

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #1.

Tema: Regla de tres.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

(a). Regla de tres simple:

Ejemplo #1: Si cuatro libros cuestan Bs. 8,00, ¿ cuánto costarán 15 libros:

Solución:

Como que a más libros, más bolívares, estas cantidades son directamente proporcionales y sabemos que la proporción se forma igualando las dos razones directas:

Planteamiento del problema:

4(*libros*).....8,00(*Bs*)

15(*libros*).....*x*(*Bs*)

Luego:

$$\frac{4}{15} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{(8)(15)}{(4)} = 30,0(\text{Bs.})$$

(b) Regla de tres simple inversa:

Ejemplo #2: Cuatro hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la obra 7 hombres?.

Solución:

Como a más hombres, menos días, estas cantidades son inversamente proporcionales y la proporción se forma igualando la razón directa de las dos primeras con la razón inversa de las dos últimas:

Planteamiento del problema:

$$4(h) \dots\dots\dots 12(d)$$

$$7(h) \dots\dots\dots x(d)$$

Luego, por ser inversa se invierte una de las dos proporciones: $\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{7}{4}$

$$\frac{7}{4} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{(4)(12)}{(7)} = \frac{48}{7} (dias) = 6\frac{6}{7} (dias)$$

© Regla de tres compuesta:

Ejemplo #3: Tres hombres trabajando 8 horas diarias han hecho 80 metros de una obra en 10 días. ¿ Cuántos días necesitarán 5 hombres, trabajando 6 horas diarias para hacer 60 metros de la misma obra?.

Solución:

El método de las proporciones consiste en descomponer *la regla de tres compuestas* en varias *regla de tres simples* y luego multiplicar ordenadamente las proporciones formadas:

Al formar cada *regla de tres simple*, se considera que las demás no varían:

En este caso se formarán *tres proporciones simples diferentes*:

1.-

$$3(hombres) \dots\dots\dots 10(dias)$$

$$5(hombres) \dots\dots\dots y(dias)$$

La regla de tres es inversa, a más hombres menos días: $\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{5}{3}$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{y}$$

2.-

$y(\text{días}) \dots\dots\dots 8(\text{horas})$

$y'(\text{días}) \dots\dots\dots 6(\text{horas})$

En este caso la regla de tres es también inversa, a menos horas más días: $\frac{8}{6} \Rightarrow \frac{6}{8}$

$$\frac{6}{8} = \frac{y}{y'}$$

3.-

$y'(\text{días}) \dots\dots\dots 80(\text{metros})$

$x(\text{días}) \dots\dots\dots 60(\text{metros})$

La regla de tres es directa porque a más días, más metros:

$$\frac{80}{60} = \frac{y'}{x}$$

Multiplicando ahora las proporciones, término a término y despejando x :

$$\frac{(5)(6)(80)}{(3)(8)(60)} = \frac{(10)(y)(y')}{(y)(y')(x)} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{(3)(10)}{(5)} = 6(\text{días})$$

PREGUNTAS:

1.- Si cuatro libros cuestan Bs. 20, ¿cuánto costarán tres docenas de libros?.

Solución:

Tres docenas de libros son 36 libros.

Esta es una regla de tres directa porque a más libros, más costo.

Planteamiento del problema:

4(libros).....20,0(Bs.)

36(libros).....x(Bs.)

Luego:

$$\frac{4}{36} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 9 \cdot 20 = 180(Bs)$$

2.- Si una vara de 2,15 metros de longitud da una sombra de 6,45 metros, ¿cuál será la altura de una torre cuya sombra, a la misma hora, es de 51 metros?.

Solución:

Esta es una regla de tres directa porque a mayor sombra mayor altura.

Planteamiento del problema:

2,15(m – altura).....6,45(m – sombra)

x(m – altura).....51,0(m – sombra)

Luego:

$$\frac{51}{6,45} = \frac{x}{2,15} \Rightarrow x = \frac{51 \cdot 2,15}{6,45} = 17,0(m)$$

3.- Una torre de 25,05 metros de altura da una sombra de 33,40 metros, ¿cuál será, a la misma hora, la sombra de una persona cuya estatura es de 1,80 metros.

Solución: Esta es una regla de tres directa porque a menor altura menor sombra.

El planteamiento del problema es:

25,05(m – altura).....33,40(m – sombra)

1,80(m – altura).....x(m – sombra)

Luego:

$$\frac{25,05}{1,80} = \frac{33,40}{x} \Rightarrow x = \frac{1,80 \cdot 33,40}{25,05} = 2,40(m)$$

4.- Si media docena de una mercancía cuesta Bs. 14,50, ¿cuánto costarán 5 docenas de la misma?.

Esta es una regla de tres directa, porque a más mercancía, más costo.

Planteamiento del problema:

$$\begin{aligned} 0,5(doc.) & \dots\dots\dots 14,50(Bs.) \\ 5(doc.) & \dots\dots\dots x(Bs.) \end{aligned}$$

Luego:

$$\frac{0,5}{5} = \frac{14,5}{x} \Rightarrow x = 14,5 \cdot 10 = 145(Bs.)$$

5.- Los $\frac{2}{5}$ de capacidad de un estanque son 500 litros, ¿cuál será la capacidad de los $\frac{3}{8}$ del mismo estanque?.

Solución:

Planteamiento:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5}(Cap.) & \dots\dots\dots 500(l) \\ \frac{3}{8}(Cap.) & \dots\dots\dots x(l) \end{aligned}$$

Es una regla de tres directa porque a menor proporción, menor capacidad.

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{8}} = \frac{500}{x} \Rightarrow x = \frac{\left(\frac{3}{8}\right)500}{\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{15 \cdot 500}{16} = 468,75(l)$$

6.- Los $\frac{3}{7}$ de la capacidad de un estanque son 8.136,0 litros. Hallar la capacidad del estanque.

Solución:

Planteamiento del problema:

$$\begin{array}{l} \frac{3}{7}(\text{Cap.}) \dots\dots\dots 8136,0(l) \\ 1,0(\text{Cap.}) \dots\dots\dots x(l) \end{array}$$

Esta es una regla de tres directa porque a mayor proporción mayor capacidad.

$$\frac{\frac{3}{7}}{1} = \frac{8136}{x} \Rightarrow x = 8136 \cdot \frac{1}{\frac{3}{7}} = 8136 \cdot \frac{7}{3} = 18.984(l)$$

7.- Dos individuos arriendan una finca. El primero ocupa los $\frac{5}{11}$ de la finca y paga Bs. 6000,0 de alquiler al año. ¿Cuánto paga de alquiler anual el segundo?

Solución:

Si uno alquila el $\frac{5}{11}$ de la finca el otro está alquilando el $\frac{6}{11}$ restante. La regla de tres es directa porque a más terreno más pago de alquiler.

$$\begin{array}{l} \frac{5}{11}(\text{lote}) \dots\dots\dots 6000,0(\text{Bs.}) \\ \frac{6}{11}(\text{lote}) \dots\dots\dots x(\text{Bs.}) \end{array}$$

$$\frac{\frac{5}{11}}{\frac{6}{11}} = \frac{6000}{x} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{6000}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 6000}{5} = 7.200,00 \left(\frac{\text{Bs}}{\text{año}} \right)$$

8.- Una casa es de dos hermanos. La parte del primero, que es los $\frac{5}{12}$ de la casa, está valuada en Bs. 15.300,0. Hallar el valor de la parte del otro hermano.

Solución:

Planteamiento del problema:

$$\begin{array}{l} \frac{5}{12}(\text{lote}) \dots\dots\dots 15300,0(\text{Bs.}) \\ \frac{7}{12}(\text{lote}) \dots\dots\dots x(\text{Bs.}) \end{array}$$

Si uno tiene $\frac{5}{12}$ del total, el otro tiene el $\frac{7}{12}$ restante. La regla de tres es directa porque a mayor lote de terreno, mayor cantidad de dinero.

$$\frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{12}} = \frac{15300}{x} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{15300}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 15300}{5} = 24.480,0(\text{Bs.})$$

9.- Una cuadrilla de obreros emplea 14 días, trabajando 8 horas diarias, en realizar cierta obra. Si hubiera trabajado una hora menos al día, ¿en cuántos días habrían terminado la obra?

Solución:

Planteamiento del problema:

$$\begin{array}{l} 8(\text{horas}) \dots\dots\dots 14(\text{días}) \\ 7(\text{horas}) \dots\dots\dots x(\text{días}) \end{array}$$

Esta es una regla de tres inversa, ya que a menos horas trabajadas por día, más días.

$$\frac{7}{8} = \frac{14}{x} \Rightarrow x = \frac{8(14)}{7} = 16(d)$$

10.- Nueve hombres pueden hacer una obra en 5 días.(a). ¿Cuántos hombres más harán falta para hacerla en un día? .(b).- ¿ Cuántos hombres menos para hacerla en 15 días.

Soluciones:

(a).- Es una regla de tres inversa ya que a menos días, más hombres.

Planteamiento del problema:

9(hombres).....5(días)
 x(hombres).....1,0(días)

$$\frac{1}{5} = \frac{9}{x} = x = 45(h) \Rightarrow 45 - 9 = 36(h)^+$$

(b).- Es una regla de tres inversa ya que a más días menos hombres.

Planteamiento del problema:

9(hombres).....5(días)
 x(hombres).....15(días)

$$\frac{15}{5} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = \frac{(5)(9)}{(15)} = 3 \Rightarrow 9 - 3 = 6(h)^-$$

11.- A la velocidad de 30 kilómetros por hora un automóvil emplea $8\frac{1}{4}$ (horas) en ir de una ciudad a otra. ¿Cuánto tiempo menos se hubiera tardado si la velocidad hubiera sido triple?

Solución:

El triple de la velocidad inicial es $V_2 = 3 \cdot V_1 = 3 \cdot 30 \left(\frac{km}{h} \right) = 90 \left(\frac{km}{h} \right)$ y

$$8\frac{1}{4}(h) = \frac{32+1}{4} = \frac{33}{4}(h) .$$

Planteamiento del problema:

$30 \left(\frac{km}{h} \right)$ $\frac{33}{4}(h)$
 $90 \left(\frac{km}{h} \right)$ $x(h)$

La regla de tres es inversa porque al tener más velocidad se obtiene menos tiempo.

$$\frac{90}{30} = \frac{\frac{33}{4}}{x} \Rightarrow 3 = \frac{33}{4x} \Rightarrow 4x = \frac{33}{3} = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{4}(h)$$

El tiempo menos empleado es $\frac{33}{4}(h) - \frac{11}{4}(h) = \frac{22}{4}(h) = \frac{11}{2}(h) = 5\frac{1}{2}(h)$

12.- Una pieza de tela tiene 32,32 metros de largo y 75 centímetros de ancho. ¿Cuál será la longitud de otra pieza de tela de la misma superficie, cuyo ancho es de 80 centímetros?

Solución:

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} 32,32(m - \text{largo}) \dots\dots\dots 0,75(m - \text{ancho}) \\ x(m - \text{largo}) \dots\dots\dots 0,80(m - \text{ancho}) \end{array}$$

Esta es una regla de tres inversa porque a más ancho menos largo.

$$\frac{80}{75} = \frac{32,32(100)}{x(100)} \Rightarrow \frac{80}{75} = \frac{32,32}{x} \Rightarrow x = \frac{(75)(32,32)}{80} = 30,30(m)$$

13.- Una mesa tiene 6,0 metros de largo y 1,5 metros de ancho. ¿Cuánto se debe disminuir la longitud, para que sin variar la superficie el ancho sea de 2,0 metros?.

Solución:

Planteamiento del problema:

$$\begin{array}{l} 6,0(m - \text{largo}) \dots\dots\dots 1,5(m - \text{ancho}) \\ x(m - \text{largo}) \dots\dots\dots 2,0(m - \text{ancho}) \end{array}$$

La regla de tres es inversa porque a más ancho menos largo.

$$\frac{2,0}{1,5} = \frac{6,0}{x} \Rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 6,0}{2,0} = 4,5(m)$$

Disminución de largo: $6,0(m) - 4,5(m) = 1,5(m)$

14.- Una fuente da 120 Dls. de agua en 10 minutos. ¿Cuántos litros más dará en $12\frac{1}{12}$ (min.)?

Solución:

Es una regla de tres directa porque a más tiempo más litros de agua:

Además, $120(Dls) = 1200(l)$ y $12\frac{1}{12}(min) = \frac{144+1}{12}(min) = \frac{145}{12}(min)$

Planteamiento:

$$1200(l) \dots\dots\dots 10(min)$$

$$x(l) \dots\dots\dots \frac{145}{12}(min)$$

Entonces:

$$\frac{10}{\frac{145}{12}} = \frac{1200}{x} \Rightarrow \frac{120}{145} = \frac{1200}{x} \Rightarrow x = 10 \cdot 145 = 1450(l)$$

El aumento de litros será: $\Delta(l) = 1450(l) - 1200(l) = 250(l)$

15.- Un móvil recorre 3 cordeles tres varas en 4 minutos. ¿Qué tiempo empleará en recorrer 198,432 metros?

Solución:

$$1,0(cordel) = 45(varas) \Rightarrow 3(cordeles) = 135(varas)$$

$$3(cordeles) + 6(varas) = 141(varas) =$$

$$141(varas) \cdot 0,8359 \left(\frac{m}{varas} \right) = 117,861(m)$$

Esta regla de tres es directa porque a mayor distancia mayor tiempo.

Planteamiento:

$$117,861(m) \dots\dots\dots 4(\text{min})$$

$$198,432(m) \dots\dots\dots x(\text{min})$$

$$x = \frac{198,432(m) \cdot 4(\text{min})}{117,861(m)} = 6,734(\text{min})$$

16.- Ganando Bs. 3,15 en cada metro de tela, ¿cuántos metros se han vendido si la ganancia es de Bs.945,9?

Solución:

Esta es una regla de tres directa , ya que a más metros de tela, más ganancia.

Planteamiento del problema:

$$1,0(m - \text{tela}) \dots\dots\dots 3,15(\text{Bs.} - \text{ganancia})$$

$$x(m - \text{tela}) \dots\dots\dots 954,0(\text{Bs. ganancia})$$

Luego:

$$x = \frac{(1)(945,0)}{(3,15)} = 300,0(m)$$

17.- Dos piezas de paño de la misma calidad cuestan, una Bs. 450,0 y otra Bs. 300,0. Si la primera tiene 15,0 metros más que la segunda, ¿cuál es la longitud de cada pieza?.

Esta es una regla de tres directa, a más dinero, más longitud. Tomando x metros como la longitud menor, se hará el planteamiento del problema:

$$[x + 15](m) \dots\dots\dots 450,0(\text{Bs.})$$

$$x(m) \dots\dots\dots 300,0(\text{Bs.})$$

Luego:

$$\frac{x + 15}{x} = \frac{450}{300} \Rightarrow 450x = 300x + 4500 \Rightarrow 150x = 4500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4500}{150} = 30,0(m)$$

$$\text{Entonces } x + 15 = 45(m)$$

18.- Una guarnición de 1300 hombres tiene víveres para sobrevivir 4 meses. Si se quiere que los víveres duren 10 días más; ¿cuántos hombres habrá que rebajar de la guarnición?.

Solución:

Cuatro meses son 120 días y $4(\text{meses}) + 10(\text{días}) = 130(\text{días})$.

Esta es una regla de tres inversa porque a menos hombres, más días.

Planteamiento del problema:

$$\begin{array}{l} 1300(\text{hombres}) \dots\dots\dots 120(\text{días}) \\ (1300 - x)(\text{hombres}) \dots\dots\dots 130(\text{días}) \end{array}$$

Entonces, por ser inversa:

$$\begin{aligned} \frac{(1300 - x)}{1300} &= \frac{120}{130} \Rightarrow (1300 - x)(130) = (1300)(120) \Rightarrow \\ \Rightarrow 1300 - x &= 1200 \Rightarrow x = 1300 - 1200 = 100(\text{hombres}) \end{aligned}$$

19.- Un obrero tarda $12\frac{3}{5}(\text{días})$ en hacer $\frac{7}{12}$ de una obra; ¿cuánto tiempo le tomará terminar la obra?

Solución:

Ya el obrero realizó $\frac{7}{12}$ del total de la obra y para terminarla deberá realizar el $\frac{5}{12}$, de la obra, restante. Por otro lado, $12\frac{3}{5}(\text{días}) = \frac{63}{5}(\text{días})$.

Esta es una regla de tres directa, ya que a menos porción de la obra menos tiempo.

Planteamiento del problema:

$$\frac{\left(\frac{7}{12}\right)}{\left(\frac{5}{12}\right)} = \frac{\left(\frac{63}{5}\right)}{x} \Rightarrow \frac{7}{5} = \frac{63}{5x} \Rightarrow 7 = \frac{63}{x} \Rightarrow x = \frac{63}{7} = 9(\text{días})$$

20.- Un velero se mueve a 20 nudos, es decir, a 20 millas por hora. Si con 20 nudos puede desplazarse de un punto **A** a un punto **B** en una hora, ¿ a cuántos nudos se desplazará del punto **A** al **B** si lo hace en 2 horas?

Solución:

Al tomar más tiempo en llegar de **A** a **B** es porque se desplazó más lentamente; o sea que estamos ante una regla de tres inversa, más tiempo corresponde a menos velocidad de desplazamiento.

Planteamiento del problema:

1,0(*hora*).....20(*nudos*)
2,0(*horas*).....*x*(*nudos*)

Luego, por ser inversa:

$$\frac{2}{1} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10(\text{nudos})$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #2.

Tema: Regla de interés simple.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Porcentajes: Para calcular un porcentaje x de un número cualquiera se sigue el siguiente procedimiento:

Ejemplo #1: Calcular el 20% de 200: $\left(\frac{20}{100}\right) \cdot 200 = 20\left(\frac{200}{100}\right) = 40$

Cálculo del porcentaje de una cantidad de otra:

Ejemplo #2: Calcular el porcentaje de 75 de 625:

Se hace una regla de tres directa:

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} 75 \dots\dots\dots x \\ 625 \dots\dots\dots 100 \end{array}$$
$$\frac{75}{625} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{(75)(100)}{(625)} = 12\%$$

O sea, para efectos prácticos, se divide la cantidad menor por la cantidad mayor y se multiplica por 100.

La regla de interés es una operación por medio de la cual se halla la ganancia o **interés** que produce una suma de dinero o **capital**, prestado a un tanto por ciento dado y durante un tiempo determinado.

El capital se representa por **C**, el **tiempo** por **t**, el **tanto por ciento** (%) por **r** y el **interés** o **rédito** por **I**.

El interés puede ser simple o compuesto.

Es simple cuando el interés o rédito, es decir, la ganancia que produce el capital prestado, se percibe al final de períodos iguales de tiempo, sin que el capital varíe.

Es compuesto cuando los intereses que produce el capital se suman al capital, al final de cada período de tiempo, formando de este modo un nuevo capital.

Fórmulas para el interés simple:

(a) Si el tiempo es un año:

Para deducir la fórmula del interés simple se aplicará una regla de tres directa, ya que a mayor a más capital, más rédito:

Planteamiento:

100.....r

c.....I

$$\frac{100}{c} = \frac{r}{I} \Rightarrow (c)(r) = I(100) \Rightarrow I = \frac{(c)(r)}{100}$$

Despejando variables, se tiene también:

$$c = \frac{100 \cdot I}{r}$$

$$r = \frac{100 \cdot I}{c}$$

(b) Siendo el tiempo varios años:

Es evidente que el interés que produce un capital c durante t años, es igual al interés que produce un capital t veces mayor durante un año, o sea, el interés durante un año del capital tc :

Planteamiento de la regla de tres directa:

$$100 \dots\dots\dots r$$

$$tc \dots\dots\dots I$$

$$\frac{100}{tc} = \frac{r}{I} \Rightarrow I = \frac{(tc)r}{100}$$

De la expresión anterior podemos deducir:

$$c = \frac{100I}{tr}$$

$$t = \frac{100I}{cr}$$

$$r = \frac{100I}{ct}$$

© Siendo el tiempo meses:

Si t es ahora el tiempo en mese, $\frac{t}{12}$ será el tiempo en años, y luego, aplicando lo aprendido en el caso anterior, se puede plantear:

$$100 \dots\dots\dots r$$

$$\frac{c \cdot t}{12} \dots\dots\dots I$$

$$\frac{100}{\frac{c \cdot t}{12}} = \frac{r}{I} \Rightarrow \frac{1200}{c \cdot t} = \frac{r}{I} \Rightarrow I = \frac{(c)(t)(r)}{1200}$$

De la fórmula anterior se deduce:

$$c = \frac{(1200)(I)}{(r)(t)}$$

$$t = \frac{(1200)(I)}{(c)(r)}$$

$$r = \frac{(1200)I}{(c)(t)}$$

(d).- Siendo el tiempo días:

El año comercial se considera de 360 días, por lo tanto si t representa el tiempo en días, $\frac{t}{360}$ es años.

Entonces, el planteamiento del problema es:

$$100 \dots \dots \dots r$$

$$\frac{(c)(t)}{(360)} \dots \dots \dots I$$

$$\frac{100}{\frac{(c)(t)}{360}} = \frac{r}{I} \Rightarrow \frac{36000}{(c)(t)} = \frac{r}{I} \Rightarrow I = \frac{(c)(t)(r)}{36000}$$

De la fórmula anterior se deduce:

$$c = \frac{36000(I)}{(r)(t)}$$

$$t = \frac{36000(I)}{(c)(r)}$$

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)}$$

Ejemplo #3: Hallar el interés de Bs. 450,0 al 5% anual durante 4 años.

Solución:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{100} = \frac{(450)(5)(4)}{100} = 90(Bs.)$$

Ejemplo #4: Un propietario ha tomado Bs. 3600,0 en hipoteca sobre una casa al $5\frac{3}{4}\%$ anual. ¿Cuánto pagará al mes de intereses?.

Solución:

Hay que hallar el interés de un mes. Aplicamos la ecuación de I con 1200 porque el tiempo viene en meses.

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{1200} = \frac{(3600)(1)(5,75)}{1200} = 17,25(Bs.)$$

Ejemplo #5: Hallar el interés que han producido Bs. 6000 que han estado impuestos durante 2 años, 8 meses y 6 días al $\frac{1}{2}\%$ mensual.

Solución:

Hay que reducir 2 años, 8 meses y 6 días a días, o sea que se trata de un total de 966 días. Entonces hay que aplicar la ecuación de I con 36000, porque el tiempo está dado en días; pero, además, hay que usar la tasa de interés anual transformando $0,5\%$ (mensual) $\Rightarrow 6,0\%$ (anual)

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(6000)(966)(6)}{36000} = 966(Bs.)$$

Ejemplo #6: Pedro Suárez toma un préstamo de Bs. 480 al 5% anual el 12 de Marzo y devuelve el dinero recibido el 15 de Mayo. ¿Cuánto pagará de interés?.

Solución:

Cuando se calcula el interés entre dos fechas próximas, se calcula el número exacto de días que hay de una fecha a la otra. Así, en este problema se dice: del 12 de Marzo al 15 de Mayo hay 19 días en Marzo, 30 días en Abril y 15 en Mayo, haciendo un total de 64 días.

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(480)(64)(5)}{36000} = 4,27(Bs.)$$

Ejemplo #7.- ¿Cuál es la suma que al $5\frac{1}{5}\%$ ha producido Bs. 104 en 8 meses?.

Solución:

Aplicamos la fórmula del capital con 1200 porque el tiempo viene dado en meses.

$$c = \frac{(1200)(I)}{(r)(t)} = \frac{(1200)(104)}{(5,2)(8)} = 3000(Bs.)$$

Ejemplo #8.- Por un dinero que recibí en préstamo al $\frac{1}{3}\%$ mensual y que devolví a los 80 días, tuve que pagar de interés Bs. 400. ¿Cuál fue la suma prestada?

Solución:

$$\frac{1}{3}\% (mensual) = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4,0\% (anual)$$

Luego, se utilizará la fórmula para el cálculo del capital con 36000 porque se está trabajando con días.

$$c = \frac{(36000)(I)}{(r)(t)} = \frac{(36000)(400)}{(4)(80)} = 45000(Bs.)$$

Ejemplo #9.- ¿ A qué % anual se han impuesto Bs. 75000 que en 24 días han producido Bs. 250?.

Solución:

Se aplica la fórmula para el cálculo de la tasa de interés anual con 36000 porque se está trabajando con días.

$$r = \frac{(36000)I}{(c)(t)} = \frac{(36000)(250)}{(75000)(24)} = 5\%$$

Ejemplo #10.- Bs. 6000 impuestos al 2% han producido 600. ¿Qué tiempo estuvieron impuestos?

Solución:

Se quiere el tiempo en años:

$$t = \frac{(100)I}{(c)(r)} = \frac{(100)(600)}{(6000)(2)} = 5(\text{años})$$

Nota importante: Para la aplicación de las fórmulas anteriores hay que tener presente que siendo el % anual, cuando el tiempo sea años se emplean las fórmulas con 100; cuando sea meses, con 1200, y cuando sea días, con 36000.

PREGUNTAS:

1.- Hallar la ganancia o interés de una capital de Bs. 600 colocado al $3\frac{1}{2}\%$ anual en 4 años:

Solución:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{100} = \frac{(600)(4)(3,5)}{100} = 84,0(\text{Bs.})$$

2.- Hallar el interés generado por un capital de 4500 bolívares colocado al $5\frac{1}{2}\%$ anual en 8 meses.

Solución:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(1200)} = \frac{(4500)(8)(5,5)}{1200} = 165,0(\text{Bs.})$$

3.- Hallar el interés de un capital de 9000 bolívares colocados al 12% anual en 20 días.

Solución:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(36000)} = \frac{(9000)(20)(12)}{(36000)} = 60,0(\text{Bs.})$$

4.- Hallar el interés de una capital de 2100 bolívares colocados al $6\frac{3}{4}\%$ anual en 3 años y 4 meses.

Solución:

$$t = 3(12) + 4 = 40(\text{meses})$$

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{1200} = \frac{(2100)(40)(6,75)}{1200} = 472,5(\text{Bs.})$$

5.- Hallar el interés de un capital de 1800 bolívares colocados al 5% en 3 años, 8 meses y 10 días.

Solución:

$$t = 3(360) + 8(30) + 10 = 1330(\text{días})$$

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(36000)} = \frac{(1800)(1330)(5)}{(36000)} = 332,5(\text{Bs.})$$

6.- Se toman 4800 bolívares en hipoteca al 7% anual ¿Cuánto hay que pagar al mes de intereses?

Solución:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(1200)} = \frac{(4800)(1)(7)}{(1200)} = 28,0(\text{Bs.})$$

7.- Si presto 120 bolívares al 1% mensual ¿ cuánto tienen que pagarme al mes de intereses?.

Solución:

$$r = 12\%(\text{anual})$$

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(1200)} = \frac{(120)(1)(12)}{(1200)} = 1,2(\text{Bs.})$$

8.- ¿Cuánto producen 8200 bolívares que se han prestado al $\frac{1}{4}\%$ (mensual) en 90 días?.

Solución:

$$r = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3,0\% \text{ (anual)}$$

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(36000)} = \frac{(8200)(90)(3)}{(36000)} = 61,5 \text{ (Bs.)}$$

9.- ¿Cuánto producen 750 bolívares que se prestan al $\frac{1}{80}\%$ (diario) en 2 meses?.

Solución:

$$r = \frac{1}{80} \cdot 360 = 4,5\% \text{ (anual)}$$

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{(1200)} = \frac{(750)(2)(4,5)}{1200} = 5,625 \text{ (Bs.)}$$

10.- Hallar el interés de un capital de 11000 bolívares al $\frac{3}{4}\%$ mensual durante 4 meses y 5 días.

Solución:

$$\text{Tasa de interés anual: } r = \left(\frac{3}{4}\right)12 = 9\% \text{ (anual)}$$

$$\text{Tiempo (t): } t = 4(30) + 5 = 125 \text{ (días)}$$

Ahora:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(11000)(125)(9)}{36000} = 343,75 \text{ (Bs.)}$$

11.- Hallar la renta diaria de 36000 bolívares colocados al $\frac{1}{90}\%$ (diario).

Solución:

$$\text{Tiempo: } t = 1,0 \text{ (día)}$$

$$\text{Tasa de interés anual: } \left(\frac{1}{90}\right)360 = 4\% \text{ (anual)}$$

Ahora:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(36000)(1)(4)}{(36000)} = 4,0 \text{ (Bs.)}$$

12.- Hallar la renta mensual de 60000 bolívares al $\frac{1}{6}\%$ (*mensual*).

Solución:

Tiempo: $t = 1,0$ (*mes*)

Tasa de interés anual: $r = \left(\frac{1}{6}\right)12 = 2\%$ (*anual*)

Ahora:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{1200} = \frac{(60000)(1)(2)}{1200} = 100,0 \text{ (Bs.)}$$

13.- Hallar el interés de 500 bolívares al 6% del 6 de Febrero de 1967 al 2 de marzo del mismo año.

Solución:

Tiempo: 22 días de Febrero + 2 días de marzo son 24 días.

Luego:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(500)(24)(6)}{36000} = 2,0 \text{ (Bs.)}$$

14.- Se toman 900 bolívares al $5\frac{1}{2}\%$ el 29 de abril y se devuelve el capital prestado el 8 de junio del mismo año. ¿ Cuánto se pagará de interés?.

Solución:

Tiempo: 1 día de abril + 31 días de mayo + 8 días de junio = 40 (días)

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(900)(40)(5,5)}{36000} = 5,5 \text{ (Bs.)}$$

15.- Hallar el interés de 400 bolívares al 9% del 1 de febrero de 1964 al 20 de julio del mismo año, /año bisiesto).

Solución:

Tiempo: 27 días de febrero + 31 días de marzo + 30 días de abril + 31 días de mayo + 30 días de junio + 20 días de julio: $t = 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 30 = 180$ (*días*)

Ahora:

$$I = \frac{(c)(t)(r)}{36000} = \frac{(400)(180)(9)}{36000} = 18,0(Bs.)$$

16.- ¿Qué suma al 3% en 2 años produce 60 bolívares?.

Solución:

$$c = \frac{100(I)}{(t)(r)} = \frac{100(60)}{(2)(3)} = 1000(Bs.).$$

17.- ¿Qué suma al $5\frac{1}{2}\%$ en 5 meses produce 110 bolívares?.

Solución:

$$c = \frac{1200(I)}{(t)(r)} = \frac{1200(110)}{(5)(5,5)} = 4800(Bs.)$$

18.- ¿Qué suma al $3\frac{3}{5}\%$ en 60 días produce 72 bolívares?.

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(72)}{(60)(3,6)} = 12000(Bs.)$$

19.- ¿Qué capital al $7\frac{1}{2}\%$ produce en 5 meses y 10 días un interés de 400 bolívares?

Solución:

$$t = 5(30) + 10 = 160(dias)$$

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(400)}{(160)(7,5)} = 12000(Bs.)$$

20.- ¿Qué capital produce 2950 bolívares al $4\frac{4}{5}\%$ en 1 año, 7 meses y 20 días?

Solución:

$$t = 360 + 7(30) + 20 = 590(\text{dias})$$

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(2950)}{(590)(4,8)} = 37500(\text{Bs.})$$

21.- Si pago 30 bolívares al mes por un dinero que tomé en hipoteca al 6%, ¿ a cuánto asciende el capital prestado?.

Solución:

El tiempo es un mes; o sea: $t = 1(\text{mes})$.

$$c = \frac{1200(I)}{(t)(r)} = \frac{1200(30)}{(1)(6)} = 6000(\text{Bs.})$$

22.- Si pago 4,80 bolívares al mes por una cantidad de dinero que me prestaron al 8%; ¿ cuál es la cantidad de dinero que me prestaron?.

Solución:

El tiempo es un mes; o sea: $t = 1,0(\text{mes})$

$$c = \frac{1200(I)}{(t)(r)} = \frac{1200(4,8)}{(1)(8)} = 720(\text{Bs.})$$

23.- Si pago 6 bolívares mensuales por un dinero que me prestaron al 1% mensual, ¿cuál es esa cantidad de dinero?.

Solución

$$r = (1)(12) = 12\%(\text{anual})$$

El tiempo es un mes; o sea: $t = 1,0(\text{mes})$.

$$c = \frac{1200(I)}{(t)(r)} = \frac{1200(6)}{(1)(12)} = 600(\text{Bs.})$$

24.- ¿Qué suma colocada al $\frac{1}{2}\%$ mensual ha producido 72 bolívares en 100 días?

Solución:

$$r = \left(\frac{1}{2}\right)12 = 6\% \text{ (anual)}$$

Luego:

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(72)}{(100)(6)} = 4320 \text{ (Bs.)}$$

25.- ¿Qué suma colocada al $1\frac{3}{4}\%$ mensual ha producido 357 bolívares en 5 meses y 20 días?.

Solución:

El tiempo será: $t = 5(30) + 20 = 170 \text{ (días)}$

La tasa de interés: $r = (1,75) \cdot 12 = 21\% \text{ (anual)}$

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(357)}{(170)(21)} = 3600 \text{ (Bs.)}$$

26.- ¿Qué suma colocada al 2% mensual produce una renta mensual de 12 bolívares?.

Solución:

El tiempo es uno; o sea; $t = 1,0 \text{ (mes)}$.

$r = (2,0)12 = 24\% \text{ (anual)}$.

Entonces:

$$c = \frac{1200(I)}{(t)(r)} = \frac{1200(12)}{(1)(24)} = 600 \text{ (Bs.)}$$

27.- ¿Qué suma al $\frac{1}{24}\%$ (diario) produce una renta diaria de 0,60 bolívares?.

Solución:

$$r = \left(\frac{1}{24}\right)360 = 15\% (\text{anual})$$

El tiempo es un día, o sea: $t = 1,0(\text{dia})$

Luego:

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(0,60)}{(1)(15)} = 1440(\text{Bs.})$$

28.- Por una suma colocada al 4% el 8 de noviembre se pagan de intereses el 4 de diciembre del mismo año la cantidad de 5,20 bolívares. ¿Cuál es esa suma?.

Solución:

El tiempo es: $t = 22 + 4 = 26(\text{dias})$

Luego:

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(5,20)}{(26)(4)} = 1800(\text{Bs.})$$

29.- Se presta al $2\frac{1}{2}\%$ una suma el 22 de junio y el 20 de septiembre se pagan los intereses con una suma de 18,75 bolívares. ¿Cuál fue la suma prestada?.

Solución:

El tiempo es: $t = 8 + 31 + 31 + 20 = 90(\text{dias})$

Luego:

$$c = \frac{36000(I)}{(t)(r)} = \frac{36000(18,75)}{(90)(2,5)} = 3000(\text{Bs.})$$

30.- ¿ A qué tasa de interés (%) se coloca un capital de 800 bolívares para que en 5 años produzcan 40 bolívares?.

Solución

$$r = \frac{100(I)}{(c)(t)} = \frac{100(40)}{(800)(5)} = 1,0\% \text{ (anual)}$$

31.- ¿A qué tasa de interés se deberá colocar un capital de 1254 bolívares para que en 6 meses produzcan 62,70 bolívares?

Solución:

$$r = \frac{1200(I)}{(c)(t)} = \frac{1200(62,70)}{(1250)(6)} = 10,032\%$$

32.- ¿A qué tasa de interés se debe colocar un capital de 8200 bolívares para que en 90 días produzcan 410 bolívares?.

Solución:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(410)}{(8200)(90)} = 20\% \text{ (anual)}$$

33.- ¿A qué tasa de interés se debe colocar un capital de 12000 bolívares para que en 2 años, 9 meses y 18 días produzcan 2016 bolívares?.

Solución:

$$\text{El tiempo es: } t = 2(360) + 9(30) + 18 = 720 + 270 + 18 = 1008 \text{ (días)}$$

Entonces:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(2016)}{(12000)(1008)} = 6\% \text{ (anual)}$$

34.- Si 7200 bolívares en 1 año y 50 días han producido 820 bolívares, ¿a qué tasa de interés se colocaron?

Solución:

$$\text{El tiempo es: } t = 360 + 50 = 410 \text{ (días)}$$

Luego:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(820)}{(7200)(410)} = 10\% \text{ (anual)}$$

35.- Si pago 35 bolívares al mes por una hipoteca de 8400 bolívares; ¿a qué tasa de interés se han prestado el dinero?.

Solución:

$$r = \frac{1200(I)}{(c)(t)} = \frac{1200(35)}{(8400)(1)} = 5\% \text{ (anual)}$$

36.- Tengo que pagar 70 bolívares cada 3 meses por un préstamo que recibí de 4000 bolívares, ¿a qué tasa de interés prestaron el dinero?.

Solución:

$$I = 70(\text{trimestral})$$

Luego:

$$r = \frac{\left(\frac{1200}{3}\right)(70)}{(4000)(1)} = \frac{400(70)}{(4000)(1)} = 7\% \text{ (anual)}$$

37.- Pagaba 50 bolívares al mes como intereses de una hipoteca de 5000 bolívares; pero, el acreedor me redujo el pago de intereses a solo 37,50 bolívares por mes; ¿qué % fue rebajado por el acreedor?.

Solución:

$$r_1 = \frac{1200(I_1)}{(c)(t)} = \frac{1200(50)}{(5000)(1)} = 12\% \text{ (anual)}$$

$$r_2 = \frac{1200(I_2)}{(5000)(1)} = \frac{1200(37,5)}{(5000)(1)} = 9\%$$

Entonces, la reducción de la tasa de interés fue de:

$$r = r_1 - r_2 = 12 - 9 = 3\% \text{ (anual)}$$

38.- Juan García paga 4 bolívares al mes por un préstamo de 480 bolívares que tomó en hipoteca sobre una casa y Pedro González paga 3 bolívares al mes por un préstamo que tomó en hipoteca sobre un terreno. ¿Cuál de los dos préstamos se hizo a una mayor tasa de interés y cuál es la diferencia de una con otra?.

Solución:

1).- Juan García:

$$r_1 = \frac{1200(I_1)}{(c_1)(t_1)} = \frac{1200(4)}{(480)(1)} = 10\% \text{ (anual)}$$

2).- Pedro González:

$$r_2 = \frac{1200(I_2)}{(c_2)(t_2)} = \frac{1200(3)}{(900)(1)} = 4\% \text{ (anual)}$$

Conclusión:

Juan García contrató una tasa de interés mucho mayor y la diferencia entre las dos fue 6%.

39.- Por 55000 bolívares que le prestaron durante 120 días se han recibido 550 bolívares de interés. ¿A qué tasa de interés se hizo el préstamo?.

Solución:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(550)}{(55000)(120)} = 3\% \text{ (anual)} \Rightarrow \frac{3}{12}\% = \frac{1}{4}\% \text{ (mensual)}$$

40.- ¿A qué tasa de interés se colocaron 12000 bolívares el 23 de abril si el 9 de agosto del mismo año se pagaron 144 bolívares de intereses?.

Solución:

$$\text{El tiempo es: } t = 7 + 31 + 30 + 31 + 9 = 108 \text{ (días)}$$

Luego:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(144)}{(12000)(108)} = 4\% \text{ (anual)}$$

41.- Se toman 9000 bolívares a préstamo el 9 de junio y el capital prestado se devuelve el 20 de diciembre del mismo año. Se pagaron 169,75 bolívares de intereses. ¿Cuál fue la tasa de interés?.

Solución:

El tiempo es: $t = 23 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 20 = 196(\text{días})$

Luego:

$$r = \frac{36000(I)}{(c)(t)} = \frac{36000(169,75)}{(9000)(196)} = 3,464\% (\text{anual})$$

42.- ¿Qué tiempo han estado colocados 960 bolívares que al 5% han producido 48 bolívares?

Solución:

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(48)}{(960)(5)} = 1,0(\text{año})$$

43.- ¿Qué tiempo han estado colocados 5600 bolívares que al 12% han producido 392 bolívares?.

Solución:

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(392)}{(5600)(12)} = \frac{7}{12}(\text{años}) \Rightarrow 7(\text{meses})$$

44.- ¿Qué tiempo han estado colocados 8000 bolívares que al 6% han producido 56 bolívares?.

Solución:

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(56)}{(8000)(6)} = 0,1166(\text{años}) = 42(\text{días})$$

45.- Presté 7200 bolívares al $\frac{1}{6}\%$ (mensual) y me pagaron de intereses 14,40 bolívares; ¿cuánto tiempo tuve colocado el dinero?.

Solución:

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(14,40)}{(7200)(2)} = 0,1(\text{año}) = 36(\text{dias})$$

46.- Por 5300 bolívares que se prestaron al $1\frac{1}{2}\%$ mensual se han recibido intereses por 795 bolívares; ¿cuánto tiempo duró la colocación?

Solución:

$$r = (1,5)\%(\text{mensual}) \cdot (12) = 18\%(\text{anual})$$

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(795)}{(5300)(18)} = 0,8333(\text{años}) = 10(\text{meses})$$

47.- Con los intereses generados por un capital de 60000 bolívares colocados al 1% mensual se ha adquirido un terreno por 9000 bolívares. ¿Cuánto tiempo estuvo colocado el dinero?.

Solución:

$$r = 1\%(\text{mensual}) \cdot 12 = 12\%(\text{anual})$$

$$t = \frac{100(I)}{(c)(r)} = \frac{100(9000)}{(60000)(12)} = 1,25(\text{años}) = 15(\text{meses})$$

48.- Mario Rodríguez hizo un préstamo de 8000 bolívares al 6% y pagó de intereses 360 bolívares; y Sebastián Roldán hizo otro préstamo de 7000 bolívares al 5% y pagó de intereses 350 bolívares. ¿Cuál de los dos tardó más tiempo en pagar el dinero y cuál es la diferencia de tiempo entre los dos casos?.

Solución:

1).- Mario Rodríguez:

$$t_1 = \frac{100(I_1)}{(c_1)(r_1)} = \frac{100(360)}{(8000)(6)} = 0,75(\text{años}) = 9(\text{meses})$$

2).- Sebastián Roldán:

$$t_2 = \frac{100(I_2)}{(c_2)(r_2)} = \frac{100(350)}{(7000)(5)} = 1,0(\text{año}) = 12(\text{meses})$$

Conclusión:

El Sr. Roldán tardó más en pagar, 3 meses más.

49.- Por un capital de 8000 bolívares, prestado al 8%, se ha pagado 80 bolívares de intereses. Si hubiera pagado de intereses $85\frac{1}{3}$ bolívares; ¿cuánto tiempo más se hubiera retenido el dinero?

Solución:

Intereses diferentes:

$$I_1 = 80(\text{Bs.})$$

$$I_2 = 85\frac{1}{3} = 85,333(\text{Bs.})$$

Luego:

$$t_1 = \frac{100(I_1)}{(c)(r)} = \frac{100(80)}{(8000)(8)} = \frac{1}{8}(\text{año}) = \frac{360}{8} = 45(\text{días})$$

$$t_2 = \frac{100(I_2)}{(c)(r)} = \frac{100\left(\frac{256}{3}\right)}{(8000)(8)} = \frac{100(256)}{(3)(8000)(8)} = \frac{1,0666}{8}(\text{año}) = 48(\text{días})$$

El segundo caso tomó 3 días más.

50.- Una suma de 1200 bolívares tomada a préstamo al 7% se devuelve el 8 de abril pagando de intereses 8,40 bolívares. ¿Qué día se hizo el préstamo?.

Solución:

$$t = \frac{36000(I)}{(c)(r)} = \frac{36000(8,40)}{(1200)(7)} = 36(\text{días}) \Rightarrow 8 - 36 = -28$$

Como marzo tiene 31 días : $31 - 28 = 3 \Rightarrow 3(\text{marzo})$

51.- Se toma al 4% una suma de 9000 bolívares el 13 de septiembre y al devolver el capital se pagan 74 bolívares de intereses. ¿ Qué día se hizo la devolución?.

Solución:

$$t = \frac{36000(I)}{(c)(r)} = \frac{36000(74)}{(9000)(4)} = 74(\text{dias})$$

$$t = 17(\text{sep.}) + 31(\text{oct}) + 26(\text{nov}) = 74(\text{dias})$$

El dinero se devolvió el 26 de noviembre.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #3.

Tema: Simplificación de fracciones.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para simplificar una fracción se dividen sus dos términos sucesivamente por los factores comunes que tengan.

Un buen método es empezar a verificar cuales números primos son factores comunes de los dos términos de la fracción.

En algunos casos el denominador es divisible por el numerador de la fracción.

PREGUNTAS:

Reducir a su más simple expresión las siguientes fracciones:

1.- $\frac{28}{36} =$

$$\frac{28}{36} = \frac{(2)(2)(7)}{(2)(2)(9)} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right) = \frac{7}{9}$$

2.- $\frac{54}{108} =$

$$\begin{aligned}\frac{54}{108} &= \frac{54}{2(54)} = \frac{(2)(27)}{(2)(2)(27)} = \frac{(2)(3)(3)(3)}{(2)(2)(3)(3)(3)} = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

3.- $\frac{54}{96} =$

$$\frac{54}{96} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{27}{48}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{16}$$

4.- $\frac{72}{144} =$

$$\frac{72}{144} = \frac{72}{2(72)} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{72}{72}\right) = \frac{1}{2}$$

También:

$$\begin{aligned}\frac{72}{144} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{36}{72}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{18}{36}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{9}{18}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{6}\right) = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

5.- $\frac{84}{126} =$

$$\frac{84}{126} = \frac{2(42)}{3(42)} = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{42}{42}\right) = \frac{2}{3}$$

También:

$$\frac{84}{126} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{42}{63}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{14}{21}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

6.- $\frac{99}{165} =$

$$\frac{99}{165} = \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{33}{55}\right) = \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{162}{189} =$$

7.- $\frac{162}{189} = \frac{3(54)}{3(63)} = \frac{(3)(3)(18)}{(3)(3)(21)} = \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{6}{7}\right) = \frac{6}{7}$

8.-

$$\frac{114}{288} =$$

$$\frac{114}{288} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{57}{144}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{19}{48}\right) = \frac{19}{48}$$

9.-

$$\frac{343}{539} =$$

$$\frac{343}{539} = \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{49}{77}\right) = \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{7}{11}$$

10.-

$$\frac{121}{143} =$$
$$\frac{121}{143} = \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{13}\right) = \frac{11}{13}$$

11.-

$$\frac{306}{1452} =$$
$$\frac{306}{1452} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{153}{726}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{51}{242}\right) = \frac{51}{242}$$

12.-

$$\frac{168}{264} =$$
$$\frac{168}{264} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{84}{132}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{42}{66}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{21}{33}\right) =$$
$$= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{7}{11}$$

12.-

$$\frac{306}{1452} =$$
$$\frac{306}{1452} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{153}{726}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{51}{242}\right) = \frac{51}{242}$$

13.-

$$\begin{aligned}\frac{168}{264} &= \\ \frac{168}{264} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{84}{132}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{42}{66}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{21}{33}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{7}{11}\end{aligned}$$

14.-

$$\begin{aligned}\frac{72}{324} &= \\ \frac{72}{324} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{36}{162}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{18}{81}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{6}{27}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{9}\right) = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

15.-

$$\begin{aligned}\frac{98}{105} &= \\ \frac{98}{105} &= \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{14}{15}\right) = \frac{14}{15}\end{aligned}$$

16.-

$$\begin{aligned}\frac{594}{648} &= \\ \frac{594}{648} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{297}{324}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{99}{108}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{33}{36}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{11}{12}\right) = \frac{11}{12}\end{aligned}$$

17.-

$$\frac{260}{286} =$$

$$\frac{260}{286} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{130}{143}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{13}{13}\right) \cdot \left(\frac{10}{11}\right) = \frac{10}{11}$$

18.-

$$\frac{2004}{3006} =$$

$$\begin{aligned} \frac{2004}{3006} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{1002}{1503}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{334}{501}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{167}{167}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

19.-

$$\frac{1955}{3910} =$$

$$\begin{aligned} \frac{1955}{3910} &= \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{391}{782}\right) = \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{17}{17}\right) \cdot \left(\frac{23}{46}\right) = \\ &= \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{17}{17}\right) \cdot \left(\frac{23}{23}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

20.-

$$\frac{286}{1859} =$$

$$\frac{286}{1859} = \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{26}{169}\right) = \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{13}{13}\right) \cdot \left(\frac{2}{13}\right) = \frac{2}{13}$$

21.-

$$\begin{aligned}\frac{1470}{4200} &= \\ \frac{1470}{4200} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{735}{2100}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{147}{420}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{21}{60}\right) = \\ &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{20}\right) = \frac{7}{20}\end{aligned}$$

22.-

$$\begin{aligned}\frac{7854}{9922} &= \\ \frac{7854}{9922} &= \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3927}{4961}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{357}{451}\right) = \frac{357}{451}\end{aligned}$$

23.-

$$\begin{aligned}\frac{4459}{4802} &= \\ \frac{4459}{4802} &= \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{637}{686}\right) = \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{91}{98}\right) = \\ &= \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{13}{14}\right) = \frac{13}{14}\end{aligned}$$

24.-

$$\begin{aligned}\frac{1798}{4495} &= \\ \frac{1798}{4495} &= \left(\frac{29}{29}\right) \cdot \left(\frac{62}{155}\right) = \left(\frac{29}{29}\right) \cdot \left(\frac{31}{31}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5}\end{aligned}$$

25.-

$$\frac{1690}{3549} =$$

$$\frac{1690}{3549} = \left(\frac{13}{13}\right) \cdot \left(\frac{130}{273}\right) = \left(\frac{13}{13}\right) \cdot \left(\frac{13}{13}\right) \cdot \left(\frac{10}{21}\right) = \frac{10}{21}$$

26.-

$$\frac{2016}{3584} =$$

$$\frac{2016}{3584} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{1008}{1792}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{504}{896}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{252}{448}\right)$$

$$\frac{2016}{3584} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{16}$$

27.-

$$\frac{1598}{1786} =$$

$$\frac{1598}{1786} = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{799}{893}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) \cdot \left(\frac{47}{47}\right) \cdot \left(\frac{17}{19}\right) = \frac{17}{19}$$

28.-

$$\begin{aligned} \frac{4235}{25410} &= \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{847}{5082}\right) = \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{121}{726}\right) = \\ &= \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{66}\right) = \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{7}\right) \cdot \left(\frac{11}{11}\right) \cdot \left(\frac{11}{11}\right) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

29.-

$$\frac{1573}{11011} =$$

$$\frac{1573}{11011} = \left(\frac{1573}{1573}\right) \cdot \left(\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{7}$$

30.-

$$\frac{2535}{20280} =$$

$$\frac{2535}{20280} = \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{507}{4056}\right) = \left(\frac{5}{5}\right) \cdot \left(\frac{507}{507}\right) \cdot \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #4.

Tema: Simplificación de fracciones usando el m.c.d.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Definición: Fracción irreducible es aquella fracción cuyos dos términos son primos entre si.

Para encontrar la mínima expresión de una fracción, se debe hallar el m.c.d. de los dos términos de la fracción y luego se dividen numerador y denominador por su m.c.d.

Ejemplo #1: Reducir a su mínima expresión $\frac{7393}{17017} = \left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{2431}{2431}\right)$

El m.c.d. de ambos términos es 2431; entonces:

$$\frac{(7293) \div (2431)}{(17017) \div (2431)} = \frac{3}{7}$$

PREGUNTAS:

Reducir a su mínima expresión por medio de una sola operación:

$$1.- \frac{98}{147} =$$

$$98 = (2) \cdot (7)^2$$

$$147 = 3(7)^2$$

$$m.c.d = (7)^2 = 49$$

$$\text{Luego: } \frac{(98) \div 49}{(147) \div 49} = \frac{2}{3}$$

$$2.- \frac{273}{637} =$$

$$273 = (3)(91)$$

$$637 = (7)(91)$$

$$m.c.d = 91$$

$$\text{Luego: } \frac{(273) \div (91)}{(637) \div (91)} = \frac{3}{7}$$

$$3.- \frac{332}{415} =$$

$$332 = (2)(2)(83)$$

$$415 = (5)(83)$$

$$m.c.d = 83$$

$$\text{Luego: } \frac{(332) \div (83)}{(415) \div (83)} = \frac{4}{5}$$

4.-

$$\frac{285}{513} =$$

$$285 = (5)(57)$$

$$513 = (3)171 = (3)(3)(57)$$

$$m.c.d = 57$$

$$\frac{(285) \div (57)}{(513) \div (57)} = \frac{5}{9}$$

5.-

$$\frac{252}{441} =$$

$$252 = (2)(126) = (2)(2)(63)$$

$$441 = (7)(63)$$

$$m.c.d = 63$$

$$\frac{(252) \div (63)}{(441) \div (63)} = \frac{4}{7}$$

6.-

$$\frac{623}{979} =$$

$$623 = (7)(89)$$

$$979 = (11)(89)$$

$$m.c.d. = 89$$

$$\frac{(623) \div (89)}{(979) \div (89)} = \frac{7}{11}$$

7.-

$$\frac{370}{444} =$$

$$370 = (5)(74) = (5)(2)(37)$$

$$444 = (4)(111) = (4)(3)(37)$$

$$m.c.d.:(2)(37) = 74$$

Luego:

$$\frac{(370) \div (74)}{(444) \div (74)} = \frac{5}{6}$$

8.-

$$\frac{2002}{5005} =$$

$$2002 = (2)(1001)$$

$$5005 = (5)(1001)$$

$$m.c.d = 1001$$

Luego:

$$\frac{(2002) \div (1001)}{(5005) \div (1001)} = \frac{2}{5}$$

9.-

$$\frac{3003}{6006} =$$

$$3003 = (3)(1001)$$

$$6006 = (2)(3)(1001)$$

$$m.c.d = (3) \cdot (1001) = 3003$$

Luego:

$$\frac{(3003) \div (3003)}{(6006) \div (3003)} = \frac{1}{2}$$

10.-

$$\frac{1212}{1515} =$$

$$1212 = (2)(606) = (2)(3)(202) = (2)(2)(3)(101)$$

$$1515 = (3)(505) = (3)(5)(101)$$

$$m.c.d = (3)(101) = 303$$

Luego:

$$\frac{(1212) \div (303)}{(1515) \div (303)} = \frac{4}{5}$$

11.-

$$\frac{1503}{2338} =$$

$$1503 = (3)(501) = (3)(3)(167)$$

$$2338 = (2)(1169) = (2)(7)(167)$$

$$m.c.d. = 167$$

Luego:

$$\frac{(1503) \div (167)}{(2338) \div (167)} = \frac{9}{14}$$

12.-

$$\frac{343}{7007} =$$

$$343 = (7)(49) = (7)(7)(7)$$

$$7007 = (7)(1001) = (7)(7)(143)$$

$$m.c.d = 49$$

Luego:

$$\frac{(343) \div (49)}{(7007) \div (49)} = \frac{7}{143}$$

13.-

$$\frac{411}{685} =$$

$$411 = (3)(137)$$

$$685 = (5)(137)$$

$$m.c.d = 137$$

Luego:

$$\frac{(411) \div (137)}{(685) \div (137)} = \frac{3}{5}$$

14.-

$$\frac{6170}{7404} =$$

$$6170 = (2)(3085) = (2)(5)(617)$$

$$7404 = (2)(3702) = (2)(2)(1851) = (2)(2)(3)(617)$$

$$m.c.d. = (2) \cdot (617) = 1234$$

Luego:

$$\frac{(6170) \div (1234)}{(7404) \div (1234)} = \frac{5}{6}$$

15.-

$$\frac{2478}{3186} =$$

$$2478 = (2)(1239) = (2)(3)(413) = (2)(3)(7)(59)$$

$$3186 = (2)(1593) = (2)(3)(531) = (2)(3)(3)(177) =$$

$$= (2)(3)(3)(3)(59)$$

$$m.c.d = 59 \cdot 6 = 354$$

Luego:

$$\frac{(2478) \div (354)}{(3186) \div (354)} = \frac{7}{9}$$

16.-

$$\frac{1727}{1884} =$$

$$1727 = (11)(157)$$

$$1884 = (2)(942) = (2)(2)(471) = (2)(2)(3)(157)$$

$$m.c.d = 157$$

Luego:

$$\frac{(1727) \div (157)}{(1884) \div (157)} = \frac{11}{12}$$

17.-

$$\frac{2006}{7021} =$$

$$2006 = (2)(1003)$$

$$7021 = (7)(1003)$$

$$m.c.d. = 1003$$

$$\frac{(2006) \div (1003)}{(7021) \div (1003)} = \frac{2}{7}$$

18.-

$$\frac{4359}{11624} =$$

$$4359 = (3)(1453)$$

$$11624 = (2)(5812) = (2)(2)(2906) = (2)(2)(2)(1453)$$

$$m.c.d. = 1453$$

$$\frac{(4359) \div (1453)}{(11624) \div (1453)} = \frac{3}{8}$$

19.-

$$\frac{7075}{11320} =$$

$$7075 = (5)(1415) = (5)(5)(283)$$

$$11320 = (2)(5660) = (2)(2)(2830) = (2)(2)(2)(1415) = \\ = (2)(2)(2)(5)(283).$$

$$m.c.d. = (5)(283) = 1415$$

Luego:

$$\frac{(7075) \div (1415)}{(11320) \div (1415)} = \frac{5}{8}$$

20.-

$$\frac{2138}{19242} =$$

$$2138 = (2)(1069)$$

$$19242 = (2)(9821) = (2)(3)(3207) = (2)(3)(3)(1069)$$

$$m.c.d = (2)(1069) = 2138$$

Luego:

$$\frac{(2138) \div (2138)}{(19242) \div (2138)} = \frac{1}{9}$$

21.-

$$\frac{2401}{19208} =$$

$$2401 = (7)(343) = (7)(7)(49) = (7)(7)(7)(7)$$

$$19208 = (2)(9604) = (2)(2)(4802) = (2)(2)(2)(2401)$$

$$m.c.d = 2401$$

Luego:

$$\frac{(2401) \div (2401)}{(19208) \div (2401)} = \frac{1}{8}$$

22.-

$$\frac{12460}{21805} =$$

$$12460 = (2)(6230) = (2)(2)(3115) = (2)(2)(5)(623) = \\ = (2)(2)(5)(7)(89)$$

$$21805 = (5)(4361) = (5)(7)(623) =$$

$$m.c.d = (5)(623) = 3115$$

Luego:

$$\frac{(12460) \div (3115)}{(21805) \div (3115)} = \frac{4}{7}$$

23.-

$$\frac{8505}{13365} =$$

$$8505 = (5)(1701) = (5)(7)(243) = (3)(5)(7)(81) =$$

$$= (3)(3)(5)(7)(27) = (3)(3)(3)(5)(7)(9) = (3)(3)(3)(3)(3)(5)(7)$$

$$\begin{aligned}13365 &= (5)(2673) = (3)(5)(891) = (3)(3)(5)(297) = \\ &= (3)(3)(3)(5)(99) = (3)(3)(3)(3)(5)(33) = (3)(3)(3)(3)(3)(5)(11) \\ m.c.d. &= (3)(3)(3)(3)(3)(5) = 1215\end{aligned}$$

Luego:

$$\frac{(8505) \div (1215)}{(13365) \div (1215)} = \frac{7}{11}$$

24.-

$$\frac{16005}{18139} =$$

$$16005 = (3)(5335) = (3)(5)(1067) = (3)(5)(11)(97)$$

$$18139 = (11)(1649) = (11)(17)(97)$$

$$m.c.d. = (11) \cdot (97) = 1067$$

Luego:

$$\frac{(16005) \div (1067)}{(18139) \div (1067)} = \frac{15}{17}$$

25.-

$$\frac{32828}{35092} =$$

$$32828 = (2)(16414) = (2)(2)(8207) = (2)(2)(29)(283)$$

$$35092 = (2)(17546) = (2)(2)(8773) = (2)(2)(31)(283)$$

$$m.c.d. = (4)(283) = 1132$$

Luego:

$$\frac{(32828) \div (1132)}{(35092) \div (1132)} = \frac{29}{31}$$

26.-

$$\frac{40620}{69054} =$$

$$40620 = (2)(20310) = (2)(2)(10155) = (2)(2)(5)(2031) =$$

$$= (2)(2)(3)(5)(677) =$$

$$69054 = (2)(34527) = (2)(3)(11509) = (2)(3)(17)(677)$$

$$m.c.d. = (2) \cdot (3) \cdot (677) = 4062$$

Luego:

$$\frac{(40620) \div (4062)}{(69054) \div (4062)} = \frac{10}{17}$$

27.-

$$\frac{154508}{170772} =$$

$$154508 = (2)(77254) = (2)(2)(38627) = (2)(2)(19)(2033)$$

$$170772 = (2)(85386) = (2)(2)(42693) = (2)(2)(3)(14231) =$$

$$= (2)(2)(3)(7)(2033).$$

$$m.c.d. = (4)(2033) = 8132$$

Luego:

$$\frac{(154508) \div (8132)}{(170772) \div (8132)} = \frac{19}{21}$$

28.-

$$\frac{126014}{162018} =$$

$$126014 = (2)(63007) = (2)(7)(9001)$$

$$162018 = (2)(81009) = (2)(3)(27003) = (2)(3)(3)(9001)$$

$$m.c.d. = (2)(9001) = 18002$$

Luego:

$$\frac{(126014) \div (18002)}{(162018) \div (18002)} = \frac{7}{9}$$

29.-

$$\frac{150025}{210035} =$$

$$150025 = (5)(30005) = (5)(5)(6001)$$

$$210035 = (5)(42007) = (5)(7)(6001)$$

$$m.c.d. = (5)(6001) = 30005$$

Luego:

$$\frac{(150025) \div (30005)}{(210035) \div (30005)} = \frac{5}{7}$$

30.-

$$\frac{691320}{881433} =$$

$$691320 = (2)(2)(2)(5)(17283)$$

$$881433 = (3)(17)(17283)$$

$$m.c.d. = 17283$$

Luego:

$$\frac{(691320) \div (17283)}{(881433) \div (17283)} = \frac{40}{51}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #5.

Tema: Simplificación de expresiones compuestas.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Definición: Fracción irreducible es aquella fracción cuyos dos términos son primos entre sí.

Para simplificar expresiones fraccionarias cuyo numerador sea un producto indicado y su denominador otro producto, se van dividiendo los factores del numerador y del denominador por sus factores comunes hasta que no haya factores comunes al numerador y al denominador.

Ejemplo #1:

$$\text{Simplificar: } \frac{12 \times 10 \times 35}{16 \times 14 \times 21} = \frac{(3 \cdot 4) \times (2 \cdot 5) \times (5 \cdot 7)}{(4 \cdot 4) \times (2 \cdot 7) \times (3 \cdot 7)} = \frac{3 \times 5 \times 5}{4 \times 7 \times 3} = \frac{1 \times 5 \times 5}{4 \times 7 \times 1} = \frac{25}{28}$$

PREGUNTAS:

Simplificar las siguientes expresiones:

$$1.- \frac{2 \times 6}{6 \times 8} = \frac{2 \times (2 \cdot 3)}{(2 \cdot 3) \times (2 \cdot 4)} = \frac{1 \times 1}{1 \times 4} = \frac{1}{4}$$

$$2.- \frac{10 \times 7}{7 \times 5} = \frac{(2 \cdot 5) \times 7}{7 \times 5} = \frac{(2 \cdot 1) \times 1}{1 \times 1} = 2$$

$$3.- \frac{9 \times 8}{18 \times 6} = \frac{9 \times (2 \cdot 2 \cdot 2)}{(9 \cdot 2) \times (2 \cdot 3)} = \frac{1 \times (1 \cdot 1 \cdot 2)}{(1 \cdot 1) \times (1 \cdot 3)} = \frac{2}{3}$$

$$4.- \frac{2 \times 6}{14 \times 8} = \frac{2 \times (2 \cdot 3)}{(2 \cdot 7) \times (2 \cdot 2 \cdot 2)} = \frac{1 \times 1 \times 3}{(1 \cdot 7) \times (1 \cdot 2 \cdot 2)} = \frac{3}{28}$$

5.-

$$\frac{3 \times 2 \times 5}{6 \times 4 \times 10} = \frac{3 \times 2 \times 5}{(2 \cdot 3) \times (2 \cdot 2) \times (2 \cdot 5)} = \frac{1 \times 1 \times 1}{(1 \cdot 1) \times (4) \times (2 \cdot 1)} = \frac{1}{8}$$

6.-

$$\frac{5 \times 20 \times 18}{3 \times 6 \times 10} = \frac{5 \times (2 \cdot 10) \times (2 \cdot 3 \cdot 3)}{3 \times (2 \cdot 3) \times 10} = \frac{5 \times (2 \cdot 1) \times (1 \cdot 1 \cdot 1)}{1 \times (1 \cdot 1) \times 1} = 10$$

7.-

$$\frac{49 \times 56 \times 32}{14 \times 143 \times 84} = \frac{(7 \cdot 7) \times (7 \cdot 8) \times (2 \cdot 2 \cdot 8)}{(2 \cdot 7) \times (11 \cdot 13) \times (3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7)} = \frac{(1 \cdot 1) \times (7 \cdot 4) \times (1 \cdot 1 \cdot 8)}{(1 \cdot 1) \times 143 \times (3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1)} = \frac{224}{429}$$

8.-

$$\frac{8 \times 9 \times 49 \times 33}{21 \times 28 \times 11 \times 6} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 2) \times (3 \cdot 3) \times (7 \cdot 7) \times (3 \cdot 11)}{(3 \cdot 7) \times (2 \cdot 2 \cdot 7) \times (11) \times (2 \cdot 3)} = \frac{(1 \cdot 1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1) \times (3 \cdot 1)}{(1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1) \times (1) \times (1 \cdot 1)} = 3$$

9.-

$$\frac{17 \times 28 \times 204 \times 3200}{50 \times 100 \times 49 \times 34} = \frac{(17) \times (4 \times 7) \times (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17) \times (4 \cdot 8 \cdot 100)}{(2 \cdot 5 \cdot 5) \times (100) \times (7 \cdot 7) \times (2 \cdot 17)} =$$

$$= \frac{(1) \times (4 \cdot 1) \times (1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 17) \times (4 \cdot 8 \cdot 1)}{(1 \cdot 5 \cdot 5) \times (1) \times (1 \cdot 7) \times (1 \cdot 1)} = \frac{6528}{175} = 37 \frac{53}{175}$$

10.-

$$\frac{2 \times 3 \times 5 \times 6 \times 7}{4 \times 12 \times 10 \times 18 \times 14} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times (2 \cdot 3) \times 7}{(2 \cdot 2) \times (2 \cdot 2 \cdot 3) \times (2 \cdot 5) \times (2 \cdot 3 \cdot 3) \times (2 \cdot 7)} =$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 1 \times (1 \cdot 1) \times (1)}{(1 \cdot 1) \times (2 \cdot 2 \cdot 3) \times (2 \cdot 1) \times (2 \cdot 1 \cdot 1) \times (2 \cdot 1)} = \frac{1}{96}$$

11.-

$$\frac{12 \times 9 \times 25 \times 35 \times 34}{16 \times 10 \times 27 \times 49 \times 17} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 3) \times (3 \cdot 3) \times (5 \cdot 5) \times (5 \cdot 7) \times (2 \cdot 17)}{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \times (2 \cdot 5) \times (3 \cdot 3 \cdot 3) \times (7 \cdot 7) \times (17)} =$$

$$= \frac{(1 \cdot 1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1) \times (1 \cdot 5) \times (5 \cdot 1) \times (1 \cdot 1)}{(1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2) \times (2 \cdot 1) \times (1 \cdot 1 \cdot 1) \times (1 \cdot 7) \times (1)} = \frac{25}{28}$$

12.-

$$\frac{350 \times 1200 \times 4000 \times 620 \times 340}{1000 \times 50 \times 200 \times 800 \times 170} =$$

$$\frac{(5 \cdot 7 \cdot 10) \times (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 100) \times (2 \cdot 2 \cdot 1000) \times (2 \cdot 31 \cdot 10) \times (2 \cdot 17 \cdot 10)}{(1000) \times (5 \cdot 10) \times (2 \cdot 100) \times (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10) \times (17 \cdot 10)} =$$

$$\frac{(1 \cdot 7 \cdot 1) \times (2 \cdot 2 \cdot 3) \times (1 \cdot 1 \cdot 1) \times (1 \cdot 31 \cdot 1) \times (1 \cdot 1 \cdot 1)}{(1) \times (1 \cdot 10) \times (1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1) \times (1 \cdot 1)} = \frac{2604}{10} = 260 \frac{2}{5}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #6.

Tema: Reducción de quebrados al mínimo común denominador.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Metodología: Se simplifican los quebrados dados. Hecho esto, se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores y éste será el denominador común. Para hallar los numeradores se divide el m.c.m. entre cada denominador y el cociente se multiplica por el numerador respectivo.

Ejemplo #1: Reducir al mínimo común denominador: $\frac{2}{3}; \frac{35}{60}; \frac{5}{180}$

En primer lugar, se simplifican las fracciones:

$$\frac{2}{3}; \frac{7}{12}; \frac{1}{36}$$

Ahora, se debe hallar el m.c.m. de los denominadores: 3;12;36 que será 36 porque 3 y 12 son divisores de 36. Entonces, 36 será el denominador común.

