

## Módulo 1- Procesos básicos para el aprendizaje efectivo de las matemáticas

### Presentación



“Lo único que interfiere con mi aprendizaje es mi educación”

Albert Einstein

La enseñanza de las matemáticas no sólo se cubre en el aula de una escuela, a lo largo de los años, agricultores, arquitectos, maestros, artistas, cantantes, padres de familia lo han hecho a través de diversos medios.

Es así como el Conde Contar enseña a los pequeños a contar al derecho y al revés, mientras los niños ven el televisor; Dan Brown , autor del best seller Código Da Vinci, enseña matemáticas dando una descripción de una de las salas del Museo del Louvre detallando la forma geométrica de su piso; y los artistas enseñan matemáticas como los españoles Enrique y Ana quienes en los años 80's enseñaron a niños hispanoparlantes a multiplicar hasta la tabla del 12 por medio de sus canciones.



...es decir, las matemáticas están en todo. Todos las usamos a diario, consciente o inconscientemente. Así hayamos sido buenos o malos alumnos de matemáticas, todos vivimos con ellas.

Pero entonces:

**¿Por qué, si se convive a diario con ellas, existen tan bajos resultados en pruebas reconocidas por organismos mundiales?**

Analicemos los resultados de la prueba PISA.

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés), tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del saber. PISA saca a relucir aquellos países que han alcanzado un buen rendimiento y, al mismo tiempo, un reparto equitativo de oportunidades de aprendizaje, ayudando así a establecer metas ambiciosas para otros países.

Las pruebas de PISA son aplicadas cada tres años. Examinan el rendimiento de alumnos de 15 años en áreas temáticas clave y estudian igualmente una gama amplia de resultados educativos, entre los que se encuentran: la motivación de los alumnos por aprender, la concepción que éstos tienen sobre sí mismos y sus estrategias de aprendizaje. Cada una de las tres evaluaciones pasadas de PISA se centró en un área temática concreta: la lectura (en 2000), las matemáticas (en 2003) y las ciencias (en 2006); siendo la resolución de problemas un área temática especial en PISA 2003. El programa está llevando a cabo una segunda fase de evaluaciones en el 2009 (lectura), 2012 (matemáticas) y 2015 (ciencias).

La participación en PISA ha sido extensa. Hasta la fecha, participan todos los países miembros, así como varios países asociados. Los estudiantes son seleccionados a partir de una muestra aleatoria de escuelas públicas y privadas. Son elegidos en función de su edad (entre 15 años y tres meses y 16 años y dos meses al principio de la evaluación) y no del grado escolar en el que se encuentran. Más de un millón de alumnos han sido evaluados hasta ahora. Además de las pruebas en papel y lápiz que miden la competencia en lectura, matemáticas y ciencias, los estudiantes han llenado cuestionarios sobre ellos mismos, mientras que sus directores lo han hecho sobre sus escuelas.

Una vez completada la primera fase de nueve años, PISA continuará el seguimiento del rendimiento de los alumnos en tres áreas temáticas principales, pero también buscará profundizar su introspección sobre las evaluaciones venideras. Hará esto mediante el desarrollo de mejores formas de seguimiento del progreso de los alumnos, haciendo posibles comparaciones más precisas entre el rendimiento y la instrucción, y haciendo uso de evaluaciones informatizadas. Estas innovaciones serán exploradas inicialmente como componentes suplementarios y opcionales de PISA, pero que serán integradas al núcleo del programa en aquellos casos en que se considere apropiado. (Fuente: Pisa en español [http://www.pisa.oecd.org/document/25/0,3343,en\\_32252351\\_32235731\\_39733465\\_1\\_1\\_1\\_1,0.html](http://www.pisa.oecd.org/document/25/0,3343,en_32252351_32235731_39733465_1_1_1_1,0.html))

En la prueba de matemáticas en el año 2003, México ocupó el lugar 35 de 41 países a los que se les aplicó la prueba. Los resultados de nuestro país estuvieron muy por debajo de la media

propuesta por la OCDE de 500 puntos. En el 2006 México aumentó 20 puntos, pero con un total de 406 puntos aún se encuentra muy por debajo del promedio de la OCDE.

### **¿Qué es lo que más le preocupa al maestro del aula?**

No sólo le preocupa que su alumno apruebe la materia de matemáticas, además quiere formar a un individuo capaz de resolver problemas en su vida diaria. Un alumno que cuando planea la fiesta de graduación sepa graduarse sin poner dinero de su bolsa; que cuando sepa la distancia en kilómetros de su ciudad natal a la playa más cercana, pueda calcular las horas manejando para llegar sano y salvo a su destino; que sea capaz de planear un buen negocio, obtener un préstamo con la mejor tasa de interés y diseñar un plan financiero de vida para su retiro.

El reto del maestro de matemáticas es formar un alumno que vea soluciones donde otros ven problemas. Si el alumno se reconoce con habilidades para resolver problemas cotidianos, probablemente será capaz de desenvolverse adecuadamente en el mundo tan competitivo en el que le tocará vivir

**En este sentido la pregunta sería:**

### **¿Cuál es el camino y los procesos que acompañan un aprendizaje efectivo de las matemáticas?**

#### **¿Cuál es la ruta o el camino?**

Al inicio del camino, los alumnos y los maestros caminan juntos y es el docente el que prepara el viaje al mundo del conocimiento análogamente como un guía prepara el camino para la realización de una expedición...

Analicemos juntos la planeación del camino.

## Módulo 1- Procesos básicos para el aprendizaje efectivo de las matemáticas

### Tema 1- Identificación de Procesos, competencias y aprendizaje efectivo

El tema 1, está compuesto por los siguientes subtemas:

1. El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas
2. Los procesos básicos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas.
3. Competencias docentes para promover un aprendizaje de las matemáticas centrado en el alumno.
4. El aprendizaje sólido y significativo en las matemáticas.
5. Hacia la aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana.

#### Subtema 1. El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

“Necesitamos oír algunas ideas nuevas, más osadas sobre este problema”

Robert Oppenheimer

La importancia del fracaso o el éxito de la enseñanza de las matemáticas estriban en las implicaciones sociales de ambos calificativos, el cual se traduce en el logro o fracaso del alumno en términos de aprendizaje. Si bien las calificaciones no necesariamente reflejan el aprovechamiento escolar, son consideradas generalmente como un índice numérico que representa “el grado” de lo aprendido, educado o enseñado. (Díaz- Barriga, 2000).

Por tanto se hace necesario el conocer primero lo que significan los términos:



#### ✓ EDUCACIÓN.

Generalmente, se entiende por **Educación** el complejo de operaciones que proveen a una persona de toda la información y normas requeridas que lo capaciten para vivir, de acuerdo a las sugerencias y las exigencias de la sociedad a la cual pertenece.

De esta manera,

**Educación** es el conjunto de conocimientos, órdenes y métodos

mediante los cuales se ayuda a un individuo en el desarrollo y mejora de las facultades intelectuales, morales y físicas; por tanto, la **Educación** no necesariamente crea facultades en el educando, sino que coopera en su desenvolvimiento y precisión (Ausubel, Novak y Hanesian, 1990).

Además de su concepción universal, la Educación reviste características especiales que están en función de la idiosincrasia del individuo y de la sociedad en la que está inmerso.

### ✓ APRENDIZAJE

Es comúnmente aceptado que **Aprender** es importante para el desarrollo humano, pero existen diversas opiniones acerca de las causas, naturaleza, procesos y consecuencias, lo que hace difícil el establecer una definición que cubra los preceptos de todas y cada una de las **teorías** que pretenden explicar el **aprendizaje**.

El **Aprendizaje** tiene una importancia fundamental para el hombre, ya que cuando éste nace, se encuentra en el mundo desprovisto de medios intelectuales y motores de adaptación.



Durante el desarrollo normal de los primeros años de vida, a pesar de la importancia que reviste, ninguna definición de aprendizaje es aceptada por todos los teóricos, investigadores y profesionales de la educación, ya que existen desacuerdos sobre su naturaleza.

### ✓ ENSEÑANZA.

#### • **Conceptualización.**

El propósito esencial de la **enseñanza** es la transmisión de información mediante la comunicación directa o soportada en medios auxiliares, que presentan un mayor o menor grado de complejidad y costo.

