasladó la circunferencia hasta que el centro sea F. A continuación, marcó un punto G sobre esta última circunferencia.



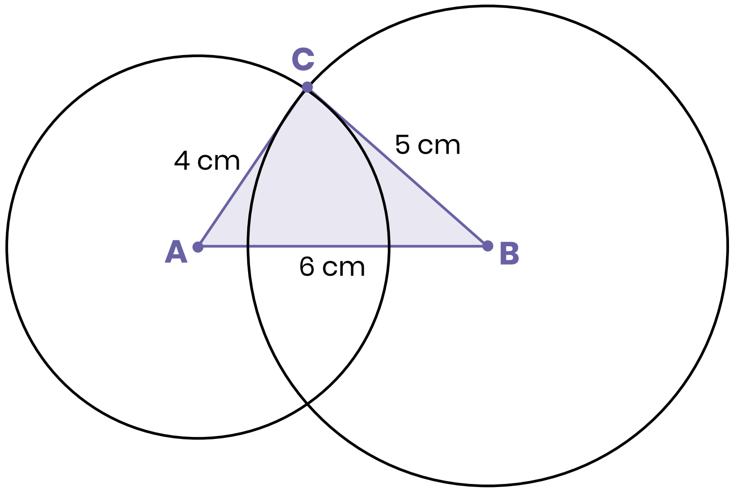
4. Finalmente, con la herramienta *Polígono*, marcó el triángulo EFG.

¿El triángulo EFG cumple lo pedido? Al mover el punto G, ¿se siguen cumpliendo las condiciones pedidas en el enunciado del problema?

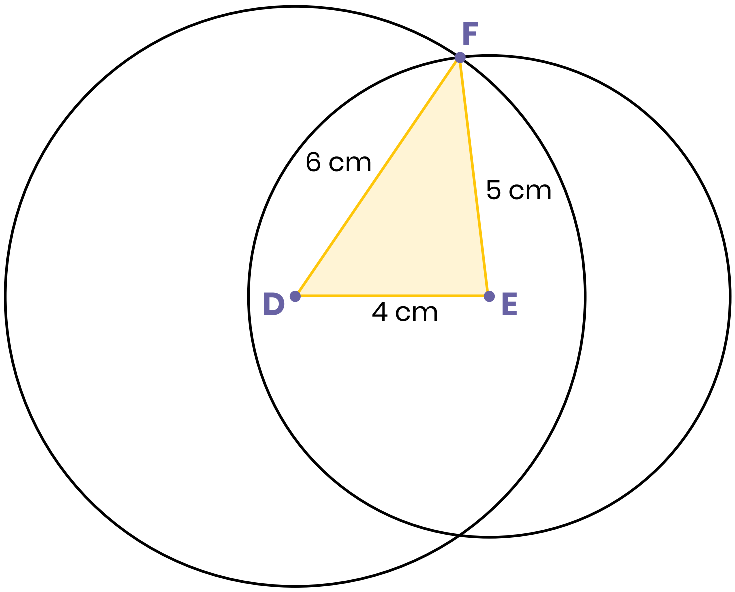
Actividad 12

a) Construyan en sus carpetas, si es posible, un triángulo que tenga un lado de 6 cm, otro de 4 cm y un tercero de 5 cm. Si les parece que la construcción no se puede hacer, expliquen por qué. Si creen que es posible, justifiquen por qué su triángulo cumple lo pedido.

b) Mariana comenzó la construcción haciendo un segmento de 6 cm. Luego trazó con el compás dos circunferencias (una con centro en A y otra con centro en B) de radios 4 cm y 5 cm respectivamente. Finalmente marcó uno de los puntos de intersección y lo llamó C.



Pedro hizo lo mismo pero comenzó por el lado más chico, como se muestra en la siguiente imagen:



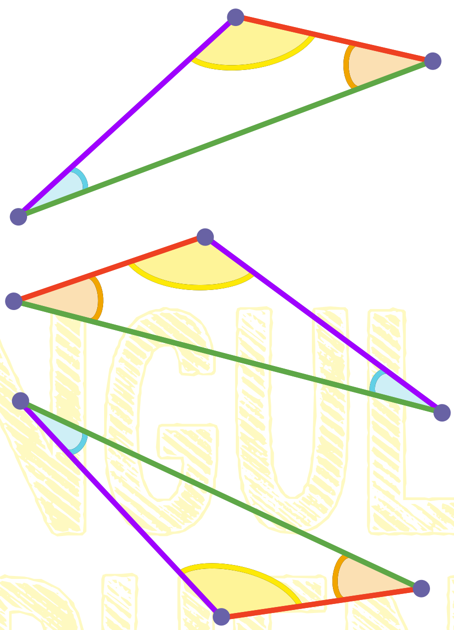
¿El triángulo ABC de Mariana cumple lo pedido? ¿Y el triángulo DFE de Pedro? Expliquen sus respuestas.

c) ¿Los triángulos ABC y DFE son iguales? Expliquen su respuesta.