Para hallar el numerador del primer quebrado se divide 36 entre 3 ; o sea, $\frac{36}{3} = 12$, y se multiplica este cociente, 12, por el primer numerador, es decir: $12 \times 2 = 24$, por lo que la primera fracción se transforma en $\frac{24}{36}$.

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #6 Sexto grado Reducción de quebrados al mínimo común denominador.

Para el segundo quebrado, se utiliza el mismo procedimiento: $\frac{36}{12} = 3 \Rightarrow 3 \times 7 = 21$;

entonces el segundo quebrado se transforma en $\frac{21}{36}$

Para el tercer quebrado: $\frac{36}{36} = 1 \Rightarrow 1 \times 1 = 1$; y el quebrado se queda como $\frac{1}{36}$.

Ejemplo #2: Reducir al común denominador los números quebrados: $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; \frac{5}{8}; \frac{11}{14}$

Para el cálculo del m.c.m. de los denominadores:

$$4 = (2)(2)$$

$$7 = (1)(7)$$

$$8 = (2)(2)(2)$$

$$14 = (2)(7)$$

$$m.c.m. = (2)^3 \times 7 = 8 \times 7 = 56$$

Los quebrados se transformarán en:

$$\left(\frac{56}{4}\right) \times 3 = 42 \Rightarrow \frac{42}{56}$$

$$\left(\frac{56}{7}\right) \times 5 = 40 \Rightarrow \frac{40}{56}$$

$$\left(\frac{56}{8}\right) \times 5 = 35 \Rightarrow \frac{35}{56}$$

$$\left(\frac{56}{14}\right) \times 4 = 44 \Rightarrow \frac{44}{56}$$

PREGUNTAS:

A.- Reducir al mínimo común denominador, por simple inspección:

$$1.- \frac{1}{2}; \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}; \frac{1}{4}$$

$$2.- \frac{1}{3}; \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}; \frac{1}{6}$$

$$3.- \frac{2}{5}; \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15}; \frac{1}{15}$$

$$4.- \frac{1}{7}; \frac{4}{21} \Rightarrow \frac{1}{7} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 7} = \frac{3}{21}; \frac{4}{21}$$

$$5.- \frac{1}{3}; \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9}; \frac{2}{9}$$

$$6.- \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{4}{20}; \frac{1}{10} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 10} = \frac{2}{20}; \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{4}{20}; \frac{2}{20}; \frac{3}{20}$$

$$7.- \frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12}; \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{2}{12}; \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{8}{12}; \frac{2}{12}; \frac{1}{12}$$

$$8.- \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{4}{16}; \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{2}{16}; \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{4}{16}; \frac{2}{16}; \frac{1}{16}$$

$$9.- \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}; \frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{2}{24}; \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{4}{24}; \frac{2}{24}; \frac{1}{24}$$

$$10.- \frac{2}{3}; \frac{5}{9}; \frac{7}{18} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}; \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{10}{18}; \frac{7}{18} \Rightarrow \frac{12}{18}; \frac{10}{18}; \frac{7}{18}$$

11.-

$$\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{1}{8}; \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 8} = \frac{8}{16}; \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}; \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{2}{16}; \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{8}{16}; \frac{12}{16}; \frac{2}{16}; \frac{3}{16}$$

12.-

$$\frac{1}{3}; \frac{2}{9}; \frac{5}{27}; \frac{1}{81} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 27}{3 \cdot 27} = \frac{27}{81}; \frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 9}{9 \cdot 9} = \frac{18}{81}; \frac{5}{27} = \frac{5 \cdot 3}{27 \cdot 3} = \frac{15}{81}; \frac{1}{81} \Rightarrow \frac{27}{81}; \frac{18}{81}; \frac{15}{81}; \frac{1}{81}$$

13.-

$$\frac{1}{5}; \frac{3}{10}; \frac{7}{20}; \frac{11}{40} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{8}{40}; \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 4}{10 \cdot 4} = \frac{12}{40}; \frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 2}{20 \cdot 2} = \frac{14}{40}; \frac{11}{40} \Rightarrow \frac{8}{40}; \frac{12}{40}; \frac{14}{40}; \frac{11}{40}$$

14.-

$$\frac{1}{5}; \frac{3}{10}; \frac{7}{15}; \frac{4}{30} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{6}{30}; \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{9}{30}; \frac{7}{15} = \frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{14}{30}; \frac{4}{30} \Rightarrow \frac{6}{30}; \frac{9}{30}; \frac{14}{30}; \frac{4}{30}.$$

15.-

$$\frac{1}{6}; \frac{7}{9}; \frac{5}{12}; \frac{7}{36} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{6}{36}; \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{28}{36}; \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{15}{36}; \frac{7}{36} \Rightarrow \frac{6}{36}; \frac{28}{36}; \frac{15}{36}; \frac{7}{36}$$

$$16.- \frac{1}{3}; \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}; \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12} \Rightarrow \frac{4}{12}; \frac{3}{12}.$$

$$17.- \frac{3}{4}; \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}; \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{2}{20} \Rightarrow \frac{15}{20}; \frac{2}{20}.$$

$$18.- \frac{7}{10}; \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{21}{30}; \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{8}{30} \Rightarrow \frac{21}{30}; \frac{8}{30}.$$

$$19.- \frac{1}{6}; \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{3}{18}; \frac{1}{9} = \frac{1 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{2}{18} \Rightarrow \frac{3}{18}; \frac{2}{18}.$$

$$20.- \frac{5}{8}; \frac{11}{12} \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}; \frac{11}{12} = \frac{11 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{22}{24} \Rightarrow \frac{15}{24}; \frac{22}{24}.$$

B.- Reducir al mínimo común denominador:

1.-

$$\frac{3}{8}; \frac{7}{30}$$

$$8 = (2)(2)(2) = (2)^3$$

$$30 = (2)(15) = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 \cdot (3) \cdot (5) = 120$$

$$\frac{3}{8} \Rightarrow \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \frac{3}{8} = \left(\frac{120}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{120}\right) = (15) \cdot \left(\frac{3}{120}\right) = \frac{45}{120}$$

$$\frac{7}{30} \Rightarrow \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \frac{7}{30} = \left(\frac{120}{30}\right) \cdot \left(\frac{7}{120}\right) = (4) \cdot \left(\frac{7}{120}\right) = \frac{28}{120}$$

$$R \Rightarrow \frac{45}{120}; \frac{28}{120}.$$

2.-

$$\frac{7}{12}; \frac{11}{15}:$$

$$12 = (2)(2)(3)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)(5) = 60$$

$$\frac{7}{12} = \left(\frac{60}{12}\right) \cdot \left(\frac{7}{60}\right) = \left(\frac{60}{12}\right) \cdot \left(\frac{7}{60}\right) = (5) \cdot \left(\frac{7}{60}\right) = \frac{35}{60}$$

$$\frac{11}{15} = \left(\frac{60}{15}\right) \cdot \left(\frac{11}{60}\right) = \left(\frac{60}{15}\right) \cdot \left(\frac{11}{60}\right) = (4) \cdot \left(\frac{11}{60}\right) = \frac{44}{60}$$

$$R \Rightarrow \frac{35}{60}; \frac{44}{60}.$$

3.-

$$\frac{1}{6}; \frac{2}{9}; \frac{3}{8}$$

$$6 = (2)(3)$$

$$9 = (3)(3)$$

$$8 = (2)(2)(2)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2 = 72$$

$$\frac{1}{6} = \left(\frac{72}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{72}\right) = \left(\frac{72}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{72}\right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{72}\right) = \frac{12}{72}$$

$$\frac{2}{9} = \left(\frac{72}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{72}\right) = \left(\frac{72}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{72}\right) = 8 \cdot \left(\frac{2}{72}\right) = \frac{16}{72}$$

$$\frac{3}{8} = \left(\frac{72}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{72}\right) = \left(\frac{72}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{72}\right) = 9 \cdot \left(\frac{3}{72}\right) = \frac{27}{72}$$

$$R \Rightarrow \frac{12}{72}; \frac{16}{72}; \frac{27}{72}$$

4.-

$$\frac{1}{10}; \frac{3}{15}; \frac{8}{25} \Rightarrow \frac{1}{10}; \frac{1}{5}; \frac{8}{25}$$

$$10 = (2)(5)$$

$$5 = (5)$$

$$25 = (5)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(5)^2 = 50$$

$$\frac{1}{10} = \left(\frac{50}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{50}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{50}\right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{50}\right) = \frac{5}{50}$$

$$\frac{1}{5} = \left(\frac{50}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{50}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{50}\right) = 10 \cdot \left(\frac{1}{50}\right) = \frac{10}{50}$$

$$\frac{8}{25} = \left(\frac{50}{25}\right) \cdot \left(\frac{8}{25}\right) = \left(\frac{50}{25}\right) \cdot \left(\frac{8}{50}\right) = 2 \cdot \left(\frac{8}{50}\right) = \frac{16}{50}$$

$$R \Rightarrow \frac{5}{50}; \frac{10}{50}; \frac{16}{50}$$

5.-

$$\frac{1}{10}; \frac{3}{27}; \frac{7}{30} \Rightarrow \frac{1}{10}; \frac{1}{9}; \frac{7}{30}$$

$$10 = (2)(5)$$

$$9 = (3)(3)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5) = 90$$

$$\frac{1}{10} = \left(\frac{90}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{90}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{90}\right) = 9 \cdot \left(\frac{1}{90}\right) = \frac{9}{90}$$

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{90}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = \left(\frac{90}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{90}\right) = 10 \cdot \left(\frac{1}{90}\right) = \frac{10}{90}$$

$$\frac{7}{30} = \left(\frac{90}{30}\right) \cdot \left(\frac{7}{30}\right) = \left(\frac{90}{30}\right) \cdot \left(\frac{7}{90}\right) = 3 \cdot \left(\frac{7}{90}\right) = \frac{21}{90}$$

$$R \Rightarrow \frac{9}{90}; \frac{10}{90}; \frac{21}{90}$$

6.-

$$\frac{5}{6}; \frac{7}{20}; \frac{11}{25}$$

$$6 = (2)(3)$$

$$20 = (2)(2)(5)$$

$$25 = (5)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(5)^2 = 300$$

$$\frac{5}{6} = \left(\frac{300}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{300}\right) = \left(\frac{300}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{300}\right) = 50 \cdot \left(\frac{5}{300}\right) = \frac{250}{300}$$

$$\frac{7}{20} = \left(\frac{300}{20}\right) \cdot \left(\frac{7}{300}\right) = \left(\frac{300}{20}\right) \cdot \left(\frac{7}{300}\right) = 15 \cdot \left(\frac{7}{300}\right) = \frac{105}{300}$$

$$\frac{11}{25} = \left(\frac{300}{25}\right) \cdot \left(\frac{11}{300}\right) = \left(\frac{300}{25}\right) \cdot \left(\frac{11}{300}\right) = 12 \cdot \left(\frac{11}{300}\right) = \frac{132}{300}$$

$$R \Rightarrow \frac{250}{300}; \frac{105}{300}; \frac{132}{300}$$

7.-

$$\frac{7}{15}; \frac{2}{45}; \frac{11}{60}$$

$$15 = (3)(5)$$

$$45 = (3)(3)(5)$$

$$60 = (2)(2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^2 (5) = 180$$

$$\frac{7}{15} = \left(\frac{180}{15}\right) \cdot \left(\frac{7}{180}\right) = \left(\frac{180}{15}\right) \cdot \left(\frac{7}{180}\right) = 12 \cdot \left(\frac{7}{180}\right) = \frac{84}{180}$$

$$\frac{2}{45} = \left(\frac{180}{45}\right) \cdot \left(\frac{2}{180}\right) = \left(\frac{180}{45}\right) \cdot \left(\frac{2}{180}\right) = 4 \cdot \left(\frac{2}{180}\right) = \frac{8}{180}$$

$$\frac{11}{60} = \left(\frac{180}{60}\right) \cdot \left(\frac{11}{180}\right) = \left(\frac{180}{60}\right) \cdot \left(\frac{11}{180}\right) = 3 \cdot \left(\frac{11}{180}\right) = \frac{33}{180}$$

$$R \Rightarrow \frac{84}{180}; \frac{8}{180}; \frac{33}{180}$$

8.-

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{9}; \frac{7}{12}; \frac{11}{24}$$

$$2 = (1)(2)$$

$$9 = (3)(3)$$

$$12 = (2)(2)(3)$$

$$24 = (2)(2)(2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)^2 = 72$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{72}{72}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{72}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{72}\right) = 36 \cdot \left(\frac{1}{72}\right) = \frac{36}{72}$$

$$\frac{2}{9} = \left(\frac{72}{72}\right) \cdot \left(\frac{2}{9}\right) = \left(\frac{72}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{72}\right) = 8 \cdot \left(\frac{2}{72}\right) = \frac{16}{72}$$

$$\frac{7}{12} = \left(\frac{72}{72}\right) \cdot \left(\frac{7}{12}\right) = \left(\frac{72}{12}\right) \cdot \left(\frac{7}{72}\right) = 6 \cdot \left(\frac{7}{72}\right) = \frac{42}{72}$$

$$\frac{11}{24} = \left(\frac{72}{72}\right) \cdot \left(\frac{11}{24}\right) = \left(\frac{72}{24}\right) \cdot \left(\frac{11}{72}\right) = 3 \cdot \left(\frac{11}{72}\right) = \frac{33}{72}$$

$$R \Rightarrow \frac{36}{72}; \frac{16}{72}; \frac{42}{72}; \frac{33}{72}$$

9.-

$$\frac{1}{6}; \frac{7}{14}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{6}; \frac{1}{2}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$$

$$6 = (2)(3)$$

$$2 = (1)(2)$$

$$20 = (2)(2)(5)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(5) = 60$$

$$\frac{1}{6} = \left(\frac{60}{60}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{60}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = 10 \cdot \frac{1}{60} = \frac{10}{60}$$

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{60}{60}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{60}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = 30 \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = \frac{30}{60}$$

$$\frac{1}{20} = \left(\frac{60}{60}\right) \cdot \left(\frac{1}{20}\right) = \left(\frac{60}{20}\right) \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = \frac{3}{60}$$

$$\frac{1}{30} = \left(\frac{60}{60}\right) \cdot \left(\frac{1}{30}\right) = \left(\frac{60}{30}\right) \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{60}\right) = \frac{2}{60}$$

$$R \Rightarrow \frac{10}{60}; \frac{30}{60}; \frac{3}{60}; \frac{2}{60}$$

10.-

$$\frac{3}{5}; \frac{1}{12}; \frac{5}{8}; \frac{7}{120}$$

$$5 = (1)(5)$$

$$12 = (2)(2)(3)$$

$$8 = (2)(2)(2)$$

$$120 = (2)(2)(2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)(5) = 120$$

$$\frac{3}{5} = \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{120}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{120}\right) = 24 \cdot \left(\frac{3}{120}\right) = \frac{72}{120}$$

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \left(\frac{1}{12}\right) = \left(\frac{120}{12}\right) \cdot \left(\frac{1}{120}\right) = 10 \cdot \left(\frac{1}{120}\right) = \frac{10}{120}$$

$$\frac{5}{8} = \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \left(\frac{5}{8}\right) = \left(\frac{120}{8}\right) \cdot \left(\frac{5}{120}\right) = 15 \cdot \left(\frac{5}{120}\right) = \frac{75}{120}$$

$$\frac{7}{120} = \left(\frac{120}{120}\right) \cdot \left(\frac{7}{120}\right) = (1) \cdot \frac{7}{120} = \frac{7}{120}$$

$$R \Rightarrow \frac{72}{120}; \frac{10}{120}; \frac{75}{120}; \frac{7}{120}$$

11.-

$$\frac{7}{8}; \frac{3}{4}; \frac{15}{48}; \frac{1}{64}$$

$$8 = (2)(2)(2)$$

$$4 = (2)(2)$$

$$48 = (2)(2)(2)(2)(3)$$

$$64 = (2)(2)(2)(2)(2)(2)$$

$$m.c.m. = (2)^6 = 64$$

$$\frac{7}{8} = \left(\frac{64}{64}\right) \cdot \left(\frac{7}{8}\right) = \left(\frac{64}{8}\right) \cdot \left(\frac{7}{64}\right) = 8 \cdot \left(\frac{7}{64}\right) = \frac{56}{64}$$

$$\frac{3}{4} = \left(\frac{64}{64}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{64}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{64}\right) = 16 \cdot \left(\frac{3}{64}\right) = \frac{48}{64}$$

$$\frac{15}{48} = \left(\frac{64}{64}\right) \cdot \left(\frac{15}{48}\right) = \left(\frac{64}{48}\right) \cdot \left(\frac{15}{64}\right) = \left(\frac{8}{6}\right) \cdot \frac{15}{64} = \frac{20}{64}$$

$$\frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

$$R \Rightarrow \frac{56}{64}; \frac{48}{64}; \frac{20}{64}; \frac{1}{64}$$

12.-

$$\frac{3}{16}; \frac{1}{21}; \frac{2}{15}; \frac{7}{48}$$

$$16 = (2)(2)(2)(2)$$

$$21 = (3)(7)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$48 = (2)(2)(2)(2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)(5)(7) = 1680$$

$$\frac{3}{16} = \left(\frac{1680}{1680}\right) \cdot \left(\frac{3}{16}\right) = \left(\frac{1680}{16}\right) \cdot \left(\frac{3}{1680}\right) = 105 \cdot \left(\frac{3}{1680}\right) = \frac{315}{1680}$$

$$\frac{1}{21} = \left(\frac{1680}{1680}\right) \cdot \left(\frac{1}{21}\right) = \left(\frac{1680}{21}\right) \cdot \left(\frac{1}{1680}\right) = 80 \cdot \left(\frac{1}{1680}\right) = \frac{80}{1680}$$

$$\frac{2}{15} = \left(\frac{1680}{1680}\right) \cdot \left(\frac{2}{15}\right) = \left(\frac{1680}{15}\right) \cdot \left(\frac{2}{1680}\right) = 112 \cdot \left(\frac{2}{1680}\right) = \frac{224}{1680}$$

$$\frac{7}{48} = \left(\frac{1680}{1680}\right) \cdot \left(\frac{7}{48}\right) = \left(\frac{1680}{48}\right) \cdot \left(\frac{7}{1680}\right) = 35 \cdot \left(\frac{7}{1680}\right) = \frac{245}{1680}$$

$$R \Rightarrow \frac{315}{1680}; \frac{80}{1680}; \frac{224}{1680}; \frac{245}{1680}$$

13.-

$$\frac{5}{11}; \frac{7}{121}; \frac{8}{9}; \frac{5}{44}$$

$$11 = (1)(11)$$

$$121 = (11)(11)$$

$$9 = (3)(3)$$

$$44 = (2)(2)(11)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3^2)(11)^2 = 4356$$

$$\frac{5}{11} = \left(\frac{4356}{4356}\right) \cdot \left(\frac{5}{11}\right) = \left(\frac{4356}{11}\right) \cdot \left(\frac{5}{4356}\right) = 396 \cdot \left(\frac{5}{4356}\right) = \frac{1980}{4356}$$

$$\frac{7}{121} = \left(\frac{4356}{4356}\right) \cdot \left(\frac{7}{121}\right) = \left(\frac{4356}{121}\right) \cdot \left(\frac{7}{4356}\right) = 36 \cdot \left(\frac{7}{4356}\right) = \frac{252}{4356}$$

$$\frac{8}{9} = \left(\frac{4356}{4356}\right) \cdot \left(\frac{8}{9}\right) = \left(\frac{4356}{9}\right) \cdot \left(\frac{8}{4356}\right) = 484 \cdot \left(\frac{8}{4356}\right) = \frac{3872}{4356}$$

$$\frac{5}{44} = \left(\frac{4356}{4356}\right) \cdot \left(\frac{5}{44}\right) = \left(\frac{4356}{44}\right) \cdot \left(\frac{5}{4356}\right) = 99 \cdot \left(\frac{5}{4356}\right) = \frac{495}{4356}$$

$$R \Rightarrow \frac{1980}{4356}; \frac{252}{4356}; \frac{3872}{4356}; \frac{495}{4356}$$

14.-

$$\frac{2}{24}; \frac{18}{48}; \frac{5}{22}; \frac{7}{44} \Rightarrow \frac{1}{12}; \frac{3}{8}; \frac{5}{22}; \frac{7}{44}$$

$$12 = (2)(2)(3)$$

$$8 = (2)(2)(2)$$

$$22 = (2)(11)$$

$$44 = (2)(2)(11)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(11) = 264$$

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{264}{264}\right) \cdot \left(\frac{1}{12}\right) = \left(\frac{264}{12}\right) \cdot \left(\frac{1}{264}\right) = 22 \cdot \left(\frac{1}{264}\right) = \frac{22}{264}$$

$$\frac{3}{8} = \left(\frac{264}{264}\right) \cdot \left(\frac{3}{8}\right) = \left(\frac{264}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{264}\right) = 33 \cdot \left(\frac{3}{264}\right) = \frac{99}{264}$$

$$\frac{5}{22} = \left(\frac{264}{264}\right) \cdot \left(\frac{5}{22}\right) = \left(\frac{264}{22}\right) \cdot \left(\frac{5}{264}\right) = 12 \cdot \left(\frac{5}{264}\right) = \frac{60}{264}$$

$$\frac{7}{44} = \left(\frac{264}{264}\right) \cdot \left(\frac{7}{44}\right) = \left(\frac{264}{44}\right) \cdot \left(\frac{7}{264}\right) = 6 \cdot \left(\frac{7}{264}\right) = \frac{42}{264}$$

$$R \Rightarrow \frac{22}{264}; \frac{99}{264}; \frac{60}{264}; \frac{42}{264}$$

15.-

$$\frac{3}{14}; \frac{1}{9}; \frac{5}{36}; \frac{3}{28}$$

$$14 = (2)(7)$$

$$9 = (3)(3)$$

$$36 = (2)(2)(3)(3)$$

$$28 = (2)(2)(7)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^2 (7) = 252$$

$$\frac{3}{14} = \left(\frac{252}{252}\right) \cdot \left(\frac{3}{14}\right) = \left(\frac{252}{14}\right) \cdot \left(\frac{3}{252}\right) = 18 \cdot \left(\frac{3}{252}\right) = \frac{54}{252}$$

$$\frac{1}{9} = \left(\frac{252}{252}\right) \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = \left(\frac{252}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{252}\right) = 28 \cdot \left(\frac{1}{252}\right) = \frac{28}{252}$$

$$\frac{5}{36} = \left(\frac{252}{252}\right) \cdot \left(\frac{5}{36}\right) = \left(\frac{252}{36}\right) \cdot \left(\frac{5}{252}\right) = 7 \cdot \left(\frac{5}{252}\right) = \frac{35}{252}$$

$$\frac{3}{28} = \left(\frac{252}{252}\right) \cdot \left(\frac{3}{28}\right) = \left(\frac{252}{28}\right) \cdot \left(\frac{3}{252}\right) = 9 \cdot \left(\frac{3}{252}\right) = \frac{27}{252}$$

$$R \Rightarrow \frac{54}{252}; \frac{28}{252}; \frac{35}{252}; \frac{27}{252}$$

16.-

$$\frac{2}{13}; \frac{3}{21}; \frac{5}{25}; \frac{8}{169} \Rightarrow \frac{2}{13}; \frac{1}{7}; \frac{1}{5}; \frac{8}{169}$$

$$13 = (1)(13)$$

$$7 = (1)(7)$$

$$5 = (1)(5)$$

$$169 = (13)(13)$$

$$m.c.m. = (13)^2 (5)(7) = 5915$$

$$\frac{2}{13} = \left(\frac{5915}{5915}\right) \cdot \left(\frac{2}{13}\right) = \left(\frac{5915}{13}\right) \cdot \left(\frac{2}{5915}\right) = 455 \cdot \left(\frac{2}{5915}\right) = \frac{910}{5915}$$

$$\frac{1}{7} = \left(\frac{5915}{5915}\right) \cdot \left(\frac{1}{7}\right) = \left(\frac{5915}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{5915}\right) = 845 \cdot \left(\frac{1}{5915}\right) = \frac{845}{5915}$$

$$\frac{1}{5} = \left(\frac{5915}{5915}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{5915}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{5915}\right) = 1183 \cdot \left(\frac{1}{5915}\right) = \frac{1183}{5915}$$

$$\frac{3}{169} = \left(\frac{5915}{5915}\right) \cdot \left(\frac{3}{169}\right) = \left(\frac{5915}{169}\right) \cdot \left(\frac{3}{5915}\right) = 35 \cdot \left(\frac{3}{5915}\right) = \frac{105}{5915}$$

$$R \Rightarrow \frac{910}{5915}; \frac{845}{5915}; \frac{1183}{5915}; \frac{105}{5915}$$

GUIA DE TRABAJO
Materia: Matemáticas Guía #7.
Tema: Potenciación.
Fecha: _____
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

La **potenciación** es la manera concisa de expresar el producto de factores iguales. Los términos de una potenciación son: la base, que es el factor que se repite; y el exponente, que indica el número de veces que se repite el factor.

Representación de productos con factores iguales:

Potencia	Base	Exponente	Leer como	Resultado
$3^3 = 3 \times 3 \times 3$	3	3	Tres elevado a la tres o al cubo	27
$4^2 = 4 \times 4$	4	2	Cuatro a la dos o al cuadrado	16
$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$	5	4	Cinco a la cuatro	625
$7^2 = 7 \times 7$	7	2	Siete al cuadrado	49

Casos particulares:

- (1) Todo número elevado a la cero es igual a 1. Ejemplo: $9^0 = 1$; $7^0 = 1$; $6^0 = 1$; *etc.*
- (2) Todo número elevado al número 1 es igual al mismo número. Ejemplo: $5^1 = 5$.
- (3) El número 1 (uno) elevado a cualquier número es igual a 1. Ejemplo: $1^{12} = 1$
- (4) Ciertas potencias como: 2^2 ; 3^2 ; 5^2 ; 7^2 ; *etc.*, son denominados cuadrados perfectos y geoméricamente representa el área de un cuadrado perfecto.

Potencia de un producto:

Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada uno de los factores a dicha potencia y luego se multiplican dichas potencias. Igual resultado se obtiene si se efectúa primero el producto de los factores y luego se eleva a la potencia dada.

Ejemplo: Efectuar :

$$(2 \times 3)^2 = (2^2) \times (3)^2 = 4 \times 9 = 36 \dots\dots\dots (\text{Pr opiedad} - \text{distributiva})$$

$$(2 \times 3)^2 = (6)^2 = 36$$

Potencia de una fracción:

Para elevar un cociente exacto o una fracción a una potencia cualquiera se elevan su numerador y su denominador a dicha potencia y luego se efectúa la división si es requerido. Igual resultado de la división se obtiene si se divide primero el numerador entre el denominador y luego el cociente se eleva a la potencia dada.

Ejemplo:

$$\left(\frac{8}{4}\right)^2 = \frac{8}{4} \times \frac{8}{4} = \frac{64}{16} = 4 \dots\dots\dots (\text{Pr opiedad} - \text{distributiva})$$

$$\left(\frac{8}{4}\right)^2 = (2)^2 = 4$$

PREGUNTAS:

1.- Completa la siguiente tabla:

	Multiplicación	Potencia	Se lee	Base	Exponente	Resultado
A	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$			3		243
B			Diez al cuadrado	10		
C	$2 \times 2 \times 2 \times 2$					16
D			Cien al cubo			
E		8^4				
F			Diez al cubo			
G	$4 \times 4 \times 4$					
H		7^3				
I		5^5				
J	$9 \times 9 \times 9$					
K		13^2				
L		11^3				

Solución:

	Multiplicación	Potencia	Se lee	Base	Exponente	Resultado
A	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	3^5	Tres a la quinta	3	5	243
B	10×10	10^2	Diez al cuadrado	10	2	100
C	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^4	2 a la cuarta	2	4	16
D	$100 \times 100 \times 100$	100^3	Cien al cubo	100	3	1.000.000
E	$8 \times 8 \times 8 \times 8$	8^4	Ocho a la cuarta	8	4	4.096
F	$10 \times 10 \times 10$	10^3	Diez al cubo	10	3	1.000
G	$4 \times 4 \times 4$	4^3	Cuatro al cubo	4	4	64
H	$7 \times 7 \times 7$	7^3	Siete al cubo	7	3	343
I	$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	5^5	Cinco a la quinta	5	5	3125
J	$9 \times 9 \times 9$	9^3	Nueve al cubo	9	3	729
K	13×13	13^2	Trece al cuadrado	13	2	169
L	$11 \times 11 \times 11$	11^3	Once al cubo	11	3	1331

2.- Hallar el producto de cada potencia:

(a)

$$2^3 =$$

$$R \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

(b)

$$5^0 =$$

$$R \Rightarrow 5^0 = 1$$

(c)

$$10^5 =$$

$$R \Rightarrow 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$$

(d)

$$7^5 =$$

$$R \Rightarrow 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 16.807$$

(e)

$$6^3 =$$

$$R \Rightarrow 6 \times 6 \times 6 = 216$$

(f)

$$4^4 =$$

$$R \Rightarrow 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$$

(g)

$$6^4 =$$

$$R \Rightarrow 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$$

(h)

$$3^7 =$$

$$R \Rightarrow 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187$$

(i)

$$8^3 =$$

$$R \Rightarrow 8 \times 8 \times 8 = 512$$

(j)

$$16^1 =$$

$$R \Rightarrow 16$$

(k)

$$20^2 =$$

$$R \Rightarrow 20 \times 20 = 400$$

(l)

$$9^5 =$$

$$R \Rightarrow 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 59049$$

(m)

$$11^4 =$$

$$R \Rightarrow 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 14641$$

(n)

$$14^3 =$$

$$R \Rightarrow 14 \times 14 \times 14 = 2744$$

(ñ)

$$17^2 =$$

$$R \Rightarrow 17 \times 17 = 289$$

(o)

$$19^3 =$$

$$R \Rightarrow 19 \times 19 \times 19 = 6859$$

(p)

$$23^2 =$$

$$R \Rightarrow 23 \times 23 = 529$$

(q)

$$15^3 =$$

$$R \Rightarrow 15 \times 15 \times 15 = 3375$$

(r)

$$12^4 =$$

$$R \Rightarrow 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 20736$$

(s)

$$13^4 =$$

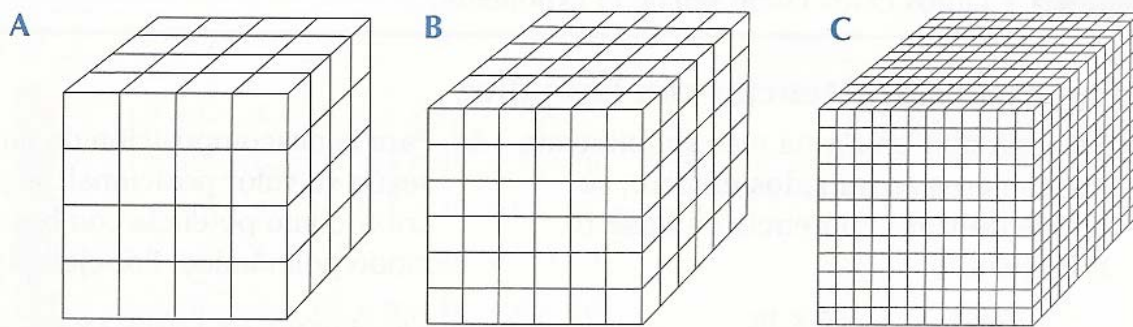
$$R \Rightarrow 13 \times 13 \times 13 \times 13 = 28561$$

(t)

$$2^9 =$$

$$R \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$$

3.- Responder según corresponda:



- (a).- ¿ Cuántos cuadrados tiene cada cara del cubo A?. Solución: $4^2 = 16$.
 (b).- ¿ Cuántos cuadrados tiene el cubo B por cara?. Solución: $6^2 = 36$
 ©.- ¿Cuántos cuadrados tiene en total el cubo B? Solución: $36 \times 6 = 216$
 (d).- ¿Cuántos cuadrados tiene el cubo C por cara? Solución: $12^2 = 144$
 (e).- Cuántos cuadrados tiene el cubo C en total? Solución: $144 \times 6 = 864$
 (f).- ¿Cuántos cubos pequeños caben en el cubo A? Solución: $4^3 = 64$.

4.- Encontrar el valor de las siguientes potencias utilizando la propiedad distributiva de las potencias:

(a).- $(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$.

(b).- $(2 \times 3 \times 4)^2 = 2^2 \times 3^2 \times 4^2 = 4 \times 9 \times 16 = 576$

©.- $(3 \times 5 \times 6)^3 = 3^3 \times 5^3 \times 6^3 = 27 \times 125 \times 216 = 729.000$

(d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

(e).- $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

(f).- $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$

(g).- $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{5}{7}\right) = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$

(h).- $\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$

$$(i).- \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right) = \frac{3^5}{7^5} = \frac{243}{16807}$$

$$(j).- \left(6 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = 6^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 36 \times \left(\frac{1}{2^2}\right) \times \left(\frac{2^2}{3^2}\right) = 36 \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{9} = 4$$

$$(k).- \left(2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}\right)^3 = 2^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 2^3 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{5^3} = 8 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{125} = \frac{1}{125} = 0,008$$

$$(l).- \left(\frac{1}{4} \times 4 \times \frac{1}{2} \times 6\right)^4 = \frac{1}{4^4} \times 4^4 \times \frac{1}{2^4} \times 2^4 \times 3^4 = 3^4 = 81$$

$$(m).- \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{100}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} \times \frac{3^5}{2^5} \times \frac{10^5}{3^5} \times \frac{1}{10^5 \times 10^5} = \frac{1}{3^5 \times 10^5} = \frac{1}{24.300.000}$$

5.- Daniel estuvo trabajando hasta muy tarde. Tenía que hacer 2^5 páginas de problemas sobre matemática, de las cuales cada una tenía 2^2 ejercicios.

- ¿Cuántos ejercicios en total tenía la tarea?.
- ¿Si dejó de hacer 2^2 páginas, ¿ cuántos ejercicios realizó?.

Solución:

Número de páginas en total = $2^5 = 32$.

Número de ejercicios por página = $2^2 = 4$.

Número de ejercicios que estaba obligado a hacer = $32 \times 4 = 128$

Número de páginas que no hizo = $2^2 = 4$

Número de ejercicios que no hizo = $2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$

Número de ejercicios que si hizo = $128 - 16 = 112$.

6.- Antonio fue para la casa de Juan y se llevó un número de 3^3 mandarinas. Le dio 3 a su mamá, 3 a su hermana y 3^2 a su papá.

- Expresadas en potencias; ¿cuántas mandarinas le quedaron a Antonio?
- ¿Cuántas mandarinas le dio a su papá?.
- ¿Cuántas mandarinas se trajo Antonio de la casa de Juan?

Solución:

- Antonio se quedó al final con:

$$3^3 - 3 - 3 - 3^2 = 27 - 3 - 3 - 9 = 27 - 15 = 12 = 3 \cdot (2)^2 \text{ (mandarinas)}$$

- Antonio le dio a su papá: 9 mandarinas
- Antonio se trajo 27 mandarinas de la casa de Juan.

7.- Lourdes fue al mercado y compró:

(a) Bs. $(5 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 5 \times 10^0)$ (en papas)

(b) Bs. $(1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10)$ (en carne)

(c) Bs. $(7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 9 \times 10 + 8 \times 10^0)$ (en tomates)

A.- Si tenía Bs. $(2 \times 10^4 + 3 \times 10^3)$; ¿le alcanzó el dinero?.

B.- ¿Cuánto gastó Lourdes en el mercado?.

C.- Si obtuvo vuelto ¿ de cuánto fue?.

Solución:

Lourdes tenía: Bs. $(2 \times 10^4 + 3 \times 10^3) = Bs.(2 \times 10.000 + 3 \times 1.000) = Bs.27.000$

Lourdes gasto:

- En papas: Bs. $(5 \times 1.000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1) = Bs.(5.000 + 200 + 30 + 5) =$
 $= Bs.5.235.$

- En carnes:
Bs. $(1 \times 10.000 + 3 \times 1.000 + 6 \times 100 + 5 \times 10) = Bs.(10.000 + 3.000 + 600 + 50) =$
 $= Bs.13.650$

- En tomates: Bs. $(7 \times 1.000 + 5 \times 100 + 9 \times 10 + 8 \times 1) = Bs.(7.000 + 500 + 90 + 8) =$
 $= Bs.7.598.$

Gastos totales de Lourdes:

$$Bs.(5235 + 13650 + 7598) = Bs.26.483$$

El dinero obviamente le alcanzó y el vuelto fue de:

$$Bs.(27.000 - 26.483) = Bs.517.$$

8.- Ordenar las siguientes potencias de mayor a menor:

(a).-

$$3^0; 6^2; 2^5; 4^3; 3^1; 5^2; 7^2 \Rightarrow 4^3 > 7^2 > 6^2 > 2^5 > 5^2 > 3^1 > 3^0$$

(b).-

$$5^4; 4^4; 5^3; 7^3; 8^3; 9^5; 12^3 \Rightarrow$$

$$12^3 = 1728; 9^5 = 59049; 8^3 = 512; 7^3 = 343; 5^4 = 625; 5^3 = 125; 4^4 = 256.$$

El orden de mayor a menor es:

$$9^5 > 12^3 > 5^4 > 8^3 > 7^3 > 4^4 > 5^3.$$

©.-

$$8^1; 8^0; 8^4; 8^7; 8^5; 8^9; 8^2 \Rightarrow 8^9 > 8^7 > 8^5 > 8^4 > 8^2 > 8^1 > 8^0.$$

9.- Escriba el signo según corresponda:

(a).- $5^3 [] 3^5 \Rightarrow 5^3 [<] 3^5$

(b).- $2^8 [] 2^4 \Rightarrow 2^8 [>] 2^4$

©.- $7^6 [] 8^6 \Rightarrow 7^6 [<] 8^6$

(d).- $9^2 [] 9^0 \Rightarrow 9^2 [>] 9^0$

(e).- $6^3 [] 6^4 \Rightarrow 6^3 [<] 6^4$

(f).- $8^9 [] 9^8 \Rightarrow 8^9 [<] 9^8$

(g).- $(4 \times 10^5) [] (6 \times 10^4) \Rightarrow (4 \times 10^5) [>] (6 \times 10^4)$

(h).- $(8 \times 10^0) [] (8 \times 10^1) \Rightarrow (8 \times 10^0) [<] (8 \times 10^1)$

(i).- $(6 \times 10^2) [] (6 \times 10^7) \Rightarrow (6 \times 10^2) [<] (6 \times 10^7)$

(j).- $(2 \times 10^4) [] (2 \times 10^3) \Rightarrow (2 \times 10^4) [>] (2 \times 10^3)$

(k).- $(26 \times 10^2) [] (26 \times 10^3) \Rightarrow (26 \times 10^2) [<] (26 \times 10^3)$

(l).- $(11 \times 10^1) [] (11 \times 10^3) \Rightarrow (11 \times 10^1) [<] (11 \times 10^3)$

(m).- $6^0 [] 7^0 \Rightarrow 6^0 [=] 7^0$

(n).- $(1)^0 [] (0)^0 \Rightarrow (1)^0 [>] (0)^0$

(ñ).- $(2)^3 [] (2)^0 : (2)^3 [>] (2)^0$

(o).- $(4)^3 [] (4)^1 : (4)^3 [>] (4)^1$

(p).- $(16)^2 [] (14)^2 \Rightarrow (16)^2 [>] (14)^2$

(q).- $(8)^0 [] (9)^1 \Rightarrow (8)^0 [<] (9)^1$

(r).- $(5^0) [] (5 \times 10^0) \Rightarrow (5^0) [<] (5 \times 10^0)$

(s).- $(6 \times 10^1) [] (6 \times 10^0) \Rightarrow (6 \times 10^1) [>] (6 \times 10^0)$

(t).- $(7 \times 10^1) [] (7 \times 10^2) \Rightarrow (7 \times 10^1) [<] (7 \times 10^2)$

(u).- $(2 \times 10^2) [] (3 \times 10^3) \Rightarrow (2 \times 10^2) [<] (3 \times 10^3)$

(v).- $(5 \times 10^0) [] (5 \times 10^1) \Rightarrow (5 \times 10^0) [<] (5 \times 10^1)$

(w).- $(14 \times 10^2) [] (14 \times 10^0) \Rightarrow (14 \times 10^2) [>] (14 \times 10^0)$

10.- Andrés, Carmen y Mariana tienen 3 bolsas de metras cada uno. Si Andrés tiene en cada bolsa $(3 \times 2 \times 5^3)$ metras; Carmen tiene en cada bolsa $(2^2 \times 3^3 \times 5)$ metras y Mariana tiene 2^5 metras en cada bolsa.

(a).- ¿ Cuántas metras tienen en total cada uno?.

Andrés: $3 \times (3 \times 2 \times 5^3) = 3 \times (3 \times 2 \times 125) = 2250(\text{metras})$

Carmen: $3 \times (2^2 \times 3^3 \times 5) = 3 \times (4 \times 27 \times 5) = 3 \times (540) = 1620(\text{metras})$

Mariana: $3 \times (2)^5 = 3 \times 32 = 96(\text{metras})$

(b).- ¿ Cuántas metras tienen las tres personas en las nueve bolsas:

Total de metras: $(2250 + 1620 + 96) = 3966(\text{metras})$

GUIA DE TRABAJO
Materia: Matemáticas Guía #8.
Tema: Potencias de base 10.
Fecha: _____
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

La **potenciación** es la manera concisa de expresar el producto de factores iguales. Los términos de una potenciación son: la base, que es el factor que se repite; y el exponente, que indica el número de veces que se repite el factor.

Representación de productos con factores iguales:

Potencia	Base	Exponente	Leer como	Resultado
$3^3 = 3 \times 3 \times 3$	3	3	Tres elevado a la tres o al cubo	27
$4^2 = 4 \times 4$	4	2	Cuatro a la dos o al cuadrado	16
$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$	5	4	Cinco a la cuatro	625
$7^2 = 7 \times 7$	7	2	Siete al cuadrado	49

Casos particulares:

- (1) Todo número elevado a la cero es igual a 1. Ejemplo: $9^0 = 1$; $7^0 = 1$; $6^0 = 1$; *etc.*
- (2) Todo número elevado al número 1 es igual al mismo número. Ejemplo: $5^1 = 5$.
- (3) El número 1 elevado a cualquier número es igual a 1. Ejemplo: $1^{12} = 1$
- (4) Ciertas potencias como: 2^2 ; 3^2 ; 5^2 ; 7^2 ; *etc.*, son denominados cuadrados perfectos y geoméricamente representa el área de un cuadrado perfecto.

Potencia de un producto:

Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada uno de los factores a dicha potencia y luego se multiplican dichas potencias. Igual resultado se obtiene si se efectúa primero el producto de los factores y luego se eleva a la potencia dada.

Ejemplo: Efectuar :

$$(2 \times 3)^2 = (2^2) \times (3)^2 = 4 \times 9 = 36 \dots \dots \dots (\text{Propiedad - distributiva})$$

$$(2 \times 3)^2 = (6)^2 = 36$$

Potencia de una fracción:

Para elevar un cociente exacto o una fracción a una potencia cualquiera se elevan su numerador y su denominador a dicha potencia y luego se efectúa la división si es requerido. Igual resultado de la división se obtiene si se divide primero el numerador entre el denominador y luego el cociente se eleva a la potencia dada.

Ejemplo:

$$\left(\frac{8}{4}\right)^2 = \frac{8}{4} \times \frac{8}{4} = \frac{8^2}{4^2} = \frac{64}{16} = 4 \dots \dots \dots (\text{Propiedad - distributiva})$$

$$\left(\frac{8}{4}\right)^2 = (2)^2 = 4$$

Potencias de base 10: Las potencias de base 10 se utiliza para expresar en forma simplificada un número terminado en cero. Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como señale el exponente.

Ejemplos:

$$550.000 = 55 \times 10.000 = 55 \times 10^4$$

$$637.000.000 = 637 \times 1.000.000 = 637 \times 10^6$$

Para descomponer un número según su valor posicional, se puede escribir como potencia con base 10 o de modo polinómico.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} 24.329 &= 2 \times 10.000 + 4 \times 1.000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1 = \\ &= 2 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 \end{aligned}$$

Método para expresar la descomposición de un número en sus factores primos usando la potenciación:

Ejemplo con los números 625 y 432:

(a).- Para expresar la descomposición de 625 y 432, primero se busca un número entre el cual sean divisibles. Esto se determina por:

- Si termina en cero es divisible entre 5 y 2.
- Si termina en 2 es divisible entre 2.
- Si termina en número par es divisible entre 2.
- Si la suma de los números es múltiplo de 3 es divisible entre 3.
- Si termina en 5 es divisible entre 5.

Ahora se descomponen los números dados como sigue:

$$625 = (5) \times (125) = (5) \times (5) \times (25) = (5) \times (5) \times (5) \times (5) = (5)^4$$

$$432 = (2) \times (216) = (2) \times (2) \times (108) = (2) \times (2) \times (2) \times (54) = \\ = (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (27) = (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (3) \times (9) =$$

$$432 = (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (3) \times (3) \times (3) = (2)^4 \times (3)^3$$

PREGUNTAS:

1.- **Completa según corresponda:**

Distancias	Forma de potencia	Resultado
Un kilómetro en metros		1.000(m)
Diámetro de la tierra	$1 \times 10^7 (km)$	
Distancia de la tierra a la luna	$99 \times 10^8 (km)$	
Estrella más cercana		9.800.000(km)
Años de la tierra		4.600.000.000(años)
Temperatura del sol	$6 \times 10^4 (^\circ k)$	

Solución:

Distancias	Forma de potencia	Resultado
Un kilómetro en metros	$1 \times 10^3 (m)$	$1.000(m)$
Diámetro de la tierra	$1 \times 10^7 (km)$	$1 \times 10.000.000(km)$
Distancia de la tierra a la luna	$99 \times 10^8 (km)$	$9.900.000.000(km)$
Estrella más cercana	$98 \times 10^5 (km)$	$9.800.000(km)$
Años de la tierra	$46 \times 10^8 (km)$	$4.600.000.000(años)$
Temperatura del sol	$6 \times 10^4 (°k)$	$60.000(°k)$

2.- Completa según corresponda:

Letra	Número	Descomposición polinómica
E	3.528	
H	14.620	
Y	22.513	
O	5.637	
N	8.496	
R	19.500.000	
G	80.002	

$$() \Rightarrow 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^1 =$$

$$() \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 2 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 3 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 8 \times 10^4 + 2 \times 10^0 =$$

$$() \Rightarrow 1 \times 10^7 + 9 \times 10^6 + 5 \times 10^5 =$$

$$() \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 =$$

Solución:

Letra	Número	Descomposición polinómica
E	3.528	$3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$
H	14.620	$1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^1$
Y	22.513	$2 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 3 \times 10^0$
O	5.637	$5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$
N	8.496	$8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$
R	19.500.000	$1 \times 10^7 + 9 \times 10^6 + 5 \times 10^5$
G	80.002	$8 \times 10^4 + 2 \times 10^0$

$$(H) \Rightarrow 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^1 = 14.620$$

$$(O) \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 5.637$$

$$(Y) \Rightarrow 2 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 3 \times 10^0 = 22.513$$

$$(O) \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 5.637$$

$$(N) \Rightarrow 8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0 = 8.496$$

$$(E) \Rightarrow 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0 = 3.528$$

$$(G) \Rightarrow 8 \times 10^4 + 2 \times 10^0 = 80.002$$

$$(R) \Rightarrow 1 \times 10^7 + 9 \times 10^6 + 5 \times 10^5 = 19.500.000$$

$$(O) \Rightarrow 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 5.637$$

2.- Descomponer cada número en sus factores primos:

(a).- 36; (b).- 924; (c).- 112; (d).- 888; (e).- 60; (f).- 1535; (g).- 512; (h).- 724.

Solución:

(a).-

36	18	9	3	1		
2	2	3	3			

$$R \Rightarrow (2)^2 \times (3)^2$$

(b).-

924	462	231	77	11	1	
2	2	3	7	11		

$$R \Rightarrow (2)^2 \times (3) \times (7) \times (11)$$

(c).-

112	56	28	14	7	1	
2	2	2	2	7		

$$R \Rightarrow (2)^4 \times 7$$

(d).-

888	444	222	111	37	1	
2	2	2	3	37		

$$R \Rightarrow (2)^3 \times (3) \times (37)$$

(e).-

60	30	15	5	1				
2	2	3	5					

$$R \Rightarrow (2)^2 \times (3) \times (5)$$

(f).-

4.356	2.178	1.089	363	121	11	1		
2	2	3	3	11	11			

$$R \Rightarrow (2)^2 \times (3)^2 \times (11)^2$$

(g).-

512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	

$$R \Rightarrow (2)^9$$

(h).-

3.528	1.764	882	441	147	49	7	1	
2	2	2	3	3	7	7		

$$R \Rightarrow (2)^3 \times (3)^2 \times (7)^2$$

GUIA DE TRABAJO
Materia: Matemáticas Guía #9.
Tema: Suma de fracciones.
Fecha: _____
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____
Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

1.- Suma de fracciones con igual denominador:

Se suman los numeradores y esta suma se coloca como el numerador de la nueva fracción y se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1: Efectuar $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9}$

Solución: $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7+10+4}{9} = \frac{21}{9} \Rightarrow \frac{7}{3}$

2.- Suma de fracciones con distinto denominador:

Se simplifican las fracciones dadas hasta convertirlas en irreducibles. Después se reducen todas las fracciones al mínimo común denominador y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo #2: Efectuar $\frac{12}{48} + \frac{21}{49} + \frac{23}{60}$

Se simplifican: $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60}$

Se hala ahora el m.c.m. de los tres denominadores; pero, como 60 es divisible por 4, el m.c.m. será: $7 \times 60 = 420$

Luego:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60} = \frac{105+180+161}{420} = \frac{446}{420} \Rightarrow \frac{223}{210}$$

PREGUNTAS:

Efectuar las siguientes sumas de fracciones:

A.- Con igual denominador:

1.-

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

2.-

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+3+4}{5} = \frac{9}{5}$$

3.-

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

4.-

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{7}{9} =$$

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{7}{9} = \frac{2+5+7}{9} = \frac{14}{9}$$

5.-

$$\frac{3}{11} + \frac{7}{11} + \frac{12}{11} =$$

$$\frac{3}{11} + \frac{7}{11} + \frac{12}{11} = \frac{3+7+12}{11} = \frac{22}{11} = 2$$

6.-

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+1+5+7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

7.-

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{6} + \frac{11}{6} + \frac{13}{6} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{6} + \frac{11}{6} + \frac{13}{6} = \frac{1+7+11+13}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

8.-

$$\frac{5}{7} + \frac{8}{7} + \frac{10}{7} + \frac{15}{7} =$$

$$\frac{5}{7} + \frac{8}{7} + \frac{10}{7} + \frac{15}{7} = \frac{5+8+10+15}{7} = \frac{38}{7}$$

9.-

$$\frac{3}{17} + \frac{8}{17} + \frac{11}{17} + \frac{23}{17} =$$

$$\frac{3}{17} + \frac{8}{17} + \frac{11}{17} + \frac{23}{17} = \frac{3+8+11+23}{17} = \frac{45}{17}$$

10.-

$$\frac{5}{21} + \frac{10}{21} + \frac{23}{21} + \frac{4}{21} =$$

$$\frac{5}{21} + \frac{10}{21} + \frac{23}{21} + \frac{4}{21} =$$

$$\frac{5}{21} + \frac{10}{21} + \frac{23}{21} + \frac{4}{21} = \frac{5+10+23+4}{21} = \frac{42}{21} = 2$$

11.-

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24} + \frac{17}{24} =$$

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24} + \frac{17}{24} = \frac{53}{24}$$

12.-

$$\frac{18}{53} + \frac{32}{53} + \frac{40}{53} + \frac{1}{53} + \frac{16}{53} =$$

$$\frac{18}{53} + \frac{32}{53} + \frac{40}{53} + \frac{1}{53} + \frac{16}{53} = \frac{18+32+40+1+16}{53} = \frac{107}{53}$$

13.-

$$\frac{41}{79} + \frac{37}{79} + \frac{25}{79} + \frac{71}{79} + \frac{63}{79} =$$

$$\frac{41}{79} + \frac{37}{79} + \frac{25}{79} + \frac{71}{79} + \frac{63}{79} = \frac{41+37+25+71+63}{79} = \frac{237}{79} = 3$$

14.-

$$\frac{17}{84} + \frac{3}{84} + \frac{5}{84} + \frac{11}{84} + \frac{6}{84} = \frac{17+3+5+11+6}{84} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

B.- Con diferente denominador:

1.-

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{\left(\frac{6}{3}\right) \times 2 + 5}{6} = \frac{4+5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

2.-

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{24} =$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{24} = \frac{\left(\frac{24}{12}\right) \times 5 + 7}{24} = \frac{10 + 7}{24} = \frac{17}{24}$$

3.-

$$\frac{5}{8} + \frac{11}{64} =$$

$$\frac{5}{8} + \frac{11}{64} = \frac{\left(\frac{64}{8}\right) \times 5 + 11}{64} = \frac{40 + 11}{64} = \frac{51}{64}$$

4.-

$$\frac{7}{24} + \frac{11}{30} =$$

$$24 = (2)(2)(2)(3) = (2)^3 \times (3)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5) = 120$$

$$\frac{7}{24} + \frac{11}{30} = \frac{\left(\frac{120}{24}\right) \times 7 + \left(\frac{120}{30}\right) \times 11}{120} = \frac{35 + 44}{120} = \frac{79}{120}$$

5.-

$$\frac{8}{26} + \frac{15}{39} \Rightarrow \frac{8}{26} + \frac{5}{13} =$$

$$\frac{8}{26} + \frac{5}{13} = \frac{8 + \left(\frac{26}{13}\right) \times 5}{26} = \frac{8 + 10}{26} = \frac{18}{26} = \frac{9}{13}$$

6.-

$$\frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{16} =$$

$$\frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{\left(\frac{16}{4}\right) \times 5 + \left(\frac{16}{8}\right) \times 7 + 1}{16} = \frac{20 + 14 + 1}{16} = \frac{35}{16}$$

7.-

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{\left(\frac{8}{2}\right) \times 1 + \left(\frac{8}{4}\right) \times 1 + 1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

8.-

$$\frac{7}{5} + \frac{8}{15} + \frac{11}{60} =$$

$$\frac{7}{5} + \frac{8}{15} + \frac{11}{60} = \frac{\left(\frac{60}{5}\right) \times 7 + \left(\frac{60}{15}\right) \times 8 + 11}{60} = \frac{84+32+11}{60} = \frac{127}{60}$$

9.-

$$\frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{13}{75} =$$

$$10 = (2)(5)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$75 = (5)(15) = (3)(5)^2$$

$$m.c.m = (2)(3)(5)^2 = 150$$

$$\frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{13}{75} = \frac{\left(\frac{150}{10}\right) \times 9 + \left(\frac{150}{15}\right) \times 8 + \left(\frac{150}{75}\right) \times 13}{150} = \frac{135+80+26}{150} = \frac{241}{150}$$

10.-

$$\frac{3}{21} + \frac{1}{2} + \frac{2}{49} \Rightarrow \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{2}{49} =$$

$$7 = (7)$$

$$2 = (2)(1)$$

$$49 = (7)(7)$$

$$m.c.m. = (2)(7)^2 = 98$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{2}{49} = \frac{\left(\frac{98}{7}\right) + \left(\frac{98}{2}\right) + \left(\frac{98}{49}\right) \times 2}{98} = \frac{14+49+4}{98} = \frac{67}{98}$$

11.-

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{4} + \frac{11}{6} =$$

$$5 = (5)$$

$$4 = (2)^2$$

$$6 = (2)(3)$$

$$m.c.m. = (2^2)(3)(5) = 60$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{4} + \frac{11}{6} = \frac{\left(\frac{60}{5}\right) \times 3 + \left(\frac{60}{4}\right) \times 7 + \left(\frac{60}{6}\right) \times 11}{60} = \frac{36 + 105 + 110}{60} = \frac{251}{60}$$

12.-

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} =$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$16 = (2)^4$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^2 = 144$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} = \frac{\left(\frac{144}{12}\right) + \left(\frac{144}{16}\right) + \left(\frac{144}{18}\right)}{144} = \frac{12 + 9 + 8}{144} = \frac{29}{144}$$

13.-

$$\frac{7}{50} + \frac{11}{40} + \frac{13}{60} =$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$40 = (2)^3(5)$$

$$60 = (2)^2(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)(5)^2 = 600$$

$$\frac{7}{50} + \frac{11}{40} + \frac{13}{60} = \frac{\left(\frac{600}{50}\right) \times 7 + \left(\frac{600}{40}\right) \times 11 + \left(\frac{600}{60}\right) \times 13}{600} = \frac{84 + 165 + 130}{600} = \frac{379}{600}$$

14.-

$$\frac{8}{60} + \frac{13}{90} + \frac{7}{120} =$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$90 = (2)(3)^2 (5)$$

$$120 = (2)^3 (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)^2 (5) = 360$$

$$\frac{8}{60} + \frac{13}{90} + \frac{7}{120} = \frac{\left(\frac{360}{60}\right) \times 8 + \left(\frac{360}{90}\right) \times 13 + \left(\frac{360}{120}\right) \times 7}{360} = \frac{48 + 52 + 21}{360} = \frac{121}{360}$$

15.-

$$\frac{5}{14} + \frac{7}{70} + \frac{3}{98} \Rightarrow \frac{5}{14} + \frac{1}{7} + \frac{3}{98} =$$

$$14 = (2)(7)$$

$$7 = (1)(7)$$

$$98 = (2)(7)^2$$

$$m.c.m. = (2)(7)^2 = 98$$

$$\frac{5}{14} + \frac{1}{7} + \frac{3}{98} = \frac{\left(\frac{98}{14}\right) \times 5 + \left(\frac{98}{7}\right) \times 1 + \left(\frac{98}{98}\right) \times 3}{98} = \frac{35 + 14 + 3}{98} = \frac{52}{98} = \frac{26}{49}$$

16.-

$$\frac{13}{121} + \frac{4}{55} + \frac{9}{10}$$

$$121 = (11)^2$$

$$55 = (5)(11)$$

$$10 = (2)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(5)(11)^2 = 1210$$

$$\frac{13}{121} + \frac{4}{55} + \frac{9}{10} = \frac{\left(\frac{1210}{121}\right) \times 13 + \left(\frac{1210}{55}\right) \times 4 + \left(\frac{1210}{10}\right) \times 9}{1210} = \frac{130 + 88 + 1089}{1210} = \frac{1307}{1210}$$

17.-

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{2}{21} + \frac{4}{63} =$$

$$3 = (3)$$

$$7 = (7)$$

$$21 = (3)(7)$$

$$63 = (3)(3)(7) = (3)^2(7)$$

$$m.c.m. = (3)^2(7) = 63$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{2}{21} + \frac{4}{63} = \frac{\left(\frac{63}{3}\right) \times 2 + \left(\frac{63}{7}\right) \times 5 + \left(\frac{63}{21}\right) \times 2 + \left(\frac{63}{63}\right) \times 4}{63} = \frac{42 + 45 + 6 + 4}{63} = \frac{97}{63}$$

18.-

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$5 = (5)$$

$$10 = (2)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(5) = 40$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{\left(\frac{40}{4}\right) \times 3 + \left(\frac{40}{8}\right) \times 5 + \left(\frac{40}{5}\right) \times 2 + \left(\frac{40}{10}\right) \times 3}{40} = \frac{30 + 25 + 16 + 12}{40} = \frac{83}{40}$$

19.-

$$\frac{7}{20} + \frac{3}{40} + \frac{1}{80} + \frac{3}{15} \Rightarrow \frac{7}{20} + \frac{3}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{5} =$$

$$20 = (2)^2(5)$$

$$40 = (2)^3(5)$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$m.c.m. = (2)^4(5) = 80$$

$$\frac{7}{20} + \frac{3}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{5} = \frac{\left(\frac{80}{20}\right) \times 7 + \left(\frac{80}{40}\right) \times 3 + \left(\frac{80}{80}\right) \times 1 + \left(\frac{80}{5}\right) \times 1}{80} = \frac{28 + 6 + 1 + 16}{80} = \frac{51}{80}$$

20.-

$$\frac{2}{300} + \frac{5}{500} + \frac{2}{1.000} + \frac{7}{250} \Rightarrow \frac{1}{150} + \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{7}{250} =$$

$$150 = (2)(3)(5)^2$$

$$100 = (2)^2(5)^2$$

$$500 = (2)^2(5)^3 = 500$$

$$250 = (2)(5)^3$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)(5)^3 = 1.500$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{150} + \frac{1}{100} + \frac{1}{500} + \frac{7}{250} &= \frac{\left(\frac{1500}{150}\right) \times 1 + \left(\frac{1500}{100}\right) \times 1 + \left(\frac{1500}{500}\right) \times 1 + \left(\frac{1500}{250}\right) \times 7}{1500} = \\ &= \frac{10 + 15 + 3 + 42}{1500} = \frac{70}{1500} = \frac{7}{150} \end{aligned}$$

21.-

$$\frac{5}{16} + \frac{2}{48} + \frac{1}{9} + \frac{3}{18} \Rightarrow \frac{5}{16} + \frac{1}{24} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$$

$$6 = (2)(3)$$

$$9 = (3)^2$$

$$16 = (2)^4$$

$$24 = (2)^3(3)$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^2 = 16 \times 9 = 144$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{16} + \frac{1}{24} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} &= \frac{\left(\frac{144}{16}\right) \times 5 + \left(\frac{144}{24}\right) \times 1 + \left(\frac{144}{9}\right) \times 1 + \left(\frac{144}{6}\right) \times 1}{144} = \\ &= \frac{45 + 6 + 16 + 24}{144} = \frac{91}{144} \end{aligned}$$

22.-

$$\frac{6}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{51} + \frac{4}{3} =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$17 = (17)(1)$$

$$34 = (2)(17)$$

$$51 = (3)(17)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(17) = 102$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{51} + \frac{4}{3} &= \frac{\left(\frac{102}{17}\right) \times 6 + \left(\frac{102}{34}\right) \times 1 + \left(\frac{102}{51}\right) \times 1 + \left(\frac{102}{3}\right) \times 4}{102} = \\ &= \frac{36 + 3 + 2 + 136}{102} = \frac{177}{102} = \frac{59}{34} \end{aligned}$$

23.-

$$\frac{7}{90} + \frac{11}{30} + \frac{3}{80} + \frac{7}{40} =$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$40 = (2)^3(5)$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^2(5) = 16 \times 9 \times 5 = 720$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{90} + \frac{11}{30} + \frac{3}{80} + \frac{7}{40} &= \frac{\left(\frac{720}{90}\right) \times 7 + \left(\frac{720}{30}\right) \times 11 + \left(\frac{720}{80}\right) \times 3 + \left(\frac{720}{40}\right) \times 7}{720} = \\ &= \frac{56 + 264 + 27 + 126}{720} = \frac{473}{720} \end{aligned}$$

24.-

$$\frac{8}{72} + \frac{71}{144} + \frac{5}{36} + \frac{8}{27} \Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{71}{144} + \frac{5}{36} + \frac{8}{27} =$$

$$9 = (3)^2$$

$$144 = (2)^4(3)^2$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$27 = (3)^3$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^3 = 16 \times 27 = 432$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} + \frac{71}{144} + \frac{5}{36} + \frac{8}{27} &= \frac{\left(\frac{432}{9}\right) \times 1 + \left(\frac{432}{144}\right) \times 71 + \left(\frac{432}{36}\right) \times 5 + \left(\frac{432}{27}\right) \times 8}{432} = \\ &= \frac{48 + 213 + 60 + 128}{432} = \frac{449}{432} \end{aligned}$$

25.-

$$\frac{7}{39} + \frac{11}{26} + \frac{2}{3} + \frac{8}{9} =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$9 = (3)^2$$

$$26 = (2)(13)$$

$$39 = (3)(11)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(11)(13) = 2574$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{39} + \frac{11}{26} + \frac{2}{3} + \frac{8}{9} &= \frac{\left(\frac{2574}{39}\right) \times 7 + \left(\frac{2574}{26}\right) \times 11 + \left(\frac{2574}{3}\right) \times 2 + \left(\frac{2574}{9}\right) \times 8}{2574} = \\ &= \frac{462 + 1089 + 1716 + 2288}{2574} = \frac{5555}{2574} = \frac{\left(\frac{5555}{11}\right)}{\left(\frac{2574}{11}\right)} = \frac{505}{234} \end{aligned}$$

26.-

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{7}{24} + \frac{11}{30} =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$9 = (3)^2$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$24 = (2)^3(3)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2(5) = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{7}{24} + \frac{11}{30} &= \frac{\left(\frac{360}{3}\right) \times 1 + \left(\frac{360}{9}\right) \times 1 + \left(\frac{360}{18}\right) \times 1 + \left(\frac{360}{24}\right) \times 7 + \left(\frac{360}{30}\right) \times 11}{360} = \\ &= \frac{120 + 40 + 20 + 105 + 132}{360} = \frac{417}{360} = \frac{\left(\frac{417}{3}\right)}{\left(\frac{360}{3}\right)} = \frac{139}{120} \end{aligned}$$

27.-

$$\frac{7}{25} + \frac{8}{105} + \frac{9}{21} + \frac{11}{50} + \frac{1}{63} \Rightarrow \frac{7}{25} + \frac{8}{105} + \frac{3}{7} + \frac{11}{50} + \frac{1}{63} =$$

$$25 = (5)^2$$

$$105 = (3)(5)(7)$$

$$7 = (7)(1)$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$63 = (3)^2(7)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5)^2(7) = 3150$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{25} + \frac{8}{105} + \frac{3}{7} + \frac{11}{50} + \frac{1}{63} &= \frac{\left(\frac{3150}{25}\right) \times 7 + \left(\frac{3150}{105}\right) \times 8 + \left(\frac{3150}{7}\right) \times 3 + \left(\frac{3150}{50}\right) \times 11 + \left(\frac{3150}{63}\right) \times 1}{3150} = \\ &= \frac{882 + 240 + 1350 + 693 + 50}{3150} = \frac{3215}{3150} = \frac{643}{630} \end{aligned}$$

28.-

$$\frac{19}{18} + \frac{61}{72} + \frac{13}{216} + \frac{1}{10} + \frac{3}{5} =$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$72 = (2)^3(3)^2$$

$$216 = (2)^3(3)^3$$

$$10 = (2)(5)$$

$$5 = (5)(1)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^3(5) = 8 \times 27 \times 5 = 1080$$

$$\begin{aligned} \frac{19}{18} + \frac{61}{72} + \frac{13}{216} + \frac{1}{10} + \frac{3}{5} &= \frac{\left(\frac{1080}{18}\right) \times 19 + \left(\frac{1080}{72}\right) \times 61 + \left(\frac{1080}{216}\right) \times 13 + \left(\frac{1080}{10}\right) \times 1 + \left(\frac{1080}{5}\right) \times 3}{1080} = \\ &= \frac{1140 + 915 + 65 + 108 + 648}{1080} = \frac{2876}{1080} = \frac{719}{270} \end{aligned}$$

29.-

$$\frac{1}{324} + \frac{1}{162} + \frac{5}{108} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} =$$

$$324 = (2)^2 (3)^4$$

$$162 = (2)(3)^4$$

$$108 = (2)^2 (3)^3$$

$$14 = (2)(7)$$

$$21 = (3)(7)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^4 (7) = 4 \times 81 \times 7 = 2268$$

$$\frac{1}{324} + \frac{1}{162} + \frac{5}{108} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21} = \frac{\left(\frac{2268}{324}\right) \times 1 + \left(\frac{2268}{162}\right) \times 1 + \left(\frac{2268}{108}\right) \times 5 + \left(\frac{2268}{14}\right) \times 1 + \left(\frac{2268}{21}\right) \times 1}{2268} =$$

$$= \frac{7 + 14 + 105 + 162 + 108}{2268} = \frac{396}{2268} = \frac{\left(\frac{396}{36}\right)}{\left(\frac{2268}{36}\right)} = \frac{11}{63}$$

30.-

$$\frac{1}{900} + \frac{101}{300} + \frac{13}{60} + \frac{17}{45} + \frac{19}{54} =$$

$$900 = (2)^2 (3)^2 (5)^2$$

$$300 = (2)^2 (3)(5)^2$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$45 = (3)^2 (5)$$

$$54 = (2)(3)^3$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^3 (5)^2 = 4 \times 27 \times 25 = 2700$$

$$\frac{1}{900} + \frac{101}{300} + \frac{13}{60} + \frac{17}{45} + \frac{19}{54} = \frac{\left(\frac{2700}{900}\right) \times 1 + \left(\frac{2700}{300}\right) \times 101 + \left(\frac{2700}{60}\right) \times 13 + \left(\frac{2700}{45}\right) \times 17 + \left(\frac{2700}{54}\right) \times 19}{2700} =$$

$$= \frac{3 + 909 + 585 + 1020 + 950}{2700} = \frac{3467}{2700}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #10.