#### • **Proceso de enseñanza**

Veamos cómo se lleva a cabo el **proceso de enseñanza**:



- **Propósito**

En este sentido, la enseñanza se propone,

- 1 **Reunir los hechos, clasificarlos, compararlos y**
- 2 **Descubrir sus regularidades, sus necesarias interdependencias (tanto las de carácter general como las internas).**

Cuando se recorre el camino de la enseñanza, al final, como una consecuencia obligada, la percepción de la realidad habrá cambiado, tendrá características cuantitativas y cualitativas diferentes, no se limitará sólo al plano abstracto sino que continuará elevándose más y más hacia lo concreto e intelectual, o lo que es lo mismo, hacia niveles más altos de concretización, donde, sin dejar de considerarse lo teórico, se logra un mayor grado de comprensión del proceso real, (Neuner y Babanski, 1981)

**Todo proceso de enseñanza es un motor impulsor del desarrollo y al mismo tiempo un mecanismo de retroalimentación positiva que favorecerá el progreso del individuo en el futuro.**

Este proceso de enseñanza deviene en una poderosa fuerza de desarrollo, que promueve la apropiación del conocimiento necesario para asegurar la transformación continua y sostenible del entorno del individuo, en aras de su propio beneficio como ente biológico y de la colectividad, de la cual, es un componente inseparable.

La enseñanza se ha de considerar estrecha e inseparablemente vinculada a la educación y, por lo tanto, a la formación de una concepción determinada del mundo y también de la vida. No debe olvidarse que,

- 1 Los contenidos de la propia enseñanza determinan, en gran medida, su efecto educativo;
- 2 Que la enseñanza está de manera necesaria, sujeta a los cambios condicionados por el desarrollo histórico-social, a las necesidades materiales y espirituales de las colectividades;
- 3 Que su objetivo supremo ha de ser siempre tratar de alcanzar el dominio de todos los conocimientos acumulados por la experiencia cultural.

La enseñanza existe para el aprendizaje; sin ella, éste no se alcanza en la medida y cualidad requeridas; mediante ella, el aprendizaje estimula y *motiva* (Leontinev, 1991)

- **Proceso de enseñanza aprendizaje**

Así, los dos aspectos, integrantes de un mismo proceso de **enseñanza-aprendizaje**, conservan cada uno por separado, sus particularidades y peculiaridades, al tiempo que conforman una unidad entre la función orientadora del maestro o profesor y la actividad del educando.

La **enseñanza** es siempre un complejo **proceso dialéctico y su evolución** está condicionada por las contradicciones internas, que constituyen y devienen en indetenibles fuerzas motrices de su propio desarrollo (Perez, 1992); lo cual, está regido por leyes objetivas y las condiciones fundamentales que hacen posible su concreción.

El proceso de enseñanza, con todos sus componentes asociados, debe considerarse como un sistema estrechamente vinculado con la actividad práctica del hombre, que en definitiva, condiciona sus posibilidades de conocer, comprender y transformar la realidad que lo circunda. Dicho proceso se perfecciona constantemente como una consecuencia obligada del quehacer cognoscitivo del hombre, con respecto al cual debe organizarse y dirigirse. En esencia, tal quehacer consiste en la actividad dirigida al proceso de obtención de los conocimientos y a su aplicación creadora en la práctica social (Lookwood, 1999).

La enseñanza tiene un punto de partida y una premisa pedagógica general en sus objetivos, todos ellos planeados en el currículum. En ellos se determinan los contenidos, los métodos y las formas organizativas de su desarrollo, en correspondencia con las transformaciones planificadas que se desean generar en el individuo que recibe la enseñanza (Casarini, 1999).



Tales objetivos, traducidos en resultados de aprendizaje sirven, además, para orientar el trabajo, tanto de los maestros como de los educandos en el proceso de enseñanza, y constituyen, al mismo tiempo, un indicador de primera clase para evaluar su eficacia.

De esta manera, la enseñanza ha sido tradicionalmente, la razón de ser la educación escolar. En torno a ella se han caracterizado los elementos fundamentales de la escuela y sus relaciones. En pro del mejoramiento de la calidad de la enseñanza se han reformado los contenidos a enseñar y las formas de evaluación escolar; transformado y modernizado las metodologías y los recursos y se han aumentado las exigencias en cuanto a los contenidos de la formación de los maestros.

La enseñanza se caracteriza por la transmisión de conocimientos; por el supuesto de que el aprendizaje es un proceso dirigido desde afuera por la acción del maestro sobre el alumno y por el prejuicio adulto cristalizado en la institución escolar, que pretende que el alumno llega a ser un ser pensante gracias a los adulto que se lo enseña.

El problema de la didáctica de la enseñanza de las matemáticas y el planteamiento que sugiere este diplomado es el de optimizar la transmisión del conocimiento, y la solución a éste se plantea manteniendo como centro la construcción del conocimiento con el alumno como protagonista y cambiando el paradigma hacia el papel del profesor como facilitador y guía del proceso.

Los planteamientos actuales respecto del origen del conocimiento, la adquisición del pensamiento matemático y el carácter de los mismos y del cómo se pasa de un estado a otro de mayor conocimiento, posibilitan que se admita el conocimiento escolar como objeto de construcción y el aprendizaje como resultado, en términos de resultados obtenidos por el alumno y evaluados por el maestro. Teniendo en mente que este en constitución permanente, y en proceso de construcción constante, bilateral y trascendental hacia la vida cotidiana.

Con esta concepción respecto del conocimiento escolar y hecho un análisis crítico de la enseñanza, de los múltiples intentos de mejoramiento de ésta, a partir de priorizar y mejorar de manera aislada cada uno de los elementos que la constituyen y de los resultados de estos intentos no del todo satisfactorios, nos condujo a plantear para la escuela la opción de centrar sus actividad en el aprendizaje y no en la enseñanza.

## Subtema 2. Procesos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas.

**“Si tuviese ocho horas para talar un árbol, gastaría seis  
afilando el hacha”**

**Abraham Lincoln**

La educación matemática debe centrarse en el desarrollo del “poder matemático”. Si bien el aprendizaje de las matemáticas no es lo mismo que talar un árbol, sin duda resultaría más sencillo invertir tiempo en reconocer y valorar los procesos involucrados en la adquisición del pensamiento matemático teniendo la certeza que una vez conseguido lo anterior, será más fácil (para el maestro y para el alumno) concretar un resultado de aprendizaje. El desarrollo de la “matematización” significa el desarrollo de **procesos** relacionados con los siguientes aspectos:



“la comprensión de conceptos y métodos matemáticos, el descubrimiento de relaciones matemáticas, el razonamiento lógico y la aplicación de concepto, métodos y relaciones matemáticas para resolver una variedad de problemas no rutinarios, así como la evaluación” (Schoenfeld, 1989, p. 86).



#### ✓ Comprensión de conceptos y métodos

**Comprensión** es un término primitivo en la enseñanza de las matemáticas si se tiene en cuenta que generalmente se usa sin mayor reflexión. Desde la época de Platón los educadores han protestado por la aparente falta de **comprensión** evidenciada por los estudiantes y por las dificultades que parecen tener en entender las matemáticas: Cícero se quejaba de que los estudiantes se limitaban a repetir las proposiciones, y Poincaré reflexionaba y se preguntaba continuamente qué constituía la **comprensión** en matemáticas. La mayoría de los profesores y educadores valoran el tipo de enseñanza que lleva a la **comprensión**, pero pocos están de acuerdo en cómo llevarla a cabo.

La razón es clara: la palabra **comprensión** significa muchas cosas distintas en contextos diferentes. El saberlo a ciencia cierta, implicaría un estudio completo de todos los aspectos de la enseñanza de las matemáticas y de los procesos necesarios para el aprendizaje de los alumnos ya que el tratar de medir o identificar la **comprensión** (en cualquiera de sus acepciones) lleva necesariamente al difícil campo de la evaluación, y cualquier intento de enseñar para la comprensión, a través de la **comprensión** o con la **comprensión** requiere un análisis detallado tanto de la enseñanza como del aprendizaje.

Independientemente de todos estos problemas, la realidad es que un alumno que se enfrenta con las matemáticas, requiere como paso inicial de su aprendizaje, comprender eficientemente los conceptos, ya que este paso inicial, al reconocer las características, generalidades y peculiaridades de cada concepto le permitirá establecer las relaciones y posteriormente aplicarlo.