Anteriormente se había llegado a la conclusión: dados dos lados se pueden construir infinitos triángulos con esas longitudes. La intención de esta actividad es preguntarse cuántos triángulos se pueden construir dados tres lados.

Luego de la discusión colectiva, retomando las explicaciones de los y las estudiantes, se propone plantear la siguiente definición de congruencia de triángulos (Sessa et al, 2015):

> En esta actividad y en las siguientes, nos va a interesar el “tamaño” de los triángulos pero no su posición en la hoja. Se dice que dos triángulos son congruentes si cada lado de uno es igual a cada lado del otro y los ángulos correspondientes también son iguales. Es decir que dos triángulos son congruentes si al superponerlos resultan iguales, sin importar en qué posición estén. A veces, cuando dos triángulos son congruentes, se dice que son iguales.



Aclaramos que al ser un cuaderno de articulación entre la escuela primaria y la escuela secundaria, se propone el tratamiento de los criterios de congruencia de triángulos para una segunda etapa.

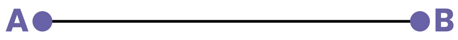
Actividad 13

Construyan en sus carpetas, si es posible, un triángulo que tenga un lado de 6 cm, otro de 4 cm y un tercero de 1 cm. Si les parece que la construcción no se puede hacer, expliquen por qué. Si creen que es posible, justifiquen por qué su triángulo cumple lo pedido.

Actividad 14

En la Actividad 7 de la primera parte del cuaderno resolvieron la siguiente actividad:

Este segmento AB mide 5 cm.



a) Marquen un punto que esté a 3 cm de A y que al mismo tiempo esté a 4 cm de B. ¿Cuántos puntos se podrán marcar que cumplan esa condición?

b) Marquen ahora un punto que esté a 6 cm de A y que al mismo tiempo esté a 2 cm de B. ¿Es cierto que hay dos puntos que cumplen esa condición?

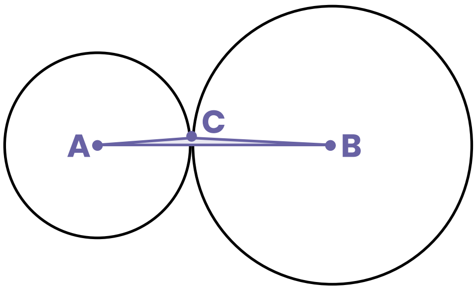
c) ¿Será cierto que no hay ningún punto que esté a 2 cm de A y al mismo tiempo a 2 cm de B? ¿Por qué creen que ocurre esto?

d) Marquen un punto que esté a 2 cm de A y al mismo tiempo a 3 cm de B. ¿Cuántos puntos hay que cumplen esa condición?

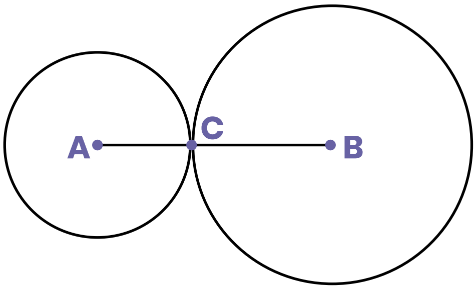
A continuación, **les pedimos que resuelvan lo siguiente:**

Si ahora al punto que marcaron en cada ítem lo llaman C, ¿en cuáles de los ítems de la Actividad 7 es posible formar el triángulo ABC?

Francisco dice que en el ítem d) es posible formar el triángulo ABC, aunque queda muy "finito".



En cambio, Julieta dice que no es posible formar un triángulo porque el punto de intersección C entre las circunferencias está en el segmento AB.



¿Con quién están de acuerdo? Argumenten su respuesta.