Tema: Suma de números mixtos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

1.- Suma de fracciones con igual denominador:

Se suman los numeradores y esta suma se coloca como el numerador de la nueva fracción y se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1: Efectuar $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9}$

Solución: $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7+10+4}{9} = \frac{21}{9} \Rightarrow \frac{7}{3}$

2.- Suma de fracciones con distinto denominador:

Se simplifican las fracciones dadas hasta convertirlas en irreducibles. Después se reducen todas las fracciones al mínimo común denominador y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo #2: Efectuar $\frac{12}{48} + \frac{21}{49} + \frac{23}{60}$

Se simplifican: $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60}$

Se hala ahora el m.c.m. de los tres denominadores; pero, como 60 es divisible por 4, el m.c.m. será: $7 \times 60 = 420$

Luego:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60} = \frac{105 + 180 + 161}{420} = \frac{446}{420} \Rightarrow \frac{223}{210}$$

3.- Suma de números mixtos:

Regla #1: Se suman separadamente los enteros y los quebrados. A la suma de los enteros se añade la suma de los quebrados, y el resultado de esta suma es la suma total.

Ejemplo #3: Sumar $5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6}$

Suma de los enteros: $5 + 6 + 3 = 14$

Suma de los quebrados: $\frac{2}{3} + \frac{4}{8} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4 + 3 + 1}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

Suma total: $14 + 1\frac{1}{3} = 15\frac{1}{3}$

Regla #2: Se reducen los números mixtos a quebrados y se suman estos quebrados.

Ejemplo #4: Sumar $5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6}$

$$5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{17}{3} + \frac{13}{2} + \frac{19}{6} = \frac{34 + 39 + 19}{6} = \frac{92}{6} = \frac{46}{3} \Rightarrow 15\frac{1}{3}$$

PREGUNTAS:

1.-

$$3\frac{1}{4} + 5\frac{3}{4} =$$

$$3\frac{1}{4} + 5\frac{3}{4} = (3 + 5) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) = (3 + 5) + (1) = 9$$

2.-

$$8\frac{3}{7} + 6\frac{5}{7} =$$

$$8\frac{3}{7} + 6\frac{5}{7} = (8 + 6) + \left(\frac{3}{7} + \frac{5}{7}\right) = 14 + \frac{8}{7} = 14 + 1\frac{1}{7} = 15\frac{1}{7}$$

3.-

$$9\frac{3}{5} + 4\frac{1}{10} =$$

$$9\frac{3}{5} + 4\frac{1}{10} = (9+4) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) = 13 + \left(\frac{6+1}{10}\right) = 13 + \frac{7}{10} = 13\frac{7}{10}$$

4.-

$$7\frac{1}{8} + 3\frac{5}{24} =$$

$$7\frac{1}{8} + 3\frac{5}{24} = (7+3) + \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{24}\right) = 10 + \frac{3+5}{24} = 10 + \frac{8}{24} = 10\frac{1}{3}$$

5.-

$$12\frac{5}{6} + 13\frac{7}{9} =$$

$$12\frac{5}{6} + 13\frac{7}{9} = (12+13) + \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) = (25) + \left(\frac{15+14}{18}\right) = \\ = 25 + \frac{29}{18} = 25 + 1\frac{11}{18} = 26\frac{11}{18}$$

6.-

$$1\frac{1}{10} + 1\frac{1}{100} =$$

$$1\frac{1}{10} + 1\frac{1}{100} = (1+1) + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100}\right) = 2 + \left(\frac{10+1}{100}\right) = (2) + \left(\frac{11}{100}\right) = 2\frac{11}{100}$$

7.-

$$5\frac{1}{8} + 6\frac{3}{20} =$$

$$8 = (2)^3$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (5) = 40$$

$$5\frac{1}{8} + 6\frac{3}{20} = (5+6) + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{20}\right) = (11) + \left(\frac{5+6}{40}\right) = 11 + \frac{11}{40} = 11\frac{11}{40}$$

8.-

$$8\frac{7}{20} + 5\frac{11}{25} =$$

$$8\frac{7}{20} + 5\frac{11}{25} = (8+5) + \left(\frac{7}{20} + \frac{11}{25}\right) = 13 + \left(\frac{35+44}{100}\right) = 13 + \frac{79}{100} = 13\frac{79}{100}$$

9.-

$$3\frac{1}{65} + 11\frac{1}{26} =$$

$$65 = (5)(13)$$

$$26 = (2)(13)$$

$$m.c.d. = (2)(5)(13) = 130$$

$$3\frac{1}{65} + 11\frac{1}{26} = (3+11) + \left(\frac{1}{65} + \frac{1}{26}\right) = 14 + \left(\frac{2+5}{130}\right) = 14 + \frac{7}{130} = 14\frac{7}{130}$$

10.-

$$7\frac{9}{55} + 8\frac{13}{44} =$$

$$55 = (5)(11)$$

$$44 = (4)(11) m.c.m. = (4)(5)(11) = 220$$

$$7\frac{9}{55} + 8\frac{13}{44} = (7+8) + \left(\frac{9}{55} + \frac{13}{44}\right) = (15) + \left(\frac{36+65}{220}\right) = 15 + \frac{101}{220} = 15\frac{101}{220}$$

11.-

$$5\frac{4}{5} + 6\frac{2}{5} + 8\frac{3}{5} =$$

$$5\frac{4}{5} + 6\frac{2}{5} + 8\frac{3}{5} = (5+6+8) + \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) = 19 + \left(\frac{4+2+3}{5}\right) = 19 + \frac{9}{5} = 19 + 1\frac{4}{5} = 20\frac{4}{5}$$

12.-

$$8\frac{1}{9} + 10\frac{7}{9} + 16\frac{1}{9} =$$

$$8\frac{1}{9} + 10\frac{7}{9} + 16\frac{1}{9} = (8+10+16) + \left(\frac{1}{9} + \frac{7}{9} + \frac{1}{9}\right) = 34 + \frac{9}{9} = 35$$

$$13.- \quad 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} =$$

$$1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} = (1+2+1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 4 + \left(\frac{3+2+1}{6}\right) = 4 + \frac{6}{6} = 5$$

14.-

$$5\frac{3}{4} + 6\frac{1}{3} + 8\frac{1}{12} =$$

$$5\frac{3}{4} + 6\frac{1}{3} + 8\frac{1}{12} = (5+6+8) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) = 19 + \left(\frac{9+4+1}{12}\right) = 19 + 1 + \frac{2}{12} = 20\frac{1}{6}$$

15.-

$$2\frac{1}{5} + 4\frac{1}{10} + 8\frac{3}{25} =$$

$$2\frac{1}{5} + 4\frac{1}{10} + 8\frac{3}{25} = (2+4+8) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{3}{25}\right) = 14 + \left(\frac{10+5+6}{50}\right) =$$

$$= 14 + \frac{21}{50} = 14\frac{21}{50}$$

16.-

$$3\frac{3}{4} + 5\frac{5}{9} + 7\frac{1}{12} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$9 = (3)^2$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2 = 36$$

$$3\frac{3}{4} + 5\frac{5}{9} + 7\frac{1}{12} = (3+5+7) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{1}{12}\right) = (15) + \left(\frac{27+20+3}{36}\right) =$$

$$15 + \frac{50}{36} = 15 + 1 + \frac{14}{36} = 16 + \frac{7}{18} = 16\frac{7}{18}$$

17.-

$$4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{10} + 2\frac{1}{15} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$10 = (2)(5)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5) = 30$$

$$4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{10} + 2\frac{1}{15} = (4+3+2) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = 9 + \left(\frac{5+3+2}{30}\right) = 9 + \frac{10}{30} = 9\frac{1}{3}$$

18.-

$$1\frac{1}{8} + 5\frac{3}{20} + 6\frac{5}{10} =$$

$$8 = (2)^3$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$10 = (2)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (5) = 40$$

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{8} + 5\frac{3}{20} + 6\frac{5}{10} &= (1+5+6) + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{20} + \frac{5}{10}\right) = 12 + \left(\frac{5+6+20}{40}\right) = \\ &= 12 + \left(\frac{31}{40}\right) = 12\frac{31}{40} \end{aligned}$$

19.-

$$6\frac{1}{27} + 4\frac{1}{18} + 1\frac{1}{54} =$$

$$27 = (3)^3$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$54 = (2)(3)^3$$

$$m.c.m. = 54$$

$$\begin{aligned} 6\frac{1}{27} + 4\frac{1}{18} + 1\frac{1}{54} &= (6+4+1) + \left(\frac{1}{27} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54}\right) = (11) + \left(\frac{2+3+1}{54}\right) = \\ &= 11 + \frac{6}{54} = 11\frac{1}{9} \end{aligned}$$

20.-

$$1\frac{1}{42} + 3\frac{1}{14} + 10\frac{11}{84} =$$

$$m.c.m. = 84$$

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{42} + 3\frac{1}{14} + 10\frac{11}{84} &= (1+3+11) + \left(\frac{1}{42} + \frac{1}{14} + \frac{11}{84}\right) = 15 + \left(\frac{2+6+11}{84}\right) = \\ &= 15 + \frac{19}{84} = 15\frac{19}{84} \end{aligned}$$

21.-

$$6\frac{1}{11} + 7\frac{5}{11} + 8\frac{2}{11} + 4\frac{3}{11} =$$

$$6\frac{1}{11} + 7\frac{5}{11} + 8\frac{2}{11} + 4\frac{3}{11} = (6+7+8+4) + \left(\frac{1+5+2+3}{11}\right) = 25+1 = 26$$

22.-

$$4\frac{1}{4} + 5\frac{1}{8} + 7\frac{1}{16} + 1\frac{1}{32} =$$

$$m.c.m. = 32$$

$$4\frac{1}{4} + 5\frac{1}{8} + 7\frac{1}{16} + 1\frac{1}{32} = (4+5+7+1) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}\right) =$$
$$= 17 + \left(\frac{8+4+2+1}{32}\right) = 17 + \frac{15}{32} = 17\frac{15}{32}$$

23.-

$$3\frac{1}{5} + 4\frac{1}{10} + 1\frac{1}{50} + 2\frac{3}{25} =$$

$$m.c.m. = 50$$

$$3\frac{1}{5} + 4\frac{1}{10} + 1\frac{1}{50} + 2\frac{3}{25} = (3+4+1+2) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50} + \frac{3}{25}\right) =$$
$$= 10 + \left(\frac{10+5+1+6}{50}\right) = 10 + \frac{22}{50} = 10\frac{11}{25}$$

24.-

$$1\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{15} + 4\frac{1}{60} = m.c.m. = 60$$

$$1\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{15} + 4\frac{1}{60} = (1+3+2+4) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + \frac{1}{60}\right) =$$
$$10 + \left(\frac{12+15+4+1}{60}\right) = 10 + \frac{32}{60} = 10\frac{16}{30} = 10\frac{8}{15}$$

25.-

$$5\frac{3}{7} + 3\frac{1}{14} + 2\frac{1}{6} + 7\frac{1}{2} =$$

$$2 = (2)(1)$$

$$7 = (7)(1)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$14 = (2)(7)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(7) = 42$$

$$\begin{aligned} 5\frac{3}{7} + 3\frac{1}{14} + 2\frac{1}{6} + 7\frac{1}{2} &= (5+3+2+7) + \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = \\ &= 17 + \left(\frac{18+3+7+21}{42}\right) = 17 + \frac{49}{42} = 17 + 1 + \frac{7}{42} = 18\frac{1}{6} \end{aligned}$$

26.-

$$1\frac{1}{5} + 4\frac{1}{80} + 5\frac{1}{16} + 2\frac{1}{40} =$$

$$5 = (5)(1)$$

$$16 = (2)^4$$

$$40 = (2)^3(5)$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$m.c.m. = (2)^4(5) = 80$$

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{5} + 4\frac{1}{80} + 5\frac{1}{16} + 2\frac{1}{40} &= (1+4+5+2) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{80} + \frac{1}{16} + \frac{1}{40}\right) = \\ &= 12 + \left(\frac{16+1+5+2}{80}\right) = 12 + \frac{24}{80} = 12 + \frac{6}{20} = 12 + \frac{3}{10} = 12\frac{3}{10} \end{aligned}$$

27.-

$$2\frac{1}{18} + 6\frac{7}{15} + 4\frac{1}{45} + 7\frac{1}{90} =$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$15 = (3)(5)$$

$$45 = (3)^2(5)$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5) = 90$$

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{18} + 6\frac{7}{15} + 4\frac{1}{45} + 7\frac{1}{90} &= (2+6+4+7) + \left(\frac{1}{18} + \frac{7}{15} + \frac{1}{45} + \frac{1}{90}\right) = \\ &= 19 + \left(\frac{5+42+2+1}{90}\right) = 19 + \left(\frac{50}{90}\right) = 19\frac{5}{9} \end{aligned}$$

28.-

$$4\frac{1}{31} + 1\frac{1}{62} + 1\frac{3}{93} + 4\frac{1}{4} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$31 = (31)(1)$$

$$62 = (2)(31)$$

$$93 = (3)(31)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(31) = 372$$

$$4\frac{1}{31} + 1\frac{1}{62} + 1\frac{3}{93} + 4\frac{1}{4} = (4+1+1+4) + \left(\frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{3}{93} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$= 10 + \left(\frac{12+6+12+93}{372}\right) = 10 + \left(\frac{123}{372}\right) = 10\frac{123}{372}$$

29.-

$$1\frac{1}{10} + 1\frac{1}{100} + 1\frac{1}{1000} + 1\frac{1}{10000} =$$

$$m.c.m. = 10.000$$

$$1\frac{1}{10} + 1\frac{1}{100} + 1\frac{1}{1000} + 1\frac{1}{10000} = (1+1+1+1) + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000}\right) =$$

$$= 4 + \left(\frac{1000+100+10+1}{10000}\right) = 4 + \left(\frac{1111}{10000}\right) = 4\frac{1111}{10000}$$

30.-

$$3\frac{1}{160} + 2\frac{1}{45} + 4\frac{7}{60} + 1\frac{1}{800} =$$

$$160 = (2)^5 (5)$$

$$45 = (3)^2 (5)$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$800 = (2)^5 (5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^5 (3)^2 (5)^2 = 7200$$

$$3\frac{1}{160} + 2\frac{1}{45} + 4\frac{7}{60} + 1\frac{1}{800} = (3+2+4+1) + \left(\frac{1}{160} + \frac{1}{45} + \frac{7}{60} + \frac{1}{800}\right) =$$

$$= 10 + \left(\frac{45+160+840+9}{7200}\right) = 10 + \left(\frac{1054}{7200}\right) = 10 + \left(\frac{527}{3600}\right) = 10\frac{527}{3600}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #11.

Tema: Suma de números enteros, mixtos y quebrados.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

1.- Suma de fracciones con igual denominador:

Se suman los numeradores y esta suma se coloca como el numerador de la nueva fracción y se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1: Efectuar $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9}$

Solución: $\frac{7}{9} + \frac{10}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7+10+4}{9} = \frac{21}{9} \Rightarrow \frac{7}{3}$

2.- Suma de fracciones con distinto denominador:

Se simplifican las fracciones dadas hasta convertirlas en irreducibles. Después se reducen todas las fracciones al mínimo común denominador y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo #2: Efectuar $\frac{12}{48} + \frac{21}{49} + \frac{23}{60}$

Se simplifican: $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60}$

Se hala ahora el m.c.m. de los tres denominadores; pero, como 60 es divisible por 4, el m.c.m. será: $7 \times 60 = 420$

Luego:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{23}{60} = \frac{105+180+161}{420} = \frac{446}{420} \Rightarrow \frac{223}{210}$$

3.- Suma de números mixtos:

Regla #1: Se suman separadamente los enteros y los quebrados. A la suma de los enteros se añade la suma de los quebrados, y el resultado de esta suma es la suma total.

Ejemplo #3: Sumar $5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6}$

Suma de los enteros: $5 + 6 + 3 = 14$

Suma de los quebrados: $\frac{2}{3} + \frac{4}{8} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4+3+1}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

Suma total: $14 + 1\frac{1}{3} = 15\frac{1}{3}$

Regla #2: Se reducen los números mixtos a quebrados y se suman estos quebrados.

Ejemplo #4: Sumar $5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6}$

$$5\frac{2}{3} + 6\frac{4}{8} + 3\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{17}{3} + \frac{13}{2} + \frac{19}{6} = \frac{34+39+19}{6} = \frac{92}{6} = \frac{46}{3} \Rightarrow 15\frac{1}{3}$$

4.- Suma de números enteros, mixtos y quebrados:

Se suman los números enteros con los enteros de los números mixtos, se suman luego los quebrados, y luego, a la suma de los enteros se agrega la suma de los quebrados.

Ejemplo #5:

$$5 + 4\frac{7}{8} + \frac{3}{9} + 4\frac{1}{12} =$$

Suma de los enteros: $5 + 4 + 4 = 13$

Suma de los quebrados: $\frac{7}{8} + \frac{3}{9} + \frac{1}{12} = \frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{21+8+2}{24} = \frac{31}{24} = 1\frac{7}{24}$

$$\text{Total: } 13 + 1\frac{7}{24} = 14\frac{7}{24}$$

PREGUNTAS:

1.-

$$7 + \frac{8}{7} =$$

$$7 + \frac{8}{7} = 7 + 1\frac{1}{7} = (7+1) + \left(\frac{1}{7}\right) = 8 + \frac{1}{7} = 8\frac{1}{7}$$

2.-

$$18 + \frac{6}{5} =$$

$$18 + \frac{6}{5} = 18 + 1\frac{1}{5} = (18+1) + \left(\frac{1}{5}\right) = 19\frac{1}{5}$$

3.-

$$\frac{14}{12} + 60 =$$

$$\frac{14}{12} + 60 = 1\frac{2}{12} + 60 = (60+1) + \left(\frac{1}{6}\right) = 61\frac{1}{6}$$

4.-

$$14 + 5\frac{2}{3} =$$

$$14 + 5\frac{2}{3} = (14+5) + \left(\frac{2}{3}\right) = 19\frac{2}{3}$$

5.-

$$8\frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{8} =$$

$$8\frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{8} = (8+6) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) = 14 + \left(\frac{2+3}{8}\right) = 14 + \frac{5}{8} = 14\frac{5}{8}$$

6.-

$$\frac{3}{48} + 10 + 3\frac{1}{5} + 8 =$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{48} + 10 + 3\frac{1}{5} + 8 &= (10+3+8) + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{5}\right) = 21 + \left(\frac{5+16}{80}\right) = \\ &= 21 + \frac{21}{80} = 21\frac{21}{80} \end{aligned}$$

7.-

$$6 + 2\frac{1}{30} + 5 + 7\frac{1}{45} =$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$45 = (3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5) = 90$$

$$6 + 2\frac{1}{30} + 5 + 7\frac{1}{45} = (6 + 2 + 5 + 7) + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{45}\right) = 20 + \left(\frac{3+2}{90}\right) =$$

$$= 20 + \frac{5}{90} = 20 + \frac{1}{18} = 20\frac{1}{18}$$

8.-

$$2\frac{1}{20} + 3\frac{5}{40} + 9 + \frac{7}{36} = 2\frac{1}{20} + 3\frac{1}{8} + 9 + \frac{7}{36}$$

$$20 = (2)^2(5)$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2(5) = 360$$

$$2\frac{1}{20} + 3\frac{1}{8} + 9 + \frac{7}{36} = (2 + 3 + 9) + \left(\frac{18 + 45 + 70}{360}\right) =$$

$$= 14 + \left(\frac{133}{360}\right) = 14\frac{133}{360}$$

9.-

$$\frac{7}{45} + 4 + \frac{11}{60} + 2\frac{1}{90} =$$

$$45 = (3)^2(5)$$

$$60 = (2)^2(3)(5)$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2(5) = 180$$

$$\frac{7}{45} + 4 + \frac{11}{60} + 2\frac{1}{90} = (4 + 2) + \left(\frac{7}{45} + \frac{11}{60} + \frac{1}{90}\right) = 6 + \left(\frac{28 + 33 + 2}{180}\right) =$$

$$= 6 + \left(\frac{63}{180}\right) = 6\frac{63}{180} = 6\frac{7}{20}$$

10.-

$$4 + \frac{7}{48} + 8\frac{1}{57} + \frac{1}{114} =$$

$$48 = (2)^4 (3)$$

$$57 = (3)(19)$$

$$114 = (2)(3)(19)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)(19) = 912$$

$$\begin{aligned} 4 + \frac{7}{48} + 8\frac{1}{57} + \frac{1}{114} &= (4+8) + \left(\frac{7}{48} + \frac{1}{57} + \frac{1}{114} \right) = 12 + \left(\frac{133+16+8}{912} \right) = \\ &= 12 + \left(\frac{157}{912} \right) = 12\frac{157}{912} \end{aligned}$$

11.-

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} =$$

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} = \frac{3+6+4+2}{12} = \frac{15}{12} = 1\frac{3}{12} = 1\frac{1}{4}$$

12.-

$$\left(\frac{3}{80} + \frac{5}{40} \right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{8} \right) =$$

$$\left(\frac{3}{80} + \frac{5}{40} \right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{8} \right) = \left(\frac{3+10+100+10}{80} \right) = \frac{123}{80} = 1\frac{43}{80}$$

13.-

$$\left(3 + 2\frac{3}{5} \right) + \left(4\frac{1}{3} + \frac{3}{20} \right) =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$5 = (5)(1)$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(5) = 60$$

$$3 + 2\frac{3}{5} + 4\frac{1}{3} + \frac{3}{20} = (3+2+4) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{3}{20} \right) = 9 + \left(\frac{36+20+9}{60} \right) =$$

$$= 9 + \left(\frac{65}{60} \right) = 9 + 1\frac{5}{60} = 10 + \frac{1}{12} = 10\frac{1}{12}$$

14.-

$$\left(\frac{7}{8} + \frac{5}{32}\right) + \left(6\frac{1}{6} + 7\frac{1}{4}\right) =$$

$$8 = (2)^3$$

$$32 = (2)^5$$

$$6 = (2)(3)$$

$$4 = (2)^2$$

$$m.c.m. = (2)^5(3) = 96$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{8} + \frac{5}{32} + 6\frac{1}{6} + 7\frac{1}{4} &= (6+7) + \left(\frac{7}{8} + \frac{5}{32} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) = (13) + \left(\frac{84+15+16+24}{96}\right) = \\ &= 13 + \left(\frac{139}{96}\right) = 13 + 1\frac{43}{96} = 14\frac{43}{96} \end{aligned}$$

15.-

$$\left(9 + \frac{1}{18}\right) + \left(\frac{7}{24} + 6\right) =$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$24 = (2)^3(3)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2 = 72$$

$$\begin{aligned} 9 + \frac{1}{18} + \frac{7}{24} + 6 &= (9+6) + \left(\frac{1}{18} + \frac{7}{24}\right) = 15 + \left(\frac{4+21}{72}\right) = \\ &= 15 + \left(\frac{25}{72}\right) = 15\frac{25}{72} \end{aligned}$$

16.-

$$\left(7\frac{3}{5} + 4\frac{1}{12} + 1\frac{1}{24}\right) + \left(6 + \frac{1}{18}\right) =$$

$$5 = (5)(1)$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$24 = (2)^3(3)$$

$$18 = (2)(3^2)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2(5) = 360$$

$$7\frac{3}{5} + 4\frac{1}{12} + 1\frac{1}{24} + 6 + \frac{1}{18} = (7+4+1+6) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{18}\right) =$$

$$= 18 + \left(\frac{216 + 30 + 15 + 20}{360} \right) = 18 + \left(\frac{281}{360} \right) = 18 \frac{281}{360}$$

17.-

$$\left(\frac{1}{28} + \frac{7}{14} + \frac{5}{56} \right) + \left(1 + \frac{1}{112} \right) = \frac{1}{28} + \frac{1}{2} + \frac{5}{56} + 1 + \frac{1}{112} =$$

$$28 = (2)^2 (7)$$

$$2 = (2)(1)$$

$$56 = (2)^3 (7)$$

$$112 = (2)^4 (7)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (5)(7) = 560$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{28} + \frac{1}{2} + \frac{5}{56} + 1 + \frac{1}{112} &= (1) + \left(\frac{1}{28} + \frac{1}{2} + \frac{5}{56} + 1 + \frac{1}{112} \right) = \\ &= 1 + \left(\frac{20 + 280 + 50 + 5}{560} \right) = 1 + \left(\frac{355}{560} \right) = 1 + \left(\frac{71}{112} \right) = 1 \frac{71}{112} \end{aligned}$$

18.-

$$\left(6 + \frac{1}{32} + 4 \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{16} + 2 \frac{1}{10} \right) =$$

$$32 = (2)^5$$

$$5 = (5)(1)$$

$$16 = (2)^4$$

$$10 = (2)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^5 (5) = 160$$

$$\begin{aligned} 6 + \frac{1}{32} + 4 \frac{1}{5} + \frac{1}{16} + 2 \frac{1}{10} &= (6 + 4 + 2) + \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{5} + \frac{1}{16} + \frac{1}{10} \right) = \\ 12 + \left(\frac{5 + 32 + 10 + 16}{160} \right) &= 12 + \left(\frac{63}{160} \right) = 12 \frac{63}{160} \end{aligned}$$

19.-

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} \right) + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} \right) + \left(\frac{1}{10} + \frac{3}{25} + \frac{4}{50} \right) = \left(\frac{6 + 10 + 5 + 1}{30} \right) + \left(\frac{5 + 6 + 4}{50} \right) =$$

$$= \left(\frac{22}{30}\right) + \left(\frac{15}{50}\right) = \left(\frac{11}{15}\right) + \left(\frac{3}{10}\right) = \left(\frac{22+9}{30}\right) = \frac{31}{30} = 1\frac{1}{30}$$

20.-

$$\left(5\frac{1}{6} + 2\frac{1}{9} + 3\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{8} + \frac{2}{15}\right) =$$

$$5\frac{1}{6} + 2\frac{1}{9} + 3\frac{1}{12} = (5+2+3) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}\right) = 10 + \left(\frac{6+4+3}{36}\right) = 10 + \frac{13}{36}$$

$$6 = (2)(3)$$

$$9 = (3)^2$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2 = 36$$

$$\left(\frac{3}{5} + \frac{7}{8} + \frac{2}{15}\right) = \left(\frac{72+105+16}{120}\right) = \left(\frac{193}{120}\right) = 1\frac{73}{120}$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)(5) = 120$$

Luego:

$$10 + \frac{13}{36} + \frac{193}{120} = 10 + \frac{13}{36} + 1\frac{73}{120} = 11 + \frac{13}{36} + \frac{73}{120} =$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$120 = (2)^3(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2(5) = 360$$

$$11 + \frac{13}{36} + \frac{73}{120} = 11 + \left(\frac{130+219}{360}\right) = 11 + \left(\frac{349}{360}\right) = 11\frac{349}{360}$$

21.- Un hombre camina $4\frac{1}{2}(km)$ el lunes, $8\frac{2}{3}(km)$ el martes, 10 (km) el miércoles, y

$\frac{5}{8}(km)$ el jueves. ¿Cuánto ha recorrido en los cuatro días?.

Solución:

$$4\frac{1}{2} + 8\frac{2}{3} + 10 + \frac{5}{8} = (4+8+10) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) = (22) + \left(\frac{12+16+15}{24}\right) =$$

$$= 22 + \left(\frac{43}{24}\right) = 22 + 1\frac{19}{24} = 23\frac{19}{24}(km)$$

22.- Pedro ha estudiado $3\frac{2}{3}$ (horas), Enrique $5\frac{3}{4}$ (horas), y Juan 6 (horas). ¿Cuánto han estudiado los tres juntos?.

$$\begin{aligned} 3\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} + 6 &= (3+5+6) + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = 14 + \left(\frac{8+9}{12}\right) = 14 + \left(\frac{17}{12}\right) = \\ &= 14 + 1\frac{5}{12} = 15\frac{5}{12} \text{ (horas)} \end{aligned}$$

23.- Un campesino ha cosechado 2500 kilogramos de papas, $250\frac{1}{8}$ (kg) de trigo y $180\frac{2}{9}$ (kg) de arroz. ¿ Cuántos kilogramos ha cosechado en conjunto?.

Solución:

$$\begin{aligned} 2500 + 250\frac{1}{8} + 180\frac{2}{9} &= (2500 + 250 + 180) + \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{9}\right) = \\ &= 2930 + \left(\frac{9+16}{72}\right) = 2930 + \left(\frac{25}{72}\right) = 2930\frac{25}{72} \text{ (kg)} \end{aligned}$$

24.-

Tres varillas tienen las siguientes longitudes:

1). $-8\frac{2}{5}$ (pies)

2). $-10\frac{3}{10}$ (pies)

3). $-14\frac{1}{20}$ (pies)

¿Cuál es la longitud de las tres en conjunto?.

Solución:

$$\begin{aligned} 8\frac{2}{5} + 10\frac{3}{10} + 14\frac{1}{20} &= (8+10+14) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{20}\right) = \\ &= 32 + \left(\frac{8+6+1}{20}\right) = 32 + \left(\frac{15}{20}\right) = 32 + \frac{3}{4} = 32\frac{3}{4} \end{aligned}$$

25.- He ahorrado lo siguiente la última semana:

Lunes \Rightarrow $\$2\frac{3}{4}$; Martes \Rightarrow $\$5\frac{5}{8}$; Miércoles \Rightarrow $\$7\frac{1}{12}$; Jueves \Rightarrow $\$1\frac{1}{24}$

¿Cuánto ahorré esa semana?

Solución:

$$2\frac{3}{4} + 5\frac{5}{8} + 7\frac{1}{12} + 1\frac{1}{24} = (2+5+7+1) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}\right)$$

$$4 = (2)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$24 = (2)^3 (3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3) = 24$$

$$= 15 + \left(\frac{18+15+2+1}{24}\right) = 15 + \left(\frac{36}{24}\right) = 15 + 1\frac{12}{24} = 16\frac{1}{2}$$

26.- Un hombre recorre lo siguiente, cada hora:

$$\text{hora \#1} \rightarrow 10(\text{km}); \text{hora \#2} \rightarrow 9\frac{2}{7}(\text{km}); \text{hora \#3} \rightarrow 8\frac{3}{14}(\text{km});$$

$$\text{hora \#4} \rightarrow 6\frac{1}{56}(\text{km}).$$

¿Cuánto ha recorrido en las cuatro horas?.

Solución:

$$10 + 9\frac{2}{7} + 8\frac{3}{14} + 6\frac{1}{56} = (10+9+8+6) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{14} + \frac{1}{56}\right) =$$
$$= 33 + \left(\frac{16+12+1}{56}\right) = 33 + \frac{29}{56} = 33\frac{29}{56}$$

27.- Cuatro hombres pesan lo siguiente:

$$\text{\#1} \rightarrow 150\frac{3}{4}(\text{lb}); \text{\#2} \rightarrow 160\frac{5}{8}(\text{lb}); \text{\#3} \rightarrow 165\frac{1}{12}(\text{lb}); \text{\#4} \rightarrow 180(\text{lb}).$$

¿Cuánto pesan los cuatro juntos?.

Solución:

$$150\frac{3}{4} + 160\frac{5}{8} + 165\frac{1}{12} + 180 = (150+160+165+180) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{12}\right) =$$
$$= 655 + \left(\frac{18+15+2}{24}\right) = 655 + \left(\frac{35}{24}\right) = 655 + 1\frac{11}{24} = 656\frac{11}{24}(\text{lb})$$

28.- Pedro tiene $22\frac{2}{9}$ (años); Juan tiene $6\frac{1}{3}$ (años); más que Pedro y Matías tiene tanto como Juan y Pedro juntos. ¿Cuánto suman las tres edades:

Solución:

$$\begin{aligned}
 & 22\frac{2}{9} + \left(22\frac{2}{9} + 6\frac{1}{3}\right) + \left[22\frac{2}{9} + \left(22\frac{2}{9} + 6\frac{1}{3}\right)\right] = \\
 & = (22 + 22 + 22 + 22 + 6 + 6) + \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = 100 + \left(\frac{8}{9} + \frac{2}{3}\right) = \\
 & = 100 + \left(\frac{8+6}{9}\right) = 100 + \frac{14}{9} = 100 + 1\frac{5}{9} = 101\frac{5}{9} (\text{años})
 \end{aligned}$$

29.- Un niño tenía $\$ \frac{3}{5}$ y su padre le dio $\$ \frac{7}{20}$. ¿ Que parte de \$ 1,0 tiene?.

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{20} = \frac{12+7}{20} = \frac{19}{20} (\$)$$

30.- Un agricultor vendió $350\frac{2}{3}(kg)$ de papas; $750\frac{5}{12}(kg)$ de arroz; $125\frac{3}{8}(kg)$ de frijoles y $110\frac{1}{18}(kg)$ de café. ¿ Cuántos kilogramos de mercancía ha vendido?.

Solución:

$$350\frac{2}{3} + 750\frac{5}{12} + 125\frac{3}{8} + 116\frac{1}{18} =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$8 = (2)^3$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)^2 = 72$$

$$350\frac{2}{3} + 750\frac{5}{12} + 125\frac{3}{8} + 116\frac{1}{18} =$$

$$= (350 + 750 + 125 + 116) + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{12} + \frac{3}{8} + \frac{1}{18}\right) =$$

$$= (1341) + \left(\frac{48+30+27+4}{72}\right) = (1341) + \frac{109}{72} = 1341 + 1\frac{37}{72}$$

$$= 1342\frac{37}{72}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #12.

Tema: Resta de fracciones (quebrados).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

A.- Resta de fracciones de igual denominador:

Se restan los numeradores y la diferencia se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

B.- Resta de fracciones de distinto denominador.

Se simplifican las fracciones, si es posible. Una vez irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y luego se restan como en el caso anterior.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } \frac{5}{40} - \frac{4}{320} = \frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10-1}{80} = \frac{9}{80}$$

PREGUNTAS:

A.- Efectuar, con igual denominador, y simplificar:

1.-

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

2.-

$$\frac{11}{14} - \frac{5}{14} =$$

$$\frac{11}{14} - \frac{5}{14} = \frac{11-5}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

3.-

$$\frac{17}{20} - \frac{7}{20} =$$

$$\frac{17}{20} - \frac{7}{20} = \frac{17-7}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

4.-

$$\frac{8}{15} - \frac{3}{15} =$$

$$\frac{8}{15} - \frac{3}{15} = \frac{8-3}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

5.-

$$\frac{9}{16} - \frac{5}{16} =$$

$$\frac{9}{16} - \frac{5}{16} = \frac{9-5}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

6.-

$$\frac{24}{35} - \frac{10}{35} = \frac{24-10}{35} = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

7.-

$$\frac{19}{42} - \frac{12}{42} =$$

$$\frac{19}{42} - \frac{12}{42} = \frac{19-12}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$$

8.-

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7-5-1}{8} = \frac{1}{8}$$

9.-

$$\frac{11}{12} - \frac{7}{12} - \frac{4}{12} =$$

$$\frac{11}{12} - \frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{11-7-4}{12} = 0$$

10.-

$$\frac{23}{25} - \frac{11}{25} - \frac{7}{25} =$$

$$\frac{23}{25} - \frac{11}{25} - \frac{7}{25} = \frac{23-11-7}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

11.-

$$\frac{46}{51} - \frac{20}{51} - \frac{9}{51} =$$

$$\frac{46}{51} - \frac{20}{51} - \frac{9}{51} = \frac{46-20-9}{51} = \frac{17}{51} = \frac{1}{3}$$

12.-

$$\frac{35}{84} - \frac{19}{84} - \frac{8}{84} =$$

$$\frac{35}{84} - \frac{19}{84} - \frac{8}{84} = \frac{35-19-8}{84} = \frac{8}{84} = \frac{2}{21}$$

13.-

$$\frac{7}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{7}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{7-1-3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

14.-

$$\frac{13}{8} - \frac{3}{8} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{13}{8} - \frac{3}{8} - \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{13-3-5-1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

15.-

$$\frac{19}{21} - \frac{2}{21} - \frac{4}{21} - \frac{6}{21} =$$
$$\frac{19}{21} - \frac{2}{21} - \frac{4}{21} - \frac{6}{21} = \frac{19-2-4-6}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

B. Efectuar, con distinto denominador, y simplificar:

1.-

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$$
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{(1)\left(\frac{6}{2}\right) - 1\left(\frac{6}{6}\right)}{6} = \frac{3-1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2.-

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{10} =$$
$$\frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{(3)\left(\frac{10}{5}\right) - (1)\left(\frac{10}{10}\right)}{10} = \frac{6-1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

3.-

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{4} =$$
$$\frac{7}{12} - \frac{1}{4} = \frac{(7)\left(\frac{12}{12}\right) - (1)\left(\frac{12}{4}\right)}{12} = \frac{7-3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

4.-

$$\frac{11}{8} - \frac{7}{24} =$$
$$\frac{11}{8} - \frac{7}{24} = \frac{(11)\left(\frac{24}{8}\right) - (7)\left(\frac{24}{24}\right)}{24} = \frac{33-7}{24} = \frac{26}{24} = 1\frac{2}{24} = 1\frac{1}{12}$$

5.-

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{49} =$$
$$\frac{3}{7} - \frac{2}{49} = \frac{(3)\left(\frac{49}{7}\right) - (2)\left(\frac{49}{49}\right)}{49} = \frac{21-2}{49} = \frac{19}{49}$$

6.-

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{12} =$$

$$8 = (2)^3$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3) = 24$$

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{12} = \frac{(3)\left(\frac{24}{8}\right) - (1)\left(\frac{24}{12}\right)}{24} = \frac{9-2}{24} = \frac{7}{24}$$

7.-

$$\frac{7}{6} - \frac{7}{8} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$8 = (2)^3$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3) = 24$$

$$\frac{7}{6} - \frac{7}{8} = \frac{(7)\left(\frac{24}{6}\right) - (7)\left(\frac{24}{8}\right)}{24} = \frac{28-21}{24} = \frac{7}{24}$$

8.-

$$\frac{11}{10} - \frac{14}{15} =$$

$$10 = (2)(5)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5) = 30$$

$$\frac{11}{10} - \frac{14}{15} = \frac{(11)\left(\frac{30}{10}\right) - (14)\left(\frac{30}{15}\right)}{30} = \frac{33-28}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

9.-

$$\frac{11}{12} - \frac{7}{16} =$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$16 = (2)^4$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3) = 48$$

$$\frac{11}{12} - \frac{7}{16} = \frac{(11)\left(\frac{48}{12}\right) - (7)\left(\frac{48}{16}\right)}{48} = \frac{44 - 21}{48} = \frac{23}{48}$$

10.-

$$\frac{7}{62} - \frac{3}{155} =$$

$$62 = (2)(31)$$

$$155 = (5)(31)$$

$$m.c.m. = (2)(5)(31) = 310$$

$$\frac{7}{62} - \frac{3}{155} = \frac{(7)\left(\frac{310}{62}\right) - (3)\left(\frac{310}{155}\right)}{310} = \frac{35 - 6}{310} = \frac{29}{310}$$

11.-

$$\frac{7}{80} - \frac{1}{90} =$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^2(5) = 720$$

$$\frac{7}{80} - \frac{1}{90} = \frac{(7)\left(\frac{720}{80}\right) - (1)\left(\frac{720}{90}\right)}{720} = \frac{63 - 8}{720} = \frac{55}{720} = \frac{11}{144}$$

12.-

$$\frac{11}{150} - \frac{2}{175} =$$

$$150 = (2)(3)(5)^2$$

$$175 = (5)^2(7)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5)^2(7) = 1050$$

$$\frac{11}{150} - \frac{2}{175} = \frac{(11)\left(\frac{1050}{150}\right) - (2)\left(\frac{1050}{175}\right)}{1050} = \frac{77 - 12}{1050} = \frac{65}{1050} = \frac{13}{210}$$

13.-

$$\frac{93}{120} - \frac{83}{150} =$$

$$120 = (2)^3 (3)(5)$$

$$150 = (2)(3)(5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5)^2 = 600$$

$$\frac{93}{120} - \frac{83}{150} = \frac{(93)\left(\frac{600}{120}\right) - (83)\left(\frac{600}{150}\right)}{600} = \frac{465 - 332}{600} = \frac{133}{600}$$

14.-

$$\frac{101}{114} - \frac{97}{171} =$$

$$114 = (2)(3)(19)$$

$$171 = (3)^2 (19)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2 (19) = 342$$

$$\frac{101}{114} - \frac{97}{171} = \frac{(101)\left(\frac{342}{114}\right) - (97)\left(\frac{342}{171}\right)}{342} = \frac{303 - 194}{342} = \frac{109}{342}$$

15.-

$$\frac{57}{160} - \frac{17}{224} =$$

$$160 = (2)^5 (5)$$

$$224 = (2)^5 (7)$$

$$m.c.m. = (2)^5 (5)(7) = 1120$$

$$\frac{57}{160} - \frac{17}{224} = \frac{(57)\left(\frac{1120}{160}\right) - (17)\left(\frac{1120}{224}\right)}{1120} = \frac{399 - 85}{1120} = \frac{314}{1120} = \frac{157}{560}$$

16.-

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{1}{40} =$$

$$2 = (2)(1)$$

$$8 = (2)^3$$

$$40 = (2)^3 (5)$$

$$m.c.m. = 40$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{1}{40} = \frac{(1)\left(\frac{40}{2}\right) - (1)\left(\frac{40}{8}\right) - (1)\left(\frac{40}{40}\right)}{40} = \frac{20 - 5 - 1}{40} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$$

17.-

$$\frac{3}{15} - \frac{1}{45} - \frac{1}{90} =$$

$$\frac{3}{15} - \frac{1}{45} - \frac{1}{90} = \frac{18 - 2 - 1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

18.-

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{121} - \frac{5}{11} =$$

$$2 = (2)(1)$$

$$11 = (11)(1)$$

$$121 = (11)^2$$

$$m.c.m. = (2)(11)^2 = 242$$

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{121} - \frac{5}{11} = \frac{(3)\left(\frac{242}{2}\right) - (2)\left(\frac{242}{121}\right) - (5)\left(\frac{242}{11}\right)}{242} =$$

$$= \frac{363 - 4 - 110}{242} = \frac{249}{242} = 1 \frac{7}{242}$$

19.-

$$\frac{7}{35} - \frac{1}{100} - \frac{11}{1000} = \frac{1}{5} - \frac{1}{100} - \frac{11}{1000}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{100} - \frac{11}{1000} = \frac{(1)\left(\frac{1000}{5}\right) - (1)\left(\frac{1000}{100}\right) - (11)\left(\frac{1000}{1000}\right)}{1000} =$$

$$= \frac{200 - 10 - 11}{1000} = \frac{179}{1000}$$

20.-

$$\frac{19}{36} - \frac{7}{80} - \frac{11}{90} =$$

$$36 = (2)^2 (3)^2$$

$$80 = (2)^4 (5)$$

$$90 = (2)(3)^2 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)^2 (5) = 720$$

$$\frac{19}{36} - \frac{7}{80} - \frac{11}{90} = \frac{(19)\left(\frac{720}{36}\right) - (7)\left(\frac{720}{80}\right) - (11)\left(\frac{720}{90}\right)}{720} =$$
$$= \frac{380 - 63 - 88}{720} = \frac{229}{720}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #13.

Tema: Resta de números enteros, fracciones (quebrados) y mixtos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

A.- Resta de fracciones de igual denominador:

Se restan los numeradores y la diferencia se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

B.- Resta de fracciones de distinto denominador.

Se simplifican las fracciones, si es posible. Una vez irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y luego se restan como en el caso anterior.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } \frac{5}{40} - \frac{4}{320} = \frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10-1}{80} = \frac{9}{80}$$

C.- Resta de enteros y fracciones:

Se quita una unidad al entero y se transforma en una fracción de igual denominador que la fracción dada; luego, se restan ambas fracciones.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 15 - \frac{3}{8} = 14\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 14\frac{5}{8}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Efectuar: } 75 - \frac{11}{126} = 74\frac{126}{126} - \frac{11}{126} = 74\frac{115}{126}$$

D.- Resta de números mixtos.

Regla #1:

Se restan separadamente los enteros y las fracciones y al resultado de la resta de los enteros se le agrega el resultado de la resta de las fracciones.

Ejemplo #5:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 15\frac{5}{8} - 10\frac{7}{12} &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = \\ 8 &= (2)^3 \\ 12 &= (2)^2(3) \\ m.c.m. &= (2)^3(3) = 24 \\ &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = 5 + \left(\frac{15 - 14}{24}\right) = 5 + \frac{1}{24} = 5\frac{1}{24} \end{aligned}$$

Ejemplo #6:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 9\frac{2}{7} - 5\frac{3}{4} &= (9 - 5) + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 4 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + 1 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(1 + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{7}{7} + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + \left(\frac{9}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{36 - 21}{28}\right) = 3 + \frac{15}{28} = 3\frac{15}{28} \end{aligned}$$

Regla #2:

Se transforman los números mixtos en fracciones y se restan como fracciones.

Ejemplo #7:

$$\text{Efectuar: } 5\frac{1}{6} - 3\frac{1}{8} = \frac{31}{6} - \frac{25}{8} = \frac{(4)(31) - (3)(25)}{24} = \frac{124 - 75}{24} = \frac{49}{24} = 2\frac{1}{24}$$

PREGUNTAS:

Ejercicios de resta de entero y fracciones:

1.-

$$8 - \frac{2}{3} =$$

$$\begin{aligned} 8 - \frac{2}{3} &= 7 + 1 - \frac{2}{3} = 7 + \left(\frac{7}{7} - \frac{2}{3}\right) = 7 + \left(\frac{21-6}{21}\right) = \\ &= 7 + \frac{15}{21} = 7 + \frac{5}{7} = 7\frac{5}{7} \end{aligned}$$

2.-

$$9 - \frac{9}{10} =$$

$$9 - \frac{9}{10} = 8 + 1 - \frac{9}{10} = 8 + \left(\frac{10}{10} - \frac{9}{10}\right) = 8 + \frac{1}{10} = 8\frac{1}{10}$$

3.-

$$13 - \frac{7}{8} =$$

$$13 - \frac{7}{8} = 12 + 1 - \frac{7}{8} = 12 + \left(\frac{8}{8} - \frac{7}{8}\right) = 12 + \frac{1}{8} = 12\frac{1}{8}$$

4.-

$$16 - \frac{1}{11} =$$

$$16 - \frac{1}{11} = 15 + 1 - \frac{1}{11} = 15 + \left(\frac{11}{11} - \frac{1}{11}\right) = 15 + \frac{10}{11} = 15\frac{10}{11}$$

5.-

$$25 - \frac{2}{13} =$$

$$25 - \frac{2}{13} = 24 + 1 - \frac{2}{13} = 24 + \left(\frac{13}{13} - \frac{2}{13} \right) = 24 + \frac{11}{13} = 24 \frac{11}{13}$$

6.-

$$30 - \frac{7}{24} =$$

$$30 - \frac{7}{24} = 29 + 1 - \frac{7}{24} = 29 + \left(\frac{24}{24} - \frac{7}{24} \right) = 29 + \frac{17}{24} = 29 \frac{17}{24}$$

7.-

$$32 - \frac{17}{80} =$$

$$32 - \frac{17}{80} = 31 + 1 - \frac{17}{80} = 31 + \left(\frac{80}{80} - \frac{17}{80} \right) = 31 + \frac{63}{80} = 31 \frac{63}{80}$$

8.-

$$81 - \frac{1}{90} =$$

$$81 - \frac{1}{90} = 80 + 1 - \frac{1}{90} = 80 + \left(\frac{90}{90} - \frac{1}{90} \right) = 80 + \frac{89}{90} = 80 \frac{89}{90}$$

9.-

$$93 - \frac{45}{83} =$$

$$93 - \frac{45}{83} = 92 + 1 - \frac{45}{83} = 92 + \left(\frac{83}{83} - \frac{45}{83} \right) = 92 + \frac{38}{83} = 92 \frac{38}{83}$$

10.-

$$106 - \frac{104}{119} =$$

$$106 - \frac{104}{119} = 105 + 1 - \frac{104}{119} = 105 + \left(\frac{119}{119} - \frac{104}{119} \right) = 105 + \frac{15}{119} = 105 \frac{15}{119}$$

11.-

$$125 - \frac{1}{125} =$$

$$125 - \frac{1}{125} = 124 + 1 - \frac{1}{125} = 124 + \left(\frac{125}{125} - \frac{1}{125} \right) = 124 + \frac{124}{125} = 124 \frac{124}{125}$$

12.-

$$215 - \frac{3}{119} =$$

$$215 - \frac{3}{119} = 214 + 1 - \frac{3}{119} = 214 + \left(\frac{119}{119} - \frac{3}{119} \right) = 214 + \frac{116}{119} = 214 \frac{116}{119}$$

13.-

$$316 - \frac{11}{415} =$$

$$316 - \frac{11}{415} = 315 + 1 - \frac{11}{415} = 315 + \left(\frac{415}{415} - \frac{11}{415} \right) = 315 + \frac{404}{415} = 315 \frac{404}{415}$$

14.-

$$819 - \frac{7}{735} =$$

$$819 - \frac{7}{735} = 818 + 1 - \frac{7}{735} = 818 + \left(\frac{735}{735} - \frac{7}{735} \right) = 818 + \frac{728}{735} = 818 \frac{728}{735} = 818 \frac{104}{105}$$

Ejercicios de resta de números mixtos:

1.-

$$6\frac{5}{6} - 3\frac{1}{6} =$$

$$6\frac{5}{6} - 3\frac{1}{6} = (6-3) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6} \right) = (3) + \left(\frac{5-1}{6} \right) = 3 + \frac{4}{6} = 3 + \frac{2}{3} = 3\frac{2}{3}$$

2.-

$$7\frac{3}{5} - 4\frac{3}{10} =$$

$$7\frac{3}{5} - 4\frac{3}{10} = (7-4) + \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{10} \right) = (3) + \left(\frac{(3)\left(\frac{10}{5}\right) - (3)\left(\frac{10}{10}\right)}{10} \right) =$$

$$= 3 + \frac{6-3}{10} = 3 + \frac{3}{10} = 3\frac{3}{10}$$

3.-

$$8\frac{5}{6} - 5\frac{1}{12} =$$

$$8\frac{5}{6} - 5\frac{1}{12} = (8-5) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right) = (3) + \left(\frac{(5)\left(\frac{12}{6}\right) - (1)\left(\frac{12}{12}\right)}{12}\right) =$$
$$= 3 + \left(\frac{10-1}{12}\right) = 3 + \frac{9}{12} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

4.-

$$9\frac{7}{8} - 2\frac{5}{24} =$$
$$9\frac{7}{8} - 2\frac{5}{24} = (9-2) + \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{24}\right) = (7) + \left(\frac{(7)\left(\frac{24}{8}\right) - 5\left(\frac{24}{24}\right)}{24}\right) =$$
$$= 7 + \frac{21-5}{24} = 7 + \frac{16}{24} = 7 + \frac{2}{3} = 7\frac{2}{3}$$

5.-

$$10\frac{5}{6} - 2\frac{7}{9} =$$
$$6 = (2)(3)$$
$$9 = (3)^2$$
$$m.c.m. = (2)(3)^2 = 18$$

$$10\frac{5}{6} - 2\frac{7}{9} = (10-2) + \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{9}\right) = (8) + \left[\frac{(5)\left(\frac{18}{6}\right) - (7)\left(\frac{18}{9}\right)}{18}\right] =$$
$$= 8 + \frac{15-14}{18} = 8 + \frac{1}{18} = 8\frac{1}{18}$$

6.-

$$12\frac{2}{3} - 7\frac{1}{11} =$$
$$12\frac{2}{3} - 7\frac{1}{11} = (12-7) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{11}\right) = (5) + \left[\frac{(2)\left(\frac{33}{3}\right) - (1)\left(\frac{33}{11}\right)}{33}\right] =$$
$$= 5 + \frac{22-3}{33} = 5 + \frac{19}{33} = 5\frac{19}{33}$$

7.-

$$6\frac{23}{30} - 2\frac{7}{40} =$$

$$6\frac{23}{30} - 2\frac{7}{40} = (6-2) + \left(\frac{23}{30} - \frac{7}{40}\right) = (4) + \left[\frac{(23)\left(\frac{120}{30}\right) - (7)\left(\frac{120}{40}\right)}{120}\right] =$$

$$= 4 + \frac{92-21}{120} = 4 + \frac{71}{120} = 4\frac{71}{120}$$

8.-

$$11\frac{3}{8} - 5\frac{1}{24} =$$

$$11\frac{3}{8} - 5\frac{1}{24} = (11-5) + \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{24}\right) = (6) + \left[\frac{(3)\left(\frac{24}{8}\right) - (1)\left(\frac{24}{24}\right)}{24}\right] =$$

$$= 6 + \frac{9-1}{24} = 6 + \frac{8}{24} = 6 + \frac{1}{3} = 6\frac{1}{3}$$

9.-

$$19\frac{5}{7} - 12\frac{8}{105} =$$

$$19\frac{5}{7} - 12\frac{8}{105} = (19-12) + \left(\frac{5}{7} - \frac{8}{105}\right) =$$

$$7 = (7)(1)$$

$$105 = (3)(5)(7)$$

$$m.c.m. = (3)(5)(7) = 105$$

$$= (19-12) + \left(\frac{5}{7} - \frac{8}{105}\right) = (7) + \left[\frac{(5)\left(\frac{105}{7}\right) - (8)\left(\frac{105}{105}\right)}{105}\right] =$$

$$= 7 + \frac{75-8}{105} = 7 + \frac{67}{105} = 7\frac{67}{105}$$

10.-

$$14\frac{11}{45} - 5\frac{7}{60} =$$

$$45 = (3)^2 (5)$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^2 (5) = 180$$

$$14\frac{11}{45} - 5\frac{7}{60} = (14-5) + \left(\frac{11}{45} - \frac{7}{60}\right) = (9) + \left[\frac{(11)\left(\frac{180}{45}\right) - (7)\left(\frac{180}{60}\right)}{180}\right] =$$

$$= 9 + \frac{44-21}{180} = 9 + \frac{23}{180} = 9\frac{23}{180}$$

11.-

$$9\frac{1}{6} - 7\frac{2}{3} =$$

$$9\frac{1}{6} - 7\frac{2}{3} = (9-7) + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \left(\frac{1-4}{6}\right) = 2 - \frac{3}{6} =$$

$$= 2 - \frac{1}{2} = 1 + 1 - \frac{1}{2} = 1 + \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{2-1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

12.-

$$8\frac{1}{8} - 2\frac{3}{4} =$$

$$8\frac{1}{8} - 2\frac{3}{4} = (8-2) + \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right) = (6) + \left(\frac{1-6}{8}\right) = 6 - \frac{5}{8} =$$

$$= 5 + 1 - \frac{5}{8} = 5 + \left(\frac{8}{8} - \frac{5}{8}\right) = 5 + \left(\frac{8-5}{8}\right) = 5 + \frac{3}{8} = 5\frac{3}{8}$$

13.-

$$25\frac{7}{50} - 14\frac{6}{25} =$$

$$\begin{aligned}
 25\frac{7}{50} - 14\frac{6}{25} &= (25 - 14) + \left(\frac{7}{50} - \frac{6}{25}\right) = (11) + \left[\frac{(7)\left(\frac{50}{50}\right) - (6)\left(\frac{50}{25}\right)}{50}\right] = \\
 &= 10 + 1 + \left(\frac{7-12}{50}\right) = 10 + 1 - \frac{5}{50} = 10 + \left(\frac{50}{50} - \frac{5}{50}\right) = 10 + \frac{45}{50} = \\
 &= 10 + \frac{9}{10} = 10\frac{9}{10}
 \end{aligned}$$

14.-

$$\begin{aligned}
 80\frac{3}{8} - 53\frac{5}{9} &= \\
 80\frac{3}{8} - 53\frac{5}{9} &= (80 - 53) + \left(\frac{3}{8} - \frac{5}{9}\right) = (27) + \left[\frac{(3)\left(\frac{72}{8}\right) - (5)\left(\frac{72}{9}\right)}{72}\right] = \\
 &= 26 + 1 + \left(\frac{27-40}{72}\right) = 26 + 1 - \frac{13}{72} = 26 + \left(\frac{72}{72} - \frac{13}{72}\right) = 26 + \frac{59}{72} = \\
 &= 26\frac{59}{72}
 \end{aligned}$$

15.-

$$\begin{aligned}
 115\frac{5}{27} - 101\frac{7}{9} &= \\
 115\frac{5}{27} - 101\frac{7}{9} &= (115 - 101) + \left(\frac{5}{27} - \frac{7}{9}\right) = (14) + \left[\frac{(5)\left(\frac{27}{27}\right) - (7)\left(\frac{27}{9}\right)}{27}\right] = \\
 &= 13 + 1 + \left(\frac{5-21}{27}\right) = 13 + 1 - \frac{16}{27} = 13 + \left(\frac{27}{27} - \frac{16}{27}\right) = 13 + \left(\frac{27-16}{27}\right) = \\
 &= 13 + \frac{11}{27} = 13\frac{11}{27}
 \end{aligned}$$

16.-

$$182\frac{13}{90} - 116\frac{11}{40} =$$

$$182\frac{13}{90} - 116\frac{11}{40} = (182 - 116) + \left(\frac{13}{90} - \frac{11}{40}\right) = 66 + \left(\frac{13}{90} - \frac{11}{40}\right) =$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$40 = (2)^3(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2(5) = 360$$

$$66 + \left(\frac{13}{90} - \frac{11}{40}\right) = 66 + \left[\frac{(13)\left(\frac{360}{90}\right) - (11)\left(\frac{360}{40}\right)}{360} \right] =$$

$$= 65 + 1 + \left(\frac{52 - 99}{360}\right) = 65 + 1 - \frac{47}{360} = 65 + \left(\frac{360}{360} - \frac{47}{360}\right) =$$

$$= 65 + \frac{313}{360} = 65\frac{313}{360}$$

17.-

$$215\frac{23}{80} - 183\frac{7}{50} =$$

$$215\frac{23}{80} - 183\frac{7}{50} = (215 - 183) + \left(\frac{23}{80} - \frac{7}{50}\right) =$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4(5)^2 = 400$$

$$= (215 - 183) + \left(\frac{23}{80} - \frac{7}{50}\right) = (32) + \left[\frac{(23)\left(\frac{400}{80}\right) - (7)\left(\frac{400}{50}\right)}{400} \right] =$$

$$= 32 + \frac{115 - 56}{400} = 32 + \frac{59}{400} = 32\frac{59}{400}$$

18.-

$$312\frac{11}{90} - 219\frac{5}{36} =$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2(5) = 180$$

$$\begin{aligned}
 312\frac{11}{90} - 219\frac{5}{36} &= (312 - 219) + \left(\frac{11}{90} - \frac{5}{36}\right) = (93) + \left[\frac{(11)\left(\frac{180}{90}\right) - (5)\left(\frac{180}{36}\right)}{180}\right] = \\
 &= 92 + 1 + \left(\frac{22 - 25}{180}\right) = 92 + 1 - \frac{3}{180} = 92 + 1 - \frac{1}{60} = \\
 &= 92 + \left(\frac{60}{60} - \frac{1}{60}\right) = 92 + \frac{59}{60} = 92\frac{59}{60}
 \end{aligned}$$

19.-

$$301\frac{8}{45} - 300\frac{7}{80} =$$

$$80 = (2)^4 (5)$$

$$45 = (3)^2 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)^2 (5) = 720$$

$$\begin{aligned}
 301\frac{8}{45} - 300\frac{7}{80} &= (301 - 300) + \left(\frac{8}{45} - \frac{7}{80}\right) = (1) + \left[\frac{(8)\left(\frac{720}{45}\right) - (7)\left(\frac{720}{80}\right)}{720}\right] = \\
 &= 1 + \frac{128 - 63}{720} = 1 + \frac{65}{720} = 1 + \frac{13}{144} = 1\frac{13}{144}
 \end{aligned}$$

20.-

$$401\frac{11}{51} - 400\frac{9}{17} =$$

$$51 = (3)(17)$$

$$17 = (17)(1)$$

$$m.c.m. = 51$$

$$\begin{aligned}
 401\frac{11}{51} - 400\frac{9}{17} &= (401 - 400) + \left(\frac{11}{51} - \frac{9}{17}\right) = (1) + \left[\frac{(11)\left(\frac{51}{51}\right) - (9)\left(\frac{51}{17}\right)}{51}\right] = \\
 &= 1 + \left(\frac{11 - 27}{51}\right) = 1 - \frac{16}{51} = \frac{51}{51} - \frac{16}{51} = \frac{35}{51}
 \end{aligned}$$

Ejercicios de resta de números enteros y mixtos:

1.-

$$9 - 4\frac{1}{2} =$$

$$9 - 4\frac{1}{2} = 8\frac{2}{2} - 4\frac{1}{2} = (8 - 4) + \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

2.-

$$2 - 1\frac{7}{9} =$$

$$12 - 1\frac{7}{9} = 11\frac{9}{9} - 1\frac{7}{9} = (11 - 1) + \left(\frac{9}{9} - \frac{7}{9}\right) = 10 + \frac{2}{9} = 10\frac{2}{9}$$

3.-

$$10 - 5\frac{3}{4} =$$

$$10 - 5\frac{3}{4} = 9\frac{4}{4} - 5\frac{3}{4} = (9 - 5) + \left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4}\right) = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$$

4.-

$$14 - 13\frac{15}{17} =$$

$$14 - 13\frac{15}{17} = 13\frac{17}{17} - 13\frac{15}{17} = (13 - 13) + \left(\frac{17}{17} - \frac{15}{17}\right) = 0 + \frac{2}{17} = \frac{2}{17}$$

5.-

$$16 - 2\frac{7}{10} =$$

$$16 - 2\frac{7}{10} = 15\frac{10}{10} - 2\frac{7}{10} = (15 - 2) + \left(\frac{10}{10} - \frac{7}{10}\right) =$$

$$= (13) + \left(\frac{10 - 7}{10}\right) = 13 + \frac{3}{10} = 13\frac{3}{10}$$

6.-

$$18 - 3\frac{3}{11} =$$

$$18 - 3\frac{3}{11} = 17\frac{11}{11} - 3\frac{3}{11} = (17 - 3) + \left(\frac{11}{11} - \frac{3}{11}\right) = (14) + \left(\frac{11 - 3}{11}\right) =$$

$$= 14 + \frac{8}{11} = 14\frac{8}{11}$$

7.-

$$20 - 4\frac{1}{20} =$$

$$20 - 4\frac{1}{20} = 19\frac{20}{20} - 4\frac{1}{20} = (19 - 4) + \left(\frac{20}{20} - \frac{1}{20}\right) =$$

$$= (15) + \left(\frac{20-1}{20}\right) = 15 + \frac{19}{20} = 15\frac{19}{20}$$

8.-

$$21 - 5\frac{1}{30} =$$

$$21 - 5\frac{1}{30} = 20\frac{30}{30} - 5\frac{1}{30} = (20 - 5) + \left(\frac{30}{30} - \frac{1}{30}\right) = (15) + \left(\frac{30-1}{30}\right) =$$

$$= 15 + \frac{29}{30} = 15\frac{29}{30}$$

9.-

$$31 - 6\frac{2}{35} =$$

$$31 - 6\frac{2}{35} = 30\frac{35}{35} - 6\frac{2}{35} = (30 - 6) + \left(\frac{35}{35} - \frac{2}{35}\right) = (24) + \left(\frac{35-2}{35}\right) =$$

$$= 24 + \frac{33}{35} = 24\frac{33}{35}$$

10.-

$$40 - 35\frac{11}{42} =$$

$$40 - 35\frac{11}{42} = 39\frac{42}{42} - 35\frac{11}{42} = (39 - 35) + \left(\frac{42}{42} - \frac{11}{42}\right) =$$

$$= (4) + \left(\frac{42-11}{42}\right) = 4 + \frac{31}{42} = 4\frac{31}{42}$$

11.-

$$50 - 18\frac{18}{19} =$$

$$50 - 18\frac{18}{19} = 49\frac{19}{19} - 18\frac{18}{19} = (49 - 18) + \left(\frac{19}{19} - \frac{18}{19}\right) = (31) + \left(\frac{19-18}{19}\right) =$$

$$= 31 + \frac{1}{19} = 31\frac{1}{19}$$

12.-

$$60 - 36\frac{41}{45} =$$

$$60 - 36\frac{41}{45} = 59\frac{45}{45} - 36\frac{41}{45} = (59 - 36) + \left(\frac{45}{45} - \frac{41}{45}\right) = (23) + \left(\frac{45 - 41}{45}\right) =$$
$$= 23 + \frac{4}{45} = 23\frac{4}{45}$$

13.-

$$70 - 46\frac{104}{113} =$$

$$70 - 46\frac{104}{113} = 69\frac{113}{113} - 46\frac{104}{113} = (69 - 46) + \left(\frac{113}{113} - \frac{104}{113}\right) =$$
$$= (23) + \left(\frac{113 - 104}{113}\right) = 23 + \frac{9}{113} = 23\frac{9}{113}$$

14.-

$$95 - 51\frac{251}{301} =$$

$$95 - 51\frac{251}{301} = 94\frac{301}{301} - 51\frac{251}{301} = (94 - 51) + \left(\frac{301}{301} - \frac{251}{301}\right) =$$
$$= (43) + \left(\frac{301 - 251}{301}\right) = 43 + \left(\frac{50}{301}\right) = 43\frac{50}{301}$$

15.-

$$104 - 79\frac{301}{323} =$$

$$104 - 79\frac{301}{323} = 103\frac{323}{323} - 79\frac{301}{323} = (103 - 79) + \left(\frac{323}{323} - \frac{301}{323}\right) =$$
$$= (24) + \left(\frac{323 - 301}{323}\right) = 24 + \frac{22}{323} = 24\frac{22}{323}$$

Ejercicios de resta de mixto y entero:

1.-

$$16\frac{3}{5} - 8 =$$

$$16\frac{3}{5} - 8 = (16 - 8) + \frac{3}{5} = 8\frac{3}{5}$$

2.-

$$1\frac{7}{8}-1=$$

$$1\frac{7}{8}-1=(1-1)+\frac{7}{8}=\frac{7}{8}$$

3.-

$$18\frac{2}{9}-6=$$

$$18\frac{2}{9}-6=(18-6)+\frac{2}{9}=12\frac{2}{9}$$

4.-

$$20\frac{3}{4}-12=$$

$$20\frac{3}{4}-12=(20-12)+\frac{3}{4}=8\frac{3}{4}$$

5.-

$$27\frac{17}{19}-16=$$

$$27\frac{17}{19}-16=(27-16)+\frac{17}{19}=11\frac{17}{19}$$

6.-

$$35\frac{23}{35}-18=$$

$$35\frac{23}{35}-18=(35-18)+\frac{23}{35}=17\frac{23}{35}$$

7.-

$$40\frac{2}{11}-17=$$

$$40\frac{2}{11}-17=(40-17)+\frac{2}{11}=23\frac{2}{11}$$

8.-

$$31\frac{3}{82}-30=$$

$$31\frac{3}{82}-30=(31-30)+\frac{3}{82}=1\frac{3}{82}$$

9.-

$$42\frac{3}{65} - 19 =$$

$$42\frac{3}{65} - 19 = (42 - 19) + \frac{3}{65} = 23\frac{3}{65}$$

10.-

$$53\frac{7}{16} - 49 =$$

$$53\frac{7}{16} - 49 = (53 - 49) + \frac{7}{16} = 4\frac{7}{16}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #14.

Tema: Suma y resta combinada de enteros, fracciones y mixtos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

A.- Suma y resta combinada de fracciones:

Se simplifican las fracciones dadas si es posible. Se reducen al mínimo común denominador y se efectúan operaciones.

Ejemplo #1:

$$\frac{14}{60} - \frac{1}{8} - \frac{16}{64} + \frac{15}{36} \Rightarrow \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

Efectuar: $8 = (2)^3$

$$4 = (2)^2$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5) = 120$$

$$\frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(7)\left(\frac{120}{30}\right) - (1)\left(\frac{120}{8}\right) - (1)\left(\frac{120}{4}\right) + (5)\left(\frac{120}{12}\right)}{120}$$

$$= \frac{28 - 15 - 30 + 50}{120} = \frac{78 - 45}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40}$$

B.- Suma y resta combinada de números enteros, fracciones y mixtos:

A los enteros se pone por denominador la unidad, los números mistos se transforman en fracciones; se simplifican las fracciones si es posible y se efectúan operaciones con todos los números transformados en fracciones.