#### ✓ Establecimiento de relaciones.

El **establecimiento de relaciones**, implica, en primera instancia, el conocimiento del significado, el funcionamiento y la razón de ser de los conceptos o procesos matemáticos y de las relaciones entre éstos. Este proceso se observa por ejemplo en la aritmética y la lógica de

conjuntos, en donde el concepto de relación implica la idea de correspondencia entre los elementos de dos conjuntos que forman parejas ordenadas. Los conceptos matemáticos son aplicables a cualquier colección de objetos, no atendiendo a su naturaleza intrínseca, sino a las **relaciones** sobrellevadas por ellos; relaciones que son justamente descritas por dichos conceptos matemáticos.

El conocimiento lógico-matemático hunde sus raíces en la capacidad del ser humano para establecer relaciones entre los objetos o situaciones a partir de la actividad que ejerce sobre los mismos y, muy especialmente, en su capacidad para abstraer y tomar en consideración dichas relaciones en detrimento de otras igualmente presentes.

### **Ejemplo**

En las frases "A es más grande que B", "A mide tres centímetros más que B", "B mide tres centímetros menos que A", etc., no expresamos una propiedad de los objetos A y B en sí mismos, sino la relación existente entre una propiedad -el tamaño- que comparten ambos objetos y que precisamente es el resultado de la actividad de compararlos en lo que concierne a esta propiedad en detrimento de otras muchas posibles (color forma, masa, densidad volumen, etc.).

Las relaciones *más grande que*, *más pequeño que*, *tres centímetros más que*, *tres centímetros menos que*, etc. son pues verdaderas construcciones mentales y no una simple lectura de las propiedades de los objetos. Incluso la referencia a los objetos A y B como grande y pequeño supone una actividad de comparación con elementos más difusos, como pueden ser objetos similares con los que se ha tenido alguna experiencia anterior.

Este sencillo ejemplo muestra hasta qué punto el conocimiento matemático implica la construcción de relaciones elaboradas a partir de la actividad sobre los objetos. Las matemáticas son pues más constructivas que deductivas, desde la perspectiva de su elaboración y adquisición. Si desligamos el conocimiento matemático de la actividad constructiva que está en su origen, corremos el peligro de caer en puro formalismo. Perderemos toda su potencialidad como instrumento de representación, explicación y predicción.

Otra implicación curricular de la naturaleza relacional de las matemáticas es la existencia de estrategias o procedimientos generales que pueden utilizarse en campos distintos y con propósitos diferentes.

### **Ejemplo**

Numerar, contar, ordenar, clasificar, simbolizar, inferir, etc. Son herramientas igualmente útiles en geometría y estadística. Para que los alumnos puedan percibir esta similitud de estrategias y procedimientos y su utilidad desde ópticas distintas es necesario dedicarles una atención especial.

✓ **Razonamiento.**

La matemática es principalmente un proceso de pensamiento que implica la construcción y aplicación de una serie de ideas abstractas relacionadas lógicamente, es decir, la utilización del **razonamiento** en su máxima expresión.

Las ideas abstractas surgen de la necesidad de resolver problemas en la ciencia, la tecnología y la vida cotidiana que van desde cómo modelar ciertos aspectos de un problema científico complejo hasta cómo hacer el balance de un talonario de cheques.

Por lo tanto, el **razonamiento** corresponde a una acción de pensar, ordenando ideas en la mente, para llegar a deducir una consecuencia o conclusión, que es a fin de cuentas lo que se espera como resultado de aprendizaje de cualquier contenido de matemáticas.

✓ **Aplicación de conceptos, métodos y relaciones.**

La matemática debe enseñarse en la escuela **porque forma parte del pensamiento de toda persona** de la misma manera que forman parte el dibujo o el deseo de representar objetos, personas, aspectos de la vida que la rodea en un papel. La aplicación del aprendizaje de las matemáticas es el fin de la enseñanza de las mismas. Un alumno que ha aprendido correctamente un concepto, conoce el proceso para utilizarlo y establece las relaciones entre este concepto y otros, naturalmente será capaz de aplicarlo.

El fin del aprendizaje de las matemáticas en la escuela, va más allá de tener un papel meramente “estimulador” del intelecto del alumno, el resultado final del aprendizaje de las matemáticas debe ser la correcta aplicación en la vida cotidiana de todo ese conocimiento. Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que las computadoras hoy en día resuelven este problema.

Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados:

**a)** Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.

**b)** Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

✓ **Evaluación**

En un sistema de aprendizaje a través de la solución de problemas, tanto el equipo docente como los alumnos tienen que tener claro cuáles son los fines del aprendizaje, qué habilidades se pretende desarrollar y con qué medios o recursos se va a contar para alcanzarlos. Este

sistema de enseñanza, exige formas alternativas de evaluación, y en esta línea es indispensable que el alumno participe en su propia evaluación. La autoevaluación no es más que un compromiso del alumno consigo mismo y ya que el aprendizaje no es sino un proceso de comunicación, el alumno no sólo puede, sino que debe tomar parte en él, a riesgo de frustrar este mismo proceso.

En la actividad matemática aparecen también una serie de actividades que se articulan en su estudio, cuando los estudiantes interaccionan con las situaciones - problemas, bajo la dirección y apoyo del profesor:

- Resolución de problemas (que implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas).
  - Representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos).
  - Comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y el profesor).
  - Justificación (con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc.).
  - Conexión (establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos).
- Si bien los procesos y actividades mencionados anteriormente, son fundamentales para el aprendizaje de las matemáticas, estos pertenecen al alumno, quien a su vez se encuentra inmerso en un ambiente de aprendizaje que en teoría, es modificable por el profesor en su papel de facilitador del aprendizaje.

Es difícil negar lo que Schoenfeld afirma en la cita anterior, pero resulta mucho más complejo delimitar las vías concretas a través de las cuales puede lograrse la meta. Cada uno de los procesos básicos, requiere de una atención meticulosa para lograr comprender cómo es que los conocimientos matemáticos son procesados por el alumno para lograr la aplicación del conocimiento, o del concepto en la vida cotidiana.

### **Subtema 3. Competencias Docentes para promover el aprendizaje de las matemáticas.**

**“Sé que la mayoría de los hombres, incluyendo aquéllos que se sienten a sus anchas con problemas de la mayor complejidad, rara vez son capaces de aceptar incluso la más simple y obvia verdad si ésta les obliga a admitir la falsedad de conclusiones que se han complacido en explicar a sus colegas, que han enseñado orgullosamente a los demás y que ya han incorporado al tejido de su vida”.**

León Tolstói

Para ser un maestro de la pintura no basta con saber “pintar bien” sino que se debe tener además de experiencia, un amplio dominio de la técnica: trazos, materiales, colores, texturas y saber combinar todos estos elementos para lograr plasmar la inquietud del artista en un lienzo, papel o pared. La obra terminada, sin lugar a dudas reflejará no solo su habilidad como pintor, sino su estilo y ese sello único que identifica al autor de la obra.

De la misma manera que el arte de pintar, la enseñanza efectiva de las matemáticas requiere de varias competencias:

1. Planeación del aprendizaje de las matemáticas en función de las características del alumno.
2. Pedagogía creativa
3. Competencias para una evaluación integral
4. Manejo de medios para la enseñanza y el aprendizaje,

Adicionalmente se requiere también de:

5. Dominio de las matemáticas.
6. Dominio de las técnicas de enseñanza.
7. Manejo de los materiales didácticos disponibles.
8. Experiencia y práctica

La correcta combinación de estos elementos, hará que la enseñanza efectiva de las matemáticas sea el sello distintivo del profesor; y el aprendizaje en el alumno, el lienzo donde se sintetizan todos los esfuerzos no solo del docente, sino de los diseñadores de programas y autores de libros de matemáticas.