Actividad 15

A continuación se dan varias opciones para las medidas de los tres lados de un triángulo. Usando regla y compás, **construyan en sus carpetas, si es posible, cada triángulo. En caso de no ser posible, expliquen por qué.**

a) AB = 5 cm; BC = 6 cm; CA = 8cm.
b) AB = 5 cm; BC = 3 cm; CA = 9 cm.
c) AB = 3 cm; BC = 2 cm; CA = 5 cm.
d) AB = 7 cm; BC = 2 cm; CA = 7 cm.

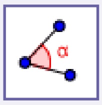
Las actividades 13, 14 y 15 tienen la intención de conceptualizar la desigualdad triangular. El "avance" entre estas dos últimas es que en la Actividad 14 un lado está fijo -y los otros dos son variables-, mientras que en la 15 se plantean ternas de lados.

Actividad 16

Dibujen, si es posible, dos triángulos diferentes donde cada uno tenga un lado de 5 cm y otro de 2 cm. El ángulo que forman esos dos lados debe medir 30°.

Con el programa GeoGebra o la aplicación GeoGebra Geometría

Dibujen, si es posible, dos triángulos diferentes donde cada uno tenga un lado de 5 unidades y otro de 2 unidades. El ángulo que forman esos dos lados debe medir 30°.



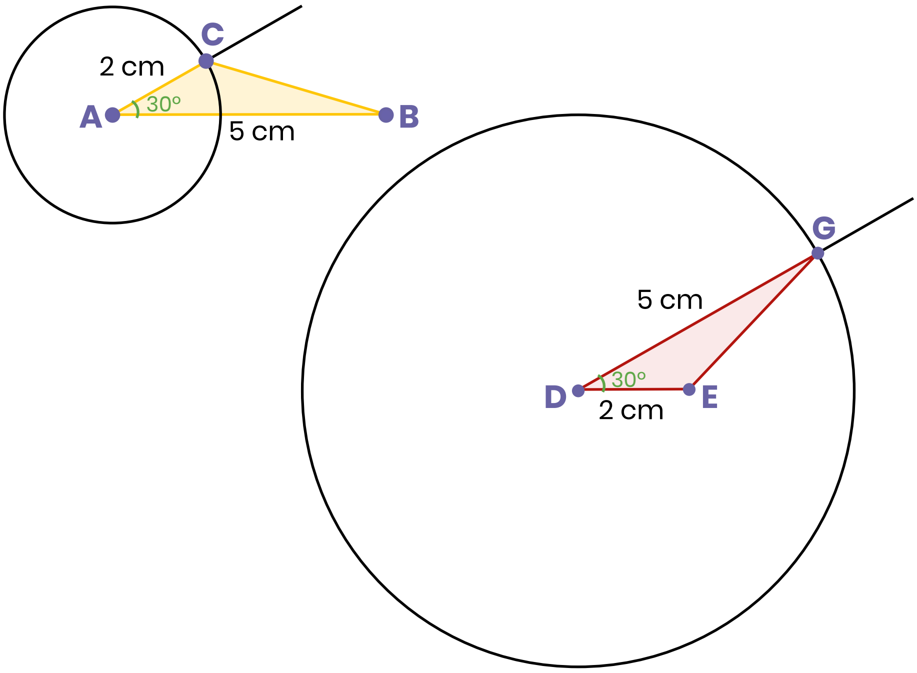
Nota: Para trazar un ángulo de 30° se puede usar la herramienta *Ángulo* dada su amplitud.

Hasta aquí las construcciones propuestas solo involucraron lados de un triángulo. En esta oportunidad se pretende que las y los estudiantes indaguen sobre la cantidad de triángulos posibles de construir dados dos lados y el ángulo que forman. Con respecto a la unicidad del triángulo, seguramente surjan explicaciones basadas en la experiencia empírica, por ejemplo, recortar los triángulos y superponerlos.

Esta es una nueva oportunidad para discutir con los y las estudiantes el porqué algunas construcciones se desarman y otras no.

Actividad 17

Ramón intentó resolver la actividad anterior e hizo estos dos dibujos:

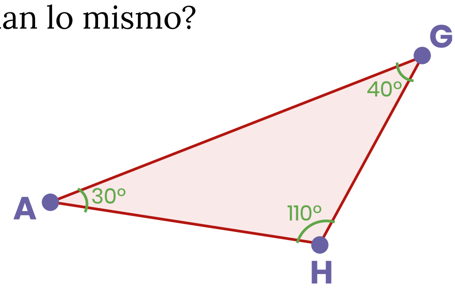


¿Los triángulos ABC y DEG son iguales o distintos? **Expliquen su respuesta.**

Si bien en esta actividad la validación sigue siendo empírica, se propone el uso de la circunferencia como una estrategia posible para realizar la construcción.