Ejemplo #2: Efectuar

$$14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} =$$

m.c.m. = 48

$$\frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = \frac{(14)\left(\frac{48}{1}\right) - (35)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right) + (5)\left(\frac{48}{6}\right)}{48}$$

$$= \frac{672 - 105 - 6 + 40}{48} = \frac{601}{48} = 12\frac{25}{48}$$

Otro método alternativo es el siguiente: Se agrupan los enteros y las fracciones por separado y se ejecutan las operaciones:

$$14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = (14 - 2) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{16} - \frac{1}{8}\right) = 12 + \left(\frac{(5)\left(\frac{48}{6}\right) - (3)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right)}{48}\right) =$$

$$= 12 + \frac{40 - 9 - 6}{48} = 12\frac{25}{48}$$

PREGUNTAS:

A. Suma y resta combinada de fracciones:

1.-

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12} =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3) = 12$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12} = \frac{(2)\left(\frac{12}{3}\right) + (5)\left(\frac{12}{6}\right) - (1)\left(\frac{12}{12}\right)}{12} = \frac{8+10-1}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

2.-

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{12} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3) = 24$$

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{12} = \frac{(3)\left(\frac{24}{4}\right) - (5)\left(\frac{24}{8}\right) + (7)\left(\frac{24}{12}\right)}{24} = \frac{18-15+14}{24} =$$
$$= \frac{32-15}{24} = \frac{17}{24}$$

3.-

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{4}{24} \Rightarrow \frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{1}{6}$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$9 = (3)^2$$

$$6 = (2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2 = 36$$

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{1}{6} = \frac{(7)\left(\frac{36}{12}\right) + (5)\left(\frac{36}{9}\right) - (1)\left(\frac{36}{6}\right)}{36} = \frac{21+20-6}{36} = \frac{35}{36}$$

4.-

$$\frac{11}{15} - \frac{7}{30} + \frac{3}{10} =$$

$$\frac{11}{15} - \frac{7}{30} + \frac{3}{10} = \frac{(11)\left(\frac{30}{15}\right) - (7)\left(\frac{30}{30}\right) + (3)\left(\frac{30}{10}\right)}{30} = \frac{22 - 7 + 9}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

5.-

$$\frac{6}{9} + \frac{15}{25} - \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{8}{15} = \frac{(2)\left(\frac{15}{3}\right) + (3)\left(\frac{15}{5}\right) - (8)\left(\frac{15}{15}\right)}{15} = \frac{10 + 9 - 8}{15} = \frac{11}{15}$$

6.-

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{90} + \frac{4}{7} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$90 = (2)(3)^2(5)$$

$$7 = (7)(1)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5)(7) = 630$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} - \frac{1}{90} + \frac{4}{7} &= \frac{(5)\left(\frac{630}{6}\right) - (1)\left(\frac{630}{90}\right) + (4)\left(\frac{630}{7}\right)}{630} = \frac{525 - 7 + 360}{630} = \\ &= \frac{878}{630} = 1 + \frac{248}{630} = 1 + \frac{124}{315} = 1\frac{124}{315} \end{aligned}$$

7.-

$$\frac{4}{41} + \frac{7}{82} - \frac{1}{6} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$41 = (41) \pm 1$$

$$82 = (2)(41)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(41) = 246$$

$$\frac{4}{41} + \frac{7}{82} - \frac{1}{6} = \frac{(4)\left(\frac{246}{41}\right) + (7)\left(\frac{246}{82}\right) - 41}{246} = \frac{24 + 21 - 41}{246} = \frac{4}{246} = \frac{2}{123}$$

8.-

$$\frac{11}{26} + \frac{9}{91} - \frac{3}{39} \Rightarrow \frac{11}{26} + \frac{9}{91} - \frac{1}{13} =$$

$$26 = (2)(13)$$

$$91 = (7)(13)$$

$$13 = (13)(1)$$

$$m.c.m. = (2)(7)(13) = 182$$

$$\begin{aligned} \frac{11}{26} + \frac{9}{91} - \frac{1}{13} &= \frac{(11)\left(\frac{182}{26}\right) + (9)\left(\frac{182}{91}\right) - (1)\left(\frac{182}{13}\right)}{182} = \\ &= \frac{77 + 18 - 14}{182} = \frac{81}{182} \end{aligned}$$

9.-

$$\frac{31}{108} - \frac{43}{120} + \frac{59}{150} =$$

$$108 = (2)^2 (3)^3$$

$$120 = (2)^3 (3)(5)$$

$$150 = (2)(3)(5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)^3 (5)^2 = 5400$$

$$\begin{aligned} \frac{31}{108} - \frac{43}{120} + \frac{59}{150} &= \frac{(31)\left(\frac{5400}{108}\right) - (43)\left(\frac{5400}{120}\right) + (59)\left(\frac{5400}{150}\right)}{5400} = \\ &= \frac{1550 - 1935 + 2124}{5400} = \frac{1739}{5400} \end{aligned}$$

10.-

$$\frac{111}{200} + \frac{113}{300} - \frac{117}{400} =$$

$$200 = (2)^3 (5)^2$$

$$300 = (2)^2 (3)(5)^2$$

$$400 = (2)^4 (5)^2 =$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)(5)^2 = 1200$$

$$\frac{111}{200} + \frac{113}{300} - \frac{117}{400} = \frac{(111)\left(\frac{1200}{200}\right) + (113)\left(\frac{1200}{300}\right) - (117)\left(\frac{1200}{400}\right)}{1200} =$$

$$= \frac{666 + 452 - 351}{1200} = \frac{767}{1200}$$

11.-

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$5 = (5)(1)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$8 = (2)^3$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5) = 120$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{(1)\left(\frac{120}{4}\right) - (1)\left(\frac{120}{5}\right) + (1)\left(\frac{120}{6}\right) - (1)\left(\frac{120}{8}\right)}{120} =$$

$$= \frac{30 - 24 + 20 - 15}{120} = \frac{50 - 39}{120} = \frac{11}{120}$$

12.-

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{12} - \frac{1}{14} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$7 = (7)(1)$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$14 = (2)(7)$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(7) = 84$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{12} - \frac{1}{14} = \frac{(1)\left(\frac{84}{6}\right) - (1)\left(\frac{84}{7}\right) + (1)\left(\frac{84}{12}\right) - (1)\left(\frac{84}{14}\right)}{84} =$$

$$= \frac{14 - 12 + 7 - 6}{84} = \frac{(21 - 18)}{84} = \frac{3}{84} = \frac{1}{28}$$

13.-

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30} =$$

$$9 = (3)^2$$

$$15 = (3)(5)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5) = 90$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30} &= \frac{(1)\left(\frac{90}{9}\right) + (1)\left(\frac{90}{15}\right) - (1)\left(\frac{90}{6}\right) + (1)\left(\frac{90}{30}\right)}{90} = \\ &= \frac{10 + 6 - 15 + 3}{90} = \frac{19 - 15}{90} = \frac{4}{90} = \frac{2}{45} \end{aligned}$$

14.-

$$\frac{2}{40} + \frac{7}{80} - \frac{11}{36} + \frac{13}{72} \Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{7}{80} - \frac{11}{36} + \frac{13}{72}$$

$$20 = (2)^2(5)$$

$$80 = (2)^4(5)$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$72 = (2)^3(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)^2(5) = 720$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{20} + \frac{7}{80} - \frac{11}{36} + \frac{13}{72} &= \frac{(1)\left(\frac{720}{20}\right) + (7)\left(\frac{720}{80}\right) - (11)\left(\frac{720}{36}\right) + (13)\left(\frac{720}{72}\right)}{720} = \\ &= \frac{36 + 63 - 220 + 130}{720} = \frac{9}{720} = \frac{1}{80} \end{aligned}$$

15.-

$$\frac{1}{50} - \frac{2}{75} + \frac{7}{150} - \frac{1}{180} =$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$75 = (3)(5)^2$$

$$150 = (2)(3)(5)^2$$

$$180 = (2)^2(3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2(5)^2 = 900$$

$$\frac{1}{50} - \frac{2}{75} + \frac{7}{150} - \frac{1}{180} = \frac{(1)\left(\frac{900}{50}\right) - (2)\left(\frac{900}{75}\right) + (7)\left(\frac{900}{150}\right) - (1)\left(\frac{900}{180}\right)}{900}$$

$$= \frac{18 - 24 + 42 - 5}{900} = \frac{60 - 29}{900} = \frac{31}{900}$$

16.-

$$\frac{7}{20} + \frac{11}{320} + \frac{1}{160} - \frac{3}{80} =$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$320 = (2)^6 (5)$$

$$160 = (2)^5 (5)$$

$$80 = (2)^4 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^6 (5) = 320$$

$$\frac{7}{20} + \frac{11}{320} + \frac{1}{160} - \frac{3}{80} = \frac{(7)\left(\frac{320}{20}\right) + (11)\left(\frac{320}{320}\right) + (1)\left(\frac{320}{160}\right) - (3)\left(\frac{320}{80}\right)}{320}$$

$$= \frac{112 + 11 + 2 - 12}{320} = \frac{113}{320}$$

17.-

$$\frac{13}{2} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} - \frac{1}{128} =$$

$$m.c.m. = 128$$

$$\frac{13}{2} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} - \frac{1}{128} = \frac{(13)\left(\frac{128}{2}\right) - (1)\left(\frac{128}{32}\right) - (1)\left(\frac{128}{64}\right) - (1)\left(\frac{128}{128}\right)}{128}$$

$$= \frac{832 - 4 - 2 - 1}{128} = \frac{825}{128} = 6 \frac{57}{128}$$

18.-

$$\frac{15}{16} - \frac{1}{48} - \frac{1}{96} - \frac{1}{80} =$$

$$16 = (2)^4$$

$$48 = (2)^4 (3)$$

$$96 = (2)^5 (3)$$

$$80 = (2)^4 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^5 (3)(5) = 480$$

$$\begin{aligned} \frac{15}{16} - \frac{1}{48} - \frac{1}{96} - \frac{1}{80} &= \frac{(15)\left(\frac{480}{16}\right) - (1)\left(\frac{480}{48}\right) - (1)\left(\frac{480}{96}\right) - (1)\left(\frac{480}{80}\right)}{480} = \\ &= \frac{450 - 10 - 5 - 6}{480} = \frac{429}{480} = \frac{143}{160} \end{aligned}$$

19.-

$$\frac{7}{11} - \frac{1}{121} - \frac{1}{1331} + \frac{1}{6} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$11 = (11)(1)$$

$$121 = (11)^2$$

$$1331 = (11)^3$$

$$m.c.m. = (2)(3)(11)^3 = 7986$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{11} - \frac{1}{121} - \frac{1}{1331} + \frac{1}{6} &= \frac{(7)\left(\frac{7986}{11}\right) - (1)\left(\frac{7986}{121}\right) - (1)\left(\frac{7986}{1331}\right) + (1)\left(\frac{7986}{6}\right)}{7986} = \\ &= \frac{5082 - 66 - 6 + 1331}{7986} = \frac{6341}{7986} \end{aligned}$$

20.-

$$\frac{8}{7} - \frac{2}{49} - \frac{3}{343} + \frac{5}{2} =$$

$$7 = (7)(1)$$

$$49 = (7)^2$$

$$343 = (7)^3$$

$$2 = (2)(1)$$

$$m.c.m. = (7)^3(2) = 686$$

$$\begin{aligned} \frac{8}{7} - \frac{2}{49} - \frac{3}{343} + \frac{5}{2} &= \frac{(8)\left(\frac{686}{7}\right) - (2)\left(\frac{686}{49}\right) - (3)\left(\frac{686}{343}\right) + (5)\left(\frac{686}{2}\right)}{686} = \\ &= \frac{784 - 28 - 6 + 1715}{686} = \frac{2465}{686} = 3\frac{407}{686} \end{aligned}$$

B.- Suma y resta combinada de números enteros, fracciones y mixtos:

1.-

$$3 + \frac{3}{5} - \frac{1}{8} =$$

$$\begin{aligned} 3 + \frac{3}{5} - \frac{1}{8} &= 3 + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{8}\right) = 3 + \frac{(3)\left(\frac{40}{5}\right) - (1)\left(\frac{40}{8}\right)}{40} = 3 + \frac{24 - 5}{40} = \\ &= 3 + \frac{19}{40} = 3\frac{19}{40} \end{aligned}$$

2.-

$$6 + 1\frac{1}{3} - \frac{2}{5} =$$

$$\begin{aligned} 6 + 1\frac{1}{3} - \frac{2}{5} &= \frac{6}{1} + \frac{4}{3} - \frac{2}{5} = \frac{(6)(15) + (4)\left(\frac{15}{3}\right) - (2)\left(\frac{15}{5}\right)}{15} = \\ &= \frac{90 + 20 - 6}{15} = \frac{104}{15} = 6\frac{14}{15} \end{aligned}$$

3.-

$$9 - 5\frac{1}{6} + 4\frac{1}{12} =$$

$$\begin{aligned} 9 - 5\frac{1}{6} + 4\frac{1}{12} &= 9 - \frac{31}{6} + \frac{49}{12} = 9 + \left(\frac{(-31)\left(\frac{12}{6}\right) + (49)\left(\frac{12}{12}\right)}{12}\right) = \\ &9 + \left(\frac{-62 + 49}{12}\right) = 8 + 1 - \frac{13}{12} = 8 + \frac{12}{12} - \frac{13}{12} = 8 - \frac{1}{12} = 7 + 1 - \frac{1}{12} = \\ &= 7 + \frac{11}{12} = 7\frac{11}{12} \end{aligned}$$

4.-

$$35 - \frac{1}{8} - \frac{3}{24} =$$

$$35 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 35 - \frac{2}{8} = 35 - \frac{1}{4} = 34 + 1 - \frac{1}{4} = 34 + \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) = 34 \frac{3}{4}$$

5.-

$$80 - 3\frac{3}{5} - 4\frac{3}{10} =$$

$$\begin{aligned} 80 - 3\frac{3}{5} - 4\frac{3}{10} &= \frac{80}{1} - \frac{18}{5} - \frac{43}{10} = \frac{(80)(10) - (18)\left(\frac{10}{5}\right) - (43)\left(\frac{10}{10}\right)}{10} = \\ &= \frac{800 - 36 - 43}{10} = \frac{721}{10} = 72\frac{1}{10} \end{aligned}$$

6.-

$$6\frac{1}{15} - 4\frac{1}{30} + \frac{7}{25} =$$

$$\begin{aligned} 6\frac{1}{15} - 4\frac{1}{30} + \frac{7}{25} &= (6-4) + \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{30} + \frac{7}{25}\right) = (2) + \frac{(1)\left(\frac{150}{15}\right) - (1)\left(\frac{150}{30}\right) + (7)\left(\frac{150}{25}\right)}{150} = \\ &= 2 + \frac{10 - 5 + 42}{150} = 2 + \frac{47}{150} = 2\frac{47}{150} \end{aligned}$$

7.-

$$\frac{7}{20} + 3\frac{1}{16} - 2\frac{1}{5} =$$

$$\frac{7}{20} + 3\frac{1}{16} - 2\frac{1}{5} = (3-2) + \left(\frac{7}{20} + \frac{1}{16} - \frac{1}{5}\right) =$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$16 = (2)^4$$

$$5 = (5)(1)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (5) = 80$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{7}{20} + \frac{1}{16} - \frac{1}{5} = 1 + \frac{(7)\left(\frac{80}{20}\right) + (1)\left(\frac{80}{16}\right) - (1)\left(\frac{80}{5}\right)}{80} = \\ &= 1 + \frac{28 + 5 - 16}{80} = 1 + \frac{17}{80} = 1\frac{17}{80} \end{aligned}$$

8.-

$$9\frac{2}{3} + 5\frac{7}{48} - \frac{1}{60} =$$

$$9\frac{2}{3} + 5\frac{7}{48} - \frac{1}{60} = (9+5) + \left(\frac{2}{3} + \frac{7}{48} - \frac{1}{60}\right) =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$48 = (2)^4(3)$$

$$60 = (2)^2(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^4(3)(5) = 240$$

$$= (14) + \frac{(2)\left(\frac{240}{3}\right) + (7)\left(\frac{240}{48}\right) - (1)\left(\frac{240}{60}\right)}{240} =$$

$$= 14 + \frac{160 + 35 - 4}{240} = 14 + \frac{191}{240} = 14\frac{191}{240}$$

9.-

$$8\frac{3}{7} + 4\frac{3}{56} - \frac{1}{98} =$$

$$7 = (7)(1)$$

$$56 = (2)^3(7)$$

$$98 = (2)(7)^2$$

$$m.c.m. = (2)^3(7)^2 = 392$$

$$8\frac{3}{7} + 4\frac{3}{56} - \frac{1}{98} = (8+4) + \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{56} - \frac{1}{98}\right) =$$

$$= (12) + \frac{(3)\left(\frac{392}{7}\right) + (3)\left(\frac{392}{56}\right) - (1)\left(\frac{392}{98}\right)}{392} = 12 + \frac{168 + 21 - 4}{392} =$$

$$= 12 + \frac{185}{392} = 12\frac{185}{392}$$

10.-

$$9 + \frac{5}{8} - 3 + 2\frac{1}{9} =$$

$$9 + \frac{5}{8} - 3 + 2\frac{1}{9} = (9-3+2) + \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{9}\right) = (8) + \frac{(5)\left(\frac{72}{8}\right) + (1)\left(\frac{72}{9}\right)}{72} =$$

$$= 8 + \frac{45 + 8}{72} = 8 + \frac{53}{72} = 8\frac{53}{72}$$

11.-

$$16\frac{1}{3} - 14\frac{2}{5} + 7\frac{2}{9} =$$

$$16\frac{1}{3} - 14\frac{2}{5} + 7\frac{2}{9} = (16 - 14 + 7) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{9}\right) =$$

$$= (9) + \frac{(1)\left(\frac{45}{3}\right) - (2)\left(\frac{45}{5}\right) + (2)\left(\frac{46}{9}\right)}{45} = 9 + \frac{(15 - 18 + 10)}{45} =$$

$$= 9 + \frac{7}{45} = 9\frac{7}{45}$$

12.-

$$9\frac{3}{8} - 4\frac{1}{40} + 6\frac{1}{60} =$$

$$8 = (2)^3$$

$$40 = (2)^3 (5)$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5) = 120$$

$$9\frac{3}{8} - 4\frac{1}{40} + 6\frac{1}{60} = (9 - 4 + 6) + \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{40} + \frac{1}{60}\right) =$$

$$= (11) + \frac{(3)\left(\frac{120}{8}\right) - (1)\left(\frac{120}{40}\right) + (1)\left(\frac{120}{60}\right)}{120} = 11 + \frac{45 - 3 + 2}{120} =$$

$$= 11 + \frac{44}{120} = 11 + \frac{11}{30} = 11\frac{11}{30}$$

13.-

$$14\frac{7}{25} - 6\frac{3}{50} + 8\frac{11}{40} =$$

$$25 = (5)^2$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$40 = (2)^3 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (5)^2 = 200$$

$$14\frac{7}{25} - 6\frac{3}{50} + 8\frac{11}{40} = (14 - 6 + 8) + \left(\frac{7}{25} - \frac{3}{50} + \frac{11}{40}\right) =$$

$$= (16) + \frac{(7)\left(\frac{200}{25}\right) - (3)\left(\frac{200}{50}\right) + (11)\left(\frac{200}{40}\right)}{200} =$$

$$= 16 + \frac{56 - 12 + 55}{200} = 16 + \frac{99}{200} = 16 \frac{99}{200}$$

14.-

$$16 \frac{5}{14} + 7 \frac{1}{7} - 5 \frac{3}{56} =$$

$$7 = (7)(1)$$

$$14 = (2)(7)$$

$$56 = (2)^3 (7)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (7) = 56$$

$$16 \frac{5}{14} + 7 \frac{1}{7} - 5 \frac{3}{56} = (16 + 7 - 5) + \left(\frac{5}{14} + \frac{1}{7} - \frac{3}{56} \right) = (18) + \frac{(5) \left(\frac{56}{14} \right) + (1) \left(\frac{56}{7} \right) - (3) \left(\frac{56}{56} \right)}{56} =$$

$$= 18 + \frac{20 + 8 - 3}{56} = 18 + \frac{25}{56} = 18 \frac{25}{56}$$

15.-

$$4 \frac{1}{3} - 2 + 3 - \frac{1}{9} =$$

$$4 \frac{1}{3} - 2 + 3 - \frac{1}{9} = (4 - 2 + 3) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \right) = (5) + \left(\frac{(1) \left(\frac{9}{3} \right)}{9} - \frac{(1) \left(\frac{9}{9} \right)}{9} \right) =$$

$$= 5 + \frac{3 - 1}{9} = 5 + \frac{2}{9} = 5 \frac{2}{9}$$

16.-

$$9 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 3 =$$

$$9 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 3 = (12) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = 11 + 1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= 11 + \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = 11 + \frac{4 + 1 - (1) \left(\frac{4}{2} \right)}{4} = 11 + \frac{5 - 2}{4} = 11 + \frac{3}{4} = 11 \frac{3}{4}$$

17.-

$$6 + 5 \frac{1}{3} - 4 \frac{1}{6} - 1 \frac{1}{2} =$$

$$\begin{aligned}
 6 + 5\frac{1}{3} - 4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{2} &= (6 + 5 - 4 - 1) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = 6 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = \\
 &= 5 + \left(\frac{6}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = 5 + \frac{(5)\left(\frac{6}{6}\right) + (1)\left(\frac{6}{3}\right) - (1)\left(\frac{6}{2}\right)}{6} = \\
 &= 5 + \frac{5 + 2 - 3}{6} = 5\frac{4}{6} = 5\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

18.-

$$\begin{aligned}
 3\frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40} - 1 &= \\
 3\frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40} - 1 &= (3 - 1) + \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40}\right) = 2 + \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40}\right) = \\
 &= 1 + 1 + \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40}\right) = 1 + \left(\frac{40}{40} + \frac{1}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{40}\right) = 1 + \frac{40 + 8 - 25 + 7}{40} = \\
 1 + \frac{30}{40} &= 1\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

19.-

$$\begin{aligned}
 6\frac{1}{19} - 2\frac{3}{38} + 5\frac{1}{76} - \frac{1}{2} &= \\
 6\frac{1}{19} - 2\frac{3}{38} + 5\frac{1}{76} - \frac{1}{2} &= (6 - 2 + 5) + \left(\frac{1}{19} - \frac{3}{38} + \frac{1}{76} - \frac{1}{2}\right) = (9) + \left(\frac{1}{19} - \frac{3}{38} + \frac{1}{76} - \frac{1}{2}\right) = \\
 &= 8 + 1 + \left(\frac{1}{19} - \frac{3}{38} + \frac{1}{76} - \frac{1}{2}\right) = 8 + \left(\frac{76}{76} + \frac{1}{19} - \frac{3}{38} + \frac{1}{76} - \frac{1}{2}\right) = \\
 &= 8 + \frac{76 + (1)\left(\frac{76}{19}\right) - (3)\left(\frac{76}{38}\right) + (1) - (1)\left(\frac{76}{2}\right)}{76} = 8 + \frac{76 + 4 - 6 + 1 - 38}{76} = 8 + \frac{37}{76} = 8\frac{37}{76}
 \end{aligned}$$

20.-

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{8} + \frac{17}{16} + \frac{32}{6} - 2\frac{3}{5} &= \\
 \frac{3}{8} + \frac{17}{16} + \frac{16}{3} - \frac{13}{5} &= \\
 8 &= (2)^3 \\
 16 &= (2)^4 \\
 3 &= (3)(1) \\
 5 &= (5)(1) \\
 m.c.m. &= (2)^4 (3)(5) = 240
 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{17}{16} + \frac{16}{3} - \frac{13}{5} = \frac{(3)\left(\frac{240}{8}\right) + (17)\left(\frac{240}{16}\right) + (16)\left(\frac{240}{3}\right) - (13)\left(\frac{240}{5}\right)}{240} =$$

$$= \frac{90 + 255 + 1280 - 624}{240} = \frac{1001}{240} = 4\frac{41}{240}$$

21.-

$$9 - \frac{1}{108} - \frac{1}{216} - \frac{1}{144} =$$

$$108 = (2)^2 (3)^3$$

$$216 = (2)^3 (3)^3$$

$$144 = (2)^4 (3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3)^3 = 432$$

$$9 - \frac{1}{108} - \frac{1}{216} - \frac{1}{144} = 8 + 1 - \frac{1}{108} - \frac{1}{216} - \frac{1}{144} = 8 + \frac{432}{432} - \frac{(1)\left(\frac{432}{108}\right)}{432} - \frac{(1)\left(\frac{432}{216}\right)}{432} - \frac{(1)\left(\frac{432}{144}\right)}{432} =$$

$$8 + \left(\frac{432 - 4 - 2 - 3}{432}\right) = 8 + \frac{423}{432} = 8 + \frac{47}{48} = 8\frac{47}{48}$$

22.-

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{1}{32} + \frac{7}{64} - \frac{1}{18} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$32 = (2)^5$$

$$64 = (2)^6$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^6 (3)^2 = 576$$

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{1}{32} + \frac{7}{64} - \frac{1}{18} = (5 - 2) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{32} + \frac{7}{64} - \frac{1}{18}\right) =$$

$$= (3) + \frac{(1)\left(\frac{576}{6}\right) - (1)\left(\frac{576}{32}\right) + (7)\left(\frac{576}{64}\right) - (1)\left(\frac{576}{18}\right)}{576} =$$

$$= 3 + \frac{96 - 18 + 63 - 32}{576} = 3 + \frac{109}{576} = 3\frac{109}{576}$$

23.-

$$9 + 6\frac{1}{20} - 3\frac{1}{75} + \frac{11}{320} =$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$75 = (3)(5)^2$$

$$320 = (2)^6 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^6 (3)(5)^2 = 4800$$

$$\begin{aligned} 9 + 6\frac{1}{20} - 3\frac{1}{75} + \frac{11}{320} &= (9 + 6 - 3) + \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{75} + \frac{11}{320}\right) = \\ &= (12) + \frac{(1)\left(\frac{4800}{20}\right) - (1)\left(\frac{4800}{75}\right) + (11)\left(\frac{4800}{320}\right)}{4800} = 12 + \frac{240 - 64 + 165}{4800} = \\ &= 12 + \frac{341}{4800} = 12\frac{341}{4800} \end{aligned}$$

24.-

$$5\frac{7}{9} - 3\frac{1}{3} - \frac{11}{36} + \frac{1}{4} =$$

$$9 = (3)^2$$

$$3 = (3)(1)$$

$$36 = (2)^2 (2^2)$$

$$4 = (2)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^2 = 36$$

$$\begin{aligned} 5\frac{7}{9} - 3\frac{1}{3} - \frac{11}{36} + \frac{1}{4} &= (5 - 3) + \left(\frac{7}{9} - \frac{1}{3} - \frac{11}{36} + \frac{1}{4}\right) = \\ &= (2) + \frac{(7)\left(\frac{36}{9}\right) - (1)\left(\frac{36}{3}\right) - (11)\left(\frac{36}{36}\right) + (1)\left(\frac{36}{4}\right)}{36} = \\ &= 2 + \frac{28 - 12 - 11 + 9}{36} = 2 + \frac{14}{36} = 2 + \frac{7}{18} = 2\frac{7}{18} \end{aligned}$$

25.-

$$16\frac{1}{4} - 3\frac{1}{8} - 2\frac{4}{7} - \frac{3}{28} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$7 = (7)(1)$$

$$28 = (2)^2 (7)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (7) = 56$$

$$\begin{aligned} 16\frac{1}{4} - 3\frac{1}{8} - 2\frac{4}{7} - \frac{3}{28} &= (16 - 3 - 2) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{4}{7} - \frac{3}{28}\right) = \\ &= (11) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{4}{7} - \frac{3}{28}\right) = 10 + 1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{4}{7} - \frac{3}{28}\right) = \\ &= 10 + \left(\frac{56}{56} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{4}{7} - \frac{3}{28}\right) = 10 + \frac{56 + (1)\left(\frac{56}{4}\right) - (1)\left(\frac{56}{8}\right) - (4)\left(\frac{56}{7}\right) - (3)\left(\frac{56}{28}\right)}{56} = \\ &= 10 + \frac{56 + 14 - 7 - 32 - 6}{56} = 10 + \frac{25}{56} = 10\frac{25}{56} \end{aligned}$$

26.-

$$\begin{aligned} 50\frac{3}{5} - 6 - 8 - \frac{1}{50} - 2\frac{3}{10} &= \\ 50\frac{3}{5} - 6 - 8 - \frac{1}{50} - 2\frac{3}{10} &= (50 - 6 - 8 - 2) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{50} - \frac{3}{10}\right) = \\ &= (34) + \frac{(3)\left(\frac{50}{5}\right) - (1)\left(\frac{50}{50}\right) - (3)\left(\frac{50}{10}\right)}{50} = 34 + \frac{30 - 1 - 15}{50} = \\ &= 34 + \frac{14}{50} = 34 + \frac{7}{25} = 34\frac{7}{25} \end{aligned}$$

27.-

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + 4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} &= \\ 3 &= (3)(1) \\ 2 &= (2)(1) \\ 5 &= (5)(1) \\ 6 &= (2)(3) \\ 9 &= (3)^2 \\ m.c.m. &= (2)(3)^2(5) = 90 \\ \frac{1}{3} + 4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} &= (4 - 2) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right) = \\ &= 2 + \frac{(1)\left(\frac{90}{3}\right) + (1)\left(\frac{90}{5}\right) - (1)\left(\frac{90}{2}\right) + (1)\left(\frac{90}{6}\right) - (1)\left(\frac{90}{9}\right)}{90} = \end{aligned}$$

$$= 2 + \frac{30+18-45+15-10}{90} = 2 + \frac{8}{90} = 2 + \frac{4}{45} = 2\frac{4}{45}$$

28.-

$$4\frac{7}{15} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} + 1 =$$

$$15 = (3)(5)$$

$$9 = (3)^2$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$36 = (2)^2(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2(5) = 180$$

$$\begin{aligned} 4\frac{7}{15} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} + 1 &= (4+1) + \left(\frac{7}{15} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36}\right) = \\ &= (5) + \frac{(7)\left(\frac{180}{15}\right) - (1)\left(\frac{180}{9}\right) + (1)\left(\frac{180}{12}\right) - (1)\left(\frac{180}{36}\right)}{180} = \\ &= 5 + \frac{84 - 20 + 15 - 5}{180} = 5 + \frac{74}{180} = 5 + \frac{37}{90} = 5\frac{37}{90} \end{aligned}$$

29.-

$$7\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4} + 6\frac{1}{8} - 6\frac{1}{6} + 6\frac{1}{9} =$$

$$2 = (2)(1)$$

$$4 = (2)^2$$

$$8 = (2)^3$$

$$6 = (2)(3)$$

$$9 = (3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)^2 = 72$$

$$\begin{aligned} 7\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4} + 6\frac{1}{8} - 6\frac{1}{6} + 6\frac{1}{9} &= (7-5+6-6+6) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9}\right) = \\ &= (8) + \frac{(1)\left(\frac{72}{2}\right) - (1)\left(\frac{72}{4}\right) + (1)\left(\frac{72}{8}\right) - (1)\left(\frac{72}{6}\right) + (1)\left(\frac{72}{9}\right)}{72} = \\ &= 8 + \frac{36 - 18 + 9 - 12 + 8}{72} = 8 + \frac{23}{72} = 8\frac{23}{72} \end{aligned}$$

30.-

$$25 - \frac{7}{30} + 4\frac{1}{20} - \frac{1}{50} - \frac{1}{6} - 3 =$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$20 = (2)^2(5)$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$6 = (2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)(5)^2 = 300$$

$$25 - \frac{7}{30} + 4\frac{1}{20} - \frac{1}{50} - \frac{1}{6} - 3 = (25 + 4 - 3) + \left(-\frac{7}{30} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} - \frac{1}{6}\right) =$$

$$= (26) + \left(-\frac{7}{30} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} - \frac{1}{6}\right) = 25 + \left(\frac{300}{300} - \frac{7}{30} + \frac{1}{20} - \frac{1}{50} - \frac{1}{6}\right) =$$

$$= 25 + \frac{300 - (7)\left(\frac{300}{30}\right) + (1)\left(\frac{300}{20}\right) - (1)\left(\frac{300}{50}\right) - (1)\left(\frac{300}{6}\right)}{300} =$$

$$= 25 + \frac{300 - 70 + 15 - 6 - 50}{300} = 25 + \frac{189}{300} = 25 + \frac{63}{100} = 25\frac{63}{100}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #15.

Tema: Suma y resta de números enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

A.- Resta de fracciones de igual denominador:

Se restan los numeradores y la diferencia se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

B.- Resta de fracciones de distinto denominador.

Se simplifican las fracciones, si es posible. Una vez irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y luego se restan como en el caso anterior.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } \frac{5}{40} - \frac{4}{320} = \frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10-1}{80} = \frac{9}{80}$$

C.- Resta de enteros y fracciones:

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #15 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

Se quita una unidad al entero y se transforma en una fracción de igual denominador que la fracción dada; luego, se restan ambas fracciones.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 15 - \frac{3}{8} = 14\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 14\frac{5}{8}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Efectuar: } 75 - \frac{11}{126} = 74\frac{126}{126} - \frac{11}{126} = 74\frac{115}{126}$$

D.- Resta de números mixtos.

Regla #1:

Se restan separadamente los enteros y las fracciones y al resultado de la resta de los enteros se le agrega el resultado de la resta de las fracciones.

Ejemplo #5:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 15\frac{5}{8} - 10\frac{7}{12} &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = \\ 8 &= (2)^3 \\ 12 &= (2)^2(3) \\ m.c.m. &= (2)^3(3) = 24 \\ &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = 5 + \left(\frac{15 - 14}{24}\right) = 5 + \frac{1}{24} = 5\frac{1}{24} \end{aligned}$$

Ejemplo #6:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 9\frac{2}{7} - 5\frac{3}{4} &= (9 - 5) + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 4 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + 1 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(1 + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{7}{7} + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + \left(\frac{9}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{36 - 21}{28}\right) = 3 + \frac{15}{28} = 3\frac{15}{28} \end{aligned}$$

Regla #2:

Se transforman los números mixtos en fracciones y se restan como fracciones.

Ejemplo #7:

$$\text{Efectuar: } 5\frac{1}{6} - 3\frac{1}{8} = \frac{31}{6} - \frac{25}{8} = \frac{(4)(31) - (3)(25)}{24} = \frac{124 - 75}{24} = \frac{49}{24} = 2\frac{1}{24}$$

E.- Suma y resta combinada de fracciones:

Se simplifican las fracciones dadas si es posible. Se reducen al mínimo común denominador y se efectúan operaciones.

Ejemplo #8:

$$\frac{14}{60} - \frac{1}{8} - \frac{16}{64} + \frac{15}{36} \Rightarrow \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$\text{Efectuar: } 8 = (2)^3$$

$$4 = (2)^2$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)(5) = 120$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} &= \frac{(7)\left(\frac{120}{30}\right) - (1)\left(\frac{120}{8}\right) - (1)\left(\frac{120}{4}\right) + (5)\left(\frac{120}{12}\right)}{120} = \\ &= \frac{28 - 15 - 30 + 50}{120} = \frac{78 - 45}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

F.- Suma y resta combinada de números enteros, fracciones y mixtos:

A los enteros se pone por denominador la unidad, los números mistos se transforman en fracciones; se simplifican las fracciones si es posible y se efectúan operaciones con todos los números transformados en fracciones.

Ejemplo #9: Efectuar

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #15 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

$$14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} =$$

$$m.c.m. = 48$$

$$\begin{aligned} \frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} &= \frac{(14)\left(\frac{48}{1}\right) - (35)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right) + (5)\left(\frac{48}{6}\right)}{48} = \\ &= \frac{672 - 105 - 6 + 40}{48} = \frac{601}{48} = 12\frac{25}{48} \end{aligned}$$

Otro método alternativo es el siguiente: Se agrupan los enteros y las fracciones por separado y se ejecutan las operaciones:

$$\begin{aligned} 14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} &= (14 - 2) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{16} - \frac{1}{8}\right) = 12 + \left(\frac{(5)\left(\frac{48}{6}\right) - (3)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right)}{48}\right) = \\ &= 12 + \frac{40 - 9 - 6}{48} = 12\frac{25}{48} \end{aligned}$$

PREGUNTAS:

1.-

$$\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) =$$

$$\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) = \frac{3}{8} - \frac{(1)\left(\frac{12}{6}\right) + (1)}{12} = \frac{3}{8} - \frac{2+1}{12} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{3 - (1)\left(\frac{8}{4}\right)}{8} = \frac{3-2}{8} = \frac{1}{8}$$

2.-

$$4\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right) =$$

$$4\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right) = (4) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right) =$$

$$2 = (2)(1)$$

$$5 = (5)(1)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5) = 30$$

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #15 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

$$= 4 + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6} \right) = 4 + \frac{(1)\left(\frac{30}{2}\right) + (3)\left(\frac{30}{5}\right) - (1)\left(\frac{30}{6}\right)}{30}$$

$$= 4 + \frac{15 + 18 - 5}{30} = 4 + \frac{28}{30} = 4 + \frac{14}{15} = 4\frac{14}{15}$$

3.-

$$7\frac{1}{4} - \left(4 - \frac{1}{2} \right) =$$

$$7\frac{1}{4} - \left(4 - \frac{1}{2} \right) = 7\frac{1}{4} - 4 + \frac{1}{2} = (7 - 4) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= 3 + \frac{(1) + (1)\left(\frac{4}{2}\right)}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

4.-

$$3\frac{5}{8} - \left(2\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) =$$

$$3\frac{5}{8} - \left(2\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) = 3\frac{5}{8} - 2\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = (3 - 2) + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{8} - \frac{3}{4} \right) = 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) =$$

$$= \frac{4}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{4 + (1)\left(\frac{4}{2}\right) - 3}{4} = \frac{4 + 2 - 3}{4} = \frac{3}{4}$$

5.-

$$9 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$9 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 9 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 8 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 8 + \left(\frac{6}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$= 8 + \frac{6 - (1)\left(\frac{6}{2}\right) + (1)\left(\frac{6}{3}\right)}{6} = 8 + \frac{6 - 3 + 2}{6} = 8 + \frac{5}{6} = 8\frac{5}{6}$$

6.-

$$\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) =$$

$$\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$2 = (2)(1)$$

$$8 = (2)^3$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{(1)\left(\frac{24}{6}\right) + (1)\left(\frac{24}{2}\right) - (1)\left(\frac{24}{8}\right)}{24} = \frac{4 + 12 - 3}{24} = \frac{13}{24}$$

7.-

$$50 - \left(6 - \frac{1}{5}\right) =$$

$$50 - \left(6 - \frac{1}{5}\right) = 50 - 6 + \frac{1}{5} = 44 + \frac{1}{5} = 44\frac{1}{5}$$

8.-

$$27 - \left(3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}\right) =$$

$$27 - \left(3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}\right) = 27 - 3\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4} = (27 - 3 + 2) + \left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$= 26 + \left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right) = 25 + \left(\frac{8}{8} - \frac{3}{8} + (1)\left(\frac{2}{4}\right)\right) = 25 + \frac{8 - 3 + 2}{8} =$$

$$= 25 + \frac{7}{8} = 25\frac{7}{8}$$

9.-

$$7\frac{3}{5} + \left(6\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) =$$

$$7\frac{3}{5} + \left(6\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) = 7\frac{3}{5} + 6\frac{1}{3} - \frac{2}{9} = (7 + 6) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) =$$

$$3 = (3)(1)$$

$$5 = (5)(1)$$

$$9 = (3)^2$$

$$m.c.m. = (3)^2 (5) = 45$$

$$= (13) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right) = 13 + \frac{(3)\left(\frac{45}{5}\right) + (1)\left(\frac{45}{3}\right) - (2)\left(\frac{45}{9}\right)}{45} =$$

$$= 13 + \frac{27 + 15 - 10}{45} = 13 + \frac{32}{45} = 13\frac{32}{45}$$

10.-

$$14 - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{5} \right) =$$

$$14 - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{5} \right) = 14 - 2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5} = (14 - 2 + 1) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \right) =$$

$$= 13 + \frac{(-1)\left(\frac{10}{2}\right) + (3)\left(\frac{10}{5}\right)}{10} = 13 + \frac{-5 + 6}{10} = 13 + \frac{1}{10} = 13\frac{1}{10}$$

11.-

$$18 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) =$$

$$18 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = 18 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 16 + 1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$$

$$= 16 + \left(1 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = 16 + \left(\frac{12}{12} + \frac{12}{12} - \frac{(1)\left(\frac{12}{2}\right)}{12} - \frac{(1)\left(\frac{12}{3}\right)}{12} - \frac{(1)\left(\frac{12}{4}\right)}{12} \right) =$$

$$= 16 + \left(\frac{12 + 12 - 6 - 4 - 3}{12} \right) = 16 + \frac{24 - 13}{12} = 16 + \frac{11}{12} = 16\frac{11}{12}$$

12.-

$$500 - \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{5} - \frac{3}{40} \right) =$$

$$500 - \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{5} - \frac{3}{40} \right) = 500 - \frac{1}{8} - \frac{9}{5} + \frac{3}{40} = 498 + 1 + 1 - \frac{1}{8} - \frac{9}{5} + \frac{3}{40} =$$

$$= 498 + \left(\frac{40}{40} + \frac{40}{40} - \frac{(1)\left(\frac{40}{8}\right)}{40} - \frac{(9)\left(\frac{40}{5}\right)}{40} + \frac{(3)\left(\frac{40}{40}\right)}{40} \right) = 498 + \frac{40 + 40 - 5 - 72 + 3}{40} =$$

$$= 498 + \frac{6}{40} = 498 + \frac{3}{20} = 498\frac{3}{20}$$

13.-

$$16\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \right) =$$

$$16\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \right) = 16 + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) =$$

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #15 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

$$= 15 + 1 + \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{10} \right) = 15 + \left[\frac{20}{20} + \frac{1}{20} - \frac{(1)\left(\frac{20}{10}\right)}{20} \right] =$$

$$= 15 + \frac{20+1-2}{20} = 15 + \frac{19}{20} = 15 \frac{19}{20}$$

14.-

$$7 \frac{2}{5} + \left(3 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) =$$

$$7 \frac{2}{5} + \left(3 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = 7 \frac{2}{5} + 3 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$$

m.c.m. = 30

$$= (7+3-1) + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = (9) + \left[\frac{(2)\left(\frac{30}{5}\right) + (1)\left(\frac{30}{2}\right) - (1)\left(\frac{30}{3}\right) + (1)\left(\frac{30}{6}\right)}{30} \right] =$$

$$= 9 + \frac{12+15-10+5}{30} = 9 + \frac{22}{30} = 9 + \frac{11}{15} = 9 \frac{11}{15}$$

15.-

$$\frac{1}{6} + \left(4 \frac{1}{15} - \frac{1}{60} + \frac{3}{80} \right) =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$80 = (2)^4 (5)$$

$$\text{m.c.m.} = (2)^4 (3)(5) = 240$$

$$\frac{1}{6} + \left(4 \frac{1}{15} - \frac{1}{60} + \frac{3}{80} \right) = \frac{1}{6} + 4 \frac{1}{15} - \frac{1}{60} + \frac{3}{80} =$$

$$= (4) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{15} - \frac{1}{60} + \frac{3}{80} \right) = 4 + \frac{(1)\left(\frac{240}{6}\right) + (1)\left(\frac{240}{15}\right) - (1)\left(\frac{240}{60}\right) + (3)\left(\frac{240}{80}\right)}{240} =$$

$$= 4 + \frac{40+16-4+9}{240} = 4 + \frac{61}{240} = 4 \frac{61}{240}$$

16.-

$$6 \frac{3}{4} - \left(2 \frac{1}{9} - \frac{1}{18} + 1 \right) =$$

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #15 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Ejercicios misceláneos.

$$4 = (2)^2$$

$$9 = (3)^2$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)^2 = 36$$

$$\begin{aligned} 6\frac{3}{4} - \left(2\frac{1}{9} - \frac{1}{18} + 1\right) &= (6 - 2 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{18}\right) = \\ &= (3) + \frac{(3)\left(\frac{36}{4}\right) - (1)\left(\frac{36}{9}\right) + (1)\left(\frac{36}{18}\right)}{36} = 3 + \frac{27 - 4 + 2}{36} = \\ &= 3 + \frac{25}{36} = 3\frac{25}{36} \end{aligned}$$

17.-

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{6} =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{6} = \left(\frac{3+2}{6}\right) - \frac{5}{6} = \frac{5}{6} - \frac{5}{6} = 0$$

18.-

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) - 1\frac{1}{2} =$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) - 1\frac{1}{2} &= \left[\frac{(2)\left(\frac{12}{3}\right) + (3)\left(\frac{12}{4}\right) + (1)\left(\frac{12}{12}\right)}{12}\right] - 1\frac{1}{2} = \\ &= \frac{8+9+1}{12} - 1\frac{1}{2} = \frac{18}{12} - 1\frac{1}{2} = 1\frac{6}{12} - 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

19.-

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6} =$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6} = \left(\frac{3-2}{6}\right) - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$$

20.-

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3+8}{6}\right) - \left(\frac{3+1}{6}\right) = \frac{11}{6} - \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

21.-

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6}{14} + \frac{3}{7}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \\ & \left(\frac{6}{14} + \frac{3}{7}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{7}\right) - \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{6}{7} - \left(\frac{3}{6}\right) = \\ & = \frac{6}{7} - \frac{1}{2} = \frac{12-7}{14} = \frac{5}{14} \end{aligned}$$

22.-

$$\begin{aligned} & \left(8\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 5\right) - 3\frac{1}{3} = \\ & m.c.m. = 24 \\ & \left(8\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 5\right) - 3\frac{1}{3} = 8\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 5 - 3\frac{1}{3} = (8-5-3) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{3}\right) = \\ & = 0 + \left(\frac{6+3-8}{24}\right) = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

23.-

$$\begin{aligned} & \left(6 - \frac{1}{5}\right) - \left(4 - \frac{1}{3}\right) = \\ & \left(6 - \frac{1}{5}\right) - \left(4 - \frac{1}{3}\right) = (6-4) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 2 + \frac{5-3}{15} = 2 + \frac{2}{15} = 2\frac{2}{15} \end{aligned}$$

24.-

$$\begin{aligned} & \left(20 - \frac{1}{10}\right) - \left(8 - \frac{1}{25}\right) = \\ & \left(20 - \frac{1}{10}\right) - \left(8 - \frac{1}{25}\right) = (20-8) + \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{10}\right) = (12) + \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{10}\right) = \\ & = 11 + 1 + \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{10}\right) = 11 + \left(\frac{50}{50} + \frac{1}{25} - \frac{1}{10}\right) = 11 + \left(\frac{50}{50} + \frac{2}{50} - \frac{5}{50}\right) = \\ & = 11 + \frac{50+2-5}{50} = 11 + \frac{47}{50} = 11\frac{47}{50} \end{aligned}$$

25.-

$$\begin{aligned} & \left(4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}\right) + \left(6\frac{1}{5} - 5\frac{1}{6}\right) = \\ & \left(4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}\right) + \left(6\frac{1}{5} - 5\frac{1}{6}\right) = \left[(4-3) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] + \left[(6-5) + \frac{6-5}{30}\right] = \\ & = 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{30} = (2) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{30}\right) = 2 + \frac{15+2}{60} = 2 + \frac{17}{60} = 2\frac{17}{60} \end{aligned}$$

26.-

$$18 - \left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} + 4\frac{1}{4} + 5\frac{1}{5} \right) =$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(5) = 60$$

$$18 - \left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} + 4\frac{1}{4} + 5\frac{1}{5} \right) = 18 - \left[(2+3+4+5) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) \right] =$$

$$= 18 - (14) - \left[\frac{(1)\left(\frac{60}{2}\right) + (1)\left(\frac{60}{3}\right) + (1)\left(\frac{60}{4}\right) + (1)\left(\frac{60}{5}\right)}{60} \right] =$$

$$= 4 - \left(\frac{30+20+15+12}{60} \right) = 4 - \frac{77}{60} = 4 - 1\frac{17}{60} = 2 + 1 + 1 - 1 - \frac{17}{60} =$$

$$2 + \left(\frac{60}{60} - \frac{17}{60} \right) = 2 + \frac{43}{60} = 2\frac{43}{60}$$

27.-

$$\left(6 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(2 - \frac{1}{2} + 1 \right) =$$

$$\left(6 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(2 - \frac{1}{2} + 1 \right) = \left[5 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] - \left[2 + 1 - \frac{1}{2} \right] =$$

$$= \left[5 + \frac{6}{6} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right] - \left[2 + \frac{2}{2} - \frac{1}{2} \right] = \left[5 + \left(\frac{6}{6} - \frac{3-2}{6} \right) \right] - \left(2 + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= (5) + \left(\frac{6-1}{6} \right) - \left(2 + \frac{1}{2} \right) = 5 + \frac{5}{6} - 2 - \frac{1}{2} = (5-2) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{6} \right) =$$

$$= 3 + \frac{2}{6} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$$

28.-

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) = \left(\frac{6+4+3}{12} \right) - \left(\frac{4+2+1}{32} \right) =$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$32 = (2)^5$$

$$m.c.m. = (2)^5 (3) = 96$$

$$= \frac{13}{12} - \frac{7}{32} = \frac{(13)\left(\frac{96}{12}\right) - (7)\left(\frac{96}{32}\right)}{96} = \frac{104 - 21}{96} = \frac{83}{96}$$

29.-

$$\begin{aligned} & \left(\frac{7}{30} - \frac{1}{60} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{5}{3} + \frac{7}{5} - \frac{1}{20} \right) = \\ & \left[\frac{(7)\left(\frac{60}{30}\right) - (1)\left(\frac{60}{60}\right) + (1)\left(\frac{60}{4}\right)}{60} \right] + \left[\frac{(5)\left(\frac{60}{3}\right) + (7)\left(\frac{60}{5}\right) - (1)\left(\frac{60}{20}\right)}{60} \right] = \\ & = \frac{14 - 1 + 15}{60} + \frac{100 + 84 - 3}{60} = \frac{28}{60} + \frac{181}{60} = \frac{209}{60} = 3 + \frac{29}{60} = 3\frac{29}{60} \end{aligned}$$

30.-

$$\begin{aligned} & 180 - 3\frac{1}{5} - \left(2\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right) = 180 - 3\frac{1}{5} - \left[(2) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right) \right] = 180 - 3 - \frac{1}{5} - \left[(2) + \left(\frac{6+3-2}{18} \right) \right] = \\ & = 177 - \frac{1}{5} - (2) - \frac{7}{18} = 175 - \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{18} \right) = 174 + 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{7}{18} \right) = 174 + \left(\frac{90}{90} - \frac{(1)\left(\frac{90}{5}\right) - (7)\left(\frac{90}{18}\right)}{90} \right) = \\ & = 174 + \frac{90 - 18 - 35}{90} = 174 + \frac{37}{90} = 174\frac{37}{90} \end{aligned}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #16.

Tema: Suma y resta de números enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Problemas misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

A.- Resta de fracciones de igual denominador:

Se restan los numeradores y la diferencia se divide por el denominador común. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

B.- Resta de fracciones de distinto denominador.

Se simplifican las fracciones, si es posible. Una vez irreducibles, se reducen al mínimo común denominador y luego se restan como en el caso anterior.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } \frac{5}{40} - \frac{4}{320} = \frac{1}{8} - \frac{1}{80} = \frac{10-1}{80} = \frac{9}{80}$$

C.- Resta de enteros y fracciones:

Se quita una unidad al entero y se transforma en una fracción de igual denominador que la fracción dada; luego, se restan ambas fracciones.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 15 - \frac{3}{8} = 14\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 14\frac{5}{8}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Efectuar: } 75 - \frac{11}{126} = 74\frac{126}{126} - \frac{11}{126} = 74\frac{115}{126}$$

D.- Resta de números mixtos.

Regla #1:

Se restan separadamente los enteros y las fracciones y al resultado de la resta de los enteros se le agrega el resultado de la resta de las fracciones.

Ejemplo #5:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 15\frac{5}{8} - 10\frac{7}{12} &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = \\ 8 &= (2)^3 \\ 12 &= (2)^2(3) \\ m.c.m. &= (2)^3(3) = 24 \\ &= (15 - 10) + \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{12}\right) = 5 + \left(\frac{15 - 14}{24}\right) = 5 + \frac{1}{24} = 5\frac{1}{24} \end{aligned}$$

Ejemplo #6:

Efectuar:

$$\begin{aligned} 9\frac{2}{7} - 5\frac{3}{4} &= (9 - 5) + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 4 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + 1 + \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(1 + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{7}{7} + \frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) = \\ &= 3 + \left(\frac{9}{7} - \frac{3}{4}\right) = 3 + \left(\frac{36 - 21}{28}\right) = 3 + \frac{15}{28} = 3\frac{15}{28} \end{aligned}$$

Regla #2:

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #16 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Problemas misceláneos.

Se transforman los números mixtos en fracciones y se restan como fracciones.

Ejemplo #7:

$$\text{Efectuar: } 5\frac{1}{6} - 3\frac{1}{8} = \frac{31}{6} - \frac{25}{8} = \frac{(4)(31) - (3)(25)}{24} = \frac{124 - 75}{24} = \frac{49}{24} = 2\frac{1}{24}$$

E.- Suma y resta combinada de fracciones:

Se simplifican las fracciones dadas si es posible. Se reducen al mínimo común denominador y se efectúan operaciones.

Ejemplo #8:

$$\frac{14}{60} - \frac{1}{8} - \frac{16}{64} + \frac{15}{36} \Rightarrow \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$\text{Efectuar: } 8 = (2)^3$$

$$4 = (2)^2$$

$$12 = (2)^2(3)$$

$$m.c.m. = (2)^3(3)(5) = 120$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{30} - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{5}{12} &= \frac{(7)\left(\frac{120}{30}\right) - (1)\left(\frac{120}{8}\right) - (1)\left(\frac{120}{4}\right) + (5)\left(\frac{120}{12}\right)}{120} = \\ &= \frac{28 - 15 - 30 + 50}{120} = \frac{78 - 45}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40} \end{aligned}$$

F.- Suma y resta combinada de números enteros, fracciones y mixtos:

A los enteros se pone por denominador la unidad, los números mixtos se transforman en fracciones; se simplifican las fracciones si es posible y se efectúan operaciones con todos los números transformados en fracciones.

Ejemplo #9: Efectuar

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #16 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Problemas misceláneos.

$$14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} =$$

m.c.m. = 48

$$\frac{14}{1} - \frac{35}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = \frac{(14)\left(\frac{48}{1}\right) - (35)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right) + (5)\left(\frac{48}{6}\right)}{48} =$$

$$= \frac{672 - 105 - 6 + 40}{48} = \frac{601}{48} = 12\frac{25}{48}$$

Otro método alternativo es el siguiente: Se agrupan los enteros y las fracciones por separado y se ejecutan las operaciones:

$$14 - 2\frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = (14 - 2) + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{16} - \frac{1}{8}\right) = 12 + \left(\frac{(5)\left(\frac{48}{6}\right) - (3)\left(\frac{48}{16}\right) - (1)\left(\frac{48}{8}\right)}{48}\right) =$$

$$= 12 + \frac{40 - 9 - 6}{48} = 12\frac{25}{48}$$

PREGUNTAS:

1.- Si tengo $\$ \frac{7}{8}$, ¿Cuánto me falta para tener \$1,0?

Solución:

$$1 - \frac{7}{8} = \frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8} (\$)$$

2.- Debo \$183,0 y pagué $\$42\frac{2}{7}$. ¿Cuánto me falta por pagar?.

Solución:

$$183 - 42\frac{2}{7} = (182 - 42) + \left(1 - \frac{2}{7}\right) = 140 + \left(\frac{7}{7} - \frac{2}{7}\right) =$$

$$= 140 + \frac{5}{7} = 140\frac{5}{7} (\$)$$

3.- Una calle tiene $50\frac{2}{3}(m)$ de longitud y otra calle tiene $45\frac{5}{8}(m)$ de longitud. ¿

Cuántos metros tienen las dos juntas y cuánto falta a cada una de ellas para tener $80(m)$ de largo?.

Solución:

(a).-

$$50\frac{2}{3} + 45\frac{5}{8} = (50 + 45) + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) = 95 + \frac{16+15}{24} = 95 + \frac{31}{24} = \\ = 95 + 1\frac{7}{24} = 96\frac{7}{24(m)}$$

(b).-

$$80 - 50\frac{2}{3} = 29 + 1 - \frac{2}{3} = 29 + \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3}\right) = 29 + \frac{1}{3} = 29\frac{1}{3}(m)$$

©.-

$$80 - 45\frac{5}{8} = 35 - \frac{5}{8} = 34 + 1 - \frac{5}{8} = 34 + \left(\frac{8}{8} - \frac{5}{8}\right) = 34 + \frac{3}{8} = 34\frac{3}{8}(m)$$

4.- Tengo \$ $6\frac{3}{5}$. ¿Cuánto necesito para tener \$ $8\frac{1}{6}$?

Solución:

$$8\frac{1}{6} - 6\frac{3}{5} = (8 - 6) + \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{5}\right) = 2 + \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{5}\right) = 1 + 1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{5}\right) = \\ = 1 + \left(\frac{30}{30} + \frac{1}{6} - \frac{3}{5}\right) = 1 + \left(\frac{30}{30} + \frac{5}{30} - \frac{18}{30}\right) = 1 + \frac{30+5-18}{30} = \\ = 1 + \frac{17}{30} = 1\frac{17}{30}$$

5.- Un hombre gana mensualmente \$200. Gasta \$ $50\frac{2}{9}$ en alimentación de su familia; \$ 60 en alquiler y \$ $18\frac{3}{8}$ en otros gastos. ¿ Cuánto puede ahorrar mensualmente?.

Solución:

$$200 - 50\frac{2}{9} - 60 - 18\frac{3}{8} = (199 - 50 - 60 - 18) + \left(1 - \frac{2}{9} - \frac{3}{8}\right) = \\ = 71 + \left(\frac{72}{72} - \frac{16}{72} - \frac{27}{72}\right) = 71 + \frac{72-16-27}{72} = 71 + \frac{29}{72} = 71\frac{29}{72}(\$)$$

6.- En principio tenía \$50. Pagué \$ $16\frac{2}{9}$ que debía; gasté \$ $5\frac{3}{7}$ y después recibí \$ $42\frac{1}{6}$. ¿ Cuánto tengo ahora?.

Solución:

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #16 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Problemas misceláneos.

$$50 - 16\frac{2}{9} - 5\frac{3}{7} + 42\frac{1}{6} =$$

$$9 = (3)^2$$

$$7 = (7)(1)$$

$$6 = (2)(3)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(7) = 126$$

$$50 - 16\frac{2}{9} - 5\frac{3}{7} + 42\frac{1}{6} = (50 - 16 - 5 + 42) + \left(-\frac{2}{9} - \frac{3}{7} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$= (71) + \left(-\frac{2}{9} - \frac{3}{7} + \frac{1}{6}\right) = 70 + \left(\frac{126}{126} - \frac{2}{9} - \frac{3}{7} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$= 70 + \left[\frac{126 - (2)\left(\frac{126}{9}\right) - (3)\left(\frac{126}{7}\right) + (1)\left(\frac{126}{6}\right)}{126} \right] =$$

$$= 70 + \frac{126 - 28 - 54 + 21}{126} = 70 + \frac{65}{126} = 70\frac{65}{126} (\$)$$

7.- Si empleo $\frac{5}{8}$ del día en trabajar; ¿ qué parte del día descanso?.

Solución:

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}.$$

8.- La cuarta del día la emplea un niño en estudiar, la sexta parte en hacer ejercicios y la novena parte en divertirse. ¿ Qué parte del día le queda libre?.

Solución:

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} =$$

$$4 = (2)^2$$

$$6 = (2)(3)$$

$$9 = (3)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2(3)^2 = 36$$

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{36 - (1)\left(\frac{36}{4}\right) - (1)\left(\frac{36}{6}\right) - (1)\left(\frac{36}{9}\right)}{36} =$$

$$= \frac{36 - 9 - 6 - 4}{36} = \frac{17}{36}$$

9.- Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su finca, alquila $\frac{1}{8}$ de ella y el resto la cultiva. ¿ Qué porción de la finca cultiva?.

Solución:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{24}{24} - \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{24 - (1)\left(\frac{24}{3}\right) - (1)\left(\frac{24}{8}\right)}{24} = \frac{24 - 8 - 3}{24} = \frac{13}{24}$$

10.- Un hombre vende $\frac{1}{5}$ de su finca, alquila $\frac{1}{6}$ d ella y el resto la cultiva. ¿ Qué porción de la finca cultiva?.

Solución:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{30}{30} - \frac{6}{30} - \frac{5}{30} = \frac{30 - 11}{30} = \frac{19}{30}$$

11.- Tres obreros tienen que tejer $200(m)$ de tela. Uno teje $53\frac{2}{7}(m)$ de tela y otro $\frac{15}{34}(m)$. ¿ Cuánto tiene uq tejer el tercero?.

Solución:

$$200 - 53\frac{2}{7} - \frac{15}{34} =$$

$$7 = (7)(1)$$

$$34 = (2)(17)$$

$$m.c.m. = (2)(7)(17) = 238$$

$$200 - 53\frac{2}{7} - \frac{15}{34} = (200 - 53) - \frac{2}{7} - \frac{15}{34} = 147 - \frac{2}{7} - \frac{15}{34} =$$

$$146 + 1 - \frac{2}{7} - \frac{15}{34} = 146 + \left(\frac{238}{238} - \frac{2}{7} - \frac{15}{34}\right) = 146 + \frac{238 - (2)\left(\frac{238}{7}\right) - (15)\left(\frac{238}{34}\right)}{238} =$$

$$= 146 + \frac{238 - 68 - 105}{238} =$$

$$= 146 + \frac{65}{238} = 146\frac{65}{238}(m)$$

12.- Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$. ¿Qué parte de mi dinero me queda?

Solución:

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #16 Sexto grado Suma y resta de enteros, fracciones (quebrados) y mixtos. Problemas misceláneos.

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{40}{40} - \frac{8}{40} - \frac{5}{40} = \frac{40-8-5}{40} = \frac{27}{40}$$

13.- Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$ de lo que me quedaba. ¿ Qué parte de mi dinero me queda?.

Solución:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{5} \right) &= 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{40} = \frac{40}{40} - \frac{8}{40} - \frac{5}{40} + \frac{1}{40} = \\ &= \frac{40-8-5+1}{40} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10} \end{aligned}$$

14.- Los $\frac{3}{8}$ de una finca se venden, $\frac{2}{5}$ del resto se siembran de caña y el resto de tabaco. ¿ Qué parte de la finca se siembra de tabaco?.

Solución:

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{5} \left(1 - \frac{3}{8} \right) = 1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{5} + \frac{6}{40} = \frac{40}{40} - \frac{15}{40} - \frac{16}{40} + \frac{6}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

15.- ¿ Qué número se debe añadir a $3\frac{2}{5}$ para igualar la suma de $6\frac{1}{3}$ y $2\frac{1}{9}$?

Solución:

$$\begin{aligned} \left(6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{9} \right) - 3\frac{2}{5} &= (6+2-3) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{2}{5} \right) = 5 + \frac{15+5-18}{45} = \\ &= 5 + \frac{2}{45} = 5\frac{2}{45} \end{aligned}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #17.

Tema: Multiplicación de fracciones.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para multiplicar dos o más fracciones se multiplican los numeradores y este producto se divide por el producto de los denominadores. El resultado se simplifica.

El producto de un número natural por una fracción es otra fracción que tiene como numerador el producto del número natural por el numerador de la fracción original y como denominador el mismo denominador de la fracción.

En el producto de dos o más fracciones también se cumple la propiedad de que el orden de los factores no altera el resultado. Esta propiedad permite reordenar las cifras del numerador y del denominador facilitando la simplificación de varias de ellas antes de efectuar los productos.

Ejemplo #1:

$$\text{Multiplicar: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

Ejemplo #2:

$$\text{Multiplicar: } 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

Ejemplo #3:

$$\text{Multiplicar: } \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{17}{8} = \frac{5 \times 3 \times 17}{7 \times 4 \times 8} = \frac{255}{224} = 1 \frac{31}{224}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Multiplicar: } \frac{4}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

Para multiplicar números mixtos, se transforman éstos en fracciones y luego se efectúa la multiplicación.

Ejemplo #5:

$$\text{Multiplicar: } 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{4}{5} \times 4 \frac{1}{9} = \frac{17}{3} \times \frac{14}{5} \times \frac{37}{9} = \frac{17 \times 14 \times 37}{3 \times 5 \times 9} = \frac{8806}{135} = 65 \frac{31}{135}$$

Para multiplicar entero, mixto y fracción a los enteros se pone por denominador la unidad, los mixtos se transforman en fracciones y se multiplican todos como fracciones.