Para lograr una mezcla de elementos efectiva, es necesario que el docente decida cómo enseñar matemáticas. Esta decisión depende lógicamente del objetivo que se desee lograr, y del resultado de aprendizaje que se desea obtener. De manera general, algunos de los objetivos de la enseñanza de las matemáticas pueden ser:

|   |  |
|---|--|
| <p><b>Conocimiento de hechos, conceptos o procesos matemáticos</b></p>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PRIMARIA:</b> Usar la balanza para comparar el peso de dos objetos</li> <li>• <b>SECUNDARIA:</b> Comparar y ordenar números fraccionarios y decimales mediante la búsqueda de expresiones equivalentes, la recta numérica, los productos cruzados u otros recursos.</li> </ul> |
| <p><b>Habilidad en el cálculo numérico en la resolución de problemas</b></p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PRIMARIA:</b> Plantear y resolver problemas sencillos de suma y resta mediante diversos procedimientos, sin hacer transformaciones.</li> <li>• <b>SECUNDARIA:</b> Utilizar procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional</li> </ul>                           |
| <p><b>Aplicaciones de conceptos y procesos en la solución de teoremas</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PRIMARIA:</b> Planteamiento y resolución de diversos problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos</li> <li>• <b>SECUNDARIA:</b> Interpretar y construir polígonos de frecuencia.</li> </ul>                                  |
| <p><b>Formación de cualidades mentales como actitudes</b></p>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PRIMARIA:</b> Resolución e invención de preguntas y problemas sencillos que puedan resolverse con los datos que contiene una ilustración</li> <li>• <b>SECUNDARIA:</b> Deducir las fórmulas para obtener el volumen de</li> </ul>  |

|  |   |
|--|---|
| <p><b>imaginación o un espíritu creador</b></p>  | <p>un cono de nieve</p>   |
| <p><b>Desarrollo de hábitos de estudio personales basados en la curiosidad, la confianza e intereses vocacionales.</b></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PRIMARIA:</b> Escribir el procedimiento que siguió para resolver un problema aritmético.</li> <li>• <b>SECUNDARIA:</b> Reflexionar sobre el proceso para la resolución de un problema algebraico</li> </ul> |

No existe una “mejor forma” de enseñar matemáticas. Como en otros muchos aspectos de la didáctica, cada profesor utiliza un estilo particular para impartir su cátedra, lo importante es seguir los procesos. En la gran mayoría de las veces, este peculiar estilo se modifica con el paso de los años, sin embargo prevalecen a lo largo de la vida académica ciertos rasgos distintivos a los que se le agregan más recursos para gestar un estilo definido. Es posible identificar algunas formas de enseñar, por ejemplo:

- La forma tradicional.
- El taller de matemáticas.
- La exposición del alumno.
- La enseñanza individualizada.
- Juegos de competencia en resolución de problemas.

Como puede suponerse, son muchas las variables que se combinan y que hacen que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática sea algo mucho más complejo, y esta misma complejidad en los tiempos actuales representa un reto aun mayor que el que vivieron los educadores de tiempos pasados.

La complejidad de la que hablamos, tiene que ver con:

1. La necesidad de contextualizar la educación en un entorno globalizado
2. La diversidad de los alumnos, de sus expectativas y sus metas de vida.
3. Presiones de otras áreas de conocimiento.
4. Presiones económicas sobre la educación para formar jóvenes para el trabajo y estudios superiores.
5. El acelerado crecimiento de las tecnologías de comunicación e información.
6. Los aspectos políticos del currículum.

Como se mencionó anteriormente, la enseñanza de las matemáticas depende de un gran número de factores que van desde la planeación y el diseño curricular hasta las habilidades para la enseñanza efectiva del profesor. Sin embargo, es factible recuperar las acciones y

estrategias que han probado su eficacia para poder aplicarlas en el salón de clase, con la consigna tomarlas, innovarlas y compartirlas con el resto de los profesores del plantel. Existe dos grandes formas de apreciar el acto pedagógico:



- **Esquema lineal, centrado en la enseñanza y en el profesor**



Se cree que este esquema se resume en el hecho de que un profesor enseña ciertos conocimientos y que estos son aprendidos por el alumno. Y se utiliza aquí el término **conocimientos** en un sentido muy amplio que comprende no sólo los conocimientos teóricos que enseña un profesor, sino también las habilidades prácticas, los valores éticos, los hábitos culturales y las muchas otras cosas que enseña.

La parte negativa del esquema lineal es que pone al profesor y al alumno en los extremos de una línea y los sitúa por lo tanto a una cierta distancia. Además crea la idea de que su relación está mediatizada por los conocimientos. Sin embargo esto no es del todo cierto, al menos en el caso de la educación presencial.

- **Esquema triangular que privilegia al alumno y al aprendizaje y en donde el profesor juega un importante rol como facilitador.**



Los tres elementos señalados -profesor, conocimientos, alumno- están relacionados más

equilibradamente y donde la relación profesor- alumno se manifiesta de una manera más clara, recíproca e interactiva, además cada factor depende del otro para gestar el aprendizaje.

### **El papel del profesor como facilitador del aprendizaje.**

En primera instancia, el profesor como facilitador debe tener una actitud diferente al maestro tradicional. Debe presentarse con autenticidad, no tras una fachada, debe ir al encuentro del alumno de una manera directa y personal estableciendo una relación de persona a persona.

Debe tener consideración, aprecio, aceptación y confianza respecto del estudiante, de toda su persona, sus opiniones, sentimientos etc. . Aceptación de sus miedos, vacilaciones, apatía ocasional, sus experiencias personales. El profesor facilitador debe tener la habilidad de liberar la motivación natural intrínseca del educando, que a veces queda ahogada.

Una tercera actitud del facilitador es la atención empática, comprendiendo desde adentro las reacciones del estudiante, cuando tiene una apreciación sensible de cómo se presenta el proceso de aprendizaje al alumno.

El profesor facilitador deberá proveer de recursos de tres tipos: clima general favorable, utilización de experiencias de aprendizaje significativas como recurso para la educación y el aprendizaje y los materiales didácticos.

En términos generales la nueva propuesta que centra el aprendizaje en el alumno, el profesor realiza la función de facilitador del aprendizaje del estudiante, y la enseñanza debe seguir el ritmo de aprendizaje que caracteriza al alumno (enseñanza individualizada). Este tipo de proceso docente permite una evaluación más profunda del desarrollo alcanzado por el educando en términos de resultados de aprendizaje.

Esta propuesta metodológica, abarca 3 grandes etapas generales que se interrelacionan durante el proceso docente:

1. **Presentación.** El profesor propone el programa o tema al estudiante, sus objetivos y condiciones.
2. **El estudiante habla.** El profesor puede diagnosticar el nivel de entrada del alumno (personalidad, potencialidades, nivel de conocimiento, etcétera) teniendo siempre al alumno como punto de partida.
3. **El profesor reformula.** Provee la retroalimentación y ajuste del proceso en general.

Con este proceso, se esperan resultados como: desarrollo de la independencia y la responsabilidad del alumno; un nuevo tipo de relación maestro-alumno más democrática y comunicativa; un proceso docente motivante, flexibilidad para profesor y alumno y para el proceso en general; una enseñanza más ajustada a las necesidades personales del educando y a sus características y mayor desarrollo de la metacognición.

Es necesario aclarar que este proceso no afecta las actividades de tipo grupal, en las que debe participar el alumno. Se trata de partir de una atención personal que ocurre entre el profesor y un alumno, que «orienta» el proceso de aprendizaje y es factible en determinadas condiciones educativas.



Esta aplicación responde con una concepción sobre la educación centrada en el proceso y no en sus resultados únicamente, con marcado carácter humanista, que atiende el desarrollo del individuo bajo un clima de confianza, seguridad, comunicación pedagógica y democrática. La flexibilidad del proceso docente es imprescindible como principio metodológico, que permita la constante retroalimentación y reajuste del *currículum* y la actividad.

Debe existir un intercambio sistemático, abierto entre profesor y alumno los cuales comparten la responsabilidad del proceso. El aprendizaje transcurre como un proceso consciente, estructurado que responde a los principios generales del aprendizaje humano (proceso de interiorización de las acciones)

Este tipo de enseñanza puede asumir diferentes formas de organización, en dependencia de las condiciones en que transcurrirá (nivel de enseñanza, características de la institución, disciplina científica, etcétera).

Es claro que para lograr los resultados de aprendizaje estipulados en los programas académicos, y por tanto lograr el aprendizaje significativo en los alumnos, el profesor debe adquirir una serie de competencias docentes que le permitan ejercer el papel de facilitador del aprendizaje que al mismo tiempo sirvan como herramientas para planear, dirigir y evaluar todo el proceso.