Actividad 18

Flavia construyó este triángulo. ¿Es posible construir otro distinto cuyos ángulos interiores midan lo mismo?



Nuevamente, aquí se propone estudiar la cantidad de triángulos posibles a construir dados ciertos datos. En caso de que las y los estudiantes intenten copiar el triángulo dado, una intervención posible del o la docente es preguntar si la longitud del lado AH podría ser otra.

Actividad 19

Dibujen en sus carpetas, si es posible, dos triángulos diferentes donde cada uno tenga un lado de 6 cm y los ángulos que "apoyan" sobre ese lado midan 40° y 30°.

Esta última actividad pretende abordar el criterio de congruencia faltante, aunque no se explicite en esos términos.

Actividad de Estudio 2

En la siguiente tabla se proponen, en cada fila, datos para construir un triángulo. Decidan si con esos datos es posible construir un único triángulo, más de uno o ninguno. **Completen la tabla con SÍ o NO argumentando sus respuestas.**

Datos	Puede construirse un único triángulo	Pueden construirse varios triángulos diferentes	No puede construirse ningún triángulo
Un lado mide 3 cm, otro lado mide 4 cm y el tercero mide 5 cm			
Un lado mide 3 cm, otro lado mide 4 cm y el tercero mide 7 cm			
Un lado mide 5 cm, otro 7 cm y un ángulo 30°.			
Un lado mide 4 cm, otro lado mide 7 cm y el ángulo que forman mide 45°.			
Un ángulo mide 20°, otro ángulo mide 100° y el tercer ángulo mide 60°.			
Un ángulo mide 30°, otro ángulo mide 120° y el tercer ángulo mide 40°.			
Un lado mide 5 cm y los ángulos que "apoyan" sobre ese lado miden 50° y 60°			

Actividad de Estudio 3

Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. ¿Por qué? Vale revisar las actividades anteriores, ensayar con dibujos o recurrir a cualquier otra idea que les resulte interesante.

a) Pueden construirse varios triángulos diferentes si se conoce la medida de dos de sus lados.

b) Si se conoce la medida de dos lados de un triángulo y la amplitud del ángulo que forman, puede construirse un único triángulo.

c) Si se conocen las medidas de dos lados diferentes de un triángulo isósceles pueden construirse dos triángulos isósceles distintos.

d) Si se conoce la medida de un lado de un triángulo equilátero, puede construirse un único triángulo equilátero.

e) Conociendo la amplitud de los tres ángulos de un triángulo, puede construirse un único triángulo.

f) Si se conocen solamente la amplitud de dos ángulos de un triángulo y la longitud de uno de sus lados, pueden construirse muchos triángulos diferentes.

PARA REFLEXIONAR

Bibliografía

Broitman, C; Itzcovich, H; Parra, C.; Sadovsky, P. (1998). *La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, Documento de actualización curricular N° 5. Dirección de Currícula, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en:
https://www.buenosaires.gob.ar/sites/gcaba/files/ep_ac_mate_doc5.pdf

Itzcovich, H. (2020). *Cuaderno 3. Seguimos Educando.* Ciclo Básico. Ministerio de Educación de la Nación. Disponible en:
https://www.educ.ar/recursos/152261/seguimos-educando-educacion-secundaria-ciclo-basico-cuaderno-3?from=151358#gsc.tab=0

Laborde, C. y Capponi, B. (1994). *Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique.* Recherches en didactique des mathématiques, 14 (1), 165-210.

Napp, C, Novembre, A, Sadovsky, P, Sessa, C (2005). *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio.* Documento N°2. Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires-Secretaría de Educación-Subsecretaría de Educación Dirección General de Planeamiento.

Sessa C., Borsani V., Lamela C., Murúa R. (2016). *Hacer Matemática* 1/2. Provincia de Buenos Aires. Editorial Estrada.

Sessa, C.; et. al. (2008). *Aportes para la enseñanza.* Nivel Medio, Buenos Aires, Dirección de Currícula del Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Disponible en:
https://www.buenosaires.gob.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_media.pdf