Ejemplo #6:

$$\text{Multiplicar: } 14 \times 3 \frac{4}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{14}{1} \times \frac{19}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{19}{5 \times 4} = \frac{19}{20}$$

PREGUNTAS:

A.- Productos de fracciones:

$$1.- \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$2.- \frac{4}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{4 \times 10}{5 \times 9} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9}$$

$$3.- \frac{7}{8} \times \frac{16}{21} = \frac{1 \times 16}{8 \times 3} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$4.- \frac{52}{24} \times \frac{4}{13} = \frac{52 \times 4}{24 \times 13} = \frac{52}{13} \times \frac{4}{24} = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$5.- \frac{18}{15} \times \frac{90}{36} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{12} = \frac{1}{5} \times \frac{30}{2} = \frac{30}{10} = 3$$

$$6.- \frac{21}{22} \times \frac{11}{49} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{14}$$

$$7.- \frac{13}{4} \times \frac{72}{39} = \frac{1}{4} \times \frac{72}{3} = \frac{72}{12} = 6$$

$$8.- \frac{24}{102} \times \frac{51}{72} = \frac{24 \times 51}{102 \times 72} = \left(\frac{24}{72}\right) \times \left(\frac{51}{102}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$9.- \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 6 \times 1}{3 \times 7 \times 4} = \frac{2 \times (2 \times 3) \times 1}{3 \times 7 \times (2 \times 2)} = \frac{1}{7}$$

$$10.- \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 4 \times 5}{4 \times 5 \times 6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$11.- \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{6 \times 7 \times 8}{7 \times 8 \times 9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$12.- \frac{7}{19} \times \frac{19}{13} \times \frac{26}{21} = \frac{7 \times 19 \times 26}{19 \times 13 \times 21} = \left(\frac{7}{21}\right) \times \left(\frac{19}{19}\right) \times \left(\frac{26}{13}\right) = \frac{2}{3}$$

$$13.- \frac{23}{34} \times \frac{17}{28} \times \frac{7}{69} = \left(\frac{17}{34}\right) \times \left(\frac{23}{69}\right) \times \left(\frac{7}{28}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{24}$$

$$14.- \frac{90}{51} \times \frac{41}{108} \times \frac{34}{82} = \left(\frac{34}{51}\right) \times \left(\frac{41}{82}\right) \times \left(\frac{90}{108}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{2 \times 1 \times 5}{3 \times 2 \times 6} = \frac{5}{18}$$

$$15.- \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{2 \times (2 \times 3) \times (2 \times 5) \times 1}{3 \times 5 \times 9 \times 8} = \frac{1}{9}$$

$$16.- \frac{7}{8} \times \frac{8}{11} \times \frac{22}{14} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{8}{8}\right) \times \left(\frac{22}{11}\right) \times \left(\frac{7}{14}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$17.- \frac{5}{6} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{14} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{5}{5}\right) \times \left(\frac{3}{6}\right) \times \left(\frac{7}{14}\right) \times \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{10}\right) = \\ = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 2 \times 2 \times 10} = \frac{1}{40}$$

$$18.- \frac{3}{5} \times \frac{17}{19} \times \frac{5}{34} \times \frac{38}{75} = \left(\frac{17}{34}\right) \times \left(\frac{5}{5}\right) \times \left(\frac{38}{19}\right) \times \left(\frac{3}{75}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{2}{1}\right) \times \left(\frac{3}{75}\right) = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 25} = \frac{1}{25}$$

B.- Productos de números mixtos:

$$1.- 1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$$

$$2.- 3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{13} = \frac{13}{4} \times \frac{14}{13} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$3.- 5\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{9} = \frac{21}{4} \times \frac{20}{9} = \frac{7}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$$

$$4.- 6\frac{2}{7} \times 1\frac{3}{11} = \frac{44}{7} \times \frac{14}{11} = \left(\frac{44}{11}\right) \times \left(\frac{14}{7}\right) = 4 \times 2 = 8$$

$$5.- 3\frac{1}{6} \times 2\frac{4}{19} = \frac{19}{6} \times \frac{42}{19} = \left(\frac{19}{19}\right) \times \left(\frac{42}{6}\right) = 1 \times 7 = 7$$

$$6.- 8\frac{1}{9} \times 1\frac{2}{73} = \frac{73}{9} \times \frac{75}{73} = \frac{75}{9} = 8\frac{3}{9} = 8\frac{1}{3}$$

$$7.- 14\frac{4}{5} \times 5\frac{5}{6} = \frac{74}{5} \times \frac{35}{6} = \frac{35}{5} \times \frac{74}{6} = 7 \times \frac{37}{3} = \frac{259}{3} = 86\frac{1}{3}$$

$$8.- 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{3}{3} \times \frac{4}{2} \times \frac{6}{5} = 1 \times \frac{2}{1} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$9.- 2\frac{5}{6} \times 3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{17} = \frac{17}{6} \times \frac{15}{4} \times \frac{18}{17} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{9}{1} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$$

$$10.- 9\frac{2}{9} \times 1\frac{1}{83} \times 2\frac{3}{21} = \frac{83}{9} \times \frac{84}{83} \times \frac{45}{21} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{5}{1} = 20$$

$$11.- 8\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{4} \times 1\frac{3}{25} = \frac{25}{3} \times \frac{21}{4} \times \frac{28}{25} = \frac{1}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{7}{1} = 49$$

$$12.- 10\frac{1}{10} \times 3\frac{1}{101} \times 1\frac{3}{152} = \frac{101}{10} \times \frac{304}{101} \times \frac{155}{152} = \frac{1}{10} \times \frac{2}{1} \times \frac{155}{1} = \frac{310}{10} = 31$$

$$13.- 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{9} \times 1\frac{1}{8} \times 1\frac{3}{5} = \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{9}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$14.- 2\frac{1}{7} \times 2\frac{4}{5} \times 3\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2} = \frac{15}{7} \times \frac{14}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{9}{2} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{9}{1} = 90$$

$$15.- 3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{11}{26} \times 1\frac{1}{37} = \frac{13}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{37}{26} \times \frac{38}{37} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{38}{1} = \frac{38}{6} = 6\frac{2}{6} = 6\frac{1}{3}$$

16.-

$$6\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{19} = \frac{19}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{16}{5} \times \frac{39}{19} = \left(\frac{19}{19}\right) \times \left(\frac{39}{3}\right) \times \left(\frac{16}{4}\right) \times \left(\frac{9}{5}\right) =$$

$$= 1 \times 13 \times 4 \times \left(\frac{9}{5}\right) = \frac{468}{5} = 93\frac{3}{5}$$

$$17.- 1\frac{2}{7} \times 1\frac{5}{9} \times 2\frac{1}{6} \times 2\frac{4}{7} = \frac{9}{7} \times \frac{14}{9} \times \frac{13}{6} \times \frac{18}{7} = 11\frac{378}{2646} = 11\frac{1}{7}$$

18.-

$$8\frac{2}{5} \times 2\frac{4}{7} \times 7\frac{1}{9} \times 2\frac{7}{10} = \frac{42}{5} \times \frac{18}{7} \times \frac{64}{9} \times \frac{27}{10} =$$

$$= \left(\frac{42}{7}\right) \times \left(\frac{64}{10}\right) \times \left(\frac{27}{9}\right) \times \left(\frac{18}{5}\right) = 6 \times \frac{32}{5} \times 3 \times \frac{18}{5} = 414\frac{18}{25}$$

$$8\frac{8}{7} \times 1\frac{47}{108} \times 3\frac{33}{61} \times 15\frac{1}{2} \times 1\frac{19}{31} = \frac{64}{7} \times \frac{155}{108} \times \frac{216}{61} \times \frac{31}{2} \times \frac{50}{31} =$$

$$19.- = \frac{64}{7} \times \frac{216}{108} \times \frac{155}{61} \times \frac{50}{2} = \frac{64}{7} \times 2 \times \frac{155}{61} \times 25 = \frac{496.000}{427} = 1161\frac{253}{427}$$

$$=$$

$$2\frac{4}{39} \times 2\frac{1}{6} \times 1\frac{1}{41} \times 4\frac{1}{3} \times 2\frac{4}{7} = \frac{82}{39} \times \frac{13}{6} \times \frac{42}{41} \times \frac{13}{3} \times \frac{18}{7} =$$

$$20.- = \frac{82}{41} \times \frac{13}{39} \times \frac{42}{6} \times \frac{13}{3} \times \frac{18}{7} = 2 \times \frac{1}{3} \times 7 \times \frac{13}{3} \times \frac{18}{7} = 2 \times 2 \times 13 = 52$$

C.- Producto de enteros por mixtos y por fracciones:

$$1.- 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 1 \times 3}{1 \times 3 \times 5} = \frac{3}{5}$$

$$2.- 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 2 = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{5 \times 1 \times 2}{2 \times 5 \times 1} = 1$$

$$3.- 3\frac{1}{4} \times \frac{2}{13} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{4} \times \frac{2}{13} \times \frac{1}{3} = \frac{13 \times 2 \times 1}{4 \times 13 \times 3} = \frac{1}{6}$$

$$4.- \frac{5}{6} \times \frac{9}{7} \times 2\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{5 \times 9 \times 7}{6 \times 7 \times 3} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$5.- 1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \times \frac{6}{35} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{6}{35} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

$$6.- \frac{7}{9} \times 2\frac{1}{4} \times \frac{18}{35} = \frac{7}{9} \times \frac{9}{4} \times \frac{18}{35} = \frac{7 \times 9 \times 18}{9 \times 4 \times 35} = \frac{1 \times 1 \times 9}{1 \times 2 \times 5} = \frac{9}{10}$$

$$7.- \frac{11}{12} \times 24 \times \frac{7}{121} = \frac{11}{12} \times \frac{24}{1} \times \frac{7}{121} = \frac{11 \times 24 \times 7}{12 \times 1 \times 121} = \frac{1 \times 2 \times 7}{1 \times 1 \times 11} = \frac{14}{11} = 1\frac{3}{11}$$

$$8.- \frac{5}{9} \times \frac{7}{8} \times 4\frac{1}{3} \times \frac{4}{35} = \frac{5}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{13}{3} \times \frac{4}{35} = \frac{1 \times 1 \times 13 \times 1}{9 \times 2 \times 3 \times 1} = \frac{13}{54}$$

$$9.- 13 \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times \frac{5}{26} = \frac{13}{1} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times \frac{5}{26} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 5}{1 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{5}{8}$$

$$10.- 2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{5} \times \frac{1}{637} = \frac{7}{3} \times \frac{13}{4} \times \frac{21}{5} \times \frac{1}{637} = \frac{7 \times 13 \times 7 \times 1}{1 \times 4 \times 5 \times 637} = \frac{1}{20}$$

$$11.- \frac{11}{18} \times 2\frac{1}{9} \times 36 \times \frac{1}{38} = \frac{11}{18} \times \frac{19}{9} \times \frac{36}{1} \times \frac{1}{38} = \frac{11 \times 1 \times 2 \times 1}{1 \times 9 \times 1 \times 2} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

$$12.- 7\frac{2}{3} \times \frac{11}{46} \times \frac{1}{121} \times 66 = \frac{23}{3} \times \frac{11}{46} \times \frac{1}{121} \times \frac{66}{1} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 22}{1 \times 2 \times 11 \times 1} = \frac{22}{22} = 1$$

$$13.- 19 \times 5\frac{3}{14} \times \frac{2}{73} \times \frac{7}{19} = \frac{19}{1} \times \frac{73}{14} \times \frac{2}{73} \times \frac{7}{19} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = 1$$

$$14.- 36 \times \frac{1}{84} \times \frac{14}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{36}{1} \times \frac{1}{84} \times \frac{14}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 9 \times 1} = \frac{1}{9}$$

$$15.- 5\frac{1}{8} \times \frac{1}{82} \times 6\frac{1}{3} \times 48 = \frac{41}{8} \times \frac{1}{82} \times \frac{19}{3} \times \frac{48}{1} = \frac{1 \times 1 \times 19 \times 2}{1 \times 2 \times 1 \times 1} = 19$$

16.-

$$9\frac{1}{3} \times 7\frac{5}{7} \times 20\frac{1}{3} \times \frac{1}{1708} = \frac{28}{3} \times \frac{54}{7} \times \frac{61}{3} \times \frac{1}{1708} = \frac{4 \times 6 \times 61 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1708} =$$

$$= \frac{1464}{1708} = \frac{(1464) \div (244)}{(1708) \div (244)} = \frac{6}{7}$$

$$1464 = (2)^3 (3)(61)$$

$$1708 = (2)^2 (7)(61)$$

$$m.c.d. = (2)^2 (61) = 244$$

17.-

$$\frac{11}{36} \times \frac{18}{121} \times 2\frac{3}{5} \times \frac{1}{169} \times 715 = \frac{11}{36} \times \frac{18}{121} \times \frac{13}{5} \times \frac{1}{169} \times \frac{715}{1} =$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 143}{2 \times 11 \times 1 \times 1 \times 13 \times 1} = \frac{143}{286} = \frac{1}{2}$$

18.-

$$7\frac{2}{9} \times 18 \times \frac{5}{13} \times 6\frac{1}{3} \times \frac{1}{20} = \frac{65}{9} \times \frac{18}{1} \times \frac{5}{13} \times \frac{19}{3} \times \frac{1}{20} =$$

$$= \frac{5}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{19}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5 \times 1 \times 1 \times 19 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 3 \times 2} = \frac{95}{6} = 15\frac{5}{6}$$

19.-

$$5\frac{2}{31} \times \frac{11}{157} \times \frac{62}{77} \times 21 \times 1\frac{1}{6} = \frac{157}{31} \times \frac{11}{157} \times \frac{62}{77} \times \frac{21}{1} \times \frac{7}{6} =$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 2 \times 7 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2} = 7$$

20.-

$$\frac{11}{26} \times 52 \times 3\frac{1}{13} \times 1\frac{6}{7} \times \frac{5}{33} = \frac{11}{26} \times \frac{52}{1} \times \frac{40}{13} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{33} =$$

$$= \frac{1 \times 4 \times 40 \times 1 \times 5}{2 \times 1 \times 1 \times 7 \times 3} = \frac{800}{42} = 19\frac{2}{42} = 19\frac{1}{21}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #18.

Tema: Multiplicación de fracciones combinadas con sumas y restas.

Ejercicios misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para multiplicar dos o más fracciones se multiplican los numeradores y este producto se divide por el producto de los denominadores. El resultado se simplifica.

El producto de un número natural por una fracción es otra fracción que tiene como numerador el producto del número natural por el numerador de la fracción original y como denominador el mismo denominador de la fracción.

En el producto de dos o más fracciones también se cumple la propiedad de que el orden de los factores no altera el resultado. Esta propiedad permite reordenar las cifras del numerador y del denominador facilitando la simplificación de varias de ellas antes de efectuar los productos.

Ejemplo #1:

$$\text{Multiplicar: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

Ejemplo #2:

$$\text{Multiplicar: } 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

Ejemplo #3:

$$\text{Multiplicar: } \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{17}{8} = \frac{5 \times 3 \times 17}{7 \times 4 \times 8} = \frac{255}{224} = 1 \frac{31}{224}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Multiplicar: } \frac{4}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

Para multiplicar números mixtos, se transforman éstos en fracciones y luego se efectúa la multiplicación.

Ejemplo #5:

$$\text{Multiplicar: } 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{4}{5} \times 4 \frac{1}{9} = \frac{17}{3} \times \frac{14}{5} \times \frac{37}{9} = \frac{17 \times 14 \times 37}{3 \times 5 \times 9} = \frac{8806}{135} = 65 \frac{31}{135}$$

Para multiplicar entero, mixto y fracción a los enteros se pone por denominador la unidad, los mixto se transforman en fracciones y se multiplican todos como fracciones.

Ejemplo #6:

$$\text{Multiplicar: } 14 \times 3 \frac{4}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{14}{1} \times \frac{19}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{19}{5 \times 4} = \frac{19}{20}$$

PREGUNTAS:

Ejercicios misceláneos:

1.-

$$\left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}\right) \times 5 \frac{1}{16} = \left(\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{81}{16} = \frac{3 \times 1 \times 81}{5 \times 3 \times 16} = \frac{81}{80} = 1 \frac{1}{80}$$

2.-

$$16 \times \left(14 \frac{1}{16} \times 5 \frac{1}{6}\right) = \frac{16}{1} \times \frac{225}{16} \times \frac{31}{6} = \frac{1 \times 225 \times 31}{1 \times 1 \times 6} = \frac{6975}{6} = 1162 \frac{3}{6} = 1162 \frac{1}{2}$$

3.-

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times 6 = \left(\frac{3-2}{6}\right) \times 6 = \left(\frac{1}{6}\right) \times 6 = 1$$

4.-

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{5} = \left(\frac{4+6}{8}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{10}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$$

5.-

$$\left(1 - \frac{3}{8}\right) \times 1\frac{3}{5} = \left(\frac{8-3}{8}\right) \times \frac{8}{5} = \left(\frac{8-3}{8}\right) \times \frac{8}{5} = \frac{5}{8} \times \frac{8}{5} = 1$$

6.-

$$72 \times \left(\frac{7}{8} + \frac{2}{9}\right) = \frac{72}{1} \times \left(\frac{63+16}{72}\right) = \frac{72}{1} \times \frac{79}{72} = 79$$

7.-

$$\left(5\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) \times 3 = \left(\frac{17}{3} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{1} = \left(\frac{51}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{3}{1} = \frac{49}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{49}{3} = 16\frac{1}{3}$$

8.-

$$\left(4 + 2\frac{3}{5}\right) \times \frac{1}{66} = \left(\frac{4}{1} + \frac{13}{5}\right) \times \frac{1}{66} = \left(\frac{20+13}{5}\right) \times \frac{1}{66} = \frac{33}{5} \times \frac{1}{66} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

9.-

$$\left(8 - \frac{2}{9}\right) \times \frac{1}{35} = \left(\frac{72}{9} - \frac{2}{9}\right) \times \frac{1}{35} = \frac{70}{9} \times \frac{1}{35} = \frac{1}{9}$$

10.-

$$\left(16\frac{3}{5} - \frac{7}{10}\right) \times \frac{1}{159} = \left(\frac{83}{5} - \frac{7}{10}\right) \times \frac{1}{159} = \frac{(166-7)}{10} \times \frac{1}{159} = \frac{159}{10} \times \frac{1}{159} = \frac{1}{10}$$

11.-

$$\left(\frac{1}{8} + 5\frac{1}{4} - \frac{1}{20}\right) \times 9\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{8} + \frac{21}{4} - \frac{1}{20}\right) \times \frac{145}{16} = \left(\frac{5+210-2}{40}\right) \times \frac{145}{16} = \frac{213}{40} \times \frac{145}{16} = \frac{30885}{640} = 48\frac{165}{640} = 48\frac{33}{128}$$

12.-

$$\begin{aligned} \left(1\frac{3}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}\right) \times \frac{2}{3} &= \left(\frac{7}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}\right) \times \frac{2}{3} = \left(\frac{28-2-1}{16}\right) \times \frac{2}{3} = \\ &= \frac{25}{16} \times \frac{2}{3} = \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24} \end{aligned}$$

13.-

$$\begin{aligned} \left(7\frac{2}{9}+5\frac{1}{6}-12\frac{5}{18}\right) \times 27 &= \left(\frac{65}{9}+\frac{31}{6}-\frac{221}{18}\right) \times \frac{27}{1} = \\ &= \left(\frac{130}{18}+\frac{93}{18}-\frac{221}{18}\right) \times \frac{27}{1} = \left(\frac{223-221}{18}\right) \times \frac{27}{1} = \left(\frac{2}{18}\right) \times \frac{27}{1} = \\ &= \left(\frac{1}{9}\right) \times \frac{27}{1} = 3 \end{aligned}$$

14.-

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \times \left(10\frac{1}{4} \times \frac{1}{16}\right) \times 2\frac{1}{40} &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{41}{4} \times \frac{1}{16}\right) \times \frac{81}{40} = \frac{1 \times 41 \times 1 \times 81}{3 \times 2 \times 16 \times 40} = \\ &= \frac{3321}{3840} = \frac{(3321) \div (3)}{(3840) \div (3)} = \frac{1107}{1280} \end{aligned}$$

15.-

$$\begin{aligned} \left(2+\frac{1}{4}\right) \times \left(6-\frac{1}{30}\right) &= \left(\frac{8}{4}+\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{180}{30}-\frac{1}{30}\right) = \left(\frac{9}{4}\right) \times \frac{179}{30} = \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{179}{10} = \frac{537}{40} = 13\frac{17}{40} \end{aligned}$$

16.-

$$\begin{aligned} \left(2-\frac{1}{4}\right) \times \left(6+\frac{1}{30}\right) &= \left(\frac{8}{4}-\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{180}{30}+\frac{1}{30}\right) = \left(\frac{7}{4}\right) \times \left(\frac{181}{30}\right) = \\ &= \frac{7 \times 181}{4 \times 30} = \frac{1267}{120} = 10\frac{67}{120} \end{aligned}$$

17.-

$$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{8-3}{12}\right) \times \left(\frac{8+9}{12}\right) = \frac{5}{12} \times \frac{17}{12} = \frac{85}{144}$$

18.-

$$\begin{aligned} & \left(7\frac{2}{5} + 5\frac{1}{6}\right) \times \left(28\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{37}{5} + \frac{31}{6}\right) \times \left(\frac{112}{4} + \frac{7}{4}\right) = \\ & = \left(\frac{222+155}{30}\right) \times \left(\frac{112+7}{4}\right) = \left(\frac{377}{30}\right) \times \left(\frac{119}{4}\right) = \frac{44863}{120} = 373\frac{93}{120} \end{aligned}$$

19.-

$$\begin{aligned} & \left(11\frac{1}{10} - 10\right) \times \left(13 - 9\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{111}{10} - 10\right) \times \left(13 - \frac{47}{5}\right) = \\ & = \left(\frac{111-100}{10}\right) \times \left(\frac{65-47}{5}\right) = \frac{11}{10} \times \frac{18}{5} = \frac{198}{50} = 3\frac{48}{50} = 3\frac{24}{25} \end{aligned}$$

20.-

$$\left(\frac{7}{8} + \frac{2}{9}\right) \times \left(36 \times \frac{1}{79}\right) = \left(\frac{63+16}{72}\right) \times \frac{36}{79} = \left(\frac{79}{72}\right) \times \left(\frac{36}{79}\right) = \frac{1}{2}$$

21.-

$$\left(\frac{11}{180} - \frac{1}{45}\right) \times \left(90 \times \frac{1}{14}\right) = \left(\frac{11-4}{180}\right) \times \frac{90}{14} = \frac{7}{180} \times \frac{90}{14} = \frac{1}{4}$$

22.-

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \left(6 - \frac{1}{11}\right) = \left(\frac{30-5-3}{15}\right) \times \left(\frac{66-1}{11}\right) = \frac{22}{15} \times \frac{65}{11} = \\ & = \left(\frac{22}{11}\right) \times \left(\frac{65}{15}\right) = 2 \times \frac{13}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3} \end{aligned}$$

23.-

$$\begin{aligned} & \left(\frac{9}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) \times 8 = \left(3 - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) \times 8 = \left(\frac{48-4-2-1}{16}\right) \times 8 = \\ & \left(\frac{41}{16}\right) \times 8 = \frac{41}{2} = 20\frac{1}{2} \end{aligned}$$

24.-

$$\left(9\frac{1}{12} + \frac{7}{16} - 2\frac{1}{3} - 2\right) \times 1\frac{1}{83} = \left(\frac{109}{12} + \frac{7}{16} - \frac{7}{3} - 2\right) \times \frac{84}{83} =$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$16 = (2)^4$$

$$3 = (3)(1)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3) = 48$$

$$\left(\frac{109}{12} + \frac{7}{16} - \frac{7}{3} - 2\right) \times \frac{84}{83} = \left(\frac{436 + 21 - 112 - 96}{48}\right) \times \frac{84}{83} =$$

$$= \frac{249}{48} \times \frac{84}{83} = \frac{249}{6} \times \frac{84}{83} = \frac{249}{4} \times \frac{7}{83} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

25.-

$$\left(\frac{5}{24} - \frac{1}{32}\right) \times \left(\frac{7}{8} + \frac{1}{80} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{20-3}{96}\right) \times \left(\frac{70+1-20}{80}\right) =$$

$$= \frac{17}{96} \times \frac{51}{80} = \frac{17}{32} \times \frac{17}{80} = \frac{289}{2560}$$

26.-

$$\left(\frac{3}{16} + \frac{1}{4} - \frac{1}{40}\right) \times \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{90} - \frac{1}{3}\right) =$$

$$16 = (2)^4$$

$$4 = (2)^2$$

$$40 = (2)^3 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^4 (5) = 80$$

$$\left(\frac{15+20-2}{80}\right) \times \left(\frac{40+1-30}{90}\right) = \left(\frac{33}{80}\right) \times \left(\frac{11}{90}\right) = \frac{363}{7200} =$$

$$= \frac{(363) \div (3)}{(7200) \div (3)} = \frac{121}{2400}$$

27.-

$$\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4}\right) \times \left(3 + 4\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) = \left(\frac{7}{3} + \frac{13}{4}\right) \times \left(\frac{48}{16} + \frac{17}{4} + \frac{1}{16}\right) =$$

$$\left(\frac{28+39}{12}\right) \times \left(\frac{48+68+1}{16}\right) = \left(\frac{67}{12}\right) \times \left(\frac{117}{16}\right) = \frac{7839}{192} =$$

$$= 40\frac{159}{192} = 40\frac{53}{64}$$

28.-

$$150 \times \left(\frac{9}{32} + 5 + \frac{1}{16}\right) \times \frac{1}{14} = 150 \times \left(\frac{9+160+2}{32}\right) \times \frac{1}{14} =$$

$$= \frac{150}{1} \times \left(\frac{171}{32}\right) \times \frac{1}{14} = \frac{150 \times 171}{32 \times 14} = \frac{25650}{448} = 57\frac{114}{448} = 57\frac{57}{224}$$

29.-

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{60} + \frac{10}{25}\right) \times 5\frac{4}{15} = \left(\frac{5-3}{15}\right) \times \left(\frac{5+120}{300}\right) \times \frac{79}{15} =$$

$$60 = (2)^2 (3)(5)$$

$$25 = (5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^2 (3)(5)^2 = 300$$

$$\frac{2}{15} \times \left(\frac{125}{300}\right) \times \frac{79}{15} = \frac{2}{15} \times \frac{5}{12} \times \frac{79}{15} = \frac{790}{2700} = \frac{79}{270}$$

30.-

$$\left(3\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) \times \left(6 - \frac{2}{3}\right) \times \left(5\frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) = \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{18-2}{3}\right) \times \left(\frac{21}{4} + \frac{1}{12}\right) =$$

$$= \left(\frac{28+1}{8}\right) \times \left(\frac{16}{3}\right) \times \left(\frac{63+1}{12}\right) = \frac{29}{8} \times \frac{16}{3} \times \frac{64}{12} = \frac{29}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{16}{3} =$$

$$= \frac{928}{9} = 103\frac{1}{9}$$

Ejercicios de fracción de fracción:

1.-

$$\frac{2}{3} \text{ de } 12 =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{12}{1} = 2 \times 4 = 8$$

2.-

$$\frac{5}{6} \text{ de } 42 =$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{42}{1} = 5 \times 7 = 35$$

3.-

$$\frac{7}{8} \text{ de } 108 =$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{108}{1} = \frac{7 \times 108}{8} = \frac{756}{8} = 94\frac{4}{8} = 94\frac{1}{2}$$

4.-

$$\frac{2}{9} \text{ de } 13 =$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{13}{1} = \frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}$$

5.-

$$\frac{11}{12} \text{ de } 96 =$$

$$\frac{11}{12} \times \frac{96}{1} = \frac{1056}{12} = 88$$

6.-

$$\frac{9}{17} \text{ de } 51 =$$

$$\frac{9}{17} \times \frac{51}{1} = 9 \times \frac{51}{17} = 9 \times 3 = 27$$

7.-

$$\frac{3}{4} \text{ de } 81 =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{81}{1} = \frac{243}{4} = 60 \frac{3}{4}$$

8.-

$$\frac{3}{5} \text{ de } \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{3}{3}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$$

9.-

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{3}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

10.-

$$\frac{6}{5} \text{ de } \frac{2}{9} =$$

$$\frac{6}{5} \times \frac{2}{9} = \left(\frac{6}{9}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{15}$$

11.-

$$\frac{11}{7} \text{ de } \frac{35}{22} =$$

$$\frac{11}{7} \times \frac{35}{22} = \left(\frac{11}{22}\right) \times \left(\frac{35}{7}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

12.-

$$\frac{18}{41} \text{ de } 164 =$$

$$\frac{18}{41} \times \frac{164}{1} = \frac{18 \times 164}{41} = \frac{2952}{41} = 72$$

13.-

$$\frac{3}{8} \text{ de } 3\frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{10}{3} = \left(\frac{3}{3}\right) \times \left(\frac{10}{8}\right) = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

14.-

$$\frac{5}{9} \text{ de } 2\frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{9} \times \frac{9}{4} = \left(\frac{9}{9}\right) \times \left(\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

15.-

$$\frac{7}{10} \text{ de } 9\frac{1}{7} =$$

$$\frac{7}{10} \times \frac{64}{7} = \left(\frac{7}{7}\right) \times \left(\frac{64}{10}\right) = 6\frac{4}{10} = 6\frac{2}{5}$$

16.-

$$\frac{10}{11} \text{ de } 2\frac{4}{9} =$$

$$\frac{10}{11} \times \frac{22}{9} = \left(\frac{22}{11}\right) \times \left(\frac{10}{9}\right) = \frac{2 \times 10}{9} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$$

17.-

$$\frac{5}{13} \text{ de } 5\frac{5}{12} =$$

$$\frac{5}{13} \times \frac{65}{12} = \left(\frac{65}{13}\right) \times \left(\frac{5}{12}\right) = \frac{5 \times 5}{12} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

18.-

$$\frac{7}{29} \text{ de } 84\frac{1}{10} =$$

$$\frac{7}{29} \times \frac{841}{10} = \left(\frac{841}{29}\right) \times \left(\frac{7}{10}\right) = \frac{29 \times 7}{10} = \frac{203}{10} = 20\frac{3}{10}$$

Fracciones múltiples:

1.-

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } 12 =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{12}{1} = \frac{2 \times 1 \times 12}{3 \times 2 \times 1} = \frac{24}{6} = 4$$

2.-

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{5} \text{ de } 40 =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{40}{1} = \frac{3 \times 1 \times 40}{4 \times 5 \times 1} = \frac{120}{20} = 6$$

3.-

$$\frac{5}{6} \text{ de } \frac{1}{9} \text{ de } 108 =$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{108}{1} = \frac{5 \times 108}{54} = 5 \times 2 = 10$$

4.-

$$\frac{3}{7} \text{ de } \frac{1}{10} \text{ de } 140 =$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{1}{10} \times \frac{140}{1} = \frac{3 \times 140}{70} = 3 \times 2 = 6$$

5.-

$$\frac{3}{8} \text{ de los } \frac{3}{5} \text{ de } 120 =$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{5} \times \frac{120}{1} = \frac{9 \times 120}{40} = 9 \times 3 = 27$$

6.-

$$\frac{2}{7} \text{ de los } \frac{3}{8} \text{ de } 112 =$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{3}{8} \times \frac{112}{1} = \frac{6 \times 14}{7} = 6 \times 2 = 12$$

7.-

$$\frac{5}{11} \text{ de los } \frac{7}{9} \text{ de } 33 =$$

$$\frac{5}{11} \times \frac{7}{9} \times \frac{33}{1} = \frac{5 \times 7 \times 11}{11 \times 3 \times 1} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

8.-

$$\frac{5}{6} \text{ de la mitad de } 84 =$$
$$\frac{5}{6} \times \frac{84}{2} = \frac{5}{6} \times \frac{42}{1} = \frac{210}{6} = 35$$

9.-

$$\frac{7}{11} \text{ de los } \frac{6}{5} \text{ de } 440 =$$
$$\frac{7}{11} \times \frac{6}{5} \times \frac{440}{1} = \frac{42}{11} \times \left(\frac{440}{5} \right) = 42 \times 8 = 336$$

10.-

$$\frac{3}{8} \text{ de los } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } 96 =$$
$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{96}{1} = \frac{96}{8} = 12$$

11.-

$$\frac{5}{6} \text{ de los } \frac{3}{5} \text{ del triple de } 40 =$$
$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} \times 3 \times 40 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{120}{1} = \frac{120}{2} = 60$$

12.-

$$\frac{1}{4} \text{ de los } \frac{5}{6} \text{ de } \frac{1}{8} \text{ de } 16 =$$
$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{8} \times \frac{16}{1} = \frac{5 \times 2}{4 \times 6} = \frac{5 \times 1}{4 \times 3} = \frac{5}{12}$$

13.-

$$\frac{5}{9} \text{ de los } \frac{8}{40} \text{ de los } \frac{5}{7} \text{ del doble de } 50 =$$
$$\frac{5}{9} \times \frac{8}{40} \times \frac{5}{7} \times 2 \times 50 = \frac{5}{9} \times \frac{40}{40} \times \frac{1}{7} \times \frac{100}{1} = \frac{500}{63} = 7 \frac{59}{63}$$

14.-

$$\frac{4}{9} \text{ de los } \frac{5}{6} \text{ de la mitad del triple de } 200 =$$
$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{6} \times \frac{3 \times 200}{2} = \frac{4}{9} \times \frac{5}{6} \times \frac{300}{1} = \frac{4}{9} \times \frac{5}{1} \times \frac{50}{1} = \frac{1000}{9} = 111 \frac{1}{9}$$

15.-

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #18 Sexto grado Multiplicación de fracciones combinadas con sumas y restas. Ejercicios misceláneos

$$\frac{3}{4} \text{ de los } \frac{1}{10} \text{ del triple de los } \frac{7}{12} \text{ de } \frac{1}{5} \text{ de } 5\frac{1}{3} =$$
$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{1} \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{5} \times \frac{16}{3} = \frac{1 \times 1 \times 3 \times 7 \times 1 \times 1}{1 \times 10 \times 1 \times 3 \times 5 \times 1} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 7 \times 1 \times 1}{1 \times 10 \times 1 \times 1 \times 5 \times 1} = \frac{7}{50}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #19.

Tema: Multiplicación de fracciones combinadas con sumas y restas.

Problemas misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para multiplicar dos o más fracciones se multiplican los numeradores y este producto se divide por el producto de los denominadores. El resultado se simplifica.

El producto de un número natural por una fracción es otra fracción que tiene como numerador el producto del número natural por el numerador de la fracción original y como denominador el mismo denominador de la fracción.

En el producto de dos o más fracciones también se cumple la propiedad de que el orden de los factores no altera el resultado. Esta propiedad permite reordenar las cifras del numerador y del denominador facilitando la simplificación de varias de ellas antes de efectuar los productos.

Ejemplo #1:

$$\text{Multiplicar: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

Ejemplo #2:

$$\text{Multiplicar: } 2 \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

Ejemplo #3:

$$\text{Multiplicar: } \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{17}{8} = \frac{5 \times 3 \times 17}{7 \times 4 \times 8} = \frac{255}{224} = 1 \frac{31}{224}$$

Ejemplo #4:

$$\text{Multiplicar: } \frac{4}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

Para multiplicar números mixtos, se transforman éstos en fracciones y luego se efectúa la multiplicación.

Ejemplo #5:

$$\text{Multiplicar: } 5 \frac{2}{3} \times 2 \frac{4}{5} \times 4 \frac{1}{9} = \frac{17}{3} \times \frac{14}{5} \times \frac{37}{9} = \frac{17 \times 14 \times 37}{3 \times 5 \times 9} = \frac{8806}{135} = 65 \frac{31}{135}$$

Para multiplicar entero, mixto y fracción a los enteros se pone por denominador la unidad, los mixto se transforman en fracciones y se multiplican todos como fracciones.

Ejemplo #6:

$$\text{Multiplicar: } 14 \times 3 \frac{4}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{14}{1} \times \frac{19}{5} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{14} = \frac{19}{5 \times 4} = \frac{19}{20}$$

PREGUNTAS:

1.- A \$ $\frac{7}{8}$ por kg. de una mercancía; ¿ cuánto valen 8,0 kgs?, ¿Cuánto 12 kgs.?

Solución:

$$(a).- \frac{7}{8} \times 8 = 7,0(\$)$$

$$(b).- \frac{7}{8} \times 12 = \frac{84}{8} = 10 \frac{4}{8} = 10 \frac{1}{2}(\$)$$

2.- Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto en cada hora; ¿ cuánto adelantará en 5 horas, ¿ cuánto en medio día?; ¿cuánto en una semana?

Solución:

$$(a) 5(\text{horas}) \Rightarrow \frac{3}{7} \times 5 = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}(\text{min.})$$

$$(b).- 12(\text{horas}) \Rightarrow \frac{3}{7} \times 12 = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}(\text{min.})$$

$$1,0(\text{semana}) \Rightarrow 7 \times 24(\text{horas}) = 168(\text{horas}) \Rightarrow$$

$$\textcircled{c}.- \Rightarrow \frac{3}{7} \times 168 = \frac{504}{7} = 72(\text{min}) \Rightarrow 1(h)12(\text{min.})$$

3.- Tengo \$86. Si compro 3 libros de \$ $1\frac{1}{8}$ cada uno y seis objetos de a \$ $\frac{7}{8}$ cada uno. ¿Cuánto me queda?.

Solución:

$$86 - (3) \times \left(1\frac{1}{8}\right) - (6) \times \left(\frac{7}{8}\right) = 86 - (3) \times \left(\frac{9}{8}\right) - (6) \times \left(\frac{7}{8}\right) =$$

$$86 - \frac{27}{8} - \frac{42}{8} = \frac{86 \times 8 - 27 - 42}{8} = \frac{688 - 27 - 42}{8} = \frac{619}{8} = 77\frac{3}{8}(\$)$$

4.- Para hacer un metro de una obra un obrero emplea 6 horas. ¿ Cuánto empleará para hacer $14\frac{2}{3}(m)$? ¿Cuánto para $18\frac{5}{33}(m)$?.

Solución:

$$(a).- 14\frac{2}{3} = \frac{44}{3} \Rightarrow 6 \times \frac{44}{3} = 2 \times 44 = 88(\text{horas})$$

$$(b).- 18\frac{5}{33} = \frac{599}{33} \Rightarrow 6 \times \frac{599}{33} = \frac{2 \times 599}{11} = \frac{1198}{11} = 108\frac{10}{11}(\text{horas})$$

5.- Compré tres sombreros a \$ $2\frac{3}{5}$ cada uno; seis camisas a \$ $3\frac{3}{4}$ cada una. Si doy para pagar un billete de \$50, ¿ cuánto me devuelven?.

Solución:

$$50 - (3) \times \left(2\frac{3}{5}\right) - (6) \times \left(3\frac{3}{4}\right) = 50 - (3) \times \left(\frac{13}{5}\right) - (6) \times \left(\frac{15}{4}\right) =$$

$$= 50 - \frac{39}{5} - \frac{90}{4} = \frac{(20) \times (50) - (4) \times (39) - (5)(90)}{20} = \frac{1000 - 156 - 450}{20} =$$

$$= \frac{394}{20} = 19 \frac{14}{20} = 19 \frac{7}{10} (\$)$$

6.- Tenía $\$54 \frac{2}{3}$. Compré 8 plumas fuentes a $\$4 \frac{1}{4}$ cada una, 9 libros a $\$2 \frac{1}{4}$ cada uno

y luego un amigo me paga $\$15 \frac{3}{16}$. ¿Cuánto tengo ahora?.

Solución:

$$54 \frac{2}{3} - (8) \times \left(4 \frac{1}{4}\right) - (9) \times \left(2 \frac{1}{4}\right) + 15 \frac{3}{16} = \frac{164}{3} - (8) \times \frac{17}{4} - (9) \times \frac{9}{4} + \frac{243}{16} = \frac{164}{3} - \frac{136}{4} - \frac{81}{4} + \frac{243}{16} =$$

$$= \frac{164}{3} - \frac{217}{4} + \frac{243}{16} =$$

$$3 = (3) \times (1)$$

$$4 = (2)^2$$

$$16 = (2)^4$$

$$m.c.m. = (2)^4 (3) = 48$$

$$\frac{164 \times \left(\frac{48}{3}\right) - (217) \times \left(\frac{48}{4}\right) + (153) \times \left(\frac{48}{16}\right)}{48} = \frac{2624 - 2604 + 459}{48} =$$

$$= \frac{479}{48} = 9 \frac{47}{48} (\$)$$

7.- Si de una soga de 40 metros de longitud se cortan tres pedazos iguales de $5 \frac{2}{3}(m)$ de

longitud cada uno, ¿cuánto falta a lo que queda para tener $31 \frac{5}{8}(m)$?

Solución:

$$40 - (3) \times \left(5 \frac{2}{3}\right) = 40 - (3) \times \left(\frac{17}{3}\right) = 40 - 17 = 23(m)$$

$$31 \frac{5}{8} - 23 = \frac{253}{8} - 23 = \frac{253 - 184}{8} = \frac{69}{8} = 8 \frac{5}{8}(m)$$

8.- Si compro 10 libros a $\$ \frac{4}{5}$ cada uno entrego en pago 2 metros de tela de valor $\$1 \frac{5}{8}$ por metro, ¿cuánto debo?.

Solución:

$$10 \times \frac{4}{5} - 2 \times 1 \frac{5}{8} = 10 \times \frac{4}{5} - 2 \times \frac{13}{8} = \frac{40}{5} - \frac{26}{8} = 8 - \frac{26}{8} = \\ = \frac{64 - 26}{8} = \frac{38}{8} = 4 \frac{6}{8} = 4 \frac{3}{4} (\$)$$

9.- Compré 16 caballos a $\$80\frac{1}{5}$ cada uno, y los vendía $\$90\frac{3}{10}$ cada uno. ¿Cuánto gané?

Solución:

$$\text{Ganancia por un caballo: } 90\frac{3}{10} - 80\frac{1}{5} = \frac{903}{10} - \frac{401}{5} = \frac{903 - 2 \times 401}{10} = \frac{903 - 802}{10} = \frac{101}{10}$$

$$\text{Ganancia total: } 16 \times \frac{101}{10} = 8 \times \frac{101}{5} = \frac{808}{5} = 161\frac{3}{5} (\$)$$

10.- A $\$ \frac{11}{10}$ el saco de naranja, ¿cuánto pagaré por tres docenas de sacos?.

Solución:

Tres docenas de sacos = 36 sacos.

$$\frac{11}{10} \times 36 = \frac{396}{10} = 39 \frac{6}{10} = 39 \frac{3}{5} (\$)$$

11.- Tenía \$40 y gasté los $\frac{3}{8}$. ¿Cuánto me queda?.

Solución:

$$40 - 40 \times \frac{3}{8} = 40 - 5 \times 3 = 40 - 15 = 25 (\$)$$

12.- Si tengo \$25 y hago compras por los $\frac{6}{5}$ de esta cantidad, ¿cuánto debo?.

Solución:

$$\text{Gasté en compras: } \frac{6}{5} \times 25 = 30 (\$)$$

$$\text{Debo: } 30 - 25 = 5,0 (\$)$$

13.- Un hombre es dueño de los $\frac{3}{4}$ de un velero y vende $\frac{3}{11}$ de su parte. ¿Qué parte del velero ha vendido?

Solución:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{11} = \frac{9}{44}$$

14.- Si me deben una cantidad igual a los $\frac{7}{8}$ de \$96 y me pagan los $\frac{3}{4}$ de lo que me deben. ¿Cuánto me dene aún?.

Solución:

$$\text{Me deben: } \frac{7}{8} \times 96 = 84(\$)$$

$$\text{Me pagaron: } \frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \times 96 = 63$$

$$\text{Todavía me deben} = 84 - 63 = 21(\$).$$

15.- Un hombre es dueño de los $\frac{2}{5}$ de una finca y vende $\frac{1}{2}$ de su parte. ¿Qué parte de la finca le queda?

Solución:

$$\text{El hombre vendió: } \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Al hombre le queda: } \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$$

16.- Un mechero consume $\frac{3}{4}$ (kg) de aceite por día. ¿Cuánto consumirá en $\frac{5}{6}$ de día?

Solución:

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}(\text{kg})$$

17.- Si un auto se mueve a 60 kilómetros por hora, ¿cuánto recorrerá en $\frac{3}{5}$ (hora); $\frac{1}{8}$ (hora); $\frac{2}{11}$ (hora); $\frac{1}{9}$ (hora)?

Solución:

$$\text{(a).- } 60 \times \frac{3}{5} = 36(\text{km})$$

$$(b).- 60 \times \frac{1}{8} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}(km)$$

$$©.- 60 \times \frac{2}{11} = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}(km)$$

$$(d).- 60 \times \frac{7}{9} = \frac{20 \times 7}{3} = \frac{140}{3} = 46\frac{2}{3}(km)$$

18.- Un obrero llega a un acuerdo de hacer una obra por \$200 y hace los $\frac{7}{20}$ de ella.
¿Cuánto cobró?

Solución:

$$200 \times \frac{7}{20} = \frac{1400}{20} = 70(\$)$$

19.- Un obrero acuerda hacer una obra en \$300 y ya ha cobrado una cantidad equivalente a los $\frac{11}{15}$ de la obra. ¿Cuánto le falta por cobrar?

$$300 \times \left(1 - \frac{11}{15}\right) = 300 \times \left(\frac{15-11}{15}\right) = 300 \times \frac{4}{15} = \frac{1200}{15} = 80(\$)$$

20.- ¿Cuántos litros hay que sacar de un tonel de 560 litros para que queden en él los $\frac{6}{7}$ del contenido?

Solución:

$$560 \times \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 560 \times \left(\frac{7-6}{7}\right) = \frac{560}{7} = 80(l)$$

21.- La edad de María es $\frac{1}{2}$ de los $\frac{2}{3}$ de la edad de Juana. Si ésta tiene 24 años. ¿Cuántos tiene María?.

Solución:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 24 = \frac{24}{3} = 8(años)$$

22.- Me deben los $\frac{3}{4}$ de \$88. Si me pagan los $\frac{2}{11}$ de \$88, ¿cuánto me deben?.

Solución:

$$88 \times \frac{3}{4} - 88 \times \frac{2}{11} = 66 - 16 = 50(\$)$$

23.- En un colegio hay 324 alumnos y el número de alumnas es el $\frac{7}{18}$ del total.
¿Cuántos varones hay?

Solución:

$$\text{Número de varones: } 324 \times \left(1 - \frac{7}{18}\right) = 324 \times \left(\frac{18}{18} - \frac{7}{18}\right) = 324 \times \frac{11}{18} = 198(\text{var ones})$$

24.- De una finca de 20 hectáreas, se venden los $\frac{2}{5}$ y se alquilan los $\frac{3}{4}$ del resto.
¿Cuánto queda?

Solución:

$$\begin{aligned} 20 - \frac{2}{5} \times 20 - \frac{3}{4} \times 20 \left(1 - \frac{2}{5}\right) &= 20 \times \left[1 - \frac{2}{5} - \left(\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)\right] = \\ &= 20 \times \left[\frac{3}{5} - \frac{9}{20}\right] = 20 \times \left(\frac{12-9}{20}\right) = 3(\text{hect.}) \end{aligned}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 20.

Tema: División de fracciones.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el divisor invertido. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{14}{55} \div \frac{8}{35} \Rightarrow \frac{14}{55} \times \frac{35}{8} = \frac{14 \times 35}{55 \times 8} = \frac{7 \times 7}{11 \times 4} = \frac{49}{44} = 1 \frac{5}{44}$$

Para dividir un número entero por una fracción se pone al entero por denominador a la unidad y se dividen entonces como fracciones.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } 150 \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \times \frac{83}{16} = \frac{75 \times 83}{8} = \frac{6225}{8} = 778 \frac{1}{8}$$

Para dividir dos números mixto se transforman en fracciones y luego se efectúa la división como se explicó anteriormente.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 14 \frac{1}{12} \div 5 \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \div \frac{46}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \times \frac{9}{46} = \frac{169 \times 3}{4 \times 46} = \frac{507}{184} = 2 \frac{139}{184}$$

PREGUNTAS:

División de una fracción por otra fracción:

1.-

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{10} =$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{3 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6}{7}$$

2.-

$$\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 1}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$$

3.-

$$\frac{7}{8} \div \frac{14}{9} =$$

$$\frac{7}{8} \div \frac{14}{9} = \frac{7}{8} \times \frac{9}{14} = \frac{1 \times 9}{8 \times 2} = \frac{9}{16}$$

4.-

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} =$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{1 \times 7}{5 \times 2} = \frac{7}{10}$$

5.-

$$\frac{8}{9} \div \frac{4}{3} =$$

$$\frac{8}{9} \div \frac{4}{3} = \frac{8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$$

6.-

$$\frac{6}{11} \div \frac{5}{22} =$$

$$\frac{6}{11} \div \frac{5}{22} = \frac{6}{11} \times \frac{22}{5} = \frac{6 \times 2}{1 \times 5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

7.-

$$\frac{5}{12} \div \frac{3}{4} =$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{12} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 1}{3 \times 3} = \frac{5}{9}$$

8.-

$$\frac{11}{14} \div \frac{7}{22} =$$

$$\frac{11}{14} \div \frac{7}{22} = \frac{11}{14} \times \frac{22}{7} = \frac{242}{98} = 2 \frac{46}{98} = 2 \frac{23}{49}$$

9.-

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{6} =$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{8} \times \frac{6}{5} = \frac{3 \times 3}{4 \times 5} = \frac{9}{20}$$

10.-

$$\frac{19}{21} \div \frac{38}{7} =$$

$$\frac{19}{21} \div \frac{38}{7} = \frac{19}{21} \times \frac{7}{38} = \frac{1 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

11.-

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{3} =$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

12.-

$$\frac{21}{30} \div \frac{6}{7} =$$

$$\frac{21}{30} \div \frac{6}{7} = \frac{21}{30} \times \frac{7}{6} = \frac{7 \times 7}{10 \times 6} = \frac{49}{60}$$

13.-

$$\frac{25}{32} \div \frac{5}{8} =$$

$$\frac{25}{32} \div \frac{5}{8} = \frac{25}{32} \times \frac{8}{5} = \frac{5 \times 1}{4 \times 1} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

14.-

$$\frac{30}{41} \div \frac{3}{82} =$$

$$\frac{30}{41} \div \frac{3}{82} = \frac{30}{41} \times \frac{82}{3} = \frac{10 \times 2}{1 \times 1} = 20$$

15.-

$$\frac{50}{61} \div \frac{25}{183} =$$

$$\frac{50}{61} \div \frac{25}{183} = \frac{50}{61} \times \frac{183}{25} = \frac{2 \times 3}{1 \times 1} = 6$$

16.-

$$\frac{72}{91} \div \frac{6}{13} =$$

$$\frac{72}{91} \div \frac{6}{13} = \frac{72}{91} \times \frac{13}{6} = \frac{12 \times 1}{7 \times 1} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7}$$

17.-

$$\frac{104}{105} \div \frac{75}{36} =$$

$$\frac{104}{105} \div \frac{75}{36} = \frac{104}{105} \times \frac{36}{75} = \frac{3744}{7875} = \frac{(3744) \div (9)}{(7875) \div 9} = \frac{416}{875}$$

18.-

$$\frac{150}{136} \div \frac{135}{180} =$$

$$\frac{150}{136} \div \frac{135}{180} = \frac{150}{136} \times \frac{180}{135} = \frac{10 \times 180}{136 \times 9} = \frac{1800}{1224} = 1 \frac{576}{1224} = 1 \frac{\left(\frac{576}{72}\right)}{\left(\frac{1224}{72}\right)} = 1 \frac{8}{17}$$

19.-

$$\frac{216}{316} \div \frac{1080}{948} =$$

$$\frac{216}{316} \div \frac{1080}{948} = \frac{216}{316} \times \frac{948}{1080} = \frac{36 \times 237}{79 \times 180} = \frac{8532}{14220} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

20.-

$$\frac{51}{76} \div \frac{57}{1520} =$$

$$\frac{51}{76} \div \frac{57}{1520} = \frac{51}{76} \times \frac{1520}{57} = \frac{17 \times 380}{19 \times 19} = \frac{6460}{361} = 17 \frac{323}{361} = 17 \frac{\frac{323}{19}}{\frac{361}{19}} = 17 \frac{17}{19}$$

División de un número entero por una fracción y viceversa:

1.-

$$8 \div \frac{1}{2} =$$

$$8 \div \frac{1}{2} = \frac{8}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{8}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{16}{1} = 16$$

2.-

$$15 \div \frac{3}{4} =$$

$$15 \div \frac{3}{4} = \frac{15}{1} \div \frac{3}{4} = \frac{15}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{1 \times 1} = 20$$

3.-

$$9 \div \frac{2}{3} =$$

$$9 \div \frac{2}{3} = \frac{9}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

4.-

$$6 \div \frac{5}{6} =$$

$$6 \div \frac{5}{6} = \frac{6}{1} \div \frac{5}{6} = \frac{6}{1} \times \frac{6}{5} = \frac{36}{5} = 7 \frac{1}{5}$$

5.-

$$7 \div \frac{3}{5} =$$

$$7 \div \frac{3}{5} = \frac{7}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

6.-

$$26 \div \frac{1}{8} =$$

$$26 \div \frac{1}{8} = \frac{26}{1} \div \frac{1}{8} = \frac{26}{1} \times \frac{8}{1} = 208$$

7.-

$$21 \div \frac{42}{5} =$$

$$21 \div \frac{42}{5} = \frac{21}{1} \div \frac{42}{5} = \frac{21}{1} \times \frac{5}{42} = \frac{1 \times 5}{1 \times 2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

8.-

$$52 \div \frac{14}{65} =$$

$$52 \div \frac{14}{65} = \frac{52}{1} \div \frac{14}{65} = \frac{52}{1} \times \frac{65}{14} = \frac{26 \times 65}{7} = \frac{1690}{7} = 241 \frac{3}{7}$$

9.-

$$\frac{3}{8} \div 5 =$$

$$\frac{3}{8} \div 5 = \frac{3}{8} \div \frac{5}{1} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{40}$$

10.-

$$\frac{6}{7} \div 9 =$$

$$\frac{6}{7} \div 9 = \frac{6}{7} \div \frac{9}{1} = \frac{6}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{2 \times 1}{7 \times 3} = \frac{2}{21}$$

11.-

$$\frac{11}{12} \div 44 =$$

$$\frac{11}{12} \div 44 = \frac{11}{12} \div \frac{44}{1} = \frac{11}{12} \times \frac{1}{44} = \frac{1 \times 1}{12 \times 4} = \frac{1}{48}$$

12.-

$$\frac{13}{50} \div 39 =$$

$$\frac{13}{50} \div 39 = \frac{13}{50} \div \frac{39}{1} = \frac{13}{50} \times \frac{1}{39} = \frac{1 \times 1}{50 \times 3} = \frac{1}{150}$$

13.-

$$\frac{50}{73} \div 14 =$$

$$\frac{50}{73} \div 14 = \frac{50}{73} \div \frac{14}{1} = \frac{50}{73} \times \frac{1}{14} = \frac{50}{1022} = \frac{25}{511}$$

14.-

$$\frac{81}{97} \div 18 =$$

$$\frac{81}{97} \div 18 = \frac{81}{97} \div \frac{18}{1} = \frac{81}{97} \times \frac{1}{18} = \frac{9 \times 1}{97 \times 2} = \frac{9}{194}$$

15.-

$$\frac{16}{41} \div 16 =$$

$$\frac{16}{41} \div 16 = \frac{16}{41} \div \frac{16}{1} = \frac{16}{41} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{41}$$

División de números mixtos:

1.-

$$1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3} =$$

$$1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{14}$$

2.-

$$2\frac{1}{3} \div 3\frac{1}{2} =$$

$$2\frac{1}{3} \div 3\frac{1}{2} = \frac{7}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{3}$$

3.-

$$3\frac{1}{4} \div 4\frac{1}{3} =$$

$$3\frac{1}{4} \div 4\frac{1}{3} = \frac{13}{4} \div \frac{13}{3} = \frac{13}{4} \times \frac{3}{13} = \frac{3}{4}$$

4.-

$$5\frac{1}{4} \div 6\frac{1}{5} =$$

$$5\frac{1}{4} \div 6\frac{1}{5} = \frac{21}{4} \div \frac{31}{5} = \frac{21}{4} \times \frac{5}{31} = \frac{21 \times 5}{4 \times 31} = \frac{105}{124}$$

5.-

$$7\frac{1}{6} \div 8\frac{1}{7} =$$

$$7\frac{1}{6} \div 8\frac{1}{7} = \frac{43}{6} \div \frac{57}{7} = \frac{43}{6} \times \frac{7}{57} = \frac{301}{342}$$

6.-

$$2\frac{3}{5} \div 3\frac{9}{19} =$$

$$2\frac{3}{5} \div 3\frac{9}{19} = \frac{13}{5} \div \frac{39}{10} = \frac{13}{5} \times \frac{10}{39} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

7.-

$$1\frac{6}{11} \div 1\frac{5}{6} =$$

$$1\frac{6}{11} \div 1\frac{5}{6} = \frac{17}{11} \div \frac{11}{6} = \frac{17}{11} \times \frac{6}{11} = \frac{102}{121}$$

8.-

$$1\frac{1}{8} \div 3\frac{3}{5} =$$

$$1\frac{1}{8} \div 3\frac{3}{5} = \frac{9}{8} \div \frac{18}{5} = \frac{9}{8} \times \frac{5}{18} = \frac{1 \times 5}{8 \times 2} = \frac{5}{16}$$

9.-

$$5\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{2} =$$

$$5\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{2} = \frac{17}{3} \div \frac{17}{2} = \frac{17}{3} \times \frac{2}{17} = \frac{2}{3}$$

10.-

$$7\frac{3}{4} \div 5\frac{3}{8} =$$

$$7\frac{3}{4} \div 5\frac{3}{8} = \frac{31}{4} \div \frac{43}{8} = \frac{31}{4} \times \frac{8}{43} = \frac{31 \times 2}{1 \times 43} = \frac{62}{43} = 1\frac{19}{43}$$

11.-

$$1\frac{8}{27} \div 1\frac{1}{9} =$$

$$1\frac{8}{27} \div 1\frac{1}{9} = \frac{35}{27} \div \frac{10}{9} = \frac{35}{27} \times \frac{9}{10} = \frac{35 \times 1}{3 \times 10} = \frac{35}{30} = 1\frac{5}{30} = 1\frac{1}{6}$$

12.-

$$8\frac{3}{4} \div 13\frac{1}{3} =$$

$$8\frac{3}{4} \div 13\frac{1}{3} = \frac{35}{4} \div \frac{40}{3} = \frac{35}{4} \times \frac{3}{40} = \frac{105}{160} = \frac{21}{32}$$

13.-

$$6\frac{3}{7} \div 1\frac{1}{14} =$$

$$6\frac{3}{7} \div 1\frac{1}{14} = \frac{45}{7} \div \frac{15}{14} = \frac{45}{7} \times \frac{14}{15} = \frac{3 \times 2}{1 \times 1} = 6$$

14.-

$$5\frac{5}{9} \div 3\frac{7}{11} =$$

$$5\frac{5}{9} \div 3\frac{7}{11} = \frac{50}{9} \div \frac{40}{11} = \frac{50}{9} \times \frac{11}{40} = \frac{5 \times 11}{9 \times 4} = \frac{55}{36} = 1\frac{19}{36}$$

15.-

$$5\frac{6}{11} \div 2\frac{13}{22} =$$

$$5\frac{6}{11} \div 2\frac{13}{22} = \frac{61}{11} \div \frac{57}{22} = \frac{61}{11} \times \frac{22}{57} = \frac{61 \times 2}{1 \times 57} = \frac{122}{57} = 2\frac{8}{57}$$

16.-

$$3\frac{12}{31} \div 2\frac{13}{31} =$$

$$3\frac{12}{31} \div 2\frac{13}{31} = \frac{105}{31} \div \frac{75}{31} = \frac{105}{31} \times \frac{31}{75} = \frac{105}{75} = 1\frac{30}{75} = 1\frac{\left(\frac{30}{15}\right)}{\left(\frac{75}{15}\right)} = 1\frac{2}{5}$$

17.-

$$1\frac{8}{109} \div 1\frac{133}{218} =$$

$$1\frac{8}{109} \div 1\frac{133}{218} = \frac{117}{109} \div \frac{351}{218} = \frac{117}{109} \times \frac{218}{351} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

18.-

$$4\frac{1}{50} \div 24\frac{3}{25} =$$

$$4\frac{1}{50} \div 24\frac{3}{25} = \frac{201}{50} \div \frac{603}{25} = \frac{201}{50} \times \frac{25}{603} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

19.-

$$1\frac{11}{52} \div 7\frac{7}{26} =$$

$$1\frac{11}{52} \div 7\frac{7}{26} = \frac{63}{52} \div \frac{189}{26} = \frac{63}{52} \times \frac{26}{189} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

20.-

$$1\frac{99}{716} \div 9\frac{19}{179} =$$

$$1\frac{99}{716} \div 9\frac{19}{179} = \frac{815}{716} \div \frac{1630}{179} = \frac{815}{716} \times \frac{179}{1630} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 21.

Tema: División de fracciones. Ejercicios misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el divisor invertido. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{14}{55} \div \frac{8}{35} \Rightarrow \frac{14}{55} \times \frac{35}{8} = \frac{14 \times 35}{55 \times 8} = \frac{7 \times 7}{11 \times 4} = \frac{49}{44} = 1 \frac{5}{44}$$

Para dividir un número entero por una fracción se pone al entero por denominador a la unidad y se dividen entonces como fracciones.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } 150 \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \times \frac{83}{16} = \frac{75 \times 83}{8} = \frac{6225}{8} = 778 \frac{1}{8}$$

Para dividir dos números mixto se transforman en fracciones y luego se efectúa la división como se explicó anteriormente.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 14 \frac{1}{12} \div 5 \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \div \frac{46}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \times \frac{9}{46} = \frac{169 \times 3}{4 \times 46} = \frac{507}{184} = 2 \frac{139}{184}$$

PREGUNTAS:

1.-

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{3}{2} =$$

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{3}{2} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right) \times \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{6}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

2.-

$$\left(3\frac{2}{5} \div \frac{17}{3}\right) \times 1\frac{2}{3} =$$

$$\left(3\frac{2}{5} \div \frac{17}{3}\right) \times 1\frac{2}{3} = \left(\frac{17}{5} \div \frac{17}{3}\right) \times \frac{5}{3} = \left(\frac{17}{5} \times \frac{3}{17}\right) \times \frac{5}{3} = \frac{3 \times 5}{5 \times 3} = 1$$

3.-

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{30}\right) \div \frac{1}{6} =$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{30}\right) \div \frac{1}{6} = \left(\frac{10+2}{30}\right) \times \frac{6}{1} = \frac{12}{30} \times \frac{6}{1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

4.-

$$\left(8 + \frac{3}{4}\right) \div 4\frac{1}{5} =$$

$$\left(8 + \frac{3}{4}\right) \div 4\frac{1}{5} = \left(\frac{32+3}{4}\right) \div \frac{21}{5} = \frac{35}{4} \times \frac{5}{21} = \frac{5 \times 5}{4 \times 3} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

5.-

$$\left(4 - \frac{1}{3}\right) \div \frac{11}{6} =$$

$$\left(4 - \frac{1}{3}\right) \div \frac{11}{6} = \left(\frac{12-1}{3}\right) \times \frac{6}{11} = \frac{11}{3} \times \frac{6}{11} = \frac{6}{3} = 2$$

6.-

$$\left(5\frac{1}{4} - 4\right) \div 1\frac{1}{2} =$$

$$\left(5\frac{1}{4} - 4\right) \div 1\frac{1}{2} = \left(\frac{21}{4} - 4\right) \div \frac{3}{2} = \left(\frac{21-16}{4}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 1}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

7.-

$$\left(\frac{5}{6} \div 3\frac{1}{4}\right) \div 1\frac{2}{3} =$$

$$\left(\frac{5}{6} \div 3\frac{1}{4}\right) \div 1\frac{2}{3} = \left(\frac{5}{6} \div \frac{13}{4}\right) \div \frac{5}{3} = \left(\frac{5}{6} \times \frac{4}{13}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 2 \times 3}{3 \times 13 \times 5} = \frac{2}{13}$$

8.-

$$\frac{3}{5} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) =$$

$$\frac{3}{5} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) = \frac{3}{5} \div \left(\frac{4+5}{6}\right) = \frac{3}{5} \div \frac{9}{6} = \frac{3}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

9.-

$$\frac{9}{10} \div \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right) =$$

$$\begin{aligned} \frac{9}{10} \div \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right) &= \frac{9}{10} \div \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{4}\right) = \frac{9}{10} \div \left(\frac{28-15}{12}\right) = \frac{9}{10} \div \frac{13}{12} = \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{12}{13} = \frac{9 \times 6}{5 \times 13} = \frac{54}{65} \end{aligned}$$

10.-

$$\frac{5}{6} \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}\right) =$$

$$\frac{5}{6} \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}\right) = \frac{5}{6} \div \frac{12}{5} = \frac{5}{6} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24}$$

11.-

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) =$$

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3-1}{3}\right) \div \left(\frac{5-1}{5}\right) = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{1 \times 5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$$

12.-

$$\left(2 + \frac{7}{8}\right) \div \left(2 - \frac{1}{9}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(2 + \frac{7}{8}\right) \div \left(2 - \frac{1}{9}\right) &= \left(\frac{16+7}{8}\right) \div \left(\frac{18-1}{9}\right) = \frac{23}{8} \div \frac{17}{9} = \\ &= \frac{23}{8} \times \frac{9}{17} = \frac{207}{136} = 1\frac{71}{136} \end{aligned}$$

13.-

$$\left(7 + 3\frac{1}{8}\right) \div \left(14 + 6\frac{1}{4}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(7 + 3\frac{1}{8}\right) \div \left(14 + 6\frac{1}{4}\right) &= \left(7 + \frac{25}{8}\right) \div \left(14 + \frac{25}{4}\right) = \left(\frac{56 + 25}{8}\right) \div \left(\frac{56 + 25}{4}\right) = \\ &= \frac{81}{8} \div \frac{81}{4} = \frac{81}{8} \times \frac{4}{81} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

14.-

$$\left(60 - \frac{1}{8}\right) \div \left(30 - \frac{1}{16}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(60 - \frac{1}{8}\right) \div \left(30 - \frac{1}{16}\right) &= \left(\frac{480 - 1}{8}\right) \div \left(\frac{480 - 1}{16}\right) = \frac{479}{8} \div \frac{479}{16} = \\ &= \frac{479}{8} \times \frac{16}{479} = \frac{16}{8} = 2 \end{aligned}$$

15.-

$$\left(\frac{5}{8} \times \frac{10}{50}\right) \div 10\frac{1}{12} =$$

$$\left(\frac{5}{8} \times \frac{10}{50}\right) \div 10\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{8}\right) \div \frac{121}{12} = \frac{1}{8} \times \frac{12}{121} = \frac{3}{2 \times 121} = \frac{3}{242}$$

16.-

$$\left(10 \div \frac{5}{6}\right) \div 10\frac{9}{32} =$$

$$\left(10 \div \frac{5}{6}\right) \div 10\frac{9}{32} = \left(\frac{10 \times 6}{1 \times 5}\right) \div \frac{329}{32} = \frac{12}{1} \times \frac{32}{329} = \frac{384}{329} = 1\frac{55}{329}$$

17.-

$$\left(\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{3}{4}\right) \div 3\frac{1}{2} =$$

$$\left(\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{3}{4}\right) \div 3\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) \div \frac{7}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$

18.-

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \div 1\frac{3}{5} =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \div 1\frac{3}{5} = \left(\frac{4 + 6 - 1}{8}\right) \div \frac{8}{5} = \frac{9}{8} \div \frac{8}{5} = \frac{9}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{45}{64}$$

19.-

$$\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} - 3\frac{1}{8}\right) \div \frac{1}{12} =$$

$$\begin{aligned} \left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} - 3\frac{1}{8}\right) \div \frac{1}{12} &= \left(\frac{7}{3} + \frac{13}{4} - \frac{25}{8}\right) \div \frac{1}{12} = \left(\frac{56+78-75}{24}\right) \div \frac{1}{12} = \\ &= \frac{59}{24} \div \frac{1}{12} = \frac{59}{24} \times \frac{12}{1} = \frac{59 \times 1}{2 \times 1} = 29\frac{1}{2} \end{aligned}$$

20.-

$$\left(6 - \frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) \div 5\frac{1}{2} =$$

$$\left(6 - \frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) \div 5\frac{1}{2} = \left(\frac{60-6+1}{10}\right) \div \frac{11}{2} = \frac{55}{10} \div \frac{11}{2} = \frac{11}{2} \times \frac{2}{11} = 1$$

21.-

$$\left(150\frac{1}{8} \div \frac{1}{8}\right) \div \left(4 \times 2\frac{7}{8}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(150\frac{1}{8} \div \frac{1}{8}\right) \div \left(4 \times 2\frac{7}{8}\right) &= \left(\frac{1201}{8} \div \frac{1}{8}\right) \div \left(4 \times \frac{23}{8}\right) = \left(\frac{1201}{8} \times \frac{8}{1}\right) \div \frac{23}{2} = \\ &= 1201 \times \frac{2}{23} = \frac{2402}{23} = 104\frac{10}{23} \end{aligned}$$

22.-

$$\left(\frac{7}{30} + \frac{7}{90} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{9} =$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{7}{30} + \frac{7}{90} + \frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{9} &= \left(\frac{21+7+30}{90}\right) \div \frac{1}{9} = \frac{58}{90} \div \frac{1}{9} = \left(\frac{29}{45}\right) \times \frac{9}{1} = \\ &= \frac{29 \times 1}{5 \times 1} = \frac{29}{5} = 5\frac{4}{5} \end{aligned}$$

23.-

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{45}\right) \div 1\frac{1}{90} =$$

$$6 = (2)(3)$$

$$3 = (3)(1)$$

$$45 = (3)^2(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(5) = 90$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{45}\right) \div 1\frac{1}{90} = \left(\frac{15+30-2}{90}\right) \div \frac{91}{90} = \frac{43}{90} \div \frac{91}{90} = \frac{43}{90} \times \frac{90}{91} = \frac{43}{91}$$

24.-

$$\left(2 \times \frac{6}{5}\right) \div \left(2 + \frac{3}{8}\right) =$$

$$\left(2 \times \frac{6}{5}\right) \div \left(2 + \frac{3}{8}\right) = \frac{12}{5} \div \left(\frac{16+3}{8}\right) = \frac{12}{5} \div \frac{19}{8} = \frac{12}{5} \times \frac{8}{19} = \frac{96}{95} = 1 \frac{1}{95}$$

25.-

$$\left(5 \div \frac{1}{5}\right) \div \left(2 \div \frac{1}{3}\right) =$$

$$\left(5 \div \frac{1}{5}\right) \div \left(2 \div \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{5}{1} \times \frac{5}{1}\right) \div \left(\frac{2}{1} \times \frac{3}{1}\right) = 25 \div 6 = \frac{25}{6} = 4 \frac{1}{6}$$

26.-

$$\left(19 \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \div \left(4 \frac{1}{5} \times \frac{5}{42} \times \frac{1}{6}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(19 \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{21}{5} \times \frac{5}{42} \times \frac{1}{6}\right) &= \left(\frac{59}{3} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1 \times 1 \times 1}{1 \times 2 \times 6}\right) = \\ &= \left(\frac{236+3}{12}\right) \div \left(\frac{1}{12}\right) = \left(\frac{239}{12}\right) \times \left(\frac{12}{1}\right) = 239 \end{aligned}$$

27.-

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(2 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) =$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(2 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) &= \left(\frac{3-2}{6}\right) \times \left(\frac{10-1}{5}\right) \div \left(\frac{3-1}{3}\right) = \\ &= \left(\frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{9}{5}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

28.-

$$\left(4 - \frac{1}{4}\right) \times \left(5 - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{18} =$$

$$\begin{aligned} \left(4 - \frac{1}{4}\right) \times \left(5 - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{18} &= \left(\frac{16-1}{4}\right) \times \left(\frac{25-1}{5}\right) \div \frac{1}{18} = \left(\frac{15}{4} \times \frac{24}{5}\right) \div \frac{1}{18} = \\ &= \frac{3 \times 6}{1 \times 1} \div \frac{1}{18} = \frac{18}{1} \times \frac{18}{1} = 324 \end{aligned}$$

29.-

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} \div 6\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} \div 6\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \left[\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\right)\right] \div \left(\frac{2+1}{4}\right) = \\ & = \left[\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{1}{12}\right)\right] \div \left(\frac{3}{4}\right) = \left[\frac{2}{3} \times \frac{12}{1}\right] \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4 \times 4}{1 \times 1 \times 3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} \end{aligned}$$

30.-

$$\begin{aligned} & \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}\right) \div \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{28}{129}\right) = \\ & \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}\right) \div \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}\right) \div \left(\frac{28}{129}\right) = \left[\left(\frac{7}{3} - \frac{7}{6}\right) \div \left(\frac{13}{4} + \frac{17}{8}\right)\right] \div \left(\frac{28}{129}\right) = \\ & = \left[\left(\frac{14-7}{6}\right) \div \left(\frac{26+17}{8}\right)\right] \div \left(\frac{28}{129}\right) = \left[\frac{7}{6} \div \frac{43}{8}\right] \div \left(\frac{28}{129}\right) = \\ & = \left(\frac{7}{6} \times \frac{8}{43}\right) \div \frac{28}{129} = \frac{7 \times 4}{3 \times 43} \times \frac{129}{28} = \frac{28}{129} \times \frac{129}{28} = 1 \end{aligned}$$

31.-

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} \text{ de } \left(\frac{8}{9} \div \frac{1}{6}\right) = \\ & \frac{3}{5} \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{6}{1}\right) = \frac{1 \times 8 \times 2}{5 \times 1 \times 1} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5} \end{aligned}$$

32.-

$$\begin{aligned} & \frac{5}{6} \text{ de los } \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{2}\right) \text{ de } 72 = \\ & \frac{5}{6} \times \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{2}\right) \times \frac{72}{1} = \frac{5}{6} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{72}{1} = \frac{5 \times 2 \times 2 \times 12}{1 \times 3 \times 3 \times 1} = \\ & = \frac{5 \times 2 \times 2 \times 4}{1 \times 3 \times 1 \times 1} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3} \end{aligned}$$

33.-

$$\begin{aligned} & \frac{1}{8} \text{ de los } \left(\frac{5}{6} \div \frac{1}{2}\right) \text{ de } 150 = \\ & \frac{1}{8} \times \left(\frac{5}{6} \div \frac{1}{2}\right) \times \frac{150}{1} = \frac{1}{8} \times \left(\frac{5}{6} \times \frac{2}{1}\right) \times \frac{150}{1} = \frac{1500}{48} = 31\frac{12}{48} = 31\frac{1}{4} \end{aligned}$$

34.-

$$\frac{5}{41} \text{ de los } \left(\frac{8}{9} \div 4\frac{1}{3}\right) \text{ del doble de } \frac{5}{12} =$$

$$\frac{5}{41} \times \left(\frac{8}{9} \div \frac{13}{3} \right) \times 2 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{41} \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{3}{13} \right) \times \frac{10}{12} = \frac{5 \times 2 \times 1 \times 10}{41 \times 9 \times 13 \times 1} = \frac{100}{4797}$$

35.-

$\frac{3}{11}$ del doble de la mitad de los $\left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{14} \right)$ de $14 \frac{2}{5} =$

$$\frac{3}{11} \times 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{14} \right) \times \frac{72}{5} = \frac{3}{11} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{14}{1} \right) \times \frac{72}{5} =$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 14 \times 72}{11 \times 1 \times 1 \times 5} = \frac{1008}{55} = 18 \frac{18}{55}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 22.