En el caso del aprendizaje de las matemáticas, tomando en cuenta todos y cada uno de los procesos intelectuales involucrados, soportados a su vez por el desarrollo de competencias docentes y la guía proporcionada por los planes curriculares, es factible pensar en el logro de los resultados finales del aprendizaje. En los módulos siguientes, se ampliará la información sobre el desarrollo de competencias docentes. Baste por ahora, tener claro su papel en el desarrollo del aprendizaje significativo del alumno.

La enseñanza de las matemáticas siempre ha sido un tema de debates y propuestas, por un lado hay quienes defienden la enseñanza tradicional y por otro hay quienes apuestan por un modelo educativo moderno. Sin embargo, bajo un esquema tradicional o moderno, la problemática del fracaso escolar en el área sigue siendo latente, al menos en los países latinoamericanos, evidencia de ello han sido los resultados en las últimas pruebas internacionales.

El objetivo de estos exámenes internacionales ha sido reunir pruebas sobre los valores personales y sociales, que son contenidos explícitos en la mayoría del currículo de los países involucrados. Ejemplos de estos exámenes son:

PISA  
OECD Programme for International Student Assessment  
[Home page](#)



**Auspiciado por**

- OCDE (Organización para la cooperación y desarrollo económico)
- ONU (Organización de las Naciones Unidas)

Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación



- UNESCO (Organización de las naciones unidas para la educación, ciencia y cultura).

Las áreas que se evalúan en ambos son la lectura, ciencias y matemáticas. Aunque nos interesa ahondar más en el examen PISA a continuación se explican algunos resultados y conclusiones importantes.

Las pruebas PISA tienen como objetivo:

**Evaluar las destrezas y habilidades de los estudiantes para la vida adulta.**

Considera tres áreas importantes:



↓

Para PISA, la formación matemática consiste en la capacidad de identificar, comprender e implicarse en las matemáticas y emitir juicios con fundamento como elemento necesario para la vida privada, laboral y social, actual y futura.

El estudio de PISA se aplica a jóvenes de 15 años. Cada país participante toma una muestra de 4 mil 500 a 10 mil alumnos, los cuales además de resolver el examen responden a cuestionarios sobre el medio socioeconómico del cual proceden. En la Prueba PISA 2003 participaron 41 países, de los cuales Argentina, Brasil, Chile, México y Perú corresponden a la representación latinoamericana.



PISA no es una evaluación de la efectividad de las escuelas de un país, sino de los niveles de aprendizaje de sus jóvenes de 15 años, resultado tanto de la escuela como de las influencias familiares y sociales. Los resultados de PISA, por consiguiente, pueden verse como una evaluación de la calidad educativa de una sociedad en conjunto, y no sólo de su sistema escolar:

*Si los puntajes de un país son significativamente más altos que los de otro, no se puede inferir automáticamente que las escuelas del primero sean más efectivas que las del segundo, puesto que el aprendizaje comienza mucho antes que la escolaridad y ocurre en una amplia gama de lugares, dentro y fuera de la escuela; lo que puede concluirse legítimamente es que en el primer país el impacto acumulado de las experiencias de aprendizaje, desde la primera infancia hasta los 15 años, y tanto en la escuela como en el hogar, ha producido resultados más adecuados en los terrenos que evalúa PISA.*

### Veamos los resultados del 2003

| Lugar | País                      | Media | Lugar | País       | Media |
|-------|---------------------------|-------|-------|------------|-------|
| 1     | Hong Kong                 | 560   | 21    | Alemania   | 490   |
| 2     | Japón                     | 557   | 22    | Hungría    | 488   |
| 3     | Corea                     | 547   | 23    | Rusia      | 478   |
| 4     | Nueva Zelanda             | 537   | 24    | España     | 476   |
| 5     | Finlandia                 | 536   | 25    | Polonia    | 470   |
| 6     | Australia                 | 533   | 26    | Letonia    | 463   |
| 7     | Canadá                    | 533   | 27    | Italia     | 457   |
| 8     | Suiza                     | 529   | 28    | Portugal   | 454   |
| 9     | Reino Unido               | 529   | 29    | Grecia     | 447   |
| 10    | Bélgica                   | 520   | 30    | Luxemburgo | 446   |
| 11    | Francia                   | 517   | 31    | Israel     | 433   |
| 12    | Austria                   | 515   | 32    | Tailandia  | 432   |
| 13    | Dinamarca                 | 514   | 33    | Bulgaria   | 430   |
| 14    | Islandia                  | 514   | 34    | Argentina  | 388   |
| 15    | Liechtenstein             | 514   | 35    | México     | 387   |
| 16    | Suecia                    | 510   | 36    | Chile      | 384   |
| 17    | Irlanda                   | 503   | 37    | Albania    | 381   |
|       | OCDE                      | 500   | 38    | Macedonia  | 381   |
| 18    | Noruega                   | 499   | 39    | Indonesia  | 367   |
| 19    | República Checa           | 498   | 40    | Brasil     | 334   |
| 20    | Estados Unidos de América | 493   | 41    | Perú       | 292   |

Una de las conclusiones del estudio de PISA es que no siempre un promedio más elevado de gasto por alumno suele ir asociado a un promedio más alto de aprovechamiento escolar, por ejemplo, aunque el gasto por alumno en Italia es dos veces mayor que el de Corea, la República de Corea obtuvo mejores resultados en los tres campos que Italia. Por otro lado, también se concluye que la calidad de la educación no va siempre en detrimento de la equidad y viceversa, como lo demuestran los ejemplos de Canadá, Finlandia, Hong Kong Japón, Corea y Suecia.

Los alumnos de Japón, Hong Kong y República de Corea se situaron a la cabeza en matemáticas y ciencias, mientras que los alumnos de Finlandia fueron los mejores en lectura y los alumnos de los países latinoamericanos se colocaron por debajo de la media determinada por la OCDE (500 puntos).

Aunque es claro que las disparidades de equidades en Argentina, Brasil, Chile, México y Perú son abismales comparadas con los países desarrollados, esto no debería desalentar o ser un pretexto para justificar el conformismo.

Los resultados de México en PISA no deberían sorprendernos: se sitúan en el rango de lo esperable, debido al peso de los factores socioeconómicos y a los recursos con que pueden contar las escuelas. El desempeño promedio de nuestros alumnos no es similar al de los países más desarrollados, pero tampoco inferior al de los que tienen un nivel de desarrollo comparable al mexicano. Sin embargo tampoco debe quedar el pensamiento conformista, es por eso que la capacitación docente toma un lugar protagónico para mejorar la calidad de la

enseñanza en México.

Si quiere consultar más información sobre esta prueba, puede acceder a la siguiente dirección electrónica: <http://multimedia.ilce.edu.mx/inee/pdf/PISAplus.pdf>

## Prueba de LLECE

La prueba LLECE es el **Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemáticas y Factores Asociados en Alumnos de Tercer y Cuarto Grado de Educación Básica** de 13 países de la región, reconocido como el más reciente y relevante en su tipo para América Latina y el Caribe. Con este estudio llevado a cabo en el año 1997 por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), se logró obtener por primera vez información comparativa acerca de los logros de aprendizaje de los alumnos de los países de América Latina y El Caribe, lo que refleja uno de los mayores logros políticos de los países de la región en los años 90, porque surgió del acuerdo de 13 países de América Latina. La información disponible para los 13 países de América Latina, que representan más del 90% de la población en el año 2000, permite afirmar que, con excepción de Cuba, al resto de los estudiantes latinoamericanos se les está enseñando a leer, pero no a comprender el significado del texto ni a realizar interpretaciones. Esto confirma la gravedad de los problemas de aprendizaje en la educación primaria de América Latina y el por qué se obtienen estos lugares cuando se realizan evaluaciones internacionales de rendimiento.

Aunque ningún estudio en el que hayan participado países de América Latina se ha repetido (lo que entorpece la observación de las tendencias durante los 90), se puede ilustrar la situación comparando los promedios de los países participantes con el de un país desarrollado (en este caso se eligió EUA).

En la Tabla de comparación de resultados se presentan:

- El estudio del Educational Testing Service (IAEP- International Assesement Educational Program) en las áreas de lenguaje y matemáticas del Octavo Grado en el año 1992;
- Los estudios de la IEA en el área lenguaje en el año 1992
- Los estudios del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE-UNESCO) en las áreas de lectura y matemáticas para el Tercer y Cuarto Grado en 1992 y 1997;
- El estudio “Third International Math and Science Survey (TIMSS)” en las áreas de matemáticas y ciencias de 1995 y de 1998;
- Y el estudio “Progress in Student Achievement (PISA-OECD)” en el área de lectura, matemáticas y ciencias de la OECD realizado en el año 2000.

Como Chile, Venezuela, México, Brasil y Colombia participaron tanto en los estudios internacionales como en los regionales es posible compararlos, tal como se hace con los índices de precios de diversos países a través de la paridad con el dólar y formular apreciaciones de los resultados que probablemente obtendrían si hubieran participado en todos ellos.

**Tabla. Comparación de resultados presentada en función del porcentaje de alumnos que obtuvieron suficiencia**

| Países          | Pruebas 1992 |         |             | Pruebas 1995-2000 |                  |         |                |       |                   |       |         |
|-----------------|--------------|---------|-------------|-------------------|------------------|---------|----------------|-------|-------------------|-------|---------|
|                 | IAEP 92 - G8 |         | IEA 92 - G8 | UNESCO 92         | TIMSS 95&98 - G8 |         | UNESCO 97 - G4 |       | PISA 00 - Edad 15 |       |         |
|                 | Matem        | Ciencia | Lectura     | Lectura           | Matem            | Ciencia | Lectura        | Matem | Lectura           | Matem | Ciencia |
| Argentina       |              |         |             | 66                |                  |         | 83             | 79    |                   |       |         |
| Bolivia         |              |         |             | 52                |                  |         | 69             | 72    |                   |       |         |
| Brasil          | 67           | 79      |             |                   |                  |         | 82             | 79    | 77                | 68    | 75      |
| Colombia        |              |         |             |                   | 77               | 72      | 78             | 76    |                   |       |         |
| Costa Rica      |              |         |             | 70                |                  |         |                |       |                   |       |         |
| Chile           |              |         |             | 67                | 78               | 82      | 84             | 78    |                   |       |         |
| Rep. Dominicana |              |         |             | 56                |                  |         | 68             | 69    |                   |       |         |
| Ecuador         |              |         |             | 55                |                  |         |                |       |                   |       |         |
| Honduras        |              |         |             |                   |                  |         | 70             | 68    |                   |       |         |
| México          |              |         |             |                   |                  |         | 74             | 75    | 83                | 80    | 84      |
| Paraguay        |              |         |             |                   |                  |         | 74             | 73    |                   |       |         |
| Venezuela       |              |         | 70          | 70                |                  |         | 73             | 67    |                   |       |         |
| Cuba            |              |         |             |                   |                  |         | 103            | 104   |                   |       |         |

Los niveles del aprendizaje calculados de estos países corresponden aproximadamente, a dos tercios del nivel promedio de países desarrollados o Cuba. Estos niveles se reducen a un 60% cuando se comparan con el mejor resultado en cada uno de los estudios.

Esta comparación confirma el bajo nivel detectado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) en el análisis de estos resultados. El escaso aprendizaje se refleja en altas tasas de repetición de grados, lo que aumenta la cantidad de alumnos en los primeros cursos y la heterogeneidad de edades, que hacen más difícil generar situaciones de aprendizaje interesantes para todos y, eventualmente, producen una fuerte deserción a partir de los 14 años (que es la edad en la que se ingresa al mercado de trabajo).

Los antecedentes sobre los niveles de aprendizaje comentados en los párrafos anteriores décadas revelan que las estrategias impulsadas en América Latina durante las dos últimas no han elevado el bajo nivel de conocimientos de los alumnos de la educación primaria. A nivel mundial se constató algo similar cuando se comprobó en Dakar la falta de avance del programa "Educación Para Todos (EFA)", durante la década de los 90. Esta comprobación llevó a un grupo de nueve países donantes y cuatro agencias de financiamiento a realizar una evaluación de este proceso.

Otro de los resultados, es que los estudiantes mexicanos se colocaron por debajo de la media en la prueba de lenguaje obteniendo un promedio de 250 puntos, siendo la media de 261 puntos. En el caso de lenguaje, no tienen la habilidad de comprender lo que leen, esto es sin lugar a dudas preocupante.

La conclusión general a la que llegaron en el plano de las matemáticas, a excepción de Cuba, es que los alumnos de primaria reconocen los signos y estructuras matemáticas, pero tienen poca capacidad para resolver problemas de la vida cotidiana.

Si quiere consultar más información sobre esta prueba, puede acceder a la siguiente dirección electrónica: <http://llece.unesco.cl/index.act>

Como se puede ver, las conclusiones en las pruebas realizadas por PISA y por la LLECE son similares, los alumnos tanto de secundaria como de primaria no están preparados para resolver los problemas de la vida cotidiana, es decir, no tienen la habilidad de aplicar el conocimiento adquirido, no están preparados académicamente para el mundo moderno.

Este alarmante panorama ubica al profesor de cualquier nivel educativo en los problemas metodológicos y didácticos en la enseñanza de las matemáticas, entonces:

- ¿De qué manera podemos hacer posible que la enseñanza de las matemáticas sea más atractiva y significativa para los alumnos?
- ¿De qué manera es posible lograr que los alumnos sean capaces de comprender y aplicar las matemáticas en diferentes contextos?
- ¿De qué manera se puede contribuir a que las deficiencias arrastradas desde la educación primaria y secundaria se vean superadas en el nivel medio superior?

La enseñanza de las matemáticas es de una complejidad fascinante por que no sólo basta diseñar y proponer metodologías didácticas, sino también considerar la psicología y cognición del alumno, su contexto, su punto de partida y sus mecanismos cognitivos de adaptación a los nuevos contenidos

Es importante reconocer que la labor del docente que imparte matemáticas no sólo debe reducirse a solo transmitir pasivamente conocimientos o a entrenar alumnos a la automatización de procedimientos. El profesor de matemáticas de hoy tiene la honorable responsabilidad de ser formador y lograr que los procesos metacognitivos de los alumnos sean eficientes de manera tal que éste comprenda, aplique y disfrute estudiar matemáticas. Seguramente los esfuerzos individuales de cada profesor en el aula permitirán en un futuro mejorar las estadísticas de los estudios internacionales.

De esta manera, se debe afrontar la responsabilidad que conlleva la enseñanza de las

matemáticas, cambiar la monotonía de la simple exposición de “cómo se hacen las cosas” a una concepción más equilibrada, en donde el alumno no sólo aprenda procedimientos, sino que aprenda el porqué, el cómo, el qué y sobre todo, el para qué.

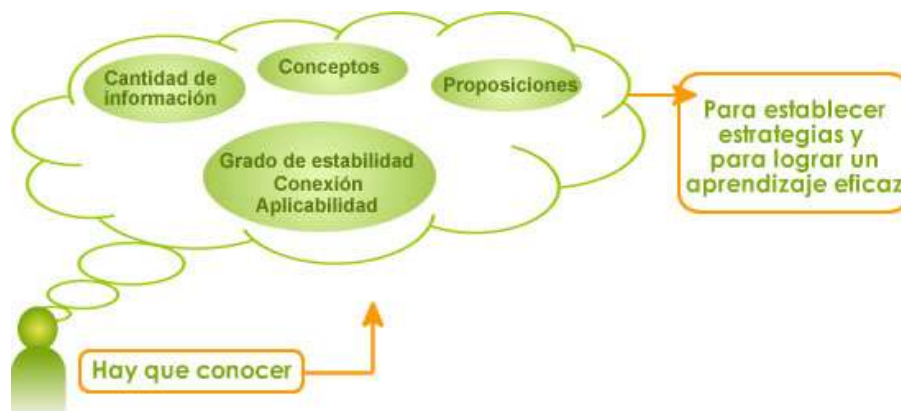
Lograr que un grupo de alumnos llegue en las mejores condiciones al final del viaje requiere, como se verá en los contenidos del resto de los módulos que conforman este diplomado, del diseño, adopción e implementación de diversas estrategias que una vez que sean probadas, den paso a un proceso de reflexión.