Tema: División de fracciones. Problemas misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el divisor invertido. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{14}{55} \div \frac{8}{35} \Rightarrow \frac{14}{55} \times \frac{35}{8} = \frac{14 \times 35}{55 \times 8} = \frac{7 \times 7}{11 \times 4} = \frac{49}{44} = 1 \frac{5}{44}$$

Para dividir un número entero por una fracción se pone al entero por denominador a la unidad y se dividen entonces como fracciones.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } 150 \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \times \frac{83}{16} = \frac{75 \times 83}{8} = \frac{6225}{8} = 778 \frac{1}{8}$$

Para dividir dos números mixto se transforman en fracciones y luego se efectúa la división como se explicó anteriormente.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 14 \frac{1}{12} \div 5 \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \div \frac{46}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \times \frac{9}{46} = \frac{169 \times 3}{4 \times 46} = \frac{507}{184} = 2 \frac{139}{184}$$

PREGUNTAS:

1.- Diez obreros pueden hacer $14\frac{2}{11}(m)$ de una obra en 1 hora. ¿ Cuántos metros hace cada obrero en ese tiempo?.

Solución:

$$14\frac{2}{11} = \frac{156}{11}(m) \Rightarrow \frac{1}{10} \times \frac{156}{11} = \frac{156}{110} = 1\frac{46}{110} = 1\frac{23}{55}(m)$$

2.- Una mercancía tiene un precio de venta de $2\frac{3}{11}\left(\frac{Bs}{kg}\right)$. ¿Cuántos kilogramos de esta mercancía pueden ser compradas con Bs. 80,0?.

Solución:

$$2\frac{3}{11} = \frac{25}{11}\left(\frac{Bs.}{kg}\right) \Rightarrow 80 \div \frac{25}{11} = \frac{80}{1} \times \frac{11}{25} = \frac{880}{25} = 35\frac{5}{25} = 35\frac{1}{5}(kg)$$

3.- ¿Cuál es la velocidad de un automóvil que en $5\frac{2}{37}(horas)$ recorre $202\frac{6}{37}(km)$?.

Solución:

$$5\frac{2}{37} = \frac{187}{37}(horas)$$
$$202\frac{6}{37} = \frac{7480}{37}(km) \Rightarrow \frac{7480}{37} \div \frac{187}{37} = \frac{7480}{37} \times \frac{37}{187} = \frac{7480}{187} = 40\left(\frac{km}{hora}\right)$$

4.- Un hombre puede hacer una obra en $18\frac{7}{36}(dias)$. ¿ Qué porción de la obra puede ejecutarse en $5\frac{1}{3}(dias)$?.

Solución:

$$5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}(dias)$$
$$18\frac{7}{36} = \frac{655}{36}(dias) \Rightarrow \frac{16}{3} \div \frac{655}{36} = \frac{16}{1} \times \frac{12}{655} = \frac{192}{655}$$

5.- La distancia entre dos ciudades es de 140 kilómetros. ¿ Cuántas horas debe caminar un hombre que recorre los $\frac{3}{14}$ de esa distancia en una hora?.

Solución:

$$\text{Velocidad a la que camina el hombre: } \frac{3}{14} \times 140 = \frac{3}{14} \times \frac{140}{1} = 30 \left(\frac{\text{km}}{\text{hora}} \right)$$

El tiempo que le tomaría caminar entre las dos ciudades:

$$140 \div 30 = \frac{140}{30} = 4 \frac{20}{30} = 4 \frac{2}{3} (\text{horas})$$

6.- ¿Cuántas varillas de $\frac{1}{4}(m)$ de longitud se pueden sacar de una varilla de $\frac{5}{12}(m)$ de longitud?

Solución:

$$\frac{5}{12} \div \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \times \frac{4}{1} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3} (\text{varillas})$$

7.- Si una llave vierte $8 \frac{1}{4} \left(\frac{\text{litros}}{\text{min.}} \right)$ de agua, ¿cuánto tiempo empleará en llenar un depósito de $90 \frac{3}{4}(l)$ de capacidad?

Solución:

$$8 \frac{1}{4} = \frac{33}{4} \left(\frac{l}{\text{min}} \right)$$

$$90 \frac{3}{4} = \frac{363}{4} (l) \Rightarrow \frac{363}{4} \div \frac{33}{4} = \frac{363}{4} \times \frac{4}{33} = \frac{363}{33} = 11 (\text{min.})$$

8.- Si una llave vierte $3 \frac{3}{4} \left(\frac{\text{litros}}{\text{min}} \right)$ de agua y otra $2 \frac{1}{5} \left(\frac{\text{litros}}{\text{min.}} \right)$ de agua; ¿en cuánto tiempo llenarán un depósito de $59 \frac{1}{2}(\text{litros})$ de capacidad?

Solución:

Flujo de agua suministrado por las llaves:

$$3 \frac{3}{4} + 2 \frac{1}{5} = \frac{15}{4} + \frac{11}{5} = \frac{(15) \times (5) + (11) \times 4}{20} = \frac{75 + 44}{20} = \frac{119}{20} \left(\frac{l}{\text{min.}} \right)$$

Tiempo que toma llenar el depósito:

$$59 \frac{1}{2} = \frac{119}{2} (l) \Rightarrow \left(\frac{119}{2} \right) \div \left(\frac{119}{20} \right) = \frac{119}{2} \times \frac{20}{119} = 10 (\text{min.})$$

9.- Si tengo \$50,0. ¿A cuántos muchachos podré dar $\$1 \frac{2}{3}$ por cabeza?

Solución:

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}(\$) \Rightarrow 50 \div \frac{5}{3} = \frac{50}{1} \div \frac{5}{3} = \frac{50}{1} \times \frac{3}{5} = 30(\text{muchachos})$$

10.- Si $\$ \frac{7}{8}$ se reparten entre 6 personas; ¿cuánto toca a cada uno?.

Solución:

$$\frac{7}{8} \div 6 = \frac{7}{8} \div \frac{6}{1} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{48}(\$)$$

11.- Si un hombre hace un trabajo en 8 días; ¿qué parte del trabajo puede hacer en 1 día; en $1\frac{3}{4}$ (dia); en $3\frac{1}{2}$ (dias)?.

Solución:

$$(a).- 1 \div 8 = \frac{1}{8}$$

$$(b).- 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{7}{4} \div \frac{1}{1} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{7}{4}$$

$$c).- 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} \div \frac{1}{1} = \frac{7}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{7}{2}$$

12.- Si 1,0 kilogramo de frijoles cuesta los $\frac{3}{4}$ de uno de manteca, ¿con cuántos kilogramos de frijoles podrá comprar 15,0 kilogramo de manteca?

Solución:

$$15 \div \frac{3}{4} = \frac{15}{1} \times \frac{4}{3} = 5 \times 4 = 20(\text{kg})$$

13.- Si en 20 minutos estudio los $\frac{2}{3}$ de una página de un libro, ¿en cuánto tiempo podré estudiar 10 páginas?.

Solución: esta es una regla de tres directa.

$$20 \rightarrow \frac{2}{3}(p)$$

$$x \rightarrow 10(p) \Rightarrow 20 \times 10 \div \frac{2}{3} = 200 \div \frac{2}{3} = 200 \times \frac{3}{2} = 300(\text{min.}) = 5(\text{horas})$$

14.- ¿Por qué número hay que dividir $6\frac{2}{5}$ para obtener 3 de cociente?.

Solución:

$$6\frac{2}{5} = \frac{32}{5} \Rightarrow \frac{32}{5} \div 3 = \frac{32}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$$

15.- Repartí $\$18\frac{3}{5}$ entre varias personas y a cada uno tocó $\$3\frac{17}{25}$. ¿Cuántas eran las personas?

Solución:

$$18\frac{2}{5} = \frac{92}{5}$$

$$3\frac{17}{25} = \frac{92}{25} \Rightarrow \frac{92}{5} \div \frac{92}{25} = \frac{92}{5} \times \frac{25}{92} = 5$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 23.

Tema: Fracciones. Ejercicios con alto grado de dificultad.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el divisor invertido. Se simplifica el resultado y se hallan los enteros si los hay.

Ejemplo #1:

$$\text{Efectuar: } \frac{14}{55} \div \frac{8}{35} \Rightarrow \frac{14}{55} \times \frac{35}{8} = \frac{14 \times 35}{55 \times 8} = \frac{7 \times 7}{11 \times 4} = \frac{49}{44} = 1 \frac{5}{44}$$

Para dividir un número entero por una fracción se pone al entero por denominador a la unidad y se dividen entonces como fracciones.

Ejemplo #2:

$$\text{Efectuar: } 150 \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \div \frac{16}{83} \Rightarrow \frac{150}{1} \times \frac{83}{16} = \frac{75 \times 83}{8} = \frac{6225}{8} = 778 \frac{1}{8}$$

Para dividir dos números mixto se transforman en fracciones y luego se efectúa la división como se explicó anteriormente.

Ejemplo #3:

$$\text{Efectuar: } 14 \frac{1}{12} \div 5 \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \div \frac{46}{9} \Rightarrow \frac{169}{12} \times \frac{9}{46} = \frac{169 \times 3}{4 \times 46} = \frac{507}{184} = 2 \frac{139}{184}$$

Reducción de una fracción compleja a simple.

Ejemplo #4:

$$\text{Efectuar: } \frac{\frac{3}{17}}{\frac{9}{34}} = \frac{3}{17} \div \frac{9}{34} = \frac{3}{17} \times \frac{34}{9} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3} = \frac{2}{3}$$

Ejemplo #5:

$$\text{Efectuar: } \frac{\frac{17}{3}}{\frac{11}{1}} = \frac{17}{3} \div \frac{11}{1} = \frac{17}{3} \times \frac{11}{1} = \frac{187}{3} = 62\frac{1}{3}$$

Ejemplo #6:

$$\text{Efectuar: } \frac{\frac{5}{12}}{\frac{10}{12}} = \frac{5}{12} \div \frac{10}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{12}{10} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo #7:

$$\text{Efectuar: } \frac{\frac{1/2}{2/3}}{\frac{1/5}{1/10}} = \frac{\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}}{\frac{1}{5} \div \frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}}{\frac{1}{5} \times \frac{10}{1}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{10}{5}} = \frac{3}{4} \div \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Simplificar una expresión fraccionaria compleja:

Ejemplo #8:

$$\text{Simplificar: } \frac{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12}\right) \times \frac{6}{7}}{8 \div \frac{1}{1/4}} = \frac{\left(\frac{7}{36}\right) \times \frac{6}{7}}{8 \div 4} = \frac{1/6}{2} = \frac{1}{6} \div \frac{2}{1} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

Ejemplo #9:

$$\text{Simplificar: } \frac{\frac{2 + 2/5}{3} + \frac{5\frac{1}{4}}{3/2}}{\frac{3\frac{3}{5}}{1/2} - \frac{1/4}{1/2}} \times \left(235\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{5}\right) =$$

Efectuando el numerador:

$$2 + \frac{2}{5} + \frac{5\frac{1}{4}}{3/2} = \frac{12/5}{3} + \frac{21/4}{3/2} = \frac{4}{5} + \frac{7}{2} = \frac{43}{10}$$

Efectuando el denominador:

$$\frac{3\frac{3}{5}}{1/2} - \frac{1/4}{1/2} = \frac{18/5}{1/2} - \frac{1/4}{1/2} = \frac{36}{5} - \frac{1}{2} = \frac{67}{10}$$

Efectuando el paréntesis:

$$235 \frac{1}{5} \div 4 \frac{1}{5} = \frac{1176}{5} \times \frac{5}{21} = 56$$

Se tiene entonces:

$$\frac{\frac{43}{10}}{\frac{67}{10}} \times 56 = \frac{43}{67} \times 56 = \frac{2408}{67} = 35 \frac{63}{67}$$

En la simplificación de fracciones complejas, con el fin de ahorrar espacio, se hará uso extensivo del artificio matemático conocido como la DOBLE C, el cual se utiliza en la división de una fracción por otra, y consiste en generar una nueva fracción en la que el numerador es el producto de los dos valores extremos y el denominador es el producto de los dos valores medios; es decir:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

PREGUNTAS:

Simplificar:

$$1.- \frac{5}{3/8} = \frac{5}{\frac{3}{8}} = \frac{5 \times 8}{1 \times 3} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}$$

$$2.- \frac{7/8}{10} = \frac{7}{8} \div \frac{10}{1} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{7}{80}$$

$$3.- \frac{3/5}{1/10} = \frac{3}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{1} = \frac{30}{5} = 6$$

$$4.- \frac{2/3}{3/7} = \frac{2}{3} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$$

$$5.- \frac{4\frac{1}{3}}{6\frac{1}{3}} = \frac{13}{3} \div \frac{19}{3} = \frac{13}{3} \times \frac{3}{19} = \frac{13}{19}$$

$$6.- \frac{2/19}{6\frac{4}{5}} = \frac{2}{19} \div \frac{34}{5} = \frac{2}{19} \times \frac{5}{34} = \frac{1}{19} \times \frac{5}{17} = \frac{5}{323}$$

$$7.- \frac{5/8}{3/16} = \frac{5}{8} \div \frac{3}{16} = \frac{5}{8} \times \frac{16}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$8.- \frac{7\frac{3}{4}}{1/8} = \frac{31}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{31}{4} \times \frac{8}{1} = 62$$

$$9.- \frac{5}{\frac{1}{1/2}} = \frac{5}{1} \div \frac{1}{1/2} = \frac{5}{1} \div \frac{2}{1} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$10.- \frac{15}{\frac{1}{1/4}} = \frac{15}{1} \div \frac{1}{1/4} = \frac{15}{1} \div \frac{4}{1} = \frac{15}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$11.- \frac{16}{\frac{1}{1/4}} = \frac{16}{1} \div \frac{1}{1/4} = \frac{16}{1} \div \frac{4}{1} = \frac{16}{1} \times \frac{1}{4} = 4$$

$$12.- \frac{\frac{1}{1/5}}{15} = \frac{1}{1/5} \div \frac{15}{1} = \frac{5}{1} \div \frac{15}{1} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{3}$$

$$13.- \frac{\frac{1}{5/6}}{15} = \frac{1}{5/6} \div \frac{15}{1} = \frac{6}{5} \div \frac{15}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$$

$$14.- \frac{\frac{1}{3/5}}{\frac{1}{3/8}} = \frac{1}{3/5} \div \frac{1}{3/8} = \frac{5}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$15.- \frac{\frac{1}{5\frac{3}{4}}}{\frac{1}{4\frac{1}{5}}} = \frac{1}{23/4} \div \frac{1}{21/5} = \frac{1}{\frac{23}{4}} \div \frac{1}{\frac{21}{5}} = \frac{4}{23} \div \frac{5}{21} = \frac{4}{23} \times \frac{21}{5} = \frac{84}{115}$$

$$16.- \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{1/6}} = \frac{3}{3/4} \div \frac{1}{1/6} = \frac{3}{\frac{3}{4}} \div \frac{1}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{1} \div \frac{6}{1} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$17.- \frac{\frac{6}{5/8}}{\frac{3}{2}} = \frac{6}{5/8} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{\frac{5}{8}} \div \frac{3}{2} = \frac{48}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{48}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$$

$$18.- \frac{\frac{2/3}{1/6}}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2 \times 6}{3 \times 1} = \frac{12}{3} = 4 \div \frac{2}{5} = \frac{4}{1} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$19.- \frac{\frac{5\frac{2}{3}}{1/4}}{\frac{6\frac{1}{2}}{1/6}} = \frac{5\frac{2}{3}}{1/4} \div \frac{6\frac{1}{2}}{1/6} = \frac{17}{3} \div \frac{13}{2} = \frac{17 \times 2}{3 \times 1} \div \frac{13 \times 6}{2 \times 1} = \frac{34}{3} \div \frac{39}{1} = \frac{34}{3} \times \frac{1}{39} = \frac{34}{117}$$

$$20.- \frac{\frac{1/3}{4\frac{1}{5}}}{\frac{1/2}{3\frac{2}{5}}} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{3 \times 21} \div \frac{5 \times 1}{2 \times 17} = \frac{5}{63} \div \frac{5}{34} = \frac{5}{63} \times \frac{34}{5} = \frac{34}{63}$$

Simplificar fracciones; ejercicios con alto grado de dificultad:

$$1.- \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{30}}{\frac{23}{30}} = \frac{\frac{10+12+1}{30}}{\frac{23}{30}} = \frac{23}{30} = \frac{23 \times 30}{23 \times 30} = 1$$

$$2.- \frac{4\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{2 - 1/5} = \frac{\frac{9}{2} - \frac{11}{3} + \frac{1}{4}}{2 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{54-44+3}{12}}{\frac{10-1}{5}} = \frac{13}{9} = \frac{13 \times 5}{12 \times 9} = \frac{65}{108}$$

$$3.- \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{100} - \frac{1}{1000}}{10} = \frac{\frac{100+10-1}{1000}}{10} = \frac{109}{1000} = \frac{109 \times 1}{1000 \times 10} = \frac{109}{10000}$$

$$4.- \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{5}{6}} = \frac{\frac{8+6-1}{20}}{\frac{12+2+15}{18}} = \frac{13}{29} = \frac{13 \times 18}{20 \times 29} = \frac{13 \times 9}{10 \times 29} = \frac{117}{290}$$

$$5.- \frac{4\frac{1}{7} - 2\frac{1}{14} + 3\frac{1}{2}}{6\frac{2}{3} + 5\frac{5}{9} - 10\frac{1}{18}} = \frac{\frac{29}{7} - \frac{29}{14} + \frac{7}{2}}{\frac{20}{3} + \frac{50}{9} - \frac{181}{18}} = \frac{\frac{58-29+49}{14}}{\frac{120+100-181}{18}} = \frac{78}{39} = \frac{78 \times 18}{39 \times 14} = \frac{2 \times 9}{1 \times 7} = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$$

$$6.- \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{5}} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{3+2}{4}}{\frac{5-4}{10}} = \frac{5}{1} = \frac{5 \times 10}{1 \times 4} = \frac{5 \times 5}{1 \times 2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

7.-

$$\frac{\frac{7}{8} + 1\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{4}{9}}{2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{10} + \frac{1}{14} \times \frac{7}{5}} = \frac{\frac{7}{8} + \frac{5}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{2} - \frac{11}{10} + \frac{1}{10}} = \frac{\frac{21+30-16}{24}}{\frac{25-11+1}{10}} = \frac{35}{15} = \frac{35 \times 10}{24 \times 15} = \frac{35 \times 1}{12 \times 3} = \frac{35}{36}$$

8.-

$$\frac{\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{8} - \frac{7}{24}\right) \times 3 \frac{1}{13}}{5 - \frac{2}{3}} = \frac{\left(\frac{72+15-35}{120}\right) \times \frac{40}{13}}{\frac{15-2}{3}} = \frac{\frac{52}{120} \times \frac{40}{13}}{\frac{13}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{13}{3}} = \frac{4 \times 3}{13 \times 3} = \frac{4}{13}$$

9.-

$$\frac{(1/10 + 2/25 + 3/40) \times 1/6}{1/8 - 1/12} =$$

$$10 = (2)(5)$$

$$25 = (5)^2$$

$$40 = (2)^3 (5)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (5)^2 = 200$$

$$\frac{(1/10 + 2/25 + 3/40) \times 1/6}{1/8 - 1/12} = \frac{\left(\frac{20+16+15}{200}\right) \times \frac{1}{6}}{\frac{3-2}{24}} = \frac{\left(\frac{51}{200}\right) \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{24}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{51}{200}\right) \times 24}{1 \times 6} = \left(\frac{51}{200}\right) \times 4 = \frac{204}{200} = 1 \frac{4}{200} = 1 \frac{1}{50}$$

10.-

$$\frac{\left(5 \frac{7}{36} - 4 \frac{1}{18} + 1 \frac{1}{72}\right) \times 36}{78 - \frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{187}{36} - \frac{73}{18} + \frac{73}{72}\right) \times 36}{\frac{156-1}{2}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{374-292+73}{72}\right) \times \frac{36}{1}}{\frac{155}{2}} = \frac{155}{155} \times \frac{72}{72} = 1$$

11.-

$$\frac{\left(6 \frac{1}{8} - 1/20 - 1/55\right) \div 2/7}{(1/3 - 1/12) \times 4 \frac{4}{5}} = \frac{\left(\frac{49}{8} - \frac{1}{20} - \frac{1}{55}\right) \div \frac{2}{7}}{\frac{4-3}{12} \times \frac{24}{5}} = \frac{\left(\frac{2695-22-8}{440}\right) \div \frac{2}{7}}{\frac{1}{12} \times \frac{24}{5}} =$$

$$8 = (2)^3$$

$$20 = (2)^2 (5)$$

$$55 = (5)(11) \Rightarrow m.c.m. = (2)^3 (5)(11) = 440$$

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{2695-30}{440}\right) \div \frac{2}{7}}{\frac{1}{12} \times \frac{24}{5}} &= \frac{\frac{2665}{440} \times \frac{7}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{533}{88} \times \frac{7}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{533 \times 7 \times 5}{88 \times 2 \times 2} = \frac{18655}{352} = \\ &= 52 \frac{351}{352} \end{aligned}$$

12.-

$$\frac{\left(9 \div \frac{1}{1/3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{12}}{6 \div \frac{1}{1/2}} = \frac{\left(9 \div \frac{1}{1/3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{12}}{6 \div \frac{1}{1/2}} = \frac{\left(\frac{9}{1} \div 3 \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{12}}{6 \div 2} = \frac{\frac{9}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{12}}{3} = \frac{1}{3}$$

13.-

$$\frac{\left(\frac{2}{3/5} + \frac{4}{6/7}\right)}{\left(\frac{1}{1/5} - \frac{1}{1/3}\right)} = \frac{\left(\frac{10}{3} + \frac{28}{6}\right)}{\left(\frac{5-3}{1}\right)} = \frac{20+28}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

14.-

$$\frac{\frac{1}{1/3} - \frac{1}{1/2}}{\frac{2}{1/5} + \frac{4}{1/10}} = \frac{3-2}{10+40} = \frac{1}{50}$$

15.-

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1/2}{1/6} + \frac{1/4}{1/8} - \frac{1/5}{1/9}}{\frac{3}{6} + \frac{5}{4} - \frac{6}{8}} &= \frac{\frac{30+25-24}{24}}{\frac{3}{6} + \frac{5}{4} - \frac{6}{8}} = \frac{31}{24} \\ &= \frac{31 \times 6}{24 \times 6} = \frac{186}{144} = \frac{31}{24} \end{aligned}$$

16.-

$$\frac{\frac{2-1/3}{8} + \frac{5/6}{3}}{\left(5 \div \frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{1}{5} \div \frac{1}{10}\right)} = \frac{\frac{6-1}{24} + \frac{5}{18}}{\left(\frac{5}{\frac{1}{8}}\right) \times \left(\frac{1}{\frac{5}{10}}\right)} = \frac{\frac{5}{24} + \frac{5}{18}}{\frac{40}{1} \times \frac{10}{5}} = \frac{15+20}{72} = \frac{35}{72}$$

$$18 = (2)(3)^2$$

$$24 = (2)^3 (3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)^2 = 72$$

$$\frac{15+20}{72} = \frac{35}{72} = \frac{35 \times 1}{80 \times 72} = \frac{35}{5760} = \frac{7}{1152}$$

17.-

$$\frac{\frac{3/4}{6+(8-1/4)} + \frac{5 \frac{2}{3}}{1/12}}{+3} = \frac{\frac{3/4}{6+(31/4)} + \frac{17/3}{1/12}}{+3} = \frac{\frac{18}{4} + \frac{17 \times 4}{1}}{\frac{24+31}{4}} + 3 =$$

$$= \frac{\frac{18+17 \times 16}{4}}{\frac{55}{4}} + 3 = \frac{290+165}{55} = \frac{455}{55} = 8 \frac{15}{55} = 8 \frac{3}{11}$$

18.-

$$\frac{\frac{8}{1/4} + 2 - \frac{1/2}{1/4}}{3 \div \left(\frac{5}{3} \times \frac{6}{5}\right)} = \frac{32 + 2 - \frac{4}{2}}{3 \div \left(\frac{2}{1}\right)} = \frac{32+2-2}{\frac{3}{2}} = \frac{32 \times 2}{3} = \frac{64}{3} = 21 \frac{1}{3}$$

19.-

$$\frac{\frac{1+1/2}{3} + \frac{1-1/3}{2}}{\frac{2 \frac{1}{2}}{5/6} - \frac{1/3}{1/6}} \times \left(23 \frac{1}{2} \div \frac{47}{12}\right) = \frac{\frac{3/2}{3} + \frac{2/3}{2}}{\frac{5/2}{5/6} - \frac{1/3}{1/6}} \times \left(\frac{47}{2} \div \frac{47}{12}\right) =$$

$$= \frac{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{6}} \times \left(\frac{12}{2}\right) = \frac{5}{3-2} \times 6 = \frac{5}{1} \times 6 = 5$$

20.-

$$\frac{2 - \frac{2}{5} + \frac{3 - 1/3}{\frac{4}{5} + \frac{4}{3}}}{\frac{4 - 1/4}{1/2} + \frac{5 - 1/5}{24}} \times \left(\frac{7}{20} \times \frac{11}{2} \right) = \frac{\frac{8}{5} + \frac{8}{3}}{\frac{15}{4} + \frac{24}{24}} \times \left(\frac{7}{20} \times \frac{11}{2} \right) =$$

$$= \frac{2 + 2}{\frac{15}{2} + 1} \times \left(\frac{7}{20} \times \frac{11}{2} \right) = \frac{4}{\frac{17}{2}} \times \frac{7}{20} \times \frac{11}{2} = \frac{1 \times 7 \times 11}{17 \times 5 \times 1} = \frac{77}{75} = 1 \frac{2}{75}$$

21.-

$$\frac{\frac{1}{1 - 1/5} + \frac{1}{1 - 1/6}}{1 - 1/3 - \frac{1}{1 - 1/8}} \times \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{49} - \frac{62}{343} \right) = \frac{\frac{1}{4/5} + \frac{1}{5/6}}{2/3 - 7/8} \times \left(\frac{49 + 14 - 62}{343} \right) =$$

$$= \frac{\frac{5}{3} + \frac{6}{8}}{\frac{2}{2} - \frac{7}{7}} \times \frac{1}{343} = \frac{\frac{25 + 24}{21 - 16}}{14} \times \frac{1}{343} = \frac{49}{5} \times \frac{1}{343} = \frac{49 \times 14}{20 \times 5} \times \frac{1}{343} =$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 1}{10 \times 5 \times 1} = \frac{1}{50}$$

22.-

$$1 + \frac{3}{2 + \frac{3}{1 - 1/4}} = 1 + \frac{3}{2 + \frac{3}{(4 - 1)/4}} = 1 + \frac{3}{2 + \frac{3}{16}} = 1 + \frac{3}{\frac{6 + 16}{3}} =$$

$$= 1 + \frac{9}{22} = 1 \frac{9}{22}$$

23.-

$$2 + \frac{5}{2 + \frac{1}{3 + 1/8}} = 2 + \frac{5}{2 + \frac{1}{(25/8)}} = 2 + \frac{5}{2 + \frac{8}{25}} = 2 + \frac{5}{\frac{58}{25}} =$$

$$= 2 + \frac{125}{58} = \frac{116 + 125}{58} = \frac{241}{58} = 4 \frac{9}{58}$$

24.-

$$3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 - 1/3}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{(3 - 1)/3}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{3}{2}} = 3 + \frac{1}{\frac{6 + 3}{2}} =$$

$$= 3 + \frac{2}{9} = \frac{29}{9} = 3 \frac{2}{9}$$

25.-

$$\begin{aligned} 5 + \frac{2}{1 + \frac{1/2}{2 - 1/4}} &= 5 + \frac{2}{1 + \frac{1/2}{(8-1)/4}} = 5 + \frac{2}{1 + \frac{1/2}{7/4}} = 5 + \frac{2}{1 + \frac{2}{7}} = \\ &= 5 + \frac{2}{\frac{9}{7}} = 5 + \frac{14}{9} = \frac{45+14}{9} = \frac{59}{9} = 6\frac{5}{9} \end{aligned}$$

26.-

$$\frac{5}{6 + \frac{1/3 - 1/5}{3}} = \frac{5}{6 + \frac{(5-3)/15}{3}} = \frac{5}{6 + \frac{2}{45}} = \frac{5}{\frac{272}{45}} = \frac{225}{272}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 24A.

Tema: Fracciones. Problemas tipos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Ejemplos de problemas tipos:

1.- Si añadimos 1 al numerador y 3 al denominador de $\frac{3}{4}$; ¿aumenta o disminuye esta fracción y cuánto?

Solución:

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3+1}{4+3} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{4 \times 4}{7 \times 4} = \frac{16}{28}$$

La fracción ha disminuido su valor en:

$$\frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$$

2.- ¿Por cuál número se multiplica $\frac{5}{6}$ cuando se convierte en $2\frac{3}{7}$?

Solución:

$\frac{5}{6}$ es un factor y $2\frac{3}{7}$ es el producto, entonces, se debe encontrar el otro factor:

$$2\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{102}{35} = 2\frac{32}{35}$$

3.- ¿Por qué número se divide 80 cuando se convierte en $\frac{3}{5}$?

Solución:

80 es el dividendo y $\frac{3}{5}$ el cociente. Para hallar el divisor se debe dividir el dividendo entre el cociente:

$$\frac{80}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{80}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$$

4.- ¿Qué parte de 10 es 4?

Solución:

Diremos que 1 es $\frac{1}{10}$ de 10; entonces, 4 será cuatro veces mayor, o sea:

$$4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ de } 10.$$

5.- ¿Qué parte de $\frac{2}{3}$ es $\frac{7}{8}$?

Se divide una fracción por la otra: $\frac{7}{8} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{16}$

6.- Un animal que costó BsF. 1250 se vendió por los $\frac{2}{5}$ del costo. ¿Cuánto se pierde?

Solución:

El animal se vendió en $1250 \times \frac{2}{5} = 500$ (BsF.)

Se perdió: $1250 - 500 = 750$ (BsF.)

7.- Tenía \$90. Perdí los $\frac{3}{5}$ y luego presté $\frac{5}{6}$ del resto. ¿ Cuánto me queda?.

Solución:

$$\text{Perdí: } 90 \times \frac{3}{5} = \frac{270}{5} = 54(\$)$$

$$\text{El resto es: } 90 - 54 = 36(\$)$$

$$\text{Presté: } \frac{5}{6} \times 36 = 30(\$)$$

$$\text{Me quedan: } 90 - 54 - 30 = 6(\$)$$

8.- ¿ Qué hora es cuando el reloj señala los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ del doble de las 6 de la mañana?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{6}{1} = 4(A.M.)$$

9.- Los $\frac{3}{4}$ de un número son 60.¿ Cuál es el número?

Solución:

$$\frac{60}{3/4} = \frac{240}{3} = 80$$

10.- Los $\frac{2}{3}$ de la edad de Mario es 24 años y la edad de Roberto es los $\frac{4}{9}$ de la edad de Mario. Hallar ambas edades.

Solución:

$$\text{Edad de Mario: } \frac{24}{2/3} = \frac{24 \times 3}{2} = 36(\text{años})$$

$$\text{Edad de Roberto: } \frac{4}{9} \times 36 = 16(\text{años})$$

11.- Con los $\frac{3}{8}$ y los $\frac{2}{7}$ de mi dinero compré una casa de \$7400. ¿ Cuánto tenía y cuánto me quedó?.

Solución:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{7} = \frac{21+16}{56} = \frac{37}{56}$$

$$\text{Dinero que tenía: } \frac{7400}{37/56} = \frac{7400 \times 56}{37} = 11200(\$)$$

$$\text{Me quedó: } 11200 - 7400 = 3800(\$)$$

12.- Una pecera con sus peces ha costado \$48. Sabiendo que el precio de la pecera es los $\frac{5}{11}$ del precio de los peces, hallar el precio de los peces y de la pecera.

Solución:

$$P + \frac{5}{11} \times P = 48 \Rightarrow P \left(1 + \frac{5}{11} \right) = 48 \Rightarrow P \left(\frac{11}{11} + \frac{5}{11} \right) = 48(\$)$$

$$P \left(\frac{16}{11} \right) = 48 \Rightarrow P = \frac{48}{16/11} = \frac{48 \times 11}{16} = 33 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

También:

$$\text{Precio de los peces: } P = \frac{11}{11}$$

$$\text{Precio de los peces más el precio de la pecera: } \frac{11}{11} + \frac{5}{11} = \frac{16}{11} = 48 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

$$\text{Precio de los peces: } \frac{48 \times 11}{16} = 33(\$)$$

$$\text{Precio de la pecera: } 33 \times \frac{5}{11} = \frac{33 \times 5}{11} = 15(\$)$$

13.- ¿Cuál es el número que tiene 28 de diferencia entre sus $\frac{2}{3}$ y sus $\frac{3}{8}$?

Solución:

$$\frac{2}{3}N - \frac{3}{8}N = 28 \Rightarrow N \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8} \right) = 28 \Rightarrow N \left(\frac{16-9}{24} \right) = 28$$

$$= N \times \frac{7}{24} = 28 \Rightarrow N = \frac{28}{7/24} = 4 \times 24 = 96$$

PREGUNTAS:

Problemas tipo 1:

1.-. Dada la fracción $\frac{7}{9}$ determinar si aumenta o disminuye y cuánto al sumar 1 al numerador y 4 al denominador.

Solución:

$$\frac{7+1}{9+4} = \frac{8}{13}$$

La fracción original puede ser transformada como:

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 13}{9 \times 13} = \frac{91}{117}$$

La fracción modificada se puede expresar como:

$$\frac{8}{13} = \frac{8 \times 9}{13 \times 9} = \frac{72}{117}$$

Entonces, la fracción disminuye en:

$$\frac{91}{117} - \frac{72}{117} = \frac{19}{117}$$

2.- ¿ Qué variación sufre $\frac{10}{9}$ al añadir 2 al numerador y 5 al denominador?.

Solución:

$$\frac{10+2}{9+5} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

Obviamente disminuye por que la segunda fracción es menor que 1. Entonces, disminuye en:

$$\frac{10}{9} \Rightarrow \frac{10}{9} - \frac{6}{7} = \frac{70-54}{63} = \frac{16}{63}$$

3.- ¿ Qué alteración sufre $\frac{7}{11}$ al añadir 5 al numerador y 4 al denominador?.

Solución:

$$\frac{7}{11} \Rightarrow \frac{7+5}{11+3} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

Aparentemente aumenta, lo que se puede probar restando el primero del segundo:

$$\frac{6}{7} - \frac{7}{11} = \frac{66-49}{77} = \frac{17}{77} (\text{aumenta})$$

4.- ¿Qué variación sufre $\frac{13}{8}$ al añadir 7 al numerador y 4 al denominador?.

Solución:

$$\frac{13}{8} \Rightarrow \frac{13+7}{8+4} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Aumenta en } \frac{5}{3} - \frac{13}{8} = \frac{40-39}{24} = \frac{1}{24}$$

5.- ¿Aumenta o disminuye la fracción $\frac{5}{6}$ al añadir 3 al numerador y el denominador por igual?

Solución:

$$\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5+3}{6+3} = \frac{8}{9}$$

$$\text{Aumenta en } \frac{8}{9} - \frac{5}{6} = \frac{48-45}{54} = \frac{3}{54} = \frac{1}{18}$$

6.- ¿Aumenta o disminuye la fracción $\frac{8}{9}$ si se resta 5 a sus dos términos?.

Solución:

$$\frac{8}{9} \Rightarrow \frac{8-5}{9-5} = \frac{3}{4}$$

Disminuye por:

$$\frac{8}{9} - \frac{3}{4} = \frac{32-27}{36} = \frac{5}{36}$$

7.- ¿Aumenta o disminuye la fracción $\frac{8}{7}$ si se añade 4 a sus dos términos y cuánto?.

Solución:

$$\frac{8}{7} \Rightarrow \frac{8+4}{7+4} = \frac{12}{11}$$

Disminuye en:

$$\frac{8}{7} - \frac{12}{11} = \frac{88-84}{77} = \frac{4}{77}$$

8.- ¿Aumenta o disminuye la fracción $\frac{9}{7}$ al restar 3 a sus dos términos y cuánto?.

Solución:

$$\frac{9}{7} \Rightarrow \frac{9-3}{7-3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Aumenta en:

$$\frac{3}{2} - \frac{9}{7} = \frac{21-18}{14} = \frac{3}{14}$$

9.- Si tengo varios lápices que valen \$ $\frac{7}{10}$ y los vendo por \$ $\frac{9}{13}$, ¿gano o pierdo y cuánto?.

Solución:

Pierdo por:

$$\frac{7}{10} - \frac{9}{13} = \frac{91-90}{130} = \frac{1}{130} (\$)$$

10.- ¿Qué será más ventajoso, vender 50 sacos de azúcar a \$ $5\frac{3}{8}$ o a \$ $5\frac{4}{9}$ y cuál será la diferencia de precios en la venta total?.

Solución:

$$5\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{43}{8}$$

$$5\frac{4}{9} \Rightarrow \frac{49}{9}$$

El segundo precio unitario es más alto. La diferencia de precio total será:

$$50 \times \left(\frac{49}{9} - \frac{43}{8} \right) = 50 \times \left(\frac{392-387}{72} \right) = 50 \times \frac{5}{72} = \frac{250}{72} = 3\frac{34}{72} = 3\frac{17}{36} (\$)$$

Problemas tipo 2:

1.- ¿Por qué número se multiplica $\frac{1}{2}$ cuando se convierte en $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$ cuando se convierte en $\frac{3}{7}$, y $\frac{3}{5}$ cuando se convierte en 6?.

Solución:

$$(a).- \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \times 2}{4 \times 1} = \frac{3}{2}$$

$$(b).- \frac{1}{8} \rightarrow \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{\frac{3}{7}}{\frac{1}{8}} = \frac{3 \times 8}{7 \times 1} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$$

$$c).- \frac{3}{5} \rightarrow \frac{6}{1} \Rightarrow \frac{\frac{6}{1}}{\frac{3}{5}} = \frac{6 \times 5}{3 \times 1} = 10$$

2.- ¿Por cuál número hay que multiplicar a $14\frac{2}{9}$ para obtener $5\frac{1}{6}$?

Solución:

$$14\frac{2}{9} = \frac{128}{9}; 5\frac{1}{6} = \frac{31}{6}$$

$$\frac{128}{9} \rightarrow \frac{31}{6} \Rightarrow \frac{\frac{31}{6}}{\frac{128}{9}} = \frac{31 \times 9}{128 \times 6} = \frac{31 \times 3}{128 \times 2} = \frac{93}{256}$$

3.- ¿Por cuál número hay que multiplicar 7 para que dé 8; a 9 para que dé 10 y a 14 para obtener 3?.

Solución:

$$(a).- \frac{7}{1} \rightarrow \frac{8}{1} \Rightarrow \frac{\frac{8}{1}}{\frac{7}{1}} = \frac{8 \times 1}{7 \times 1} = \frac{8}{7}$$

$$(b).- \frac{9}{1} \rightarrow \frac{10}{1} \Rightarrow \frac{\frac{10}{1}}{\frac{1}{1}} = \frac{10 \times 1}{9 \times 1} = \frac{10}{9}$$

$$\textcircled{c}.- \frac{14}{1} \rightarrow \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{\frac{3}{1}}{\frac{14}{1}} = \frac{3 \times 1}{14 \times 1} = \frac{3}{14}$$

4.- ¿Por qué número se multiplica $\frac{5}{6}$ cuando se añade 2 a sus dos términos; cuando se resta 2 a sus dos términos?.

Solución:

$$(a).- \frac{5}{6} \rightarrow \frac{5+2}{6+2} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{\frac{7}{8}}{\frac{5}{6}} = \frac{7 \times 6}{8 \times 5} = \frac{7 \times 3}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$$

$$(b).- \frac{5}{6} \rightarrow \frac{5-2}{6-2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \times 6}{5 \times 4} = \frac{3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{9}{10}$$

5.- ¿Por cuál número se multiplica $\frac{11}{9}$ cuando se resta 4 a sus dos términos; cuando se añade 5 a sus dos términos?.

Solución:

$$(a).- \frac{11}{9} \rightarrow \frac{11-4}{9-4} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{\frac{7}{5}}{\frac{11}{9}} = \frac{7 \times 9}{11 \times 5} = \frac{63}{55} = 1 \frac{8}{55}$$

$$(b).- \frac{11}{9} \rightarrow \frac{11+5}{9+5} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{\frac{8}{7}}{\frac{11}{9}} = \frac{8 \times 9}{11 \times 7} = \frac{72}{77}$$

6.- ¿Por cuál número se multiplica 6 cuando se convierte en 4; a 3 cuando se convierte en 1; a 11 cuando se convierte en 12?.

Solución:

$$(a).- \frac{6}{1} \rightarrow \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{\frac{4}{1}}{\frac{6}{1}} = \frac{4 \times 1}{6 \times 1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$(b).- \frac{3}{1} \rightarrow \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{\frac{1}{1}}{\frac{3}{1}} = \frac{1 \times 1}{3 \times 1} = \frac{1}{3}$$

$$(c).- \frac{11}{1} \rightarrow \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{\frac{12}{1}}{\frac{11}{1}} = \frac{12 \times 1}{11 \times 1} = \frac{12}{11}$$

7.- ¿Por cuál número se multiplica $\frac{7}{8}$ cuando se añade 5 al numerador y 3 al denominador; cuando se resta 3 de 7 y se cambia el 8 por 10?.

Solución:

$$(a).- \frac{7}{8} \rightarrow \frac{7+5}{8+3} = \frac{12}{11} \Rightarrow \frac{\frac{12}{11}}{\frac{7}{8}} = \frac{12 \times 8}{11 \times 7} = \frac{96}{77} = 1 \frac{19}{77}$$

$$(b).- \frac{7}{8} \rightarrow \frac{7-3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{8}} = \frac{2 \times 8}{5 \times 7} = \frac{16}{35}$$

8.- ¿Por cuál número multiplico el precio de compra de un objeto que me costó \$15 y lo vendo por \$20?.

Solución:

$$\frac{15}{1} \rightarrow \frac{20}{1} \Rightarrow \frac{\frac{20}{1}}{\frac{15}{1}} = \frac{20 \times 1}{15 \times 1} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

Problemas tipo 3:

1.- ¿Por qué número se divide 8 cuando se convierte en $\frac{6}{1}$; 9 cuando se convierte en $\frac{7}{1}$; 11 cuando se convierte en $\frac{19}{1}$?

Solución:

$$(a).- 8 \rightarrow \frac{6}{1} \Rightarrow \frac{8}{1} \div \frac{6}{1} = \frac{8}{6} = \frac{8 \times 1}{6 \times 1} = \frac{4}{3}$$

$$(b).- 9 \rightarrow \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{9}{1} \div \frac{7}{1} = \frac{9}{7} = \frac{9 \times 1}{7 \times 1} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

$$(c).- 11 \rightarrow \frac{19}{1} \Rightarrow \frac{11}{1} \div \frac{19}{1} = \frac{11}{19} = \frac{11 \times 1}{19 \times 1} = \frac{11}{19}$$

2.- ¿ Por cuál número hay que dividir a 7 para obtener 8; a 9 para que dé 10; a 14 para que dé 3; a 50 para que dé $\frac{1}{4}$?

Solución:

$$(a).- 7 \rightarrow 8 \Rightarrow \frac{7}{1} \div \frac{8}{1} = \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

$$(b).- 9 \rightarrow 10 \Rightarrow \frac{9}{1} \div \frac{10}{1} = \frac{9}{10} = \frac{9 \times 1}{10 \times 1} = \frac{9}{10}$$

$$(c).- 14 \rightarrow 3 \Rightarrow \frac{14}{1} \div \frac{3}{1} = \frac{14}{3} = \frac{14 \times 1}{3 \times 1} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

$$(d).- 50 \rightarrow \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{50}{1} \div \frac{1}{4} = \frac{50}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{50 \times 4}{1 \times 1} = 200$$

3.- ¿Por cuál número hay que dividir a $5\frac{2}{5}$ para que dé $6\frac{1}{3}$?

Solución:

$$5\frac{2}{5} = \frac{27}{5}; 6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$$
$$\frac{27}{5} \rightarrow \frac{19}{3} \Rightarrow \frac{27}{5} \div \frac{19}{3} = \frac{27}{5} \times \frac{3}{19} = \frac{81}{95}$$

4.- ¿Por cuál número se divide $\frac{5}{6}$ cuando se añade 2 a cada uno de sus términos; cuando se resta 2 a cada uno de sus términos?.

Solución:

$$(a).- \frac{5}{6} \rightarrow \frac{5+2}{6+2} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{5}{6} \div \frac{7}{8} = \frac{5}{6} \times \frac{8}{7} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$$

$$(b).- \frac{5}{6} \rightarrow \frac{5-2}{6-2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

5.- ¿ Por cuál número se divide $\frac{11}{9}$ cuando se resta 4 a sus dos términos; cuando se suma 5 a los dos términos?.

Solución:

$$(a). \frac{11}{9} \rightarrow \frac{11-4}{9-4} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{11}{9} \div \frac{7}{5} = \frac{11}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{55}{63}$$

$$(b).- \frac{11}{9} \rightarrow \frac{11+5}{9+5} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{11}{9} \div \frac{8}{7} = \frac{11}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{77}{72} = 1\frac{5}{72}$$

6.- ¿Por cuál número se divide $\frac{7}{8}$ cuando se añade 5 al numerador y 3 al denominador; cuando se resta 3 de 7 y se cambia 7 por 10?.

Solución:

$$(a).- \frac{7}{8} \rightarrow \frac{7+5}{8+3} = \frac{12}{11} \Rightarrow \frac{7}{8} \div \frac{12}{11} = \frac{7}{8} \times \frac{11}{12} = \frac{77}{96}$$

$$(b).- \frac{7}{8} \rightarrow \frac{7-3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{7}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{8} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{16} = 2\frac{3}{16}$$

7.- ¿Por cuál número divido el precio de compra de un objeto que me costó \$15 y lo vendo por \$20?.

Solución:

$$15 \rightarrow 20 \Rightarrow \frac{15}{1} \div \frac{20}{1} = \frac{15}{1} \times \frac{1}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

8.- Si en lugar de dar 60 ctvs. a un muchacho le doy 80 ctvs. ¿Por cuál número he dividido lo que pensaba darle antes?.

Solución:

$$60 \rightarrow 80 \Rightarrow \frac{60}{1} \div \frac{80}{1} = \frac{60}{1} \times \frac{1}{80} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

9.- Si en lugar de comprar arroz a $3\frac{3}{4}$ (ctvs) la libra, lo compro a $4\frac{1}{4}$ (ctvs), ¿ por cuál número se ha dividido el primer precio?.

Solución:

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}; 4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$
$$\frac{15}{4} \rightarrow \frac{17}{4} \Rightarrow \frac{15}{4} \div \frac{17}{4} = \frac{15}{4} \times \frac{4}{17} = \frac{15}{17}$$

10.- Si en lugar de estudiar 5 horas, estudio 3; ¿por cuál número he dividido mi primer número de plan de estudio?

Solución:

$$5 \rightarrow 3 \Rightarrow \frac{5}{1} \div \frac{3}{1} = \frac{5}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Problemas tipo 4 y 5:

1.- Hallar que parte de 5 es 4; de 6 es 7; de 9 es 8.

Solución:

(a).- $\frac{1}{5} \times 4 = \frac{4}{5}$

(b).- $\frac{1}{6} \times 7 = \frac{7}{6}$

$$\textcircled{c}.- \frac{1}{8} \times 9 = \frac{9}{8}$$

2.- ¿Qué parte de 15 es 20; de 12 es 18; de 24 es 30?

Solución:

$$\text{(a).- } \frac{1}{15} \times 20 = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

$$\text{(b).- } \frac{1}{12} \times 18 = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{c}.- \frac{1}{24} \times 30 = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

3.- ¿Qué parte de 20 es 5; de 18 es 4; de 5 es 6?.

Solución:

$$\text{(a).- } \frac{1}{20} \times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\text{(b).- } \frac{1}{18} \times 4 = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

$$\textcircled{c}.- \frac{1}{5} \times 6 = \frac{6}{5}$$

4.- ¿Qué parte de $\frac{5}{6}$ es $\frac{2}{7}$; de $\frac{1}{2}$ es $3\frac{1}{5}$?

Solución:

$$\text{(a).- } \frac{2}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{2}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{35}$$

$$\text{(b).- } 3\frac{1}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow \frac{16}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{16}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$$

5.- ¿Qué fracción de $4\frac{3}{4}$ es $5\frac{1}{8}$; de $7\frac{5}{6}$ es 24?.

Solución:

(a).-

$$4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}; 5\frac{1}{8} = \frac{41}{8}$$

$$\frac{41}{8} \div \frac{19}{4} = \frac{41}{8} \times \frac{4}{19} = \frac{41 \times 1}{2 \times 19} = \frac{41}{38}$$

(b).-

$$7\frac{5}{6} = \frac{47}{6}$$

$$\frac{24}{1} \div \frac{47}{6} = \frac{24}{1} \times \frac{6}{47} = \frac{144}{47}$$

6.- ¿Qué parte de 1 bolívar son 6 ctvs.; 18 ctvs; 40 ctvs?.

Solución:

$$1,0(Bs.) = 100(ctvs)$$

$$(a) \frac{1}{100} \times 6 = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$$

$$(b).- \frac{1}{100} \times 18 = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

$$\textcircled{c}.- \frac{1}{100} \times 40 = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

7.- ¿Qué parte de una pieza de 60(m) es $14\frac{2}{5}(m)$; $\frac{5}{6}(m)$; $12(m)$?

Solución:

(a).-

$$14\frac{2}{5} = \frac{72}{5}$$

$$\frac{1}{60} \times \frac{72}{5} = \frac{1 \times 12}{10 \times 5} = \frac{1 \times 6}{5 \times 5} = \frac{6}{25}$$

$$(b).- \frac{1}{60} \times \frac{5}{6} = \frac{1 \times 1}{12 \times 6} = \frac{1}{72}$$

$$\textcircled{c}.- \frac{1}{60} \times \frac{12}{1} = \frac{1}{5}$$

8.- Juan tenía Bs. 60 y gastó Bs. 18. ¿Qué parte de su dinero gastó y qué parte ahorró?.

Solución:

$$(a).- \text{Gastó: } \frac{1}{60} \times 18 = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

$$(b).- \text{Ahorró: } 1 - \frac{3}{10} = \frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{10-3}{10} = \frac{7}{10}$$

9.- Un hombre que gana \$90 semanales, gasta 25; ¿qué parte de su salario gasta y que parte ahorra?.

Solución:

$$(a).- \text{Gasta: } \frac{1}{90} \times 25 = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

$$(b).- \text{Ahorra: } 1 - \frac{5}{18} = \frac{18}{18} - \frac{5}{18} = \frac{18-5}{18} = \frac{13}{18}$$

10.- Un hacendado tenía una finca de 200 hectáreas y vendió $\frac{1}{6}$ de 48 hectáreas. ¿Qué parte de su finca le queda?

Solución:

$$\frac{1}{6} \times 48 = 8(\text{hect.})$$

$$\text{Vendió: } \frac{1}{200} \times 8 = \frac{8}{200} = \frac{1}{25}$$

$$\text{Le queda: } 1 - \frac{1}{25} = \frac{25}{25} - \frac{1}{25} = \frac{25-1}{25} = \frac{24}{25}$$

11.- ¿Qué parte del costo se pierde cuando se vende en 15 soles lo que ha costado 20?.

Solución:

$$\text{Se vendió: } \frac{1}{20} \times 15 = \frac{3}{4}$$

$$\text{Se perdió: } 1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$$

12.- Un padre reparte \$1 entre sus tres hijos. A uno da 50 centavos de dólar, a otro 40 centavos y al otro el resto. ¿Qué parte del peso a dado a cada uno de los hijos?.

Solución:

$$(a).- \frac{1}{100} \times 50 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$(b).- \frac{1}{100} \times 40 = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$©.- 1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{10}{10} - \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{10-5-4}{10} = \frac{1}{10}$$

13.- Si me deben los $\frac{3}{5}$ de 500 dólares y me pagan los $\frac{2}{3}$ de 300 dólares, ¿qué parte de lo que debían me han pagado y que parte me deben?.

Solución:

$$\text{Me deben ahora: } \frac{3}{5} \times 500 = \frac{3 \times 500}{5} = 300(\$)$$

$$\text{Me han pagado: } \frac{2}{3} \times 300 = \frac{2 \times 300}{3} = 200(\$)$$

$$\text{Parte de la deuda que han pagado: } \frac{1}{300} \times 200 = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Todavía me adeudan: } 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

14.- Una botella llena de líquido pesa 3 kilogramos y el peso de la botella es $\frac{7}{8}$ kilogramos. ¿Qué parte del peso total es el peso del líquido?.

Solución:

$$\text{Peso neto de líquido: } 3 - \frac{7}{8} = \frac{24}{8} - \frac{7}{8} = \frac{24-7}{8} = \frac{17}{8} (kg)$$

$$\text{Parte de líquido con respecto al peso total: } \frac{1}{3} \times \frac{17}{8} = \frac{17}{24}$$

15.- Cuando vendo por 24 ctvs. lo que me ha costado 16 ctvs., ¿qué parte del costo y de la venta es la ganancia?.

Solución:

$$\text{Ganancia: } 24 - 16 = 8(\text{ctvs})$$

$$\text{Parte de la venta: } \frac{1}{24} \times 8 = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Parte del costo: } \frac{1}{16} \times 8 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

16.- Cuando vendo en 500 dólares un caballo que me había costado 425 dólares; qué parte es mi ganancia de mi costo y de mi precio de venta?.

Solución:

$$\text{Ganancia: } 500 - 425 = 75(\$)$$

$$\text{Parte de mi costo: } \frac{1}{425} \times 75 = \frac{75}{425} = \frac{3}{17}$$

$$\text{Parte del precio de venta: } \frac{1}{500} \times 75 = \frac{75}{500} = \frac{3}{20}$$

17.- ¿Qué parte de un cargamento de arroz que vale 4500 dólares podré comprar si vendo 7 caballos a 500 dólares cada uno?.

Solución:

$$\text{Dinero que ingresa por venta de caballos: } 7 \times 500 = 3500(\$)$$

$$\text{Parte que podré comprar: } \frac{1}{4500} \times 3500 = \frac{3500}{4500} = \frac{7}{9}$$

Problemas tipo 6 y 7:

1.- ¿Cuánto pierdo cuando vendo por los $\frac{3}{7}$ del costo de lo que me ha costado \$84?.

Solución:

La proporción de pérdida es:

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

Luego, la pérdida es:

$$\frac{4}{7} \times 84 = 48(\$)$$

2.- ¿Cuánto gano cuando vendo por los $\frac{13}{9}$ del costo lo que he comprado por \$108?

Solución:

Proporción de ganancia:

$$\frac{13}{9} - 1 = \frac{13}{9} - \frac{9}{9} = \frac{13-9}{9} = \frac{4}{9}$$

Entonces, la ganancia neta es: $\frac{4}{9} \times 108 = 48(\$)$

3.- ¿Gano o pierdo y cuánto, cuando vendo por los $\frac{3}{5}$ de los $\frac{7}{2}$ de lo que me ha costado \$40?

Solución:

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$$

Gano, porque la proporción anterior es mayor que 1; entonces, la proporción de ganancia

$$\text{será: } \frac{21}{10} - 1 = \frac{21}{10} - \frac{10}{10} = \frac{11}{10}$$

La ganancia neta será: $\frac{11}{10} \times 40 = \frac{440}{10} = 44(\$)$

4.- Al vender a un caballo en 910 dólares gano los $\frac{5}{13}$ de la venta. Hallar el costo inicial del caballo.

Solución:

$$\text{Proporción de costo: } 1 - \frac{5}{13} = \frac{13}{13} - \frac{5}{13} = \frac{13-5}{13} = \frac{8}{13}$$

El costo neto es: $\frac{8}{13} \times 910 = 560(\$)$

5.- ¿Qué parte del costo vendo cuando vendo por \$65 lo que me había costado \$80?.

Solución:

$$\text{Pérdida neta: } 80 - 65 = 15(\$)$$

$$\text{Proporción (parte) de pérdida: } \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$$

6.- Compré un traje por \$30 y lo vendo ganando los $\frac{3}{10}$ del costo. ¿Cuál fue el precio de venta?.

Solución:

$$\text{Proporción de venta respecto al costo: } 1 + \frac{3}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$$

$$\text{Entonces, el precio de venta es: } \frac{13}{10} \times 30 = 39(\$)$$

7.- Un obrero ajusta una obra por \$56 y hace los $\frac{4}{7}$ de ella. ¿Cuánto recibe y cuánto le falta por cobrar?.

Solución:

$$\text{Proporción de trabajo hecho: } \frac{4}{7}$$

$$\text{Proporción de trabajo por hacer: } 1 - \frac{4}{7} = \frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{7-4}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\text{Pago parcial que recibe: } \frac{4}{7} \times 56 = 32(\$)$$

$$\text{Pago por recibir cuando termine todo el trabajo: } \frac{3}{7} \times 56 = 24(\$)$$

8.- Me deben los $\frac{7}{9}$ de \$90 y me pagan los $\frac{3}{5}$ de 90. ¿Cuánto me deben aún?.

Solución:

$$\text{Proporción de deuda: } \frac{7}{9} - \frac{3}{5} = \frac{35-27}{45} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Me deben entonces: } \frac{8}{45} \times 90 = 16(\$)$$

9.- De los 84 ctvs. que tenía perdí $\frac{2}{7}$ y presté $\frac{5}{14}$. ¿ Cuánto me queda?

Solución:

$$\text{Proporción de dinero que me queda: } 1 - \frac{2}{7} - \frac{5}{14} = \frac{14}{14} - \frac{4}{14} - \frac{5}{14} = \frac{14-4-5}{14} = \frac{14-9}{14} = \frac{5}{14}$$

$$\text{Dinero neto que me queda: } \frac{5}{14} \times 84 = 30(\text{ctvs.})$$

10.- De una ciudad a otra hay 210 kilómetros. Un día ando los $\frac{3}{7}$ de esa distancia, otro día ando los $\frac{2}{21}$ de esa distancia y un tercer día ando $\frac{7}{30}$ de la misma distancia. ¿ Cuánto me queda por recorrer?

Solución:

Proporción

$$1 - \frac{3}{7} - \frac{2}{21} - \frac{7}{30} = \frac{210}{210} - \frac{90}{210} - \frac{20}{210} - \frac{49}{210} = \frac{210-90-20-49}{210} = \frac{51}{210}$$

$$7 = (7)(1)$$

$$21 = (3)(7)$$

$$30 = (2)(3)(5)$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5)(7) = 210$$

$$\text{Me queda por recorrer: } \frac{51}{210} \times 210 = 51(\text{km})$$

11.- De una finca de 500 hectáreas se cultivan $\frac{3}{20}$, se alquila $\frac{1}{10}$ y lo restante se vende a Bs. 5000 la hectárea. ¿Cuál fue el monto de la venta?.

Solución:

$$\text{Proporción de la finca que se vende: } 1 - \frac{3}{20} - \frac{1}{10} = \frac{20}{20} - \frac{3}{20} - \frac{2}{20} = \frac{20-3-2}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Lote por vender: } \frac{3}{4} \times 500 = 375(\text{hect.})$$

$$\text{Monto de la venta: } 375 \times 5000 = 1.875.000(\text{Bs.})$$

12.- Con los \$65 que tenía compré libros por \$15, y gasté en un traje los $\frac{7}{10}$ del resto. ¿Cuánto me queda?.

$$\text{Costo del traje: } \frac{7}{10}(65 - 15) = \frac{7}{10} \times 50 = 35(\$)$$

$$\text{Cantidad gastada: } 15 + 35 = 50(\$)$$

$$\text{Me queda: } 65 - 50 = 15(\$)$$

13.- Una viajera tiene que recorrer 75 kilómetros. Un día anda los $\frac{3}{5}$ de dicho recorrido y otro día $\frac{1}{3}$ del resto. ¿Cuánto le falta por recorrer?.

Solución:

$$\text{El primer día recorrió: } \frac{3}{5} \times 75 = 3 \times 15 = 45(\text{km})$$

$$\text{El segundo día recorrió: } \frac{1}{3} \times (75 - 45) = \frac{1}{3} \times 30 = 10(\text{km})$$

$$\text{Le falta por recorrer: } 75 - 45 - 10 = 75 - 50 = 20(\text{km})$$

14.- Un muchacho tiene que hacer 30 problemas. Un día resuelve los $\frac{3}{10}$ del total ya la día siguiente resolvió los $\frac{4}{7}$ del resto. ¿ Cuántos problemas le faltan por resolver?.

Solución:

$$\text{El primer día resolvió: } \frac{3}{10} \times 30 = \frac{90}{10} = 9(\text{prob.})$$

$$\text{Al día siguiente resolvió: } \frac{4}{7} \times (30 - 9) = \frac{4}{7} \times 21 = \frac{84}{7} = 12(\text{prob.})$$

$$\text{Faltan por resolver: } 30 - 9 - 12 = 30 - 21 = 9(\text{prob.})$$

15.- Tenía \$96. Con los $\frac{5}{12}$ de esa cantidad compré libros y con los $\frac{3}{8}$ de lo que me quedó compré un traje. ¿Cuánto me queda?.

Solución:

$$\text{Costo de los libros: } \frac{5}{12} \times 96 = 40(\$)$$

$$\text{Costo del traje: } \frac{3}{8} \times (96 - 40) = \frac{3}{8} \times 56 = 21(\$)$$

$$\text{Me quedan: } 96 - 40 - 21 = 96 - 61 = 35(\$)$$

16.- A $\$2\frac{1}{2}$ el quintal de una mercancía, ¿Cuánto importarán tres pedidos, de los cuales el primero contiene 5 quintales, el segundo $\frac{2}{5}$ de lo que contiene el primero y el tercero $\frac{1}{10}$ de lo que contiene el segundo?.

Solución:

Peso del primer pedido: 5 quintales.

$$\text{Peso del segundo pedido: } \frac{2}{5} \times 5 = 2(\text{quintales})$$

$$\text{Peso del tercer pedido: } \frac{1}{10} \times 2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}(\text{quintales})$$

$$\text{Peso de los tres pedidos juntos: } 5 + 2 + \frac{1}{5} = 7 + \frac{1}{5} = \frac{36}{5}(\text{quintales})$$

$$\text{Precio por quintal: } 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \left(\frac{\$}{\text{quintal}} \right)$$

$$\text{Monto del costo de los tres pedidos juntos: } \frac{5}{2} \times \frac{36}{5} = 18(\$)$$

17.- Un padre deja al morir \$4500 para repartir entre sus tres hijos. El mayor debe recibir $\frac{2}{9}$ de la herencia; el segundo $\frac{1}{5}$ de la parte del anterior, y el tercero lo restante. ¿Cuánto recibirá cada uno?.

Solución:

$$\text{El primero recibirá: } \frac{2}{9} \times 4.500 = 1.000(\$)$$

$$\text{El segundo recibirá: } \frac{1}{5} \times 1.000 = 200(\$)$$

$$\text{El tercero recibirá: } 4500 - 1000 - 200 = 3300(\$).$$

18.- Tengo \$9.000. Si presto los $\frac{3}{10}$ de esa cantidad; gasto una cantidad igual a los $\frac{4}{5}$ de lo que presté e invierto una cantidad igual a los $\frac{5}{9}$ de lo que gasté. ¿Cuánto me quedará?.

Solución:

$$\text{Presté: } \frac{3}{10} \times 9000 = 2.700(\$)$$

$$\text{Gasté: } \frac{4}{5} \times 2700 = 2.160(\$)$$

$$\text{Invertí: } \frac{5}{9} \times 2.160 = 1.200(\$)$$

$$\text{Me quedará: } 9.000 - 2.700 - 2.160 - 1.200 = 9.000 - 6.000 = 3.000 (\$)$$

19.- De los \$ 2.000 que tenía di a mi hermano los $\frac{3}{5}$; a mi primo Juan los $\frac{3}{8}$ del resto y a mi sobrino los $\frac{3}{5}$ del nuevo resto. ¿Cuánto me quedó?

Solución:

$$\text{Le di a mi hermano: } \frac{3}{5} \times 2000 = 1.200(\$)$$

$$\text{Di a mi primo Juan: } \frac{3}{8} \times (2000 - 1200) = \frac{3}{8} \times 800 = 300(\$)$$

$$\text{Di a mi sobrino: } \frac{3}{5} \times (2000 - 1200 - 300) = \frac{3}{5} \times 500 = 300(\$)$$

$$\text{Me quedan: } 2000 - 1200 - 300 - 300 = 2000 - 1800 = 200(\$)$$

20.- Tenía ahorrados \$1120. En Enero invertí la mitad de esa cantidad; en Febrero, la mitad de lo que me quedaba; en Marzo la mitad de lo que tenía después de los gastos anteriores; y en Abril la mitad de lo que tenía después de los gastos anteriores. Si con lo que me quedaba compré en Mayo un caballo, ¿cuánto me costó el caballo?.

Solución:

$$\text{Inversión en Enero: } \frac{1}{2} \times 1120 = 560(\$)$$

$$\text{Inversión en Febrero: } \frac{1}{2} \times (1120 - 560) = \frac{1}{2} \times 560 = 280(\$)$$

$$\text{Inversión en Marzo: } \frac{1}{2} \times (1120 - 560 - 280) = \frac{1}{2} \times 140 = 140(\$)$$

$$\text{Inversión en Abril: } \frac{1}{2} \times (1120 - 560 - 280 - 140) = \frac{1}{2} \times 140 = 70(\$)$$

$$\text{Precio del caballo: } (1120 - 560 - 280 - 140 - 70) = 70(\$)$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 24B.

Tema: Fracciones. Problemas tipos. (Continuación).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Ejemplos de problemas tipos:

1.- Si añadimos 1 al numerador y 3 al denominador de $\frac{3}{4}$; ¿aumenta o disminuye esta fracción y cuánto?

Solución:

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3+1}{4+3} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{4 \times 4}{7 \times 4} = \frac{16}{28}$$

La fracción ha disminuido su valor en:

$$\frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$$

2.- ¿Por cuál número se multiplica $\frac{5}{6}$ cuando se convierte en $2\frac{3}{7}$?