#### Subtema 4. Aprendizaje sólido y significativo

**"El aprendizaje no es producto de la enseñanza. Los niños nacen aprendiendo. Aprenden cómo caminar, cómo hablar. Son como pequeños científicos. Si no paramos ese proceso, continuará."**

Grace Llewellyn

En el proceso tendiente a inducir el aprendizaje significativo, es de vital importancia conocer el bagaje cognitivo del alumno.



En la medida que se logre conocer esta estructura, antes de iniciar con los contenidos nuevos, podrán establecerse estrategias para lograr un aprendizaje más eficaz

La metacognición se refiere al conocimiento, concientización, control y naturaleza de los procesos de aprendizaje, su adquisición permite al alumno reflexionar sobre lo que aprende, transformando el proceso al tomar conciencia no sólo sobre el resultado sino sobre el proceso con el cual se logró.

Las herramientas metacognitivas son de gran utilidad para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje así como cuando se usan como alternativas de evaluación o se buscan evidencias



de aprendizaje significativo.

Al utilizar un proceso de metacognición es importante que se realice primero un diagnóstico sobre el nivel de conocimientos que poseen los alumnos, lo que permite orientar más efectivamente la planeación educativa, ya que en ese sentido, la labor del profesor no se limita a transferir conocimientos para verterlos en mentes en blanco o a planear las actividades y el currículo asumiendo que el alumno comienza de cero, sino que basado en la realidad de que los alumnos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan, modelan y activan su aprendizaje, planea y diseña estrategias que le ayuden a aprovechar ese capital cognitivo en beneficio del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Quienes se han ocupado de la enseñanza de las matemáticas insisten en la idea de que el pensamiento matemático debe ser construido pieza por pieza de forma significativa utilizando experiencias anteriores y concepciones de naturaleza propiamente contextual.

En este sentido, las ideas de Leino (1990) presuponen que existen dos procesos en la construcción del conocimiento matemático cuando estos son tratados en el contexto escolar:



De acuerdo con sus percepciones, la única forma de que los alumnos aprenden matemáticas es a través de la reconstrucción de los conceptos básicos de un modo significativo. Desde esta óptica, lo que debería hacer el profesor es proporcionar los contextos adecuados para producir esa “matematización” y el primer paso para conseguirlo es borrar de su mente la creencia de que los conceptos matemáticos ya están hechos o han sido previamente programados en la mente del alumno.

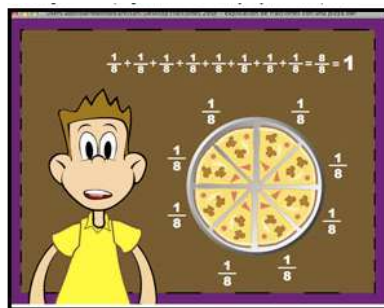
Muchas investigaciones de corte constructivista suponen como principio fundamental que la adquisición de los conocimientos en matemáticas se logra únicamente si se dispone de unos cimientos sólidos sobre los cuales se puede construir con seguridad. Sin embargo esto no debe ser malinterpretado pensando que los alumnos adquieren los conocimientos como piezas que van sustentando lo nuevo por aprender introyectándolas como algo definitivo y absoluto. Más bien, de acuerdo con Von-Glaserfeld (1987) los conceptos matemáticos deben de ser construidos por el alumno de forma individual, confrontando su conocimiento previo con su cotidiana percepción del mundo.

Durante el proceso educativo, muchas veces los estudiantes siguen reglas y/o técnicas

erróneas para la resolución de ejercicios, las cuales pueden ser imperceptibles para el profesor que enseña cómo resolver un problema. En este sentido, es importante estar concientes de que aún siguiendo esas reglas no ortodoxas el alumno pudiera llegar a un resultado correcto producto del azar, por lo que la estrategia más **ad hoc** para detectarlas es acrecentar el proceso de comunicación entre alumno y profesor.

Lo anterior es relevante ya que la enseñanza de las matemáticas debe ir más allá de la mecanización de procedimientos para llegar a la solución de un problema, en ello fundamenta Schoenfeld (1989) el siguiente aserto:

“La educación matemática debe centrarse en el desarrollo del “poder matemático”, lo que significa el desarrollo de habilidades relacionadas con los siguientes aspectos: la comprensión de conceptos y métodos matemáticos, el descubrimiento de relaciones matemáticas, el razonamiento lógico y la aplicación de concepto, métodos y relaciones matemáticas para resolver una variedad de problemas no rutinarios” (p. 86).



*Para ver este ejemplo cotidiano de aplicación en el uso de las matemáticas que le puede servir como una idea para involucrar a los alumnos en el tema de las fracciones, acceda a la página del curso.*

Innegable es esta afirmación de Schoenfeld, sin embargo, resulta una ardua tarea llegar a la delimitación de vías concretas para hacer alcanzable esa meta. Dicho de otra manera, el problema real que enfrenta el profesor es cómo conseguir que en el salón de clase se conviva con el descubrimiento del razonamiento matemático, dado que no existe una forma única o infalible de pensar matemáticamente.

**Por ejemplo:**

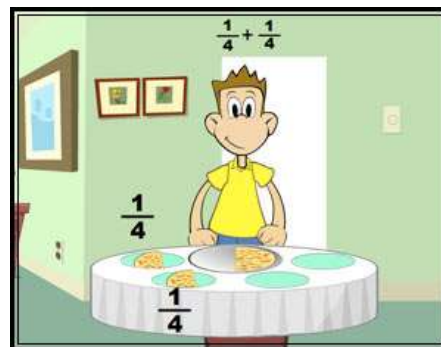


y es capaz de

**sumar**  
**restar**  
**multiplicar**  
**dividir**

Utilizando herramientas cognitivas muy diferentes a las "escolarizadas" las cuales dan prioridad a que el alumno logre hacer las operaciones aritméticas siguiendo un algoritmo específico, pero sin vínculo con su realidad.

Ahora, veamos un ejemplo de cómo el alumno hace la relación de lo aprendido con lo que conoce en su vida cotidiana.



*Para ver el ejemplo animado, acceda a la página del curso.*

El campo de la investigación educativa ha puesto de manifiesto los contrastes existentes entre el aprender y enseñar matemáticas en contextos cotidianos y escolares.

Scribner (1987) , realizó un estudio en el que exploró las habilidades que utilizan los trabajadores de una planta lechera para administrar, distribuir, inventariar, etc. Y demostró que estos conocimientos matemáticos tienen poco que ver con la educación escolarizada. Schielman y Carrether (1992) afirman que "...en la escuela tiene lugar una gran cantidad de práctica, ello permite a los estudiantes aplicar lo que se les ha enseñado con el fin de resolver problemas diseñados para aplicar el conocimiento que supuestamente se transmite con la ayuda de símbolos matemáticos escritos. Los resultados de los cálculos realizados en la escuela no son utilizados en ese momento, aunque sí simulados "como si" los contextos estuvieran realmente presentes. Generalmente, la práctica tiende a ser vista como un fin en sí misma o como medio para facilitar la adquisición de destrezas y conocimientos relacionados con el currículum.

Por el contrario, en las actividades "semi-expertas" , aquellas que se basan en la educación no académica como puede ser la adquisición de habilidades para sacar cuentas de un dependiente en una tienda , la matemática tiende a ser usada como un instrumento para lograr otras metas, por ejemplo, vender o medir (...). La enseñanza sistemática y

explícita de conceptos, símbolos o procedimientos matemáticos parece ser poco habitual en la mayor parte de los contextos ajenos a la escuela” (p. 48).

De esta manera, ambos tipos de aproximaciones son diferentes tanto en metodología como en el fin que se persigue, lo que conlleva a una percepción por parte de quien aprende matemáticas un tanto diferente.

En resumen, Schielman y Carrether (1992) afirman que una de las principales metas de los contextos escolares es que se debe reforzar la práctica para asegurar que el conocimiento transmitido con la ayuda de símbolos haya sido efectivo, en contraste con la práctica cotidiana, donde las habilidades matemáticas son utilizadas con el objetivo específico de concretar metas.

La argumentación precedente sugiere que los sistemas escolarizados deben combinar las dos aproximaciones, tanto la educación sistematizada en la escuela, basada en metodología y el conocimiento profundo del porqué de los conceptos, como la semiexperta que tiene un énfasis en el para qué para lograr incentivar el pensamiento matemático, tratando de vincular las particularidades que caracterizan esta forma de conocimiento por parte de los profesionales del campo con el valor funcional fuera del aula.

A pesar de esta diversidad, el alumno logra unificar de mayor o menor manera los conocimientos adquiridos:

- A través de la búsqueda de una explicación acorde con la lógica, a fenómenos cotidianos del mundo en el que vive.
- Como resultado de lo anterior, estas explicaciones que van de acuerdo con la lógica del alumno, no tienen porqué ser coherentes desde el punto de vista científico, ya que son explicaciones construidas por él y que le sirven a él, que por lo general se caracterizan por un sentido pragmático o de utilidad.
- Debido a que en cierta forma logran explicar la fenomenología a la que se enfrenta el alumno, tienden ser resistentes al cambio y a perdurar en su estructura cognitiva; pueden llegar incluso hasta la vida adulta y resulta muy difícil para el profesor cambiarlos.
- En la mayor parte de los alumnos estos conocimientos son implícitos, es decir que no se pueden percibir en lo que el alumno verbaliza, sino en lo que él espera que ocurra en determinadas actividades. Es aquí donde el profesor debe ser sensible a la necesidad de implementar estrategias didácticas que propicien la toma de conciencia por parte del alumno, para que haga explícitos esos conocimientos con el objetivo de lograr cambiarlos.

En resumen, para lograr un aprendizaje significativo, es necesario establecer algunas premisas que deben ser aplicadas desde la planeación del aprendizaje:



### **Cambiar la visión que se tiene sobre las matemáticas.**

Es necesario terminar con la visión negativa que se tiene actualmente sobre las matemáticas, que origina rechazo hacia la misma, inseguridad del profesorado al tratar de forma distinta ciertos contenidos y falta de referentes positivos por un amplio sector de la población.

Actualmente, se enfoca la enseñanza de las matemáticas mediante una excesiva formalización y visión académica, y se niega la posibilidad de poner de manifiesto las relaciones entre las matemáticas y el resto de la actividad humana.

### **Aproximar las matemáticas a la vida real**

La enseñanza de las matemáticas debe aproximarse a la vida humana. Para ello hay que reflexionar sobre cuáles son los centros de interés en la población de alumnos a los que se dirigen los esfuerzos, los cuales son en muchas ocasiones distintos a los del profesor que imparte la asignatura. Por lo tanto, debe de abrir el campo de visión para considerar aspectos que tradicionalmente no son abordados, en donde tenga cabida lo lúdico, lo imaginario, lo mítico.

Este acercamiento debe ser planteado no sólo en una aplicación utilitarista, sino apoyada en la visión de que las matemáticas han servido siempre, e incluso han ido evolucionado ellas mismas para resolver los problemas de las personas o de la ciencia. Ayudan a tomar decisiones en situaciones complejas, a comunicar ideas y proyectos.

### **Entender que las matemáticas sirven para comprender mejor el entorno del ser humano.**

La educación matemática debe servir para comprender mejor el medio que rodea al ser humano en sus aspectos científicos, sociales y tecnológicos. En particular, los papeles que hombres y mujeres ha tenido en la construcción de las matemáticas, analizando las trabas sociales que han sufrido estas últimas y valorando sus aportaciones implícitas, silenciadas o minusvaloradas.

### **Subtema 5. Matemáticas para la vida cotidiana**

**“Estar en posesión de una mente vigorosa no es suficiente; el primer requisito Es aplicarla correctamente”.**

**René Descartes**

Por diversas razones, durante muchos años las matemáticas han constituido un "dolor de cabeza" para los padres, los maestros y los alumnos desde el inicio de su proceso educativo. Por ello, es necesario valorar la importancia trabajar en estrategias que desvirtúen el temor que las matemáticas producen en los estudiantes, lo que, en muchos casos, provoca un bloqueo en el desarrollo de su vida escolar y, lo que es más grave, un bloqueo en el logro de las competencias laborales que hacen de un individuo un ser productivo. Se trata, por lo tanto, de que las **matemáticas** despierten en ellos **curiosidad, interés y gusto**.

Prácticamente, desde que la humanidad aprendió a contar, los seres humanos se sintieron intrigados por la naturaleza de los objetos matemáticos como números o puntos, líneas y triángulos. Se iniciaba así un debate que todavía continúa.

Un artículo, publicado en EL PAIS en septiembre de 2006, deja en claro el protagonismo de las matemáticas en la historia del hombre. Nos permitimos el transcribirlo literalmente para compartir esta importante información:

[Ver Artículo](#)

*Para ver el artículo “Las matemáticas ocultas en la vida cotidiana”, acceda a la página del curso.*

Como puede observarse, muy pocas veces nos preocupamos por adentrarnos más en la profundidad y la esencia de las cosas. Estamos tan acostumbrados a la tecnología que muy pocas veces nos detenemos a pensar en los algoritmos necesarios para enviar un correo electrónico o hacer una llamada por celular, ver un programa de televisión o acudir al cine a ver una película.

### En muchas ocasiones la pregunta diaria de los alumnos es ¿para qué me sirven las matemáticas?

En resumen, muchos alumnos piensan las matemáticas son un cúmulo de datos y de ecuaciones algorítmicas que han sido descubiertas por investigadores y aprenderlas consiste en memorizar procesos para dar con la solución automática de problemas planteados por el profesor. Como hemos visto a lo largo de este primer módulo, las matemáticas son mucho más que eso: son una manera de observar, analizar y pensar sobre el mundo que nos rodea. El pensamiento matemático nos provee a todos (aún los que no van a matemáticas) destrezas de pensamiento que nos sirven para la vida. De la misma forma que correr nos hace bien a la salud aunque no seamos corredores profesionales, el aprender a pensar como matemáticos nos ayuda a tomar mejores decisiones en la vida.

Para finalizar, hay que puntualizar que Todos necesitamos competencias matemáticas para comprender la información que circula en todos los medios, las matemáticas están presentes en las ciencias, en los campos profesionales, tienen que ver con todo. Por ejemplo, un ama de casa necesita matemáticas para entender los recibos de la luz, porque estos tienen gráficos e información, que le serviría para saber si le quitaron el subsidio, para citar un caso. Es decir, los ciudadanos necesitan comprensiones y conocimientos en matemáticas.

Por ello, el **profesor** de matemáticas en la actualidad, debe conocer sobre la didáctica de las matemáticas, involucrar elementos pedagógicos que le permitan tener un acercamiento más real y efectivo con sus alumnos, conocer y aplicar las nuevas tecnologías apropiadas para la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos a impartir. Todo esto le impone un

nuevo **reto al profesor** de matemáticas: ser agente motivador del cambio para ayudarle a sus alumnos a desarrollar las nuevas competencias que la vida cotidiana impone.

Por esto, a lo largo de todo el diplomado, es importante tener en mente las siguientes preguntas:

- ¿Qué procesos se requieren para el aprendizaje?
- ¿Qué estrategias deben utilizar los docentes para que los estudiantes realmente comprendan?
- ¿Cómo saber lo que efectivamente han comprendido los alumnos?
- ¿Cómo manifiestan los alumnos su comprensión de los tópicos tratados en un curso o en una unidad de trabajo?
- ¿Cómo el **profesor** puede apoyar de un modo coherente el desarrollo de la comprensión?
- ¿Qué tipo de tareas son las más adecuadas para que los alumnos desarrollen la comprensión?

Estos y otros interrogantes, que en muchas ocasiones, pasan inadvertidos al diseñar un currículo y al planear el aprendizaje de las matemáticas sirven para determinar los conocimientos, las habilidades y la comprensión son las acciones que fundamentan el proceso educativo [Stone1999].

Es por ello que resulta importante vincular los conocimientos que se van a enseñar con el elementos cotidianos que el alumno conozca. Esto no solo permite facilitar el aprendizaje y lograr en el alumno un involucramiento significativo con lo que está explorando, sino porque además le permite identificar, analizar y valorar la aplicabilidad de dicho aprendizaje en su vida diaria.



*Para ver los ejemplos animados, acceda a la página del curso.*