Solución:

$\frac{5}{6}$ es un factor y $2\frac{3}{7}$ es el producto, entonces, se debe encontrar el otro factor:

$$2\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{102}{35} = 2\frac{32}{35}$$

3.- ¿Por qué número se divide 80 cuando se convierte en $\frac{3}{5}$?

Solución:

80 es el dividendo y $\frac{3}{5}$ el cociente. Para hallar el divisor se debe dividir el dividendo entre el cociente:

$$\frac{80}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{80}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$$

4.- ¿Qué parte de 10 es 4?

Solución:

Diremos que 1 es $\frac{1}{10}$ de 10; entonces, 4 será cuatro veces mayor, o sea:

$$4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ de } 10.$$

5.- ¿Qué parte de $\frac{2}{3}$ es $\frac{7}{8}$?

Se divide una fracción por la otra: $\frac{7}{8} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{16}$

6.- Un animal que costó BsF. 1250 se vendió por los $\frac{2}{5}$ del costo. ¿Cuánto se pierde?

Solución:

El animal se vendió en $1250 \times \frac{2}{5} = 500$ (BsF.)

Se perdió: $1250 - 500 = 750$ (BsF.)

7.- Tenía \$90. Perdí los $\frac{3}{5}$ y luego presté $\frac{5}{6}$ del resto. ¿ Cuánto me queda?.

Solución:

$$\text{Perdí: } 90 \times \frac{3}{5} = \frac{270}{5} = 54(\$)$$

$$\text{El resto es: } 90 - 54 = 36(\$)$$

$$\text{Presté: } \frac{5}{6} \times 36 = 30(\$)$$

$$\text{Me quedan: } 90 - 54 - 30 = 6(\$)$$

8.- ¿ Qué hora es cuando el reloj señala los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ del doble de las 6 de la mañana?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{6}{1} = 4(A.M.)$$

9.- Los $\frac{3}{4}$ de un número son 60.¿ Cuál es el número?

Solución:

$$\frac{60}{3/4} = \frac{240}{3} = 80$$

10.- Los $\frac{2}{3}$ de la edad de Mario es 24 años y la edad de Roberto es los $\frac{4}{9}$ de la edad de Mario. Hallar ambas edades.

Solución:

$$\text{Edad de Mario: } \frac{24}{2/3} = \frac{24 \times 3}{2} = 36(\text{años})$$

$$\text{Edad de Roberto: } \frac{4}{9} \times 36 = 16(\text{años})$$

11.- Con los $\frac{3}{8}$ y los $\frac{2}{7}$ de mi dinero compré una casa de \$7400. ¿ Cuánto tenía y cuánto me quedó?.

Solución:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{7} = \frac{21+16}{56} = \frac{37}{56}$$

$$\text{Dinero que tenía: } \frac{7400}{37/56} = \frac{7400 \times 56}{37} = 11200(\$)$$

$$\text{Me quedó: } 11200 - 7400 = 3800(\$)$$

12.- Una pecera con sus peces ha costado \$48. Sabiendo que el precio de la pecera es los $\frac{5}{11}$ del precio de los peces, hallar el precio de los peces y de la pecera.

Solución:

$$P + \frac{5}{11} \times P = 48 \Rightarrow P \left(1 + \frac{5}{11} \right) = 48 \Rightarrow P \left(\frac{11}{11} + \frac{5}{11} \right) = 48(\$)$$

$$P \left(\frac{16}{11} \right) = 48 \Rightarrow P = \frac{48}{16/11} = \frac{48 \times 11}{16} = 33 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

También:

$$\text{Precio de los peces más el precio de la pecera: } \frac{11}{11} + \frac{5}{11} = \frac{16}{11} = 48 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

$$\text{Precio de los peces: } \frac{48 \times 11}{16} = 33(\$)$$

$$\text{Precio de la pecera: } 33 \times \frac{5}{11} = \frac{33 \times 5}{11} = 15(\$)$$

13.- ¿Cuál es el número que tiene 28 de diferencia entre sus $\frac{2}{3}$ y sus $\frac{3}{8}$?

Solución:

$$\frac{2}{3}N - \frac{3}{8}N = 28 \Rightarrow N \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8} \right) = 28 \Rightarrow N \left(\frac{16-9}{24} \right) = 28$$

$$= N \times \frac{7}{24} = 28 \Rightarrow N = \frac{28}{7/24} = 4 \times 24 = 96$$

PREGUNTAS:

Problemas tipo 8:

1.- Si me pagan los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{2}{5}$ de \$150, ¿cuánto recibiré?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{150}{1} = \frac{2 \times 2 \times 150}{3 \times 5 \times 1} = \frac{4 \times 30}{3} = 40(\$)$$

2.- ¿Qué hora es cuando el reloj señala los $\frac{5}{4}$ de $\frac{1}{2}$ del triple de las 8:00 a.m.?.

Solución:

$$\frac{5}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} \times \frac{8}{1} = \frac{5 \times 1 \times 3 \times 8}{4 \times 2 \times 1 \times 1} = \frac{5 \times 1 \times 3 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = 15 \Rightarrow 3:00(p.m.)$$

3.- Si me debían los $\frac{3}{8}$ de BsF.840 y me pagan los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{5}{14}$ de BsF.840; ¿ cuánto me deben?.

Solución:

$$\text{Me debían: } \frac{3}{8} \times \frac{840}{1} = 315(BsF.)$$

$$\text{Me pagan: } \frac{3}{4} \times \frac{5}{14} \times \frac{840}{1} = \frac{3 \times 5 \times 840}{4 \times 14 \times 1} = 225(BsF.)$$

$$\text{Me deben: } 315 - 225 = 90(BsF.)$$

4.- De una finca de 4200 hectáreas se venden los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{7}$ y se alquilan los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{4}{5}$ de la finca. ¿Cuántas hectáreas quedan?.

Solución:

$$\text{Vendidas: } \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} \times \frac{4200}{1} = 400(hect.)$$

$$\text{Alquiladas: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{4200}{1} = 2520(hect.)$$

$$\text{Quedan: } 4200 - 400 - 2520 = 1280(hect.)$$

5.- Si vendo una casa por los $\frac{3}{8}$ de los $\frac{5}{9}$ de \$7200 y un caballo por $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de \$2400. ¿Cuánto recibiré en total?.

Solución:

$$\text{Venta de la casa: } \frac{3}{8} \times \frac{5}{9} \times \frac{7200}{1} = 1500(\$)$$

$$\text{Venta del caballo: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2400}{1} = 100(\$)$$

$$\text{Recibiré: } 1500 + 100 = 1600(\$)$$

6.- De una finca de 6300 hectáreas se venden primero los $\frac{5}{6}$ de los $\frac{2}{3}$ y más tarde los $\frac{2}{9}$ de los $\frac{5}{7}$ de los $\frac{9}{5}$. ¿Cuánto queda?.

Solución:

$$\text{Proporción de la finca que se ha vendido: } \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times \frac{5}{7} \times \frac{9}{5} = \frac{5}{9} + \frac{2}{7} = \frac{35+18}{63} = \frac{53}{63}$$

$$\text{Proporción de la finca que queda: } 1 - \frac{53}{63} = \frac{63-53}{63} = \frac{10}{63}$$

$$\text{Area de la finca que queda: } \frac{6300}{1} \times \frac{10}{63} = 1.000(\text{hect.})$$

7.- ¿Cuánto pierdo cuando vendo por los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{9}{10}$ del costo lo que me ha costado 5000 dólares?.

Solución:

$$\text{Proporción de la venta respecto al costo: } \frac{2}{5} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{50}$$

$$\text{Proporción de la pérdida respecto al costo: } 1 - \frac{18}{50} = \frac{50}{50} - \frac{18}{50} = \frac{50-18}{50} = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$$

$$\text{Pérdida: } \frac{5000}{1} \times \frac{16}{25} = 3200(\$)$$

8.- Una persona tiene derecho a recibir los $\frac{7}{20}$ de \$2000. Si cobra $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de \$2000. ¿Cuánto le deben?

Solución:

$$\text{Derecho a cobrar: } \frac{7}{20} \times \frac{2000}{1} = 700(\$)$$

$$\text{Monto cobrado: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2000}{1} = 250(\$).$$

$$\text{Le deben: } 700 - 250 = 450(\$)$$

9.- Una persona es dueña de los $\frac{3}{10}$ de un terreno valuado en \$10.000. ¿Cuánto recibirá si vende los $\frac{7}{10}$ de $\frac{1}{2}$ de su parte?

Solución:

$$\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{1}{2} \times \frac{10.000}{1} = 21 \times 50 = 1050(\$)$$

10.- Un reloj adelanta por hora los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{3}{4}$ de 40 minutos. ¿Cuánto adelanta en 10 horas?

Solución:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{40}{1} \times \frac{10}{1} = 2 \times 3 \times 20 = 120(\text{min.}) = 2(h)$$

Problemas tipo 9:

1.- ¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{5}$ equivalen a 50?

Solución:

$$N = \frac{50}{\frac{2}{5}} = \frac{50}{1} \times \frac{5}{2} = \frac{250}{2} = 125$$

2.- Los $\frac{3}{4}$ de un número son 120. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$N = \frac{120}{\frac{3}{4}} = \frac{120 \times 4}{3} = 160$$

3.- Pedro tiene 9 años y la edad de Pedro es los $\frac{3}{2}$ de la edad de Enrique. ¿Qué edad tiene Enrique?.

Solución:

$$E = \frac{9}{\frac{3}{2}} = \frac{9 \times 2}{3} = 6(\text{años})$$

4.- Con los \$65 que tengo no podría pagar más que los $\frac{13}{14}$ de mis deudas. ¿Cuánto debo?.

Solución:

$$D = \frac{65}{\frac{13}{14}} = \frac{65 \times 14}{13} = 70(\$)$$

5.- Compré un traje y un anillo. El traje me costó \$45 y esta cantidad es los $\frac{5}{9}$ del precio del anillo. ¿Cuánto vale éste?.

Solución:

$$A = \frac{45}{\frac{5}{9}} = \frac{45 \times 9}{5} = 81(\$)$$

6.- Un hombre gasta en alimentación de su familia los $\frac{2}{5}$ de su sueldo mensual. Si en un mes gasta por ese concepto \$82; ¿cuál ha sido su sueldo ese mes?.

Solución:

$$S = \frac{82}{\frac{2}{5}} = \frac{82 \times 5}{2} = 205(\$)$$

7.- Si los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{3}{4}$ de un número equivalen a 24; ¿cuál es ese número?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow N = \frac{24}{\frac{1}{2}} = 24 \times 2 = 48$$

8.- ¿Cuál es el número en el cual los $\frac{5}{6}$ de sus $\frac{3}{22}$ equivalen a 80?.

Solución:

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{22} = \frac{5}{44} \Rightarrow N = \frac{80}{\frac{5}{44}} = \frac{80 \times 44}{5} = 16 \times 44 = 704$$

9.- Una casa tiene 38 metros de altura y esta altura representa los $\frac{4}{7}$ de los $\frac{7}{8}$ de la altura de otro edificio. ¿Cuál es la altura del otro edificio?.

Solución:

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{28}{1} = 28 \times 2 = 56(m)$$

10.- Si los $\frac{3}{8}$ de un quintal de una mercancía valen 24 ctvs.; ¿cuánto vale el quintal?.

Solución:

$$Q = \frac{24}{\frac{3}{8}} = \frac{24 \times 8}{3} = 8 \times 8 = 64(ctvs.)$$

11.- Se corta un pedazo de 36 cms. de una varilla. Si ese pedazo cortado es los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{4}{5}$ de la varilla, ¿cuál será la longitud de ésta?.

Solución:

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{36}{\frac{3}{5}} = \frac{36 \times 5}{3} = 12 \times 5 = 60(\text{cms.})$$

12.- En un colegio hay 42 alumnos varones que representan los $\frac{3}{13}$ del total de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay y cuántas niñas?.

Solución:

$$\text{Cantidad de alumnos: } \frac{42}{\frac{3}{13}} = \frac{42 \times 13}{3} = 14 \times 13 = 182(\text{alumnos})$$

$$\text{Número de niñas: } 182 - 42 = 140(\text{niñas}).$$

13.- $\frac{2}{15}$ del metro de casimir valen Bs. 4,0. ¿Cuánto valen 6,0 metros?.

Solución:

$$\frac{2}{15}(m) \rightarrow 4,0(\text{Bs.})$$

$$6,0(m) \rightarrow x \Rightarrow x = \frac{4 \times 6}{\frac{2}{15}} = 2 \times 6 \times 15 = 180(\text{Bs.})$$

14.- Los $\frac{15}{79}$ de una obra valen \$75. ¿Cuánto valdrán 4 obras iguales?.

Solución:

$$\frac{15}{79} \rightarrow 75(\$)$$

$$4 \rightarrow x \Rightarrow x = \frac{75 \times 4}{\frac{15}{79}} = \frac{5 \times 4 \times 79}{1} = 1.580(\$)$$

15.- Un comerciante vende los $\frac{8}{35}$ de sus efectos por \$512. ¿Cuánto valen los efectos que le quedan?

Solución:

$$\text{Valor de los efectos totales: } \frac{512}{\frac{8}{35}} = \frac{512 \times 35}{8} = 2240(\$)$$

Valor de los efectos que le quedan: $2240 - 512 = 1.728$ (\$).

16.- En un accidente se averían los $\frac{7}{11}$ de las mercancías que lleva un camión. Si la avería vale \$91,0. ¿Cuánto vale la mercancía que llevaba el camión?

Solución:

$$\frac{91}{\frac{7}{11}} = \frac{91 \times 11}{7} = 143(\$)$$

17.- Al vender los $\frac{4}{11}$ de su finca, un hombre se queda con 60 hectáreas de tierra menos. ¿Cuál era la extensión de la finca?

Solución:

$$\frac{60}{\frac{4}{11}} = \frac{60 \times 11}{4} = 15 \times 11 = 165(\text{hect.})$$

18.- Se venden 14,0 me3tros de una tela que son los $\frac{2}{7}$ de una pieza. ¿Cuántos metros habrá en 8 piezas iguales?

Solución:

$$\frac{2}{7} \rightarrow 14,0(m)$$
$$8 \rightarrow x \Rightarrow x = \frac{14 \times 8}{\frac{2}{7}} = 14 \times 4 \times 7 = 392(m)$$

19.- Si poseo los $\frac{3}{4}$ de una finca y vendo los $\frac{2}{5}$ de mi parte por \$9.000; ¿cuál es el valor de la finca?.

Solución:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{9000}{\frac{3}{10}} = \frac{3000 \times 10}{1} = 30.000(\$)$$

20.- Un hombre que es dueño de los $\frac{3}{4}$ de un edificio vende los $\frac{3}{11}$ de su parte por \$7.290. ¿Cuál es el valor del edificio?.

Solución:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{11} = \frac{9}{44} \Rightarrow \frac{7.290}{\frac{9}{44}} = \frac{7290 \times 44}{9} = 35.640(\$)$$

Problemas tipo 10:

1.- Los $\frac{4}{5}$ de un número son 40. ¿ Cuántos serán los $\frac{3}{10}$ del número?.

Solución:

$$N = \frac{40}{\frac{4}{5}} = \frac{40 \times 5}{4} = 50 \Rightarrow \frac{3}{10} \times 50 = 15$$

2.- ¿Cuánto son los $\frac{3}{8}$ de un número cuyos $\frac{5}{7}$ equivalen a 80?.

Solución:

$$N = \frac{80}{\frac{5}{7}} = \frac{80 \times 7}{5} = 112 \Rightarrow \frac{3}{8} \times N = \frac{3}{8} \times 112 = 42$$

3.- La edad de Enrique es los $\frac{5}{6}$ de la edad de Juan y $\frac{4}{5}$ de la de Juan equivalen a 24 años. Hallar ambas edades.

Solución:

$$\text{Edad de Juan es: } J = \frac{24}{\frac{4}{5}} = \frac{24 \times 5}{4} = 30(\text{años})$$

$$\text{Edad de Enrique: } E = \frac{5}{6} \times 30 = 25 (\text{años})$$

4.- Si prestara $\frac{7}{9}$ de mi dinero prestaría \$14. ¿Cuánto me ha costado un traje que compré con los $\frac{5}{6}$ de mi dinero?.

Solución:

$$\text{Mi dinero es: } D = \frac{14}{\frac{7}{9}} = \frac{14 \times 9}{7} = 18 (\$)$$

$$\text{El traje costó: } T = \frac{5}{6} \times 18 = \frac{5 \times 18}{6} = 15 (\$)$$

5.- Los $\frac{5}{9}$ de los de una pieza de tela valen 65 dólares. ¿ Cuánto vale la pieza entera y cuánto valen los $\frac{7}{13}$ de la pieza?.

Solución:

$$\text{La pieza entera vale: } P = \frac{65}{\frac{5}{9}} = \frac{65 \times 9}{5} = 13 \times 9 = 117 (\$)$$

$$\text{Los } \frac{7}{13} \text{ de la pieza valen: } \frac{7}{13} \times 117 = 7 \times 9 = 63 (\$)$$

6.- ¿Cuánto son los $\frac{3}{25}$ de una pieza de tela cuyos $\frac{4}{15}$ son 60 metros?.

Solución:

$$\text{La pieza de tela mide: } P = \frac{60}{\frac{4}{15}} = \frac{60 \times 15}{4} = 15 \times 15 = 225 \Rightarrow \frac{3}{25} \times 225 = 3 \times 9 = 27 (m)$$

7.- Los $\frac{2}{3}$ de un cargamento de frutas valen \$50. ¿Cuánto vale el resto?.

$$\text{Proporción del resto: } 1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

Valor del cargamento de frutas completo: $\frac{50}{\frac{2}{3}} = \frac{50 \times 3}{2} = 75(\$)$

Valor del resto: $\frac{1}{3} \times 75 = \frac{75}{3} = 25(\$)$

8.- Al cortar un pedazo de 36 cms. de longitud de una varilla, he cortado los $\frac{6}{7}$ de la varilla. ¿Cuál es la longitud de la parte que queda?

Proporción que queda: $1 - \frac{6}{7} = \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$

Longitud de la varilla completa: $V = \frac{36}{\frac{6}{7}} = \frac{36 \times 7}{6} = 42(\text{cms.})$

El pedazo que queda mide: $\frac{1}{7} \times 42 = 6(\text{cms.})$

9.- Si al comprar un traje de \$33 gasto los $\frac{11}{13}$ de mi dinero, ¿cuánto me queda?.

Solución:

Cantidad original de mi dinero: $D = \frac{33}{\frac{11}{13}} = \frac{33 \times 13}{11} = 39(\$)$

Me quedan: $39 - 33 = 6 (\$)$.

10.- \$180 representan los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{5}{6}$ de mi dinero. ¿ Cuánto me costará un caballo que comprara con los $\frac{7}{18}$ de mi dinero?.

Solución:

Cálculo del monto de mi dinero completo: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{180}{\frac{5}{9}} = \frac{180 \times 9}{5} = 324(\$)$

Precio del caballo: $\frac{7}{18} \times 324 = 126(\$)$

11.- La extensión de mi finca es los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{7}{8}$ de la extensión de la finca de Pedro Suárez y los $\frac{4}{9}$ de los $\frac{3}{4}$ de esta finca son 12 hectáreas. Hallar la extensión de ambas fincas.

Solución:

$$\text{Extensión de la finca de Pedro Suárez: } \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{12}{\frac{1}{3}} = 12 \times 3 = 36(\text{hect.})$$

$$\text{Extensión de mi finca: } \frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{7}{12} \times 36 = 21(\text{hect.})$$

12.- $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de la edad de Juan Pérez son 3 años y la edad de su nieto es $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{9}$ de la suya. Hallar ambas edades.

Solución:

$$\text{Edad de Juan Pérez: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{3}{\frac{1}{24}} = 3 \times 24 = 72(\text{años})$$

$$\text{Edad del nieto: } \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{36} \times 72 = 2(\text{años})$$

Problemas tipo 11 y 12:

1.- Con los $\frac{3}{4}$ y los $\frac{2}{9}$ de mi dinero compré un caballo por \$105. ¿Cuánto tenía y cuánto me quedó?.

Solución:

$$\text{Tenía: } \frac{3}{4} + \frac{2}{9} = \frac{27+8}{36} = \frac{35}{36} \Rightarrow \frac{105}{\frac{35}{36}} = \frac{105 \times 36}{35} = 108(\$)$$

Me quedó: $108 - 105 = 3(\$)$.

2.- Cortando los $\frac{2}{9}$ y los $\frac{3}{7}$ de una varilla, a longitud de ésta ha disminuido en 62 centímetros. ¿Cuál es la longitud de la varilla?.

Solución:

$$\text{Longitud de la varilla: } \frac{2}{9} + \frac{3}{7} = \frac{14+27}{63} = \frac{41}{63} \Rightarrow \frac{82}{\frac{41}{63}} = \frac{82 \times 63}{41} = 126(\text{cms.})$$

3.- Los $\frac{3}{7}$ más los $\frac{2}{9}$ de una pieza de tela son 164 metros. Hallar la longitud de la pieza de tela.

Solución:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{9} = \frac{27+14}{63} = \frac{41}{63} \Rightarrow \frac{164}{\frac{41}{63}} = \frac{164 \times 63}{41} = 4 \times 63 = 252(m)$$

4.- La suma de la sexta, la novena y la duodécima parte de un número es igual a 26. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{6+4+3}{36} = \frac{13}{36} \Leftrightarrow \frac{26}{\frac{13}{36}} = \frac{26 \times 36}{13} = 72$$

5.- Los $\frac{3}{11}$ de una pieza de tela más los $\frac{5}{33}$ de la misma menos $\frac{1}{3}$ de ella valen 18 bolívares; ¿cuánto vale la pieza entera?.

Solución:

$$\frac{3}{11} + \frac{5}{33} - \frac{1}{3} = \frac{9+5-11}{33} = \frac{3}{33} = \frac{1}{11} \Rightarrow \frac{18}{\frac{1}{11}} = 18 \times 11 = 198(\text{Bs.})$$

6.- ¿Cuál es el número cuyos $\frac{3}{13}$ aumentados en sus $\frac{5}{26}$ y disminuidos en sus $\frac{5}{13}$ equivalen a 120?.

Solución:

$$\frac{3}{13} + \frac{5}{26} - \frac{5}{13} = \frac{6+5-10}{26} = \frac{1}{26} \Rightarrow \frac{120}{\frac{1}{26}} = 120 \times 26 = 3.120.$$

7.- La edad de Pedro es $\frac{1}{7}$ de la de Juan y ambas edades suman 24 años. Hallar ambas edades.

Solución:

$$J = 1 + \frac{1}{7} = \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{24}{\frac{8}{7}} = 3 \times 7 = 21(\text{años})$$

$$P = \frac{1}{7} \times 21 = 3(\text{años})$$

8.- María tiene $\frac{3}{8}$ de lo que tiene Juana, y si ambas suman sus fondos, el capital total sería \$ 121. ¿Cuánto tiene cada una?.

Solución:

$$J = 1 + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{8} \Rightarrow \frac{121}{\frac{11}{8}} = \frac{121 \times 8}{11} = 88(\$)$$

$$M = \frac{3}{8} \times 88 = 33(\$)$$

9.- Se compra un perro con su collar por \$540, y el precio del collar es $\frac{1}{26}$ del precio del perro. Hallar el precio del perro y del collar.

Solución:

$$1 + \frac{1}{26} = \frac{26}{26} + \frac{1}{26} = \frac{27}{26} \Rightarrow P = \frac{540}{\frac{27}{26}} = \frac{540 \times 26}{27} = 520(\$)$$

$$C = \frac{1}{26} \times 520 = 20(\$)$$

10.- Un traje y un sombrero han costado \$56. Sabiendo que el precio del sombrero es los $\frac{3}{5}$ del precio del traje; hallar el precio del traje y del sombrero.

Solución:

$$1 + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow T = \frac{56}{\frac{8}{5}} = \frac{56 \times 5}{8} = 7 \times 5 = 35(\$)$$

$$S = \frac{3}{5} \times 35 = 3 \times 7 = 21(\$)$$

Problemas tipo 13:

1.- Cuál es el número que tiene 22 de diferencia entre sus $\frac{5}{6}$ y sus $\frac{2}{9}$?

Solución:

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{9} = \frac{15-4}{18} = \frac{11}{18} \Rightarrow N = \frac{22}{\frac{11}{18}} = \frac{22 \times 18}{11} = 36$$

2.- Los $\frac{7}{11}$ de un número exceden en 207 a los $\frac{2}{13}$. ¿Cuál es el número?

Solución:

$$\frac{7}{11} - \frac{2}{13} = \frac{91-22}{143} = \frac{69}{143} \Rightarrow N = \frac{207}{\frac{69}{143}} = \frac{207 \times 143}{69} = 3 \times 143 = 429$$

3.- Si en lugar de recibir los $\frac{3}{8}$ de una cantidad recibo los $\frac{2}{7}$, pierdo \$50. ¿Qué cantidad me deben?

Solución:

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{7} = \frac{21-16}{56} = \frac{5}{56} \Rightarrow D = \frac{50}{\frac{5}{56}} = \frac{50 \times 56}{5} = 560(\$)$$

4.- Si en lugar de comprar un traje con los $\frac{3}{5}$ de lo que tengo invertido en otro los $\frac{2}{7}$ de mi dinero, ahorro \$33. ¿Cuánto tengo?

Solución:

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{21-10}{35} = \frac{11}{35} \Rightarrow D = \frac{33}{\frac{11}{35}} = \frac{33 \times 35}{11} = 3 \times 35 = 105(\$)$$

5.- Si en vez de ahorrar los $\frac{2}{7}$ de lo que medió mi padre guardo $\frac{1}{9}$, ahorraría 55 colones menos. ¿Cuánto me dio mi padre?.

Solución:

$$\frac{2}{7} - \frac{1}{9} = \frac{18-7}{63} = \frac{11}{63} \Rightarrow P = \frac{55}{\frac{11}{63}} = \frac{55 \times 63}{11} = 5 \times 63 = 315(\text{colones})$$

6.- Un pedazo equivalente a los $\frac{5}{11}$ de una varilla excede en 68 centímetros a otro equivalente a $\frac{1}{9}$ de la varilla. Hallar la longitud de la varilla.

$$\frac{5}{11} - \frac{1}{9} = \frac{45-11}{99} = \frac{34}{99} \Rightarrow \frac{68}{\frac{34}{99}} = \frac{68 \times 99}{34} = 2 \times 99 = 198(\text{cms.})$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 24C.

Tema: Fracciones. Problemas tipos. (Continuación)

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Ejemplos de problemas tipos:

14.- ¿De qué número es 84 dos quintos más?.

Solución:

El problema nos dice que $N + \frac{2}{5}N = 84$.

Luego:

$$N\left(1 + \frac{2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N\left(\frac{5+2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N \times \frac{7}{5} = 84 \Rightarrow N = \frac{84}{7/5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{84 \times 5}{7} = 60$$

También: Al número desconocido lo identificamos con $\frac{5}{5}$. Si 84 es $\frac{2}{5}$ más, entonces,

podemos escribir que 84 será $\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ del número buscado; entonces, $\frac{1}{5}$ del número es

igual a $84 \div 7 = 12$ y el número buscado, $\frac{5}{5}$, será $5 \times 12 = 60$.

15.- ¿De qué número es 50 dos séptimos menos?

Solución:

$$1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \Rightarrow N = \frac{50}{\frac{5}{7}} = \frac{50 \times 7}{5} = 70$$

16.- Después de gastar $\frac{1}{3}$ de mi dinero, me quedo con \$42. ¿Cuánto tenía?.

$$N - N \times \frac{1}{3} = 42 \Rightarrow N \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 42 \Rightarrow N \left(\frac{3-1}{3} \right) = 42 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \times \frac{2}{3} = 42 \Rightarrow \frac{42}{2/3} = \frac{42 \times 3}{2} = 63(\$)$$

También:

Todo el dinero completo se representa por $\frac{3}{3}$; luego, si se ha gastado $\frac{1}{3}$, quedan

$\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Entonces 42 es $\frac{2}{3}$ del dinero total, por lo que $\frac{1}{3}$ del dinero total será

$$42 \div 2 = 21(\$) \Rightarrow \frac{3}{3} \Rightarrow 3 \times 21 = 63(\$)$$

17.- Después de gastar $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ de mi dinero, me quedo con \$60. ¿Cuánto tenía y cuánto gasté?

Solución:

Proporcionalmente gasté:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14+15}{35} = \frac{29}{35}$$

Todo lo que tenía antes de gastar: $\frac{35}{35}$ por lo que queda $\frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$

Luego \$60 son los $\frac{6}{35}$ de mi cantidad de dinero original.

$$\text{Entonces: } \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = 60 \Rightarrow \frac{6}{35} = 60 \Rightarrow \frac{60}{6/35} = \frac{60 \times 35}{6} = 350(\$)$$

Gasté entonces: $350 - 60 = 290(\$)$

18.- Si $\frac{1}{5}$ de los alumnos de un colegio está en clase, $\frac{2}{9}$ de lo anterior en recreo y los 68 alumnos restantes en el comedor. Hallar el total de alumnos.

Solución:

En clase hay $\frac{1}{5}$ del total.

En recreo hay $\frac{2}{9}$ de $\frac{1}{5}$ del total, o sea $\frac{2}{45}$ del total.

Ahora, sumando la proporción que está en clase con la que está en recreo:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{45} = \frac{9}{45} + \frac{2}{45} = \frac{11}{45}.$$

Si representamos el total de alumnos por $\frac{45}{45}$, entonces quedarán en el comedor:

$$\frac{45}{45} - \frac{11}{45} = \frac{34}{45} = 68 \Rightarrow \frac{68}{34/45} = \frac{68 \times 45}{34} = 90 (\text{alumnos})$$

El total será 90 alumnos.

19.- Un padre deja a su hijo mayor $\frac{1}{3}$ de su herencia; al segundo hijo deja $\frac{2}{5}$ del resto, y al tercero los \$2000 restantes. ¿ A cuánto ascendía el monto de la herencia?.

Solución:

Como el mayor recibe $\frac{1}{3}$ de la herencia, el resto es $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. El segundo recibe

entonces $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$. Luego, sumando lo dejado al primero y al segundo

$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$, lo dejado al tercero es $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 2000$; por lo que el monto

original de la herencia es $\frac{2000}{2/5} = \frac{2000 \times 5}{2} = 5000 (\$)$.

20.- Un hombre deposita en un banco los $\frac{2}{3}$ de su dinero y en otro banco 500 bolívares.

Si lo que ha depositado en total representa los $\frac{6}{7}$ de su monto total de dinero; ¿ cuánto es ese monto total?

Solución:

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = 500 \Rightarrow \frac{18-14}{21} = \frac{4}{21} = 500 \Rightarrow \frac{500}{4/21} = \frac{500 \times 21}{4} = 2625 (\$)$$

21.- Un hombre al morir dispone lo siguiente: a su amigo Pedro le deja $\frac{1}{5}$ de su capital; a otro amigo, Juan, le deja $\frac{2}{7}$ del resto, y a un asilo le deja \$3400. Si la cantidad repartida así es los $\frac{5}{6}$ de su capital, ¿ cuál es su capital?.

Solución:

A Pedro le deja $\frac{1}{5}$ del capital total.

A Juan le deja $\frac{2}{7} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$ del capital total

Entonces podemos decir que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} + \frac{8}{35} + 3400 &= \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{5} - \frac{8}{35} = 3400 \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{7+8}{35} = \frac{5}{6} - \frac{15}{35} = 3400 = \\ &= \frac{5}{6} - \frac{3}{7} = 3400 \Rightarrow \frac{35-18}{42} = \frac{17}{42} = 3400 \Rightarrow \frac{3400}{17/42} \Rightarrow \frac{3400 \times 42}{17} = 8400(\$) \end{aligned}$$

22.- Pedro puede hacer un trabajo en 5 días y Juan en 8 días. ¿ En cuántos días podrán hacer el trabajo los dos juntos?.

Solución:

Pedro hace $\frac{1}{5}$ del trabajo en 1 día y Juan hace $\frac{1}{8}$ del trabajo también en 1 día. Los dos juntos harán en 1 día: $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{8+5}{40} = \frac{13}{40}$ y llamando $\frac{40}{40}$ al trabajo completo, tenemos

que tardarán juntos $\frac{40}{40} \div \frac{13}{40} = \frac{40}{13} = \frac{40}{13} = 3\frac{1}{13}$ (días)

23.- Dos llaves abiertas a la vez pueden llenar un estanque para agua en 5 horas y una de ellas sola lo puede llenar en 8 horas. ¿ En cuánto tiempo puede llenar el estanque la otra llave?.

Solución:

Las dos llaves tienen un flujo de agua de $\frac{1}{5}$ y una de las llaves tiene un flujo de agua de $\frac{1}{8}$. La otra llave tendrá un flujo de agua de $\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{8-5}{40} = \frac{3}{40} \left(\frac{m^3}{h} \right)$. Entonces, esta segunda llave puede llenar el estanque, $\frac{40}{40}$, en:

$$\frac{40}{40} \div \frac{3}{40} = \frac{40}{\frac{3}{40}} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}(h)$$

24.- ¿Cuál es el número que aumentado en sus $\frac{2}{5}$ y disminuido simultáneamente en sus $\frac{3}{7}$ equivale a 102?.

Solución:

Representemos al número buscado por $\frac{5}{5}$; entonces:

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = 102 \Rightarrow \frac{35+14-15}{35} = \frac{34}{35} = 102 \Rightarrow \frac{102 \times 35}{34} = 105$$

25.- Preguntado Juan por su edad responde: mi edad aumentada en sus $\frac{5}{6}$ y en 10 años equivale a 43 años. ¿Cuál es la edad de Juan?

Solución:

Representemos la edad de Juan por $\frac{6}{6}$, entonces:

$$\frac{6}{6} + \frac{5}{6} + 10 = 43 \Rightarrow \frac{11}{6} = 33 \Rightarrow \frac{33 \times 6}{11} = \frac{198}{11} = 18(\text{años}).$$

26.- Los $\frac{3}{4}$ más los $\frac{2}{5}$ de un número exceden al número en 36. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}.$$

Representemos al número buscado por $\frac{20}{20}$:

$$\frac{23}{20} - \frac{20}{20} = \frac{3}{20} = 36 \Rightarrow \frac{36 \times 20}{3} = 240.$$

PREGUNTAS:

Problemas tipo 14 y 15:

1.- ¿De qué número es 49 un sexto más?

Solución:

$$\frac{6}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \Rightarrow$$

$$\frac{7}{6} \rightarrow 49$$

$$\frac{6}{6} \rightarrow x \Rightarrow x = 49 \times \frac{6}{7} = 49 \times \frac{6}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{49 \times 6}{7} = 7 \times 6 = 42$$

2.- De qué número es 96 un onceavo más?

Solución:

$$\frac{11}{11} + \frac{1}{11} = \frac{12}{11} \Rightarrow N = \frac{96}{\frac{12}{11}} = 8 \times 11 = 88$$

3.- ¿De qué número es 98 cinco novenos más?

Solución:

$$\frac{9}{9} + \frac{5}{9} = \frac{14}{9} \Rightarrow N = \frac{98}{\frac{14}{9}} = \frac{98 \times 9}{14} = 7 \times 9 = 63$$

4.- ¿De qué número es 56 dos novenos menos?.

Solución:

$$\frac{9}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \Rightarrow N = \frac{56}{\frac{7}{9}} = \frac{56 \times 9}{7} = 8 \times 9 = 72$$

5.- ¿De qué número es 108 un décimo menos?

Solución:

$$\frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow N = \frac{108}{\frac{9}{10}} = \frac{108 \times 10}{9} = 12 \times 10 = 120$$

6.- ¿De qué número es 1050 siete doceavos menos?.

Solución:

$$\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow N = \frac{1050}{\frac{5}{12}} = \frac{1050 \times 12}{5} = 210 \times 12 = 2520$$

7. ¿De qué número es 30 un cuarto menos?.

Solución:

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow N = \frac{30}{\frac{3}{4}} = \frac{30 \times 4}{3} = 40$$

8.- ¿De qué número es 100 un noveno más?.

Solución:

$$\frac{9}{9} + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \Rightarrow N = \frac{100}{\frac{10}{9}} = \frac{100 \times 9}{10} = 90$$

9.- ¿De qué número es 93 un cuarto de un octavo nuevo?.

Solución:

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32} \Rightarrow \frac{32}{32} - \frac{1}{32} = \frac{31}{32} \Rightarrow N = \frac{93}{\frac{31}{32}} = \frac{93 \times 32}{31} = 3 \times 32 = 96$$

10.- ¿De qué número es 49 un medio de un tercio más?.

Solución:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{6}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \Rightarrow N = \frac{49}{\frac{7}{6}} = \frac{49 \times 6}{7} = 7 \times 6 = 42$$

11.- Cuando vendo un lápiz por 12 ctvs. gano $\frac{1}{5}$ del costo; ¿cuánto me costó?.

Solución:

$$\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{12}{\frac{6}{5}} = \frac{12 \times 5}{6} = 10(\$)$$

12.- Al vender una casa en 10200 dólares gano los $\frac{3}{17}$ del costo. Hallar el costo.

Solución:

$$\frac{17}{17} + \frac{3}{17} = \frac{20}{17} \Rightarrow \frac{10200}{\frac{20}{17}} = \frac{10200 \times 17}{20} = 510 \times 17 = 8670(\$)$$

13.- Cuando vendo un lápiz por 9 ctvs. pierdo $\frac{2}{5}$ del costo. ¿Cuánto me costó el lápiz?.

Solución:

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9}{\frac{3}{5}} = \frac{9 \times 5}{3} = \frac{3 \times 5}{1} = 15(ctvs.)$$

14.- Vendo una casa por 8998 balboas, perdiendo $\frac{2}{13}$ de lo que me costó. ¿Cuánto me costó la casa?.

Solución:

$$\frac{13}{13} - \frac{2}{13} = \frac{11}{13} \Rightarrow \frac{8998}{\frac{11}{13}} = \frac{8998 \times 13}{11} = 818 \times 13 = 10.634(balboas)$$

15.- 63 metros excede en sus $\frac{2}{7}$ a la longitud de una pieza de tela. Hallar la longitud de la pieza de tela.

Solución:

$$\frac{7}{7} + \frac{2}{7} = \frac{9}{7} \Rightarrow T = \frac{63}{\frac{9}{7}} = \frac{63 \times 7}{9} = 7 \times 7 = 49(m)$$

16.- \$33 es $\frac{4}{7}$ más que el dinero de Pedro. ¿Cuánto tiene Pedro?.

Solución:

$$\frac{7}{7} + \frac{4}{7} = \frac{11}{7} \Rightarrow P = \frac{33}{\frac{11}{7}} = \frac{33 \times 7}{11} = 3 \times 7 = 21(\$)$$

17.- La edad de Elsa es $\frac{7}{18}$ menos que la edad de Rosa. Si Elsa tiene 22 años; ¿cuánto tiene Rosa?.

Solución:

$$\frac{18}{18} - \frac{7}{18} = \frac{11}{18} \Rightarrow R = \frac{22}{\frac{11}{18}} = \frac{22 \times 18}{11} = 2 \times 18 = 36(años)$$

18.- Cuando vendo un reloj en 36 dólares gano $\frac{2}{9}$ del precio de venta. ¿Cuánto me había costado el reloj?.

Solución:

$$\frac{9}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \Rightarrow Costo = \frac{7}{9} \times 36 = 7 \times 4 = 28(\$)$$

También, otro método:

$$\frac{2}{9} \times 36 = 8(\$)$$

$$36 - 8 = 28(\$)$$

19.- Cuando vendo un reloj por 90 dólares, pierdo $\frac{2}{9}$ del precio de venta. ¿Cuánto me había costado el reloj?.

Solución:

$$\frac{9}{9} + \frac{2}{9} = \frac{11}{9} \Rightarrow \frac{11}{9} \times 90 = 11 \times 10 = 110(\$)$$

También, otro método:

$$\frac{2}{9} \times 90 = 20(\$)$$

$$90 + 20 = 110(\$)$$

20.- Andando los $\frac{3}{8}$ de la distancia entre dos pueblos me faltan aún 60 kilómetros. ¿Cuál es la distancia entre los dos pueblos?

Solución:

Proporción de lo que falta:

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Ahora se plantea una regla de tres directa:

$$\frac{5}{8} \rightarrow 60(km)$$

$$\frac{8}{8} \rightarrow D(km)$$

$$D = 60 \times \frac{\frac{8}{8}}{\frac{5}{8}} = 60 \times \frac{8 \times 8}{5 \times 8} = 60 \times \frac{8}{5} = 12 \times 8 = 96(km)$$

Problemas tipo 16 y 17:

1.- Perdí los $\frac{3}{8}$ de lo que tenía y me quedan \$40. ¿Cuánto tenía y cuánto gasté?

Solución:

Tenía:

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{5}{8} \times N = 40 \Rightarrow N = \frac{40}{\frac{5}{8}} = \frac{40 \times 8}{5} = 8 \times 8 = 64(\$)$$

$$\text{Gasté: } 64 - 40 = 24(\$).$$

2.- Los $\frac{2}{9}$ de mis lápices son blancos y los 21 restantes azules. ¿Cuántos lápices tengo en total y cuántos son blancos?

Solución:

$$\text{Proporción de lápices azules, con respecto al total: } 1 - \frac{2}{9} = \frac{9}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\text{Total de lápices de ambos colores: } \frac{7}{9} \times T = 21 \Rightarrow T = \frac{21}{\frac{7}{9}} = \frac{21 \times 9}{7} = 3 \times 9 = 27 (\text{láp.})$$

$$\text{Total de lápices blancos: } 27 - 21 = 6 .$$

3.- Los $\frac{7}{9}$ de la superficie de un terreno están fabricados y los 84 metros cuadrados restantes, constituyen un patio. ¿Cuál es la superficie del terreno?.

Solución:

Proporción correspondiente a la superficie del patio, con respecto al total:

$$1 - \frac{7}{9} = \frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Superficie del terreno completo: } \frac{2}{9} \times T = 84 \Rightarrow T = \frac{84}{\frac{2}{9}} = \frac{84 \times 9}{2} = 42 \times 9 = 378 (m^2)$$

4.- Regalo $\frac{3}{5}$ de mi dinero y me quedé con 60 bolívares. ¿Cuánto tenía y cuánto regalé?.

Solución:

Proporción de dinero con lo que me quedé, con respecto al total:

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Cantidad de dinero original: } D = \frac{60}{\frac{2}{5}} = \frac{60 \times 5}{2} = 150 (\$)$$

Regalé: $150 - 60 = 90(\$)$.

5.- Presté $\frac{2}{3}$ de los $\frac{5}{6}$ de mi dinero y me quedé con 100 bolívares. ¿Cuánto tenía y cuánto presté?.

Solución:

Proporción de dinero con lo que me quede, con respecto al total:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{1 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{9} \Rightarrow 1 - \frac{5}{9} = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

Cantidad total de dinero original: $\frac{100}{\frac{4}{9}} = \frac{100 \times 9}{4} = 25 \times 9 = 225 (Bs.)$

Cantidad de dinero que presté: $225 - 100 = 125 (Bs.)$.

6.- Me quedaron 54 gallinas después de vender $\frac{2}{11}$ de lo que tenía. ¿Cuántas gallinas tenía?.

Solución:

Proporción de gallinas con lo que me quedé, con respecto al total que tenía:

$$1 - \frac{2}{11} = \frac{11}{11} - \frac{2}{11} = \frac{9}{11}$$

Total de gallinas que tenía: $G = \frac{54}{\frac{9}{11}} = \frac{54 \times 11}{9} = 6 \times 11 = 66 (gallinas)$.

7.- Si tuviera $\frac{1}{4}$ menos de la edad que tengo tuviera 21 años. ¿Qué edad tengo?.

Solución:

Proporción correspondiente a 21 años, con respecto a la edad real:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Edad que tengo: } E = \frac{21}{\frac{3}{4}} = \frac{21 \times 4}{3} = 7 \times 4 = 28(\text{años})$$

8.- Vendí $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{7}$ de mi finca y me quedaron 68 hectáreas. ¿Cuál era la extensión de mi finca?.

Solución:

Proporción del area de la finca que me quedó, con respecto al total:

$$1 - \frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{35} = \frac{35}{35} - \frac{1}{35} = \frac{34}{35}$$

$$\text{Extensión de la finca: } \frac{68}{\frac{34}{35}} = \frac{68 \times 35}{34} = 2 \times 35 = 70(\text{hect.})$$

9.- Habiendo salido 80 alumnos de un colegio permanecen en el mismo los $\frac{3}{8}$ del total de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en el colegio?.

Solución:

Proporción de alumnos que salieron del colegio, con respecto al total:

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Total de alumnos del colegio:

$$T = \frac{80}{\frac{5}{8}} = \frac{80 \times 8}{5} = 16 \times 8 = 128(\text{alumnos})$$

10.- Si gastara \$65 me quedaría con $\frac{2}{15}$ de lo que tengo. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

Proporción de dinero que gastaría, con respecto al total que tengo:

$$1 - \frac{2}{15} = \frac{15}{15} - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\text{Total de dinero que tengo: } D = \frac{65}{\frac{13}{15}} = \frac{65 \times 15}{13} = 5 \times 15 = 75(\$)$$

11.- Los $\frac{2}{5}$ de mis lápices son blancos, $\frac{1}{3}$ son azules y los 12 restantes, son verdes.
¿Cuántos lápices tengo?.

Solución:

Proporción de lápices verdes, con respecto al total:

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{15-11}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Total de lápices: } T = \frac{12}{\frac{4}{15}} = \frac{12 \times 15}{4} = 3 \times 15 = 45(\text{lap.})$$

12.- Los $\frac{2}{9}$ de una finca están sembradas de caña, los $\frac{5}{8}$ de café y las 22 hectáreas restantes de tabaco. ¿Cuál es la extensión de la finca?.

Solución:

Proporción de la finca que está sembrada de tabaco, con respecto al total:

$$1 - \frac{2}{9} - \frac{5}{8} = \frac{72}{72} - \frac{16}{72} - \frac{45}{72} = \frac{72-61}{72} = \frac{11}{72}$$

$$\text{Extensión total de la finca: } F = \frac{22}{\frac{11}{72}} = \frac{22 \times 72}{11} = 2 \times 72 = 144(\text{hect.})$$

13.- Ayer perdí los $\frac{3}{7}$ de mi dinero y hoy presté $\frac{3}{8}$. Si me quedaron \$33, ¿cuánto tenía y cuánto perdí?.

Solución:

Proporción de dinero que me quedó, con respecto al total:

$$1 - \frac{3}{7} - \frac{3}{8} = \frac{56}{56} - \frac{24}{56} - \frac{21}{56} = \frac{56-45}{56} = \frac{11}{56}$$

$$\text{Cantidad de dinero que tenía: } D = \frac{33}{\frac{11}{56}} = \frac{33 \times 56}{11} = 3 \times 56 = 168(\$)$$

Cantidad de dinero que perdí: $\frac{3}{7} \times 168 = 3 \times 24 = 72(\$)$

14.- $\frac{2}{5}$ de las gallinas de un campesino son blancas, $\frac{1}{3}$ son negras y las 20 restantes pintadas. ¿Cuántas gallinas tiene en total, cuántas blancas y cuántas negras?.

Solución:

Proporción de gallinas pintadas, con respecto al total:

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Total de gallinas: } T = \frac{20}{\frac{4}{15}} = \frac{20 \times 15}{4} = 5 \times 15 = 75(\text{gall.})$$

$$\text{Número de gallinas blancas: } \frac{2}{5} \times 75 = 2 \times 15 = 30(\text{gall.})$$

$$\text{Número de gallinas negras: } \frac{1}{3} \times 75 = 25(\text{gall.})$$

15.- Habiendo andado los $\frac{3}{8}$ y los $\frac{4}{7}$ de la distancia entre dos pueblos, me faltan 9 kilómetros. ¿Cuál es la distancia entre los dos pueblos?.

Solución:

Proporción de distancia que falta por andar, con respecto a la distancia total:

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{4}{7} = \frac{56}{56} - \frac{21}{56} - \frac{32}{56} = \frac{56 - 21 - 32}{56} = \frac{56 - 53}{56} = \frac{3}{56}$$

Distancia total entre los dos pueblos:

$$D = \frac{9}{\frac{3}{56}} = \frac{9 \times 56}{3} = 3 \times 56 = 168(\text{kms.})$$

16.- Un hombre al morir ordena entregar los $\frac{7}{18}$ de su fortuna a su hijo mayor, los $\frac{5}{20}$ a su hijo menor, y los 620 dólares restantes a un sobrino. ¿Cuál era su fortuna y cuánto recibió cada hijo?.

Solución:

Proporción de la fortuna total que recibió el sobrino:

$$1 - \frac{7}{18} - \frac{5}{11} = \frac{198}{198} - \frac{77}{198} - \frac{90}{198} = \frac{198 - 167}{198} = \frac{31}{198}$$

$$\text{Monto de la fortuna: } F = \frac{620}{\frac{31}{198}} = \frac{620 \times 198}{31} = 20 \times 198 = 3960 (\$)$$

$$\text{Cantidad de dinero dejada al hijo mayor: } \frac{7}{18} \times 3960 = 1.540 (\$)$$

$$\text{Cantidad de dinero dejada al hijo menor: } \frac{5}{11} \times 3960 = 1.800 (\$)$$

17.- Después de gastar 80 soles me queda $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ de mi dinero: ¿Cuánto tenía?.

Solución:

Proporción de dinero gastada, con respecto al monto total:

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6 - 5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Cantidad total de dinero: } T = \frac{80}{\frac{1}{6}} = 80 \times 6 = 480 (\text{soles})$$

18.- Doy a Pedro $\frac{1}{5}$, a Juan $\frac{3}{11}$ y a Claudio $\frac{2}{9}$ de mis metras y me quedan 302.
¿Cuántas metras tenía y cuántas di a Pedro?.

Solución:

Proporción de las metras que me quedan, con respecto al total:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{3}{11} - \frac{2}{9} = \frac{495}{495} - \frac{99}{495} - \frac{135}{495} - \frac{110}{495} = \frac{495 - 344}{495} = \frac{151}{495}$$

$$\text{Número total de metras: } N = \frac{302}{\frac{151}{495}} = \frac{302 \times 495}{151} = 2 \times 495 = 990 (\text{metras})$$

$$\text{Número de metras que di a Pedro: } P = \frac{1}{5} \times 990 = 198 (\text{metras})$$

19.- $\frac{1}{11}$ de las aves de una granja son gallos, $\frac{2}{13}$ son gallinas, $\frac{5}{143}$ son palomas y las 206 aves restantes son patos. ¿Cuántas aves hay en la granja?.

Solución:

Proporción de patos que hay en la granja, con respecto al monto total de aves:

$$1 - \frac{1}{11} - \frac{2}{13} - \frac{5}{143} = \frac{143}{143} - \frac{13}{143} - \frac{22}{143} - \frac{5}{143} = \frac{143 - 40}{143} = \frac{103}{143}$$

$$\text{Número total de aves: } N = \frac{206}{\frac{103}{143}} = \frac{206 \times 143}{103} = 2 \times 143 = 286 (\text{aves})$$

20.- $\frac{5}{22}$ de los alumnos de un colegio están en clase; $\frac{1}{11}$ en recreo; $\frac{1}{22}$ en el baño y los 70 alumnos restantes en estudio. ¿Cuántos alumnos hay en el colegio y cuántos en cada ocupación?.

Solución:

Proporción de alumnos en estudio, con respecto al total de alumnos:

$$1 - \frac{5}{22} - \frac{1}{11} - \frac{1}{22} = \frac{22}{22} - \frac{5}{22} - \frac{2}{22} - \frac{1}{22} = \frac{22 - 8}{22} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

$$\text{Número de alumnos que hay en el colegio: } \frac{70}{\frac{7}{11}} = \frac{70 \times 11}{7} = 10 \times 11 = 110 (\text{alumnos})$$

$$\text{Número de alumnos en clase: } \frac{5}{22} \times 110 = 25 (\text{alumnos}).$$

$$\text{Número de alumnos en recreo: } \frac{1}{11} \times 110 = 10 (\text{alumnos}).$$

$$\text{Número de alumnos en el baño: } \frac{1}{22} \times 110 = 5 (\text{alumnos}).$$

21.- Se ha vendido $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{2}{7}$ de una pieza de tela de la que quedan 9 metros. ¿Cuál era la longitud original de la pieza de tela?.

Solución:

Proporción del pedazo de tela que queda, con respecto a la longitud original:

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{2}{7} = \frac{42}{42} - \frac{14}{42} - \frac{7}{42} - \frac{12}{42} = \frac{42-14-7-12}{42} = \frac{9}{42}$$

Longitud original de la pieza de tela: $L = \frac{9}{\frac{9}{42}} = \frac{9 \times 42}{9} = 42(m)$

22.- Doy a Pedro $\frac{1}{4}$, a Juan $\frac{1}{8}$, a Enrique $\frac{1}{16}$ y a Ernesto $\frac{1}{32}$ de mis galletas y me quedan 51 galletas. ¿Cuántas galletas tenía y cuántas di a cada uno?.

Solución:

Proporción de las galletas que me quedan, con respecto al número total de galletas:

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{32}{32} - \frac{8}{32} - \frac{4}{32} - \frac{2}{32} - \frac{1}{32} = \frac{32-15}{32} = \frac{17}{32}$$

Número total de galletas: $G = \frac{51}{\frac{17}{32}} = \frac{51 \times 32}{17} = 3 \times 32 = 96(galletas)$

Le di a Pedro: $\frac{1}{4} \times 96 = 24(galletas)$.

Le di a Juan: $\frac{1}{8} \times 96 = 12(galletas)$

Le di a Enrique: $\frac{1}{16} \times 96 = 6(galletas)$.

Le di a Ernesto: $\frac{1}{32} \times 96 = 3(galletas)$.

Problema tipo 18:

1.- Doy a Pedro $\frac{1}{6}$ de mi dinero, a Juan $\frac{3}{5}$ de lo anterior y me quedo con 46 colones.
¿Cuánto tenía?.

Solución:

Proporción del dinero con que me quedo, referido al dinero original:

$$1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} = 1 - \frac{1}{6} - \frac{2}{30} = \frac{30}{30} - \frac{5}{30} - \frac{2}{30} = \frac{30-5}{30} = \frac{23}{30}$$

El capital original será: $C = \frac{46}{\frac{23}{30}} = \frac{46 \times 30}{23} = 2 \times 30 = 60(\text{colonos})$

2.- Gasté los $\frac{3}{8}$ de lo que tenía e invertí una parte igual a los $\frac{2}{5}$ de lo anterior. Si tengo aún \$ 57, ¿cuánto tenía al principio?.

Solución:

Proporción de dinero que aún tengo, referida al capital original que tenía al principio:

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{8} \times \frac{2}{5} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{6}{40} = \frac{40}{40} - \frac{15}{40} - \frac{6}{40} = \frac{40-21}{40} = \frac{19}{40}$$

Capital original: $C = \frac{57}{\frac{19}{40}} = \frac{57 \times 40}{19} = 3 \times 40 = 120(\$)$

3.- De una pieza de tela se venden primero los $\frac{2}{9}$ y luego una parte igual a los $\frac{5}{6}$ de lo anterior. Si aún quedan 80 metros, ¿cuál era la longitud de la pieza?.

Solución:

Proporción de lo que queda:

$$1 - \frac{2}{9} - \frac{2}{9} \times \frac{5}{6} = 1 - \frac{2}{9} - \frac{10}{54} = \frac{54}{54} - \frac{12}{54} - \frac{10}{54} = \frac{54-22}{54} = \frac{32}{54} = \frac{16}{27}$$

La longitud de la pieza será: $L = \frac{80}{\frac{16}{27}} = \frac{80 \times 27}{16} = 5 \times 27 = 135(m)$

4.- Invertí primero los $\frac{2}{7}$ de mi capital, después una parte igual a los $\frac{3}{4}$ de lo anterior y me quedaron \$854. ¿Cuánto tenía al principio?.

Solución:

Proporción equivalente a lo que me queda, con respecto al capital total:

$$1 - \frac{2}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = 1 - \frac{2}{7} - \frac{6}{28} = \frac{28}{28} - \frac{8}{28} - \frac{6}{28} = \frac{28-14}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

El capital original es: $C = \frac{854}{\frac{1}{2}} = 854 \times 2 = 1708(\$)$

5.- El lunes leí los $\frac{3}{11}$ de un libro, el martes una parte igual a los $\frac{3}{5}$ de lo anterior y aún me faltan 93 páginas por leer. ¿Cuántas páginas tiene el libro y cuánto leí el día lunes?.

Solución:

Proporción de lo que me falta por leer, con respecto al total de páginas del libro:

$$1 - \frac{3}{11} - \frac{3}{11} \times \frac{3}{5} = 1 - \frac{3}{11} - \frac{9}{55} = \frac{55}{55} - \frac{15}{55} - \frac{9}{55} = \frac{55-24}{55} = \frac{31}{55}$$

Páginas que tiene el libro: $P = \frac{93}{\frac{31}{55}} = \frac{93 \times 55}{31} = 3 \times 55 = 165(\text{pag.})$

El lunes leí: $\frac{3}{11} \times 165 = 45(\text{pag.})$

6.- Un comerciante vendió los $\frac{7}{22}$ de los sacos de frijoles que había comprado; se le picaron y tuvo que desechar una parte igual a los $\frac{11}{7}$ de lo anterior y aún le quedan 16 sacos por vender. ¿Cuántos sacos había comprado y cuántos vendió?.

Solución:

Proporción de sacos que le quedan, con respecto al total de sacos:

$$1 - \frac{7}{22} - \frac{7}{22} \times \frac{11}{7} = 1 - \frac{7}{22} - \frac{11}{22} = \frac{22}{22} - \frac{7}{22} - \frac{11}{22} = \frac{22-18}{22} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

Número total de sacos: $N = \frac{16}{\frac{2}{11}} = \frac{16 \times 11}{2} = 8 \times 11 = 88(\text{sacos})$

Número de sacos que vendió: $V = \frac{7}{22} \times 88 = 7 \times 4 = 28(\text{sacos})$

7.- Un hacendado vendió primero los $\frac{5}{6}$ de su finca y más tarde una parte igual a $\frac{1}{8}$ de lo anterior. Si le quedan 9 hectáreas, ¿cuál era la extensión de la finca?.

Solución:

Proporción de la finca que le queda, respecto al área original de la misma:

$$1 - \frac{5}{6} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{8} = 1 - \frac{5}{6} - \frac{5}{48} = \frac{48}{48} - \frac{40}{48} - \frac{5}{48} = \frac{48-45}{48} = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$$

Extensión, área, original de la finca: $A = \frac{9}{\frac{1}{16}} = 9 \times 16 = 144$ (hect.)

8.- Un padre deja a su hijo mayor $\frac{3}{11}$ de su fortuna, al segundo $\frac{3}{33}$, al tercero $\frac{1}{4}$ de lo que le dejó a los otros dos; y al cuarto los Bs. 8.400 restantes. ¿A cuánto ascendía la fortuna?.

Solución:

Proporción de la fortuna que recibió el cuarto hijo:

$$1 - \frac{3}{11} - \frac{3}{33} - \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{11} + \frac{1}{11} \right) = 1 - \frac{3}{11} - \frac{1}{11} - \frac{1}{4} \times \frac{4}{11} = \frac{11}{11} - \frac{3}{11} - \frac{1}{11} - \frac{1}{11} = \frac{11-5}{11} = \frac{6}{11}$$

Monto total de la fortuna: $F = \frac{8400}{\frac{6}{11}} = \frac{8400 \times 11}{6} = 1400 \times 11 = 15400$ (Bs.)

9.- Un jugador pierde en la ruleta $\frac{1}{5}$ de su dinero; en el kino $\frac{1}{8}$ y en apuestas una cantidad igual a los $\frac{2}{3}$ de lo que perdió en el kino. Si aún le quedan \$213, ¿cuánto tenía al principio y cuánto tenía en cada caso?.

Solución:

Proporción de la cantidad que le queda con respecto al capital original:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{120}{120} - \frac{24}{120} - \frac{15}{120} - \frac{10}{120} = \frac{120-49}{120} = \frac{71}{120}$$

$$5 = (5)(1)$$

$$8 = (2)^3$$

$$12 = (2)^2 (3)$$

$$m.c.m. = (2)^3 (3)(5) = 120$$

$$\text{Capital original: } C = \frac{213}{\frac{71}{120}} = \frac{213 \times 120}{71} = 3 \times 120 = 360 (\$)$$

$$\text{En la ruleta perdió: } R = \frac{1}{5} \times 360 = 72 (\$)$$

$$\text{En el kino perdió: } K = \frac{1}{8} \times 360 = 45 (\$)$$

$$\text{En apuestas perdió: } A = \frac{1}{12} \times 360 = 30 (\$)$$

Problemas tipo 19:

1.- Ayer perdí los $\frac{3}{7}$ de mi dinero y hoy los $\frac{3}{8}$ de lo que me quedaba. Si todavía tengo \$10, ¿cuánto tenía al principio?.

Solución:

Proporción de lo que tengo todavía, respecto al total original:

$$\begin{aligned} \frac{3}{8} \times \left(1 - \frac{3}{7}\right) &= \frac{3}{8} \times \left(\frac{7}{7} - \frac{3}{7}\right) = \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{14} \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 - \frac{3}{7} - \frac{3}{14} &= \frac{14}{14} - \frac{6}{14} - \frac{3}{14} = \frac{14-9}{14} = \frac{5}{14} \end{aligned}$$

$$\text{Capital inicial: } \frac{5}{14} \times C = 10 \Rightarrow C = \frac{10 \times 14}{5} = 2 \times 14 = 28 (\$)$$

2.- Un cartero dejó en una oficina $\frac{1}{6}$ de las cartas que llevaba, en un banco $\frac{2}{9}$ del resto y todavía tiene 70 cartas para repartir. ¿Cuántas cartas le dieron para repartir?.

Solución:

Proporción de las cartas que le quedan, respecto al gran total inicial:

$$\frac{2}{9} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{9} \times \left(\frac{6}{6} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{9} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{54} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{6} - \frac{10}{54} = \frac{54}{54} - \frac{9}{54} - \frac{10}{54} = \frac{54 - 9 - 10}{54} = \frac{54 - 19}{54} = \frac{35}{54}$$

Número inicial de cartas por repartir:

$$\frac{35}{54} \times N = 70 \Rightarrow N = \frac{70 \times 54}{35} = 2 \times 54 = 108 (\text{cartas})$$

3.- Se venden los $\frac{2}{9}$ de una finca y se alquila $\frac{1}{3}$ del resto. Si quedan 28 hectáreas, ¿cuál era la extensión de la finca?.

Solución:

Proporción de lo que queda con respecto al área total inicial:

$$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{2}{9}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{9}{9} - \frac{2}{9}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{27} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{2}{9} - \frac{7}{27} = \frac{27}{27} - \frac{6}{27} - \frac{7}{27} = \frac{27 - 13}{27} = \frac{14}{27}$$

Extensión original de la finca:

$$\frac{14}{27} \times F = 28 \Rightarrow F = \frac{28 \times 27}{14} = 2 \times 27 = 54 (\text{hect.})$$

4.- La semana pasada leí los $\frac{5}{7}$ de un libro y esta semana ya he leído los $\frac{2}{5}$ de lo que faltaba. Si aún me faltan por leer 60 páginas, ¿cuántas páginas tiene el libro?.

Solución:

Proporción de lo que falta aún por leer, con respecto al total de páginas:

$$\frac{2}{5} \times \left(1 - \frac{5}{7}\right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{7}{7} - \frac{5}{7}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{35} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{5}{7} - \frac{4}{35} = \frac{35}{35} - \frac{25}{35} - \frac{4}{35} = \frac{35 - 29}{35} = \frac{6}{35}$$

Número total de páginas del libro:

$$\frac{6}{35} \times T = 60 \Rightarrow T = \frac{60 \times 35}{6} = 10 \times 35 = 350 (\text{pag.})$$

5.- Un auto recorre un día los $\frac{7}{10}$ de la distancia entre dos ciudades y al día siguiente los $\frac{5}{6}$ de lo que le falta para llegar a su destino. Si aún está a 22 kilómetros de su destino, ¿cuál es la distancia entre las dos ciudades?.

Solución:

Proporción de lo que le falta para llegar, con respecto a la distancia entre las dos ciudades:

$$\frac{5}{6} \times \left(1 - \frac{7}{10}\right) = \frac{5}{6} \times \left(\frac{10}{10} - \frac{7}{10}\right) = \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$
$$1 - \frac{7}{10} - \frac{15}{60} = \frac{60}{60} - \frac{42}{60} - \frac{15}{60} = \frac{60 - 57}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

Distancia entre las dos ciudades:

$$\frac{1}{20} \times D = 22 \Rightarrow D = 20 \times 22 = 440 (\text{km})$$

6.- Si doy a mi hermano mayor los $\frac{5}{18}$ de lo que tengo y a mi hermano menor los $\frac{9}{13}$ de lo que me queda, me quedaría con \$56. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

Proporción de lo que me queda con respecto al total inicial:

$$\frac{9}{13} \times \left(1 - \frac{5}{18}\right) = \frac{9}{13} \times \left(\frac{18}{18} - \frac{5}{18}\right) = \frac{9}{13} \times \frac{13}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{5}{18} - \frac{1}{2} = \frac{18}{18} - \frac{5}{18} - \frac{9}{18} = \frac{18 - 14}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

El capital inicial es:

$$\frac{2}{9} \times C = 56 \Rightarrow C = \frac{56 \times 9}{2} = 28 \times 9 = 252 (\$)$$

7.- Habiendo cortado ya los $\frac{3}{7}$ de una varilla, se corta un nuevo pedazo cuya longitud es igual a los $\frac{7}{8}$ de lo que quedaba. Si lo que queda ahora de la varilla son 9 centímetros de longitud, ¿cuál era la longitud inicial de la varilla?.

Solución:

Proporción de lo que queda de la varilla, con respecto a la longitud original:

$$\frac{7}{8} \times \left(1 - \frac{3}{7}\right) = \frac{7}{8} \times \left(\frac{7}{7} - \frac{3}{7}\right) = \frac{7}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{3}{7} - \frac{1}{2} = \frac{14}{14} - \frac{6}{14} - \frac{7}{14} = \frac{14-13}{14} = \frac{1}{14}$$

Longitud original de la varilla:

$$\frac{1}{14} \times L = 9 \Rightarrow L = 14 \times 9 = 126(\text{cms.})$$

8.- Una epidemia mató los $\frac{5}{8}$ de las reses de un ganadero y después el vendió los $\frac{2}{3}$ de lo que le quedaban. Si aún tiene 16 reses, ¿cuántas tenía al principio, cuántas murieron y cuántas vendió?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{5}{8}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{8}{8} - \frac{5}{8}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{8-7}{8} = \frac{1}{8}$$

Número original de reses:

$$\frac{1}{8} \times N = 16 \Rightarrow N = 16 \times 8 = 128(\text{reses})$$

Número de reses muertas:

$$\frac{5}{8} \times 128 = 5 \times 16 = 80(\text{reses})$$

Número de reses vendidas:

$$\frac{1}{4} \times 128 = 32(\text{reses})$$

9.- Gasto $\frac{1}{4}$ de mi dinero en libros, $\frac{1}{3}$ en paseos, $\frac{1}{6}$ en pelotas, $\frac{1}{9}$ del resto en limosnas y me quedan \$16. ¿Cuánto tenía al principio?.

Solución:

Proporción de lo que queda al final, respecto al capital original:

$$\frac{1}{9} \times \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{9} \times \left(\frac{12}{12} - \frac{3}{12} - \frac{4}{12} - \frac{2}{12}\right) = \frac{1}{9} \times \left(\frac{12-9}{12}\right) = \frac{1}{9} \times \frac{3}{12} = \frac{1}{36} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{36}{36} - \frac{9}{36} - \frac{12}{36} - \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{36-28}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Capital original:

$$\frac{2}{9} \times C = 16 \Rightarrow C = \frac{16 \times 9}{2} = 72(\$)$$

10.- Un viajero recorre $\frac{1}{4}$ de la distancia entre dos ciudades a pie; $\frac{1}{5}$ a caballo; $\frac{1}{6}$ del resto en auto y los 55 kilómetros restantes en tren. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?.

Solución:

Proporción de lo recorrido en tren, con respecto al total de distancia entre las dos ciudades:

$$\frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{6} \times \left(\frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{4}{20}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{11}{20} = \frac{11}{120} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{11}{120} = \frac{120}{120} - \frac{30}{120} - \frac{24}{120} - \frac{11}{120} = \frac{120-65}{120} = \frac{55}{120}$$

Distancia entre las dos ciudades:

$$\frac{55}{120} \times D = 55 \Rightarrow D = \frac{55 \times 120}{55} = 120(\text{km})$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 24D.

Tema: Fracciones. Problemas tipos. (Continuación).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Ejemplos de problemas tipos:

14.- ¿De qué número es 84 dos quintos más?.

Solución:

El problema nos dice que $N + \frac{2}{5}N = 84$.

Luego:

$$N\left(1 + \frac{2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N\left(\frac{5+2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N \times \frac{7}{5} = 84 \Rightarrow N = \frac{84}{7/5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{84 \times 5}{7} = 60$$

También: Al número desconocido lo identificamos con $\frac{5}{5}$. Si 84 es $\frac{2}{5}$ más, entonces,

podemos escribir que 84 será $\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ del número buscado; entonces, $\frac{1}{5}$ del número es

igual a $84 \div 7 = 12$ y el número buscado, $\frac{5}{5}$, será $5 \times 12 = 60$.

15.- ¿De qué número es 50 dos séptimos menos?

Solución:

$$1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \Rightarrow N = \frac{50}{\frac{5}{7}} = \frac{50 \times 7}{5} = 70$$

16.- Después de gastar $\frac{1}{3}$ de mi dinero, me quedo con \$42. ¿Cuánto tenía?.

$$N - N \times \frac{1}{3} = 42 \Rightarrow N \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 42 \Rightarrow N \left(\frac{3-1}{3} \right) = 42 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \times \frac{2}{3} = 42 \Rightarrow \frac{42}{2/3} = \frac{42 \times 3}{2} = 63(\$)$$

También:

Todo el dinero completo se representa por $\frac{3}{3}$; luego, si se ha gastado $\frac{1}{3}$, quedan

$\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Entonces 42 es $\frac{2}{3}$ del dinero total, por lo que $\frac{1}{3}$ del dinero total será

$$42 \div 2 = 21(\$) \Rightarrow \frac{3}{3} \Rightarrow 3 \times 21 = 63(\$)$$

17.- Después de gastar $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ de mi dinero, me quedo con \$60. ¿Cuánto tenía y cuánto gasté?

Solución:

Proporcionalmente gasté:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14+15}{35} = \frac{29}{35}$$

Todo lo que tenía antes de gastar: $\frac{35}{35}$ por lo que queda $\frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$

Luego \$60 son los $\frac{6}{35}$ de mi cantidad de dinero original.

$$\text{Entonces: } \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = 60 \Rightarrow \frac{6}{35} = 60 \Rightarrow \frac{60}{6/35} = \frac{60 \times 35}{6} = 350(\$)$$

Gasté entonces: $350 - 60 = 290(\$)$

18.- Si $\frac{1}{5}$ de los alumnos de un colegio está en clase, $\frac{2}{9}$ de lo anterior en recreo y los 68 alumnos restantes en el comedor. Hallar el total de alumnos.

Solución:

En clase hay $\frac{1}{5}$ del total.

En recreo hay $\frac{2}{9}$ de $\frac{1}{5}$ del total, o sea $\frac{2}{45}$ del total.

Ahora, sumando la proporción que está en clase con la que está en recreo:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{45} = \frac{9}{45} + \frac{2}{45} = \frac{11}{45}.$$

Si representamos el total de alumnos por $\frac{45}{45}$, entonces quedarán en el comedor:

$$\frac{45}{45} - \frac{11}{45} = \frac{34}{45} = 68 \Rightarrow \frac{68}{34/45} = \frac{68 \times 45}{34} = 90 (\text{alumnos})$$

El total será 90 alumnos.

19.- Un padre deja a su hijo mayor $\frac{1}{3}$ de su herencia; al segundo hijo deja $\frac{2}{5}$ del resto, y al tercero los \$2000 restantes. ¿ A cuánto ascendía el monto de la herencia?.

Solución:

Como el mayor recibe $\frac{1}{3}$ de la herencia, el resto es $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. El segundo recibe

entonces $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$. Luego, sumando lo dejado al primero y al segundo

$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$, lo dejado al tercero es $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 2000$; por lo que el monto

original de la herencia es $\frac{2000}{2/5} = \frac{2000 \times 5}{2} = 5000 (\$)$.

20.- Un hombre deposita en un banco los $\frac{2}{3}$ de su dinero y en otro banco 500 bolívares.

Si lo que ha depositado en total representa los $\frac{6}{7}$ de su monto total de dinero; ¿ cuánto es ese monto total?

Solución:

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = 500 \Rightarrow \frac{18-14}{21} = \frac{4}{21} = 500 \Rightarrow \frac{500}{4/21} = \frac{500 \times 21}{4} = 2625 (\$)$$

21.- Un hombre al morir dispone lo siguiente: a su amigo Pedro le deja $\frac{1}{5}$ de su capital; a otro amigo, Juan, le deja $\frac{2}{7}$ del resto, y a un asilo le deja \$3400. Si la cantidad repartida así es los $\frac{5}{6}$ de su capital, ¿ cuál es su capital?.

Solución:

A Pedro le deja $\frac{1}{5}$ del capital total.

A Juan le deja $\frac{2}{7} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$ del capital total

Entonces podemos decir que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} + \frac{8}{35} + 3400 &= \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{5} - \frac{8}{35} = 3400 \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{7+8}{35} = \frac{5}{6} - \frac{15}{35} = 3400 = \\ &= \frac{5}{6} - \frac{3}{7} = 3400 \Rightarrow \frac{35-18}{42} = \frac{17}{42} = 3400 \Rightarrow \frac{3400}{17/42} \Rightarrow \frac{3400 \times 42}{17} = 8400(\$) \end{aligned}$$

22.- Pedro puede hacer un trabajo en 5 días y Juan en 8 días. ¿ En cuántos días podrán hacer el trabajo los dos juntos?.

Solución:

Pedro hace $\frac{1}{5}$ del trabajo en 1 día y Juan hace $\frac{1}{8}$ del trabajo también en 1 día. Los dos juntos harán en 1 día: $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{8+5}{40} = \frac{13}{40}$ y llamando $\frac{40}{40}$ al trabajo completo, tenemos

$$\text{que tardarán juntos } \frac{40}{40} \div \frac{13}{40} = \frac{40}{13} = \frac{40}{13} = 3\frac{1}{13} (\text{días})$$

23.- Dos llaves abiertas a la vez pueden llenar un estanque para agua en 5 horas y una de ellas sola lo puede llenar en 8 horas. ¿ En cuánto tiempo puede llenar el estanque la otra llave?.

Solución:

Las dos llaves tienen un flujo de agua de $\frac{1}{5}$ y una de las llaves tiene un flujo de agua de $\frac{1}{8}$. La otra llave tendrá un flujo de agua de $\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{8-5}{40} = \frac{3}{40} \left(\frac{m^3}{h} \right)$. Entonces, esta segunda llave puede llenar el estanque, $\frac{40}{40}$, en:

$$\frac{40}{40} \div \frac{3}{40} = \frac{40}{\frac{3}{40}} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}(h)$$

24.- ¿Cuál es el número que aumentado en sus $\frac{2}{5}$ y disminuido simultáneamente en sus $\frac{3}{7}$ equivale a 102?.

Solución:

Representemos al número buscado por $\frac{5}{5}$; entonces:

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = 102 \Rightarrow \frac{35+14-15}{35} = \frac{34}{35} = 102 \Rightarrow \frac{102 \times 35}{34} = 105$$

25.- Preguntado Juan por su edad responde: mi edad aumentada en sus $\frac{5}{6}$ y en 10 años equivale a 43 años. ¿Cuál es la edad de Juan?

Solución:

Representemos la edad de Juan por $\frac{6}{6}$, entonces:

$$\frac{6}{6} + \frac{5}{6} + 10 = 43 \Rightarrow \frac{11}{6} = 33 \Rightarrow \frac{33 \times 6}{11} = \frac{198}{11} = 18(\text{años}).$$

26.- Los $\frac{3}{4}$ más los $\frac{2}{5}$ de un número exceden al número en 36. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}.$$

Representemos al número buscado por $\frac{20}{20}$:

$$\frac{23}{20} - \frac{20}{20} = \frac{3}{20} = 36 \Rightarrow \frac{36 \times 20}{3} = 240.$$

PREGUNTAS:

Problemas tipo 20 y 21:

1.- Compro un caballo con los $\frac{3}{8}$ de mi dinero y un reloj de \$20. Si lo empleado ha sido los $\frac{2}{5}$ de mi dinero, ¿cuánto tenía?.

Solución:

Proporción del dinero total que compra el reloj:

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{8} = \frac{16-15}{40} = \frac{1}{40}$$

Dinero total:

$$\frac{1}{40} \times C = 20 \Rightarrow C = 20 \times 40 = 800(\$)$$

2.- Di a mi hermano los $\frac{2}{7}$ de lo que tenía y ami primo \$38. Si con esto he dispuesto de los $\frac{5}{8}$ de mi dinero, ¿cuánto tenía?.

Solución:

Proporción de lo que di a mi primo, con respecto al total de dinero que tenía:

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{7} = \frac{35-16}{56} = \frac{19}{56}$$

Cantidad de dinero que tenía:

$$\frac{19}{56} \times C = 38 \Rightarrow C = \frac{38 \times 56}{19} = 2 \times 56 = 112(\$)$$

3.- Después de vender los $\frac{3}{4}$ de un rollo de alambre y 30 metros más, queda $\frac{2}{3}$ del alambre que había al principio. ¿Cuál era la longitud del rollo de alambre antes de vender nada?.

Solución:

Proporción correspondiente a los 30 metros, con respecto a la longitud original del rollo de alambre:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$$

Longitud original del rollo de alambre:

$$\frac{1}{12} \times L = 30 \Rightarrow L = 30 \times 12 = 360(m)$$

4.- Después de vender los $\frac{2}{7}$ y los $\frac{3}{8}$ más 31 hectáreas, me queda una parte igual a los $\frac{3}{28}$ del total de la finca. ¿Cuál era la extensión de la finca?.

Solución:

Proporción correspondiente a las 31 hectáreas, con respecto al área total de la finca:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = \frac{16+21}{56} = \frac{37}{56} \Rightarrow \frac{37}{56} - \frac{3}{28} = \frac{37}{56} - \frac{6}{56} = \frac{31}{56}$$

Area original de la finca:

$$\frac{31}{56} \times A = 31 \Rightarrow A = \frac{31 \times 56}{31} = 56(hect.)$$

5.- Los libros de Pedro equivalen a los $\frac{7}{9}$ de los libros que poseo y Enrique posee 28 libros. Si los libros de Pedro más los libros de Enrique representan los $\frac{7}{8}$ de los libros que poseo, ¿cuántos libros tengo?.

Solución:

Proporción correspondiente a los 28 libros de Enrique, con respecto a todos mis libros:

$$\frac{7}{8} - \frac{7}{9} = \frac{63 - 56}{72} = \frac{7}{72}$$

Cantidad de libros que poseo:

$$\frac{7}{72} \times C = 28 \Rightarrow C = \frac{28 \times 72}{7} = 4 \times 72 = 288(\text{libros})$$

6.- La edad de Julia es los $\frac{3}{7}$ de la mía y la hermana de Julia tiene 8 años.< La suma de las edades de Julia y su hermana equivale a los $\frac{5}{9}$ de mi edad. ¿Cuál es mi edad y la edad de Julia?.

Proporción correspondiente a los 8 años de edad de la hermana de Julia:

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{7} = \frac{35 - 27}{63} = \frac{8}{63}$$

Mi edad es entonces:

$$\frac{8}{63} \times E = 8 \Rightarrow E = \frac{8 \times 63}{8} = 63(\text{años})$$

La edad de Julia es:

$$\frac{3}{7} \times 63 = 3 \times 9 = 27(\text{años})$$

7.- Los caballos de Pedro equivalen a la mitad de los míos, los de Enrique a la tercera parte de los míos. Si a los caballos de Pedro y Enrique sumo los 50 caballos de Roberto, resultarían los $\frac{7}{8}$ de los caballos que tengo. ¿Cuántos caballos tengo y cuántos tienen Pedro y Enrique?.

Solución:

Proporción de los caballos de Roberto, con respecto a mis caballos:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{21-20}{24} = \frac{1}{24}$$

Cantidad de caballos que tengo:

$$\frac{1}{24} \times C = 50 \Rightarrow C = 24 \times 50 = 1200(\text{caballos})$$

$$\text{Caballos de Pedro: } \frac{1}{2} \times 1200 = 600(\text{caballos})$$

$$\text{Caballos de Enrique: } \frac{1}{3} \times 1200 = 400(\text{caballos}).$$

8.- Doy a mi amigo Juan $\frac{2}{5}$ de mis tabacos; a Fernando la mitad de los que me quedan y a Federico le doy 40 tabacos. Si lo que he repartido es los $\frac{5}{6}$ del total de tabacos que tenía, ¿cuántos tabacos tenía al principio?.

Solución:

Proporción del número de tabacos de Federico, con respecto al número de tabacos míos:

$$\text{Juan: } \frac{2}{5} \times T$$

$$\text{Fernando: } \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times T = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times T = \frac{3}{10} \times T$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{7}{10} = \frac{50-42}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

Cantidad de tabacos que tenía:

$$\frac{2}{15} \times T = 40 \Rightarrow T = \frac{40 \times 15}{2} = 20 \times 15 = 300(\text{tabacos})$$

9.- Cuando un hombre muere deja ordenado que se entregue a su padre la quinta parte de su fortuna, a su hermano mayor los $\frac{2}{3}$ del resto y a un asilo 6000 dólares. Si lo que ordenado entregar son los $\frac{14}{15}$ de su fortuna, ¿cuál sería su fortuna?.

Solución:

$$\text{Proporción de fortuna a su hermano mayor: } \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Proporción de la fortuna dejada al asilo:

$$\frac{14}{15} - \frac{1}{5} - \frac{8}{15} = \frac{14}{15} - \frac{3}{15} - \frac{8}{15} = \frac{14-11}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Monto total de la fortuna dejada en herencia:

$$\frac{1}{5} \times F = 6000 \Rightarrow F = 5 \times 6000 = 30.000(\$)$$

10.- Un hombre al morir dispone que se entregue a su padre la quinta parte de su fortuna, a su hermano mayor $\frac{1}{3}$ del resto, a su segundo hermano la mitad de lo que queda y a su tercer hermano \$6000. Si el dinero que ha dispuesto equivale a los $\frac{9}{10}$ de su fortuna, ¿cuál era ésta?.

Solución:

Proporción de la fortuna para el hermano mayor:

$$\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$

Proporción de la fortuna para el segundo hermano:

$$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{4}{15}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{15}{15} - \frac{3}{15} - \frac{4}{15}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{15-7}{15} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{15} = \frac{4}{15}$$

Proporción de la fortuna que corresponde al tercer hermano:

$$\frac{9}{10} - \frac{1}{5} - \frac{4}{15} - \frac{4}{15} = \frac{9}{10} - \frac{1}{5} - \frac{8}{15} = \frac{27-6-16}{30} = \frac{27-22}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

El monto de la fortuna será entonces:

$$\frac{1}{6} \times F = 6.000 \Rightarrow F = 6 \times 6.000 = 36.000(\$)$$

Problemas tipos 22 y 23:

1.- El hombre **A** puede hacer una obra en 6 horas y el hombre **B** en 7 horas, ¿en cuánto tiempo harían la obra los dos juntos?.

Solución:

En una hora **A** hará el $\frac{1}{6}$ (obra/hora) y **B** hará $\frac{1}{7}$ (obra/hora)

Los dos juntos harán: $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{7+6}{42} = \frac{13}{42}$ (obra / hora)

La obra completa es $\frac{42}{42}$, luego, los dos juntos harán la obra en:

$$T = \frac{\frac{42}{13}}{\frac{42}{42}} = \frac{42 \times 42}{13 \times 42} = \frac{42}{13} = 3\frac{3}{13} \text{ (horas)}$$

2.- El hombre **A** puede hacer una obra en 5 días, el hombre **B** en 6 días y el hombre **C** en 7 días, ¿en cuánto tiempo harían la obra juntos?.

Solución:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{42+35+30}{210} = \frac{107}{210}$$

La obra completa es: $\frac{210}{210}$

Harían la obra juntos en: $\frac{\frac{210}{107}}{\frac{210}{210}} = \frac{210}{107} = 1\frac{103}{107}$ (días)

3.- Un estanque se puede llenar por tres llaves. La llave **A** lo puede llenar en 5 horas, la llave **B** lo puede llenar en 10 horas y la llave **C** en 8 horas. ¿En cuánto tiempo se llenará el estanque, si estando vacío y cerrado el desagüe, se abren al mismo tiempo las tres llaves?.

Solución:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{8+4+5}{40} = \frac{17}{40} \left(\frac{T}{hora} \right)$$

El tanque lleno será: $\frac{40}{40} \left(\frac{T}{h} \right)$

Las tres llaves juntas lo harán en $\frac{\frac{40}{17}}{\frac{40}{40}} = \frac{40}{17} = 2\frac{6}{17}$ (horas)

4.- Un lavabo de mi casa tiene dos llaves de agua y una ducha. Una de las llaves puede llenar el lavabo en 25 segundos, la otra en 15 segundos y la ducha en 50 segundos,

estando cerrado el desagüe. ¿En cuánto tiempo se llenará el lavabo, si estando cerrado el desagüe, se abren al mismo tiempo las tres llaves?.

Solución:

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{15} + \frac{1}{50} = \frac{6+10+3}{150} = \frac{19}{150}$$

$$25 = (5)^2$$

$$15 = (3)(5)$$

$$50 = (2)(5)^2$$

$$m.c.m. = (2)(3)(5)^2 = 150$$

$$\text{El lavabo lleno será: } \frac{150}{150}$$

$$\text{El lavabo se llenará en: } \frac{\frac{150}{19}}{\frac{150}{150}} = \frac{150}{19} = 7 \frac{17}{19}$$

5.- **A** puede hacer una obra en $2\frac{1}{3}$ días; **B** en $1\frac{5}{9}$ días y **C** en $4\frac{1}{5}$ días. ¿En cuánto tiempo harán la obra si trabajan los tres juntos?.

Solución:

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}; 1\frac{5}{9} = \frac{14}{9}; 4\frac{1}{5} = \frac{21}{5} \Rightarrow \frac{3}{7} \left(\frac{\text{obra}}{\text{dia}} \right); \frac{9}{14} \left(\frac{\text{obra}}{\text{dia}} \right); \frac{5}{21} \left(\frac{\text{obra}}{\text{dia}} \right)$$

$$\text{Entonces: } \frac{3}{7} + \frac{9}{14} + \frac{5}{21} = \frac{18+27+10}{42} = \frac{55}{42} \left(\frac{\text{obra}}{\text{dias}} \right)$$

Los tres juntos harán la obra en: $\frac{42}{55}$ de días.

6.- Si cierro el desagüe del lavabo de mi casa y abro la pila de agua, ésta emplea 8 segundos para llenarlo, y si estando lleno el lavabo, cierro la llave de agua abro el desagüe, éste lo vacía en 15 segundos. ¿En cuánto tiempo se llenará el lavabo, si estando vacío, abro el desagüe y la pila?.

Solución:

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{15} = \frac{15-8}{120} = \frac{7}{120} \left(\frac{L}{\text{seg}} \right)$$

El lavabo lleno bajo estas condiciones es: $\frac{120}{120} \left(\frac{L}{seg} \right)$

Entonces, el tiempo que tomará llenarlo bajo estas condiciones es:

$$T = \frac{120}{7} = 17 \frac{1}{7} \left(\frac{seg}{L} \right)$$

7.- Un estanque tiene dos llaves y un desagüe. La primera llave lo puede llenar en 8 horas y la segunda en 5 horas, estando el estanque vacío y el desagüe cerrado. El desagüe puede vaciarlo totalmente en 20 horas estando las llaves cerradas y el estanque lleno. ¿En cuánto tiempo se llenará el estanque, estando vacío y con las dos llaves y el desagüe abiertos?.

Solución:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{20} = \frac{5+8-2}{40} = \frac{11}{40} \left(\frac{E}{hora} \right)$$

El tiempo de llenado bajo estas condiciones es:

$$T = \frac{40}{11} = 3 \frac{7}{11} \left(\frac{horas}{E} \right)$$

8.- Estando vacío un lavabo y cerrado el desagüe, abro las dos pilas de agua y se llena el lavabo en 15 segundos. Si no hubiera más que una pila hubiera tardado 25 segundos en llenarse. ¿En cuanto tiempo puede llenar la otra pila el lavabo?.

$$\frac{1}{15} - \frac{1}{25} = \frac{5-3}{75} = \frac{2}{75} \left(\frac{E}{seg} \right)$$

Tiempo que tomará la otra llave en llenar el estanque:

$$t = \frac{75}{2} \left(\frac{seg}{E} \right) = 37 \frac{1}{2} \left(\frac{seg}{E} \right)$$

9.- Estando vacío un estanque y cerrado el desagüe, abro las tres pilas de agua y el estanque se llena en 2 horas. Si hubiera abierto solamente 2 pilas el estanque se hubiera tardado 3 horas en llenarse. ¿¿En cuánto tiempo puede llenar el estanque la tercera pila?.

Solución:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6} \left(\frac{E}{hora} \right)$$

La tercera pila llenará el estanque en $\frac{1}{\frac{1}{6}} = 6(\text{horas})$.

10.- Los obreros **A**, **B** y **C** trabajando juntos pueden hacer una obra en tres días. **A**, trabajando solo, puede hacer la misma obra en 18 días y **B**, trabajando solo, la hubiera hecho en 14 días. ¿En cuánto tiempo hará **C** la misma obra, trabajando solo?.

Solución:

Para el caso del obrero **C**:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{18} - \frac{1}{14} = \frac{42-7-9}{126} = \frac{42-16}{126} = \frac{26}{126} = \frac{13}{63}$$

$$3 = (3)(1)$$

$$: 18 = (2)(3)^2$$

$$14 = (2)(7)$$

$$m.c.m. = (2)(3)^2(7) = 126$$

El tiempo que le tomará a **C** realizar la obra, estando solo:

$$t = \frac{63}{13} = 4 \frac{11}{13} \left(\frac{\text{horas}}{\text{obra}} \right)$$

11.- Un estanque tiene dos pilas de agua. Si estando vacío el estanque y cerrado el desagüe abro solamente la de la derecha, tarda 5 horas en llenarse, y si hubiera abierto solamente la llave de la izquierda, hubiera tardado 6 horas en llenarse. ¿Si el desagüe está cerrado y el estanque lleno hasta los $\frac{3}{7}$ de su capacidad, ¿en cuánto tiempo acabará de llenarse abriendo las dos llaves juntas?.

Solución:

Si el estanque está lleno hasta los $\frac{3}{7}$ habrá que llenar los $\frac{4}{7}$ de su volumen, entonces las llaves, trabajando solas, tardarían en llenar el resto del tanque en:

$$t_1 = 5 \times \frac{4}{7} = \frac{20}{7} \left(\frac{\text{horas}}{V} \right); t_2 = 6 \times \frac{4}{7} = \frac{24}{7} \left(\frac{\text{horas}}{V} \right)$$

Trabajando juntos:

$$\frac{7}{20} + \frac{7}{24} = \frac{42+35}{120} = \frac{77}{120} \left(\frac{V}{horas} \right)$$

Las dos llaves juntas tardarán:

$$\frac{120}{77} = 1 \frac{43}{77} \left(\frac{horas}{V} \right)$$

Problemas tipos 24 y 25:

1.- ¿Cuál será el número que aumentado en sus $\frac{3}{5}$ y disminuido en sus $\frac{5}{7}$ equivale a 93?.

Solución:

$$N + \frac{3}{5} \times N - \frac{5}{7} \times N = 93$$

$$N \times \left(1 + \frac{3}{5} - \frac{5}{7} \right) = 93 \Rightarrow N \times \left(\frac{5}{5} + \frac{3}{5} - \frac{5}{7} \right) = 93 \Rightarrow$$

$$N \times \left(\frac{35+21-25}{35} \right) = 93 \Rightarrow N \times \frac{56-25}{35} = 93 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \times \frac{31}{35} = 93 \Rightarrow N = \frac{93 \times 35}{31} = 3 \times 35 = 105$$

2.- Si me pagaran una cantidad igual a los $\frac{3}{7}$ de lo que tengo, podré gastar una cantidad igual a los $\frac{8}{9}$ de lo que tengo y me sobrarían 68 bolívares. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$N + \frac{3}{7} \times N - \frac{8}{9} \times N = 68 \Rightarrow N \times \left(1 + \frac{3}{7} - \frac{8}{9} \right) = 68 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \times \left(\frac{63+27-56}{63} \right) = 68 \Rightarrow N \times \frac{34}{63} = 68 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{68 \times 63}{34} = 2 \times 63 = 126$$

3.- Si comprara un traje con los $\frac{3}{8}$ del dinero que tengo y me pagaran una cantidad que me deben que equivale a los $\frac{2}{3}$ de lo que tengo, tendría \$93. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$\begin{aligned} N - \frac{3}{8} \times N + \frac{2}{3} \times N &= 93 \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{3}{8} + \frac{2}{3}\right) = 93 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{3}{8} + \frac{2}{3}\right) &= 93 \Rightarrow N \times \left(\frac{24 - 9 + 16}{24}\right) = 93 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{31}{24} &= 93 \Rightarrow N = \frac{93 \times 24}{31} = 3 \times 24 = 72(\$) \end{aligned}$$

4.- Si se aumentara en su sexta parte lo que el dinero que tengo y recibiera después 20 dólares, tendría \$69. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$\begin{aligned} N + \frac{1}{6} \times N + 20 &= 69 \Rightarrow N \times \left(1 + \frac{1}{6}\right) = 69 - 20 = 49 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{6+1}{6}\right) &= 49 \Rightarrow N \times \frac{7}{6} = 49 \Rightarrow N = \frac{49 \times 6}{7} = 42(\$) \end{aligned}$$

5.- Si ganara 20 bolívares después de perder la sexta parte de lo que tengo, me quedaría con 60 bolívares. ¿Cuánto tengo?.

$$\begin{aligned} N - \frac{1}{6} \times N + 20 &= 60 \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 60 - 20 = 40 \Rightarrow \\ N \times \left(\frac{6-1}{6}\right) &= 40 \Rightarrow N \times \frac{5}{6} = 40 \Rightarrow N = \frac{40 \times 6}{5} = 48(\$) \end{aligned}$$

6.- Si me pagaran una cantidad que me deben y que es equivalente a los $\frac{3}{7}$ de lo que tengo, podría gastar \$30 y me quedarían \$150. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$\begin{aligned} N + \frac{2}{7} \times N - 30 &= 150 \Rightarrow N \times \left(1 + \frac{2}{7}\right) = 150 + 30 = 180 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{7+2}{7}\right) &= 180 \Rightarrow N \times \frac{9}{7} = 180 \Rightarrow N = \frac{180 \times 7}{9} = 140(\$) \end{aligned}$$

7.- Preguntado un hacendado por el número de hectáreas de su finca, responde: El número de ellas aumentado en sus $\frac{3}{7}$ y en 14 hectáreas equivale a 154 hectáreas. ¿Cuántas hectáreas tiene todas sus tierras?.

Solución:

$$N + \frac{3}{7} \times N + 14 = 154 \Rightarrow N \times \left(1 + \frac{3}{7}\right) = 154 - 14 = 140 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{7+3}{7}\right) = 140 \Rightarrow N = \frac{140 \times 7}{10} = 98(\text{hect.})$$

8.- El número de alumnos de una clase es tal que aumentado en sus $\frac{2}{5}$, disminuido en sus $\frac{2}{3}$ y añadiéndole 20 da por resultado 152. Hallar el número de alumnos.

Solución:

$$N + \frac{2}{5} \times N - \frac{2}{3} \times N + 20 = 152 \Rightarrow N \left(1 + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right) = 152 - 20 = 132 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{15+6-10}{15}\right) = 132 \Rightarrow N \times \frac{11}{15} = 132 \Rightarrow N = \frac{132 \times 15}{11} = 180(\text{alumnos})$$

9.- He recibido \$50 después de haber gastado los $\frac{2}{3}$ de lo que tenía al principio y ahora tengo \$60. ¿Cuánto tenía al principio?.

Solución:

$$N - \frac{2}{3} \times N + 50 = 60 \Rightarrow N \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 60 - 50 = 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{1}{3} = 10 \Rightarrow N = 30(\$)$$

Problemas tipo 26:

1.- Los $\frac{2}{3}$ más los $\frac{5}{6}$ de un número exceden en 9 al número. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4+5}{6} = \frac{9}{6} \Rightarrow \frac{9}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times N = 9 \Rightarrow N = 2 \times 9 = 18$$

2.- La suma de los $\frac{3}{4}$ de un número con sus $\frac{3}{8}$ exceden en 40 al número. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \frac{6+3}{8} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{9}{8} - \frac{8}{8} = 40 \Rightarrow \frac{1}{8} \times N = 40 \Rightarrow N = 320.$$

3.- Si adquiero un reloj cuyo costo es los $\frac{2}{5}$ de lo que tengo y un mueble cuyo costo es los $\frac{5}{6}$ de lo que tengo, quedaría debiendo 28 dólares. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{12+25}{30} = \frac{37}{30} - \frac{30}{30} = \frac{7}{30} \Rightarrow \frac{7}{30} \times N = 28 \Rightarrow N = \frac{28 \times 30}{7} = 120(\$)$$

4.- Vendo los $\frac{2}{3}$ de una pieza de tela y luego me hacen un pedido equivalente a los $\frac{7}{9}$ de la longitud que tenía la pieza de tela antes de vender lo que vendí. Si para servir este nuevo pedido necesitaría que la pieza hubiera tenido 8 metros más de longitud, ¿cuál es la longitud de la pieza de tela?.

Solución:

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{9} = \frac{6+7}{9} = \frac{13}{9} \Rightarrow \frac{13}{9} - \frac{9}{9} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4}{9} \times L = 8 \Rightarrow L = \frac{9 \times 8}{4} = 18(m)$$

5.- Los $\frac{15}{8}$ de un número menos su cuarta parte exceden en 30 unidades al número. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{15}{8} - \frac{1}{4} = \frac{15-2}{8} = \frac{13}{8} \Rightarrow \frac{13}{8} - \frac{8}{8} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{5}{8} \times N = 30 \Rightarrow N = \frac{30 \times 8}{5} = 48$$

6.- Las reses de Hernández son los $\frac{9}{7}$ de las reses que tiene García. Hernández puede vender una parte de sus reses igual a $\frac{1}{8}$ de las que tiene García y entonces tendrá 36 reses más que García. ¿Cuántas reses tiene cada uno?.

Solución:

Primero se calculan las reses de García:

$$\frac{9}{7} - \frac{1}{8} = \frac{72-7}{56} = \frac{65}{56} \Rightarrow \frac{65}{56} - \frac{56}{56} = \frac{9}{56} \Rightarrow \frac{9}{56} \times N_G = 36 \Rightarrow N_G = \frac{36 \times 56}{9} = 224(\text{reses})$$

Luego, se calculan las reses de Hernández:

$$N_H = \frac{9}{7} \times 224 = 288(\text{reses})$$

7.- Los $\frac{5}{6}$ más los $\frac{2}{5}$ más la tercera parte de un número suman 34 unidades más que el número. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{25+12+10}{30} = \frac{47}{30} \Rightarrow \frac{47}{30} - \frac{30}{30} = \frac{17}{30} \Rightarrow \frac{17}{30} \times N = 34 \Rightarrow N = \frac{34 \times 30}{17} = 60$$

8.- Le preguntan a un pastor por el número de sus ovejas y responde: La mitad, más los tres cuartos, más la quinta parte de mis ovejas equivalen al número de ellas más 36. ¿Cuántas ovejas tiene el pastor?.

Solución:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{10+15+4}{20} = \frac{29}{20} \Rightarrow \frac{29}{20} - \frac{20}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{9}{20} \times N = 36 \Rightarrow N = \frac{36 \times 20}{9} = 80(\text{ovejas})$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 24E.

Tema: Fracciones. Problemas tipos. (Misceláneos).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Ejemplos de problemas tipos:

1.- Si añadimos 1 al numerador y 3 al denominador de $\frac{3}{4}$; ¿aumenta o disminuye esta fracción y cuánto?

Solución:

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3+1}{4+3} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{4 \times 4}{7 \times 4} = \frac{16}{28}$$

La fracción ha disminuido su valor en:

$$\frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$$

2.- ¿Por cuál número se multiplica $\frac{5}{6}$ cuando se convierte en $2\frac{3}{7}$?

Solución:

$\frac{5}{6}$ es un factor y $2\frac{3}{7}$ es el producto, entonces, se debe encontrar el otro factor:

$$2\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{17}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{102}{35} = 2\frac{32}{35}$$

3.- ¿Por qué número se divide 80 cuando se convierte en $\frac{3}{5}$?

Solución:

80 es el dividendo y $\frac{3}{5}$ el cociente. Para hallar el divisor se debe dividir el dividendo entre el cociente:

$$\frac{80}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{80}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$$

4.- ¿Qué parte de 10 es 4?

Solución:

Diremos que 1 es $\frac{1}{10}$ de 10; entonces, 4 será cuatro veces mayor, o sea:

$$4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ de } 10.$$

5.- ¿Qué parte de $\frac{2}{3}$ es $\frac{7}{8}$?

Se divide una fracción por la otra: $\frac{7}{8} \div \frac{2}{3} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{16}$

6.- Un animal que costó BsF. 1250 se vendió por los $\frac{2}{5}$ del costo. ¿Cuánto se pierde?

Solución:

El animal se vendió en $1250 \times \frac{2}{5} = 500$ (BsF.)

Se perdió: $1250 - 500 = 750$ (BsF.)

7.- Tenía \$90. Perdí los $\frac{3}{5}$ y luego presté $\frac{5}{6}$ del resto. ¿ Cuánto me queda?.

Solución:

$$\text{Perdí: } 90 \times \frac{3}{5} = \frac{270}{5} = 54(\$)$$

$$\text{El resto es: } 90 - 54 = 36(\$)$$

$$\text{Presté: } \frac{5}{6} \times 36 = 30(\$)$$

$$\text{Me quedan: } 90 - 54 - 30 = 6(\$)$$

8.- ¿ Qué hora es cuando el reloj señala los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ del doble de las 6 de la mañana?.

Solución:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{6}{1} = 4(A.M.)$$

9.- Los $\frac{3}{4}$ de un número son 60.¿ Cuál es el número?

Solución:

$$\frac{60}{3/4} = \frac{240}{3} = 80$$

10.- Los $\frac{2}{3}$ de la edad de Mario es 24 años y la edad de Roberto es los $\frac{4}{9}$ de la edad de Mario. Hallar ambas edades.

Solución:

$$\text{Edad de Mario: } \frac{24}{2/3} = \frac{24 \times 3}{2} = 36(\text{años})$$

$$\text{Edad de Roberto: } \frac{4}{9} \times 36 = 16(\text{años})$$

11.- Con los $\frac{3}{8}$ y los $\frac{2}{7}$ de mi dinero compré una casa de \$7400. ¿ Cuánto tenía y cuánto me quedó?.

Solución:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{7} = \frac{21+16}{56} = \frac{37}{56}$$

$$\text{Dinero que tenía: } \frac{7400}{37/56} = \frac{7400 \times 56}{37} = 11200(\$)$$

$$\text{Me quedó: } 11200 - 7400 = 3800(\$)$$

12.- Una pecera con sus peces ha costado \$48. Sabiendo que el precio de la pecera es los $\frac{5}{11}$ del precio de los peces, hallar el precio de los peces y de la pecera.

Solución:

$$P + \frac{5}{11} \times P = 48 \Rightarrow P \left(1 + \frac{5}{11} \right) = 48 \Rightarrow P \left(\frac{11}{11} + \frac{5}{11} \right) = 48(\$)$$

$$P \left(\frac{16}{11} \right) = 48 \Rightarrow P = \frac{48}{16/11} = \frac{48 \times 11}{16} = 33 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

También:

$$\text{Precio de los peces: } P = \frac{11}{11}$$

$$\text{Precio de los peces más el precio de la pecera: } \frac{11}{11} + \frac{5}{11} = \frac{16}{11} = 48 \left(\frac{\$}{pez} \right)$$

$$\text{Precio de los peces: } \frac{48 \times 11}{16} = 33(\$)$$

$$\text{Precio de la pecera: } 33 \times \frac{5}{11} = \frac{33 \times 5}{11} = 15(\$)$$

13.- ¿Cuál es el número que tiene 28 de diferencia entre sus $\frac{2}{3}$ y sus $\frac{3}{8}$?

Solución:

$$\frac{2}{3}N - \frac{3}{8}N = 28 \Rightarrow N \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8} \right) = 28 \Rightarrow N \left(\frac{16-9}{24} \right) = 28$$

$$= N \times \frac{7}{24} = 28 \Rightarrow N = \frac{28}{7/24} = 4 \times 24 = 96$$

14.- ¿De qué número es 84 dos quintos más?.

Solución:

El problema nos dice que $N + \frac{2}{5}N = 84$.

Luego:

$$N\left(1 + \frac{2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N\left(\frac{5+2}{5}\right) = 84 \Rightarrow N \times \frac{7}{5} = 84 \Rightarrow N = \frac{84}{7/5} \Rightarrow \\ \Rightarrow N = \frac{84 \times 5}{7} = 60$$

También: Al número desconocido lo identificamos con $\frac{5}{5}$. Si 84 es $\frac{2}{5}$ más, entonces, podemos escribir que 84 será $\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ del número buscado; entonces, $\frac{1}{5}$ del número es igual a $84 \div 7 = 12$ y el número buscado, $\frac{5}{5}$, será $5 \times 12 = 60$.

15.- ¿De qué número es 50 dos séptimos menos?

Solución:

$$1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \Rightarrow N = \frac{50}{\frac{5}{7}} = \frac{50 \times 7}{5} = 70$$

16.- Después de gastar $\frac{1}{3}$ de mi dinero, me quedo con \$42. ¿Cuánto tenía?.

$$N - N \times \frac{1}{3} = 42 \Rightarrow N\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 42 \Rightarrow N\left(\frac{3-1}{3}\right) = 42 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{2}{3} = 42 \Rightarrow \frac{42}{2/3} = \frac{42 \times 3}{2} = 63(\$)$$

También:

Todo el dinero completo se representa por $\frac{3}{3}$; luego, si se ha gastado $\frac{1}{3}$, quedan $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Entonces 42 es $\frac{2}{3}$ del dinero total, por lo que $\frac{1}{3}$ del dinero total será $42 \div 2 = 21(\$)$ $\Rightarrow \frac{3}{3} \Rightarrow 3 \times 21 = 63(\$)$

17.- Después de gastar $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ de mi dinero, me quedo con \$60. ¿Cuánto tenía y cuánto gasté?

Solución:

Proporcionalmente gasté:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14+15}{35} = \frac{29}{35}$$

Todo lo que tenía antes de gastar: $\frac{35}{35}$ por lo que queda $\frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$

Luego \$60 son los $\frac{6}{35}$ de mi cantidad de dinero original.

$$\text{Entonces: } \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = 60 \Rightarrow \frac{6}{35} = 60 \Rightarrow \frac{60}{6/35} = \frac{60 \times 35}{6} = 350(\$)$$

Gasté entonces: $350 - 60 = 290(\$)$

18.- Si $\frac{1}{5}$ de los alumnos de un colegio está en clase, $\frac{2}{9}$ de lo anterior en recreo y los 68 alumnos restantes en el comedor. Hallar el total de alumnos.

Solución:

En clase hay $\frac{1}{5}$ del total.

En recreo hay $\frac{2}{9}$ de $\frac{1}{5}$ del total, o sea $\frac{2}{45}$ del total.

Ahora, sumando la proporción que está en clase con la que está en recreo:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{45} = \frac{9}{45} + \frac{2}{45} = \frac{11}{45}$$

Si representamos el total de alumnos por $\frac{45}{45}$, entonces quedarán en el comedor:

$$\frac{45}{45} - \frac{11}{45} = \frac{34}{45} = 68 \Rightarrow \frac{68}{34/45} = \frac{68 \times 45}{34} = 90(\text{alumnos})$$

El total será 90 alumnos.

19.- Un padre deja a su hijo mayor $\frac{1}{3}$ de su herencia; al segundo hijo deja $\frac{2}{5}$ del resto, y al tercero los \$2000 restantes. ¿ A cuánto ascendía el monto de la herencia?.

Solución:

Como el mayor recibe $\frac{1}{3}$ de la herencia, el resto es $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. El segundo recibe entonces $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$. Luego, sumando lo dejado al primero y al segundo $\frac{1}{3} + \frac{4}{15} = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$, lo dejado al tercero es $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 2000$; por lo que el monto original de la herencia es $\frac{2000}{2/5} = \frac{2000 \times 5}{2} = 5000(\$)$.

20.- Un hombre deposita en un banco los $\frac{2}{3}$ de su dinero y en otro banco 500 bolívares.

Si lo que ha depositado en total representa los $\frac{6}{7}$ de su monto total de dinero; ¿ cuánto es ese monto total?

Solución:

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = 500 \Rightarrow \frac{18-14}{21} = \frac{4}{21} = 500 \Rightarrow \frac{500}{4/21} = \frac{500 \times 21}{4} = 2625(\$)$$

21.- Un hombre al morir dispone lo siguiente: a su amigo Pedro le deja $\frac{1}{5}$ de su capital; a otro amigo, Juan, le deja $\frac{2}{7}$ del resto, y a un asilo le deja \$3400. Si la cantidad repartida así es los $\frac{5}{6}$ de su capital, ¿ cuál es su capital?.

Solución:

A Pedro le deja $\frac{1}{5}$ del capital total.

A Juan le deja $\frac{2}{7} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{35}$ del capital total

Entonces podemos decir que:

$$\frac{1}{5} + \frac{8}{35} + 3400 = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{5} - \frac{8}{35} = 3400 \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{7+8}{35} = \frac{5}{6} - \frac{15}{35} = 3400 =$$
$$= \frac{5}{6} - \frac{3}{7} = 3400 \Rightarrow \frac{35-18}{42} = \frac{17}{42} = 3400 \Rightarrow \frac{3400}{17/42} \Rightarrow \frac{3400 \times 42}{17} = 8400(\$)$$

22.- Pedro puede hacer un trabajo en 5 días y Juan en 8 días. ¿ En cuántos días podrán hacer el trabajo los dos juntos?.

Solución:

Pedro hace $\frac{1}{5}$ del trabajo en 1 día y Juan hace $\frac{1}{8}$ del trabajo también en 1 día. Los dos juntos harán en 1 día: $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{8+5}{40} = \frac{13}{40}$ y llamando $\frac{40}{40}$ al trabajo completo, tenemos

$$\text{que tardarán juntos } \frac{40}{40} \div \frac{13}{40} = \frac{40}{13} = \frac{40}{13} = 3\frac{1}{13}(\text{días})$$

23.- Dos llaves abiertas a la vez pueden llenar un estanque para agua en 5 horas y una de ellas sola lo puede llenar en 8 horas. ¿ En cuánto tiempo puede llenar el estanque la otra llave?.

Solución:

Las dos llaves tienen un flujo de agua de $\frac{1}{5}$ y una de las llaves tiene un flujo de agua de $\frac{1}{8}$. La otra llave tendrá un flujo de agua de $\frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{8-5}{40} = \frac{3}{40} \left(\frac{m^3}{h} \right)$. Entonces, esta segunda llave puede llenar el estanque, $\frac{40}{3}$, en:

$$\frac{40}{40} \div \frac{3}{40} = \frac{40}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}(h)$$

24.- ¿Cuál es el número que aumentado en sus $\frac{2}{5}$ y disminuido simultáneamente en sus $\frac{3}{7}$ equivale a 102?.

Solución:

Representemos al número buscado por $\frac{5}{5}$; entonces:

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = 102 \Rightarrow \frac{35+14-15}{35} = \frac{34}{35} = 102 \Rightarrow \frac{102 \times 35}{34} = 105$$

25.- Preguntado Juan por su edad responde: mi edad aumentada en sus $\frac{5}{6}$ y en 10 años equivale a 43 años. ¿Cuál es la edad de Juan?

Solución:

Representemos la edad de Juan por $\frac{6}{6}$, entonces:

$$\frac{6}{6} + \frac{5}{6} + 10 = 43 \Rightarrow \frac{11}{6} = 33 \Rightarrow \frac{33 \times 6}{11} = \frac{198}{11} = 18(\text{años}).$$

26.- Los $\frac{3}{4}$ más los $\frac{2}{5}$ de un número exceden al número en 36. Hallar el número.

Solución:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}.$$

Representemos al número buscado por $\frac{20}{20}$:

$$\frac{23}{20} - \frac{20}{20} = \frac{3}{20} = 36 \Rightarrow \frac{36 \times 20}{3} = 240.$$

PREGUNTAS:

Problemas misceláneos:

Nota: Varios de estos problemas se resuelven fácilmente si se establece en cada caso una ecuación con una incógnita y se despeja la incógnita.

1.- Una tubería vierte 200 litros de agua en $\frac{3}{4}$ de hora y otra vierte 300 litros de agua en el mismo tiempo. ¿Cuánto vierten las dos juntas en 2 horas?.

Solución:

$$\text{La primera tubería tiene un caudal de } C_1 = \frac{200(l)}{\frac{3}{4}(h)} = \frac{4 \times 200}{3} = \frac{800}{3} \left(\frac{l}{h} \right)$$

La segunda tubería tiene un caudal de $C_2 = \frac{300(l)}{\frac{3}{4}(h)} = \frac{4 \times 300}{3} = 400 \left(\frac{l}{h} \right)$

Las dos tuberías juntas tendrán un caudal de:

$$C_1 + C_2 = \frac{800}{3} + \frac{1200}{3} = \frac{2000}{3} \left(\frac{l}{h} \right)$$

En 2 horas las dos tuberías aportarán:

$$V = 2 \times (C_1 + C_2) = \frac{2 \times 2000}{3} (l) = \frac{4000}{3} (l) = 1333 \frac{1}{3} (l)$$

2.- Compro por 22 dólares cierta cantidad de vino que envaso en 50 envases de $\frac{3}{4}$ de litro cada uno. Si lo vendo a razón de $\frac{16}{25} \left(\frac{\$}{l} \right)$, ¿cuánto gano en la venta?.

Solución:

La cantidad de litros de vino comprada es:

$$V = 50(\text{envases}) \times \frac{3}{4} \left(\frac{l}{\text{envase}} \right) = \frac{150}{4} (l)$$

El valor unitario de la compra, por litro, es:

$$P = \frac{22(\$)}{\frac{150}{4}(l)} = \frac{4 \times 22}{150} = \frac{88}{150} = \frac{44}{75} \left(\frac{\$}{l} \right)$$

Si vendía a $\frac{16}{25} \left(\frac{\$}{l} \right)$ la ganancia por litro será: $\frac{16}{25} - \frac{44}{75} = \frac{48 - 44}{75} = \frac{4}{75} \left(\frac{\$}{l} \right)$

La ganancia total será el reducto de la ganancia unitaria por el número de litros:

$$G_T = \frac{4}{75} \left(\frac{\$}{l} \right) \times \frac{150}{4} (l) = \frac{150}{75} = 2,0(\$)$$

3.- Con 60 bolívares puedo comprar 15 litros de vino. ¿Qué parte de un litro puedo comprar con Bs 1,0?.

Solución:

Esta es una regla de tres directa:

$$60(Bs.) \rightarrow 15$$

$$1,0 \rightarrow x \quad \text{luego:}$$

$$x = \frac{1 \times 15}{60} = \frac{1}{4}(l)$$

4.- Para vaciar un depósito que contiene 500 litros de agua se abren tres desagües. Uno vierte $18\frac{2}{3}\left(\frac{l}{\text{min.}}\right)$, otro $14\frac{2}{5}\left(\frac{l}{\text{min.}}\right)$ y el tercero $14\frac{3}{10}\left(\frac{l}{m}\right)$. ¿En cuánto tiempo se vaciará el estanque?.

Solución:

Los caudales de cada desagüe serán:

$$C_1 = 18\frac{2}{3} = \frac{56}{3}\left(\frac{l}{m}\right); C_2 = 14\frac{2}{5} = \frac{72}{5}\left(\frac{l}{\text{min.}}\right); C_3 = 14\frac{3}{10} = \frac{143}{10}\left(\frac{l}{\text{min.}}\right)$$

El caudal de los tres desagües operando simultáneamente es:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = \frac{56}{3} + \frac{72}{5} + \frac{143}{10} = \frac{560 + 432 + 429}{30} = \frac{1421}{30}\left(\frac{l}{\text{min}}\right)$$

El tiempo en que se vaciará el depósito es:

$$t = \frac{V}{C} = \frac{500(l)}{\frac{1421}{30}\left(\frac{l}{\text{min.}}\right)} = \frac{500 \times 30}{1421} = 10\frac{790}{1421}(\text{min})$$

5.- He recibido \$50 después de haber gastado $\frac{2}{3}$ de lo que tenía al principio y tengo ahora \$4 más que al principio. ¿Cuánto tenía?.

Solución:

De acuerdo con el enunciado del problema podemos establecer la siguiente igualdad:

$$N - \frac{2}{3}N + 50 = N + 4 \Rightarrow 50 - 4 = \frac{2}{3} \times N = 46 \Rightarrow N = \frac{46 \times 3}{2} = 23 \times 3 = 69(\$)$$

6.- Si gastara los $\frac{2}{5}$ de lo que tengo y diera una limosna de \$22, me quedaría con los $\frac{2}{7}$ de lo que tengo. ¿Cuánto tengo ahora?.

Solución:

El enunciado nos da la siguiente información:

$$N - \frac{2}{5} \times N - 22 = \frac{2}{7} N \Rightarrow N \times \left[1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{7} \right] = 22 \Rightarrow N \times \left(\frac{35 - 14 - 10}{35} \right) = 22 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{11}{35} = 22 \Rightarrow N = \frac{22 \times 35}{11} = 2 \times 35 = 70(\$)$$

7.- Si gastara $\frac{2}{7}$ de lo que tengo y \$8 más, lo que tengo se disminuiría en sus $\frac{2}{5}$. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$N - \frac{2}{7} \times N - 8 = N - \frac{2}{5} \times N \Rightarrow \frac{2}{5} \times N - \frac{2}{7} \times N = 8 \Rightarrow N \times \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{7} \right) = 8 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{14 - 10}{35} \right) = 8 \Rightarrow N \times \frac{4}{35} = 8 \Rightarrow N = \frac{8 \times 35}{4} = 70(\$)$$

8.- Un ladrillo pesa 10 libras más medio ladrillo. ¿Cuánto pesa ladrillo y medio?.

Solución:

De acuerdo con el enunciado se puede establecer la siguiente ecuación:

$$L = 10 + \frac{1}{2} \times L \Rightarrow L - \frac{1}{2} \times L = 10 \Rightarrow \frac{1}{2} \times L = 10$$

Ahora, ladrillo y medio son tres veces medio ladrillos, es decir:

$$\left(1 + \frac{1}{2} \right) \times L = \frac{3}{2} \times L = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times L \right) = 3 \times 10 = 30(\text{lb})$$

9.- Los $\frac{4}{6}$ de un número equivalen a los $\frac{2}{5}$ de 150. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \times N = \frac{2}{5} \times 150 \Rightarrow N = \frac{3}{5} \times 150 = 90$$

10.- Una hacienda pertenece a tres propietarios Al primero corresponden $\frac{5}{12}$; al segundo $\frac{1}{3}$; y al tercero $\frac{1}{4}$. Si se vende en \$75.000, ¿cuánto corresponde a cada uno?.

Solución:

$$\text{Al primero corresponde } \frac{5}{12} \times 75000 = 31250(\$)$$

$$\text{Al segundo corresponde: } \frac{1}{3} \times 75.000 = 25.000(\$)$$

$$\text{Al tercero corresponde: } \frac{1}{4} \times 75.000 = 18.750(\$)$$

11.- Si se mueren $\frac{2}{7}$ de mis ovejas y compro 37 ovejas más , el número de las que tenía al principio queda aumentado en sus $\frac{3}{8}$. ¿Cuántas ovejas tenía al principio?.

Solución:

Se puede establecer la siguiente ecuación:

$$N - \frac{2}{7} \times N + 37 = N + \frac{3}{8} \times N \Rightarrow 37 = N \times \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{7} \right) = N \times \left(\frac{21+16}{56} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 37 = N \times \frac{37}{56} \Rightarrow N = \frac{37 \times 56}{37} = 56(\text{ovejas})$$

12.- Si se mueren $\frac{3}{5}$ de las palomas de un corral y se compran 2674 palomas, el número de las que había al principio queda aumentado en $\frac{1}{3}$. ¿Cuántas había al principio?.

Solución:

$$N - \frac{3}{5} \times N + 2674 = N + \frac{1}{3} \Rightarrow 2674 = N \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5} \right) = N \times \left(\frac{5+9}{15} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \times \left(\frac{14}{15} \right) = 2674 \Rightarrow N = \frac{2674 \times 15}{14} = 191 \times 15 = 2865(\text{palomas})$$

13.- Si doy a mi hermano $\frac{2}{5}$ de lo que tengo más \$2, me quedarían 11: ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$N - \left(\frac{2}{5} \times N + 2\right) = 4 \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) - 2 = 4 \Rightarrow N \times \left(\frac{5-2}{5}\right) = 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{3}{5} = 6 \Rightarrow N = \frac{6 \times 5}{3} = 10(\$)$$

14.- Si doy a mi hermano $\frac{2}{5}$ de lo que tengo menos \$2, me quedarían 11. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$N - \left(\frac{2}{5} \times N - 2\right) = 11 \Rightarrow N - \frac{2}{5} \times N + 2 = 11 \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = 11 - 2 = 9 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(\frac{5-2}{5}\right) = 9 \Rightarrow N \times \frac{3}{5} = 9 \Rightarrow N = \frac{9 \times 5}{3} = 15(\$)$$

15.- Si doy a Pedro $\frac{2}{7}$ de lo que tengo más \$4, y a Enrique $\frac{2}{9}$ de lo que tengo más \$6, me quedarían \$21. ¿Cuánto tengo?.

Solución:

$$N - \left(\frac{2}{7} \times N + 4\right) - \left(\frac{2}{9} \times N + 6\right) = 21 \Rightarrow N - \frac{2}{7} \times N - 4 - \frac{2}{9} \times N - 6 = 21 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \left(1 - \frac{2}{7} - \frac{2}{9}\right) = 21 + 4 + 6 = 31 \Rightarrow N \times \left(\frac{63-18-14}{63}\right) = 31 \Rightarrow \\ \Rightarrow N \times \frac{31}{63} = 31 \Rightarrow N = \frac{31 \times 63}{31} = 63(\$)$$

16.- Pérez es dueño de los $\frac{2}{7}$ de una hacienda, García de $\frac{1}{9}$ y Hernández del resto. Si la hacienda se vende por \$12.600, ¿cuánto recibe cada uno?.

Solución:

$$\text{Pérez recibe: } \frac{2}{7} \times 12.600 = 3.600(\$)$$

$$\text{García recibe: } \frac{1}{9} \times 12.600 = 1.400(\$)$$

Hernández recibe:

$$12.600 - 3.600 - 1.400 = 7.600 (\$).$$

17.- Después de vender los $\frac{2}{5}$ de una pieza de tela vendiendo una parte igual a la diferencia entre los $\frac{2}{9}$ y $\frac{1}{10}$ de la longitud primitiva de la pieza. Si quedan 43 metros; ¿cuál es la longitud de la pieza de tela?.

Solución:

$$\frac{2}{9} - \frac{1}{10} = \frac{20-9}{90} = \frac{11}{90}$$

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{11}{90} = \frac{90}{90} - \frac{36}{90} - \frac{11}{90} = \frac{90-36-11}{90} = \frac{90-47}{90} = \frac{43}{90}$$

Luego:

$$\frac{43}{90} \times L = 43 \Rightarrow L = \frac{43 \times 90}{43} = 90(m)$$

18.- Un padre reparte 48 dólares entre sus dos hijos. Los $\frac{3}{7}$ de la parte que dio al mayor equivalen a los $\frac{3}{5}$ de la parte que dio al menor. ¿Cuánto dio a cada uno?.

Llamaremos **M** la parte que corresponde al mayor y **m** la parte que corresponde al menor. Entonces: $M + m = 48 \Rightarrow m = 48 - M$.

El problema nos dice que:

$$\frac{3}{7} \times M = \frac{3}{5} \times m \Rightarrow \frac{3}{7} \times M = \frac{3}{5} \times (48 - M) \Rightarrow 15 \times M = 21 \times (48 - M) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 \times M = 1008 - 21 \times M \Rightarrow 15 \times M + 21 \times M = 1008 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 \times M = 1008 \Rightarrow M = \frac{1008}{36} = 28(\$)$$

$$\Rightarrow m = 48 - 28 = 20(\$)$$

19.- Dos hermanos pagan una deuda que asciende a los $\frac{2}{5}$ de \$55.000. La parte que pagó el menor equivale a los $\frac{2}{9}$ de la parte que pagó el mayor. ¿Cuánto pagó cada uno?.

Solución:

$$\text{Monto que pagaron: } \frac{2}{5} \times 55.000 = 2 \times 11.000 = 22.000(\$)$$

Llamando ahora **M** la parte que dio el mayor y **m** la parte que dio el menor:

$$M + m = 22.000 \Rightarrow m = 22.000 - M$$

Luego:

$$22.000 - M = \frac{2}{9} \times M \Rightarrow 22.000 = M \times \left(1 + \frac{2}{9}\right) = M \times \left(\frac{9+2}{9}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \times \frac{11}{9} = 22.000 \Rightarrow M = \frac{22.000 \times 9}{11} = 2.000 \times 9 = 18.000(\$) \Rightarrow$$

$$m = \frac{2}{9} \times 18.000 = 4.000(\$)$$

20.- Reparto cierta cantidad entre mis tres hermanos. Al mayor doy $\frac{1}{7}$; al mediano $\frac{1}{8}$ y al menor el resto. Si al menor le he dado \$34 más que al mediano; ¿cuál fue la cantidad repartida y cuánto se dio a cada uno?.

Solución:

Proporción que corresponde al menor:

$$1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{56}{56} - \frac{8}{56} - \frac{7}{56} = \frac{56-15}{56} = \frac{41}{56}$$

Ahora, tomando las proporciones del menor y el mediano, tenemos que:

$$\frac{41}{56} - \frac{1}{8} = \frac{41}{56} - \frac{7}{56} = \frac{34}{56} \Rightarrow \frac{34}{56} \times C = 34 \Rightarrow C = \frac{34 \times 56}{34} = 56(\$)$$

$$\text{Al mayor se le dio: } \frac{1}{7} \times 56 = 8(\$)$$

$$\text{Al mediano se le dio: } \frac{1}{8} \times 56 = 7(\$)$$

$$\text{Al menor se le dio: } \frac{41}{56} \times 56 = 41(\$)$$

21.- Cuando vendo un auto en 18.000 dólares gano los $\frac{2}{7}$ del costo. ¿En cuanto tendría que venderlo para ganar los $\frac{3}{5}$ del costo?.

Solución:

Cálculo del costo **C**: Se parte del precio de venta dado de Bs. 18.000.

$$C \times \left(1 + \frac{2}{7}\right) = 18.000 \Rightarrow C \times \left(\frac{7}{7} + \frac{2}{7}\right) = C \times \frac{9}{7} = 18.000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{18.000 \times 7}{9} = 2.000 \times 7 = 14.000(\$)$$

Para ganar los $\frac{3}{5}$ del costo habría que venderlo por:

$$V = \left(1 + \frac{3}{5}\right) \times 14.000 = \left(\frac{5}{5} + \frac{3}{5}\right) \times 14.000 = \frac{8}{5} \times 14.000 = 22.400(\$)$$

22.- He gastado los $\frac{5}{6}$ de mi dinero. Si en lugar de gastar los $\frac{5}{6}$ de mi dinero hubiera gastado los $\frac{3}{4}$ de mi dinero, tendría ahora \$18 más de lo que tengo. ¿Cuánto gasté?.

Solución:

La cantidad de dinero que tenía es:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10-9}{12} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{12} \times D = 18 \Rightarrow D = 12 \times 18 = 216(\$)$$

$$\text{Entonces, gasté: } \frac{5}{6} \times 216 = 180(\$)$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 25.

Tema: Fracciones continuas.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Fracción continua: es una fracción de la siguiente forma:

$$2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{8 + \frac{1}{4}}}}$$

Fracción integrante: Se llama fracción integrante a toda fracción que tiene por numerador la unidad y por denominador cualquier número entero. Así, en el ejemplo anterior, las fracciones integrantes serán: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{4}$.

Cociente incompleto: Se llama así a la parte entera de una fracción continua y a los denominadores de las fracciones integrantes.

Ejemplo:

En la fracción $4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}$ los cocientes incompletos son: 4; 3; 5 y 6.

Reducción de una fracción ordinaria o decimal a continua:

1.- Reducción de una fracción ordinaria propia a continua: Se halla el m.c.d. por divisiones sucesivas del numerador y el denominador de la fracción. La parte entera de la fracción continua será cero y los denominadores de las fracciones integrantes serán los cocientes de las divisiones:

Ejemplo: Reducir a fracción continua la fracción propia: $\frac{35}{157}$

Se encuentra el m.c.d. de 35 y 157:

	4	2	17
157	35	17	1
17	1	0	

La fracción continua equivalente es: $\frac{35}{157} = 0 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{17}}}$

2.- Reducción de una fracción ordinaria impropia a continua: Se procede como en el caso anterior pero la parte entera de la fracción será el primer cociente.

Ejemplo: Reducir a fracción continua la siguiente fracción impropia; $\frac{237}{101} =$

Se encuentra el m.c.d. por divisiones sucesivas:

	2	2	1	7	1	3
237	101	35	31	4	3	1
35	31	4	3	1	0	

Entonces:

$\frac{237}{101} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}$

3.- Reducción de una fracción decimal a una fracción continua: Se transforma la fracción decimal a un quebrado por procedimientos que se verán más adelante, y a este quebrado se aplican las reglas anteriores.

Reducción de una fracción continua a fracción ordinaria:

Fracción reducida: la fracción ordinaria equivalente a una parte de la fracción continua comprendida entre el primer cociente incompleto y cada uno de los demás cocientes incompletos, se llama *fracción reducida o convergente*.

Ley de formación de las reducidas: La primera y segunda reducida de una fracción continua pueden ser halladas fácilmente por simple inspección. A partir de la tercera, las reducidas se forman de acuerdo con la siguiente ley:

Se multiplica el último cociente incompleto de la parte de fracción continua que consideramos, por los dos términos de la reducida anterior; al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador de la reducida anteprecedente y al denominador se le suma el denominador de la fracción reducida anteprecedente.

Ejemplo:

Encontrar todas las reducidas de: $2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}}$ =

La primera reducida es la parte entera: $2 = \frac{2}{1}$

La segunda reducida o la fracción ordinaria equivalente a: $2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

La tercera reducida o la fracción ordinaria equivalente a: $2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}$ = se forma

multiplicando el último cociente incompleto 4 por los dos términos de la reducida anterior, la segunda $\left(\frac{7}{3}\right)$, y tendremos $\frac{4 \times 7}{4 \times 3}$; luego, al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador de la primera reducida, 2, y al denominador de la nueva fracción se le suma el denominador de la primera reducida, 1. Es decir:

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}} = \frac{4 \times 7 + 2}{4 \times 3 + 1} = \frac{30}{13}$$

la cuarta reducida o fracción ordinaria equivalente a $2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}$ = se forma

multiplicando el último cociente incompleto 5 por los dos términos de la tercera reducida, $\frac{30}{13}$, y tendremos $\frac{5 \times 30}{5 \times 13}$, al numerador de esta nueva fracción se le suma el

numerador de la segunda fracción, 7, y al denominador de esta nueva fracción se le suma el denominador de la segunda fracción, 3; o sea:

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}} = \frac{5 \times 30 + 7}{5 \times 13 + 3} = \frac{157}{68}$$

La quinta reducida o fracción ordinaria equivalente a la fracción continua dada:

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}} = \text{se forma multiplicando el último cociente incompleto 6 por los dos términos de la cuarta reducida, } \frac{157}{68}, \text{ y tendremos } \frac{6 \times 157}{6 \times 68}, \text{ al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador 30 de la tercera reducida y al denominador de esta nueva fracción se le suma el denominador 13 de la tercera reducida; o sea:}$$

términos de la cuarta reducida, $\frac{157}{68}$, y tendremos $\frac{6 \times 157}{6 \times 68}$, al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador 30 de la tercera reducida y al denominador de esta nueva fracción se le suma el denominador 13 de la tercera reducida; o sea:

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6}}}} = \frac{6 \times 157 + 30}{6 \times 68 + 13} = \frac{972}{421}$$

PREGUNTAS:

Reducir a fracción continua:

1.- $\frac{8}{17} =$

	2	8	
17	8	1	
1	0		

Entonces: $\frac{8}{17} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2 + \frac{1}{8}}$

2.- $\frac{7}{19} =$

	2	1	2	2	
19	7	5	2	1	
5	2	1	0		

$$\text{Entonces: } \frac{7}{19} \Rightarrow 0 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

3.- $\frac{67}{78} =$

	1	6	11		
78	67	11	1		
11	1	0			

$$\text{Entonces: } \frac{67}{78} \Rightarrow 0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{11}}}$$

4.- $\frac{19}{1050} =$

	55	3	1	4	
1050	19	5	4	1	
5	4	1	0		

$$\text{Entonces: } \frac{19}{1050} \Rightarrow 0 + \frac{1}{55 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$$

5.- $\frac{131}{2880} =$

	21	1	64	2	
2880	131	129	2	1	
129	2	1	0		

Entonces:

$$\frac{131}{2880} \Rightarrow 0 + \frac{1}{21 + \frac{1}{1 + \frac{1}{64 + \frac{1}{2}}}}$$

6.- $\frac{23}{79} =$

	3	2	3	3
79	23	10	3	1
10	3	1	0	

Entonces: $\frac{23}{79} \Rightarrow 0 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}}$

7.- $\frac{31}{2040} =$

	65	1	4	6
2040	31	25	6	1
25	6	1	0	

Entonces: $\frac{31}{2040} \Rightarrow 0 + \frac{1}{65 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6}}}}$

8.- $\frac{15}{131} =$

	8	1	2	1	3
131	15	11	4	3	1
11	4	3	1	0	

Entonces: $\frac{15}{131} \Rightarrow 0 + \frac{1}{8 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}}$

9.- $\frac{79}{1410} =$

	17	1	5	1	1	2	2
1410	79	67	12	7	5	2	1
67	12	7	5	2	1	0	

Entonces:

$$\frac{79}{1410} \Rightarrow 0 + \frac{1}{17 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}}}$$

10.- $\frac{196}{27} =$

	7	3	1	6		
196	27	7	6	1		
7	6	1	0			

Entonces: $\frac{196}{27} \Rightarrow 7 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}$

11.- $\frac{85}{37} =$

	2	3	2	1	3	
85	37	11	4	3	1	
11	4	3	1	0		

Entonces:

$$\frac{85}{37} \Rightarrow 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$$

12.- $\frac{285}{126} =$

	2	3	1	4	2	
285	126	33	27	6	3	
33	27	6	3	0		

Entonces:

$$\frac{285}{126} \Rightarrow 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}$$

13.- $\frac{547}{232} =$

	2	2	1	3	1	7	2
547	232	83	66	17	15	2	1
83	66	17	15	2	1	0	

Entonces:

$$\frac{547}{232} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2}}}}}}$$

14.- $\frac{3217}{1900} =$

	1	1	2	3	1	6	5	4
3217	1900	1317	583	151	130	21	4	1
1317	583	151	130	21	4	1	0	

Entonces:

$$\frac{3217}{1900} \Rightarrow 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4}}}}}}}}$$

15.- $\frac{2308}{1421} =$

	1	1	1	1	1	1	19	9
2308	1421	887	534	353	181	172	9	1
887	534	353	181	172	9	1	0	

Entonces:

$$\frac{2308}{1421} \Rightarrow 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{19 + \frac{1}{9}}}}}}$$

Reducir a fracción ordinaria las fracciones continuas siguientes, hallando todas las reducidas:

1.- $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} =$

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida: $1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

La tercera reducida es: $\frac{2 \times 3 + 1}{2 \times 2 + 1} = \frac{7}{5}$

2.- $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$

La primera reducida es: $\frac{2}{1}$

La segunda reducida es: $2 + \frac{1}{1} = \frac{3}{1}$

La tercera reducida es: $\frac{3 \times 1 + 2}{1 \times 1 + 1} = \frac{5}{2}$

La cuarta reducida es: $\frac{2 \times 5 + 3}{2 \times 2 + 1} = \frac{13}{5}$

3.- $0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} =$

La primera reducida no existe es igual a cero.

La segunda reducida es: $\frac{1}{1}$

La tercera reducida es: $\frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{2+1}{2}} = \frac{2}{3}$

La cuarta reducida es: $\frac{3 \times 2 + 1}{3 \times 3 + 1} = \frac{7}{10}$

$$4.- \quad 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} =$$

La primera reducida es: $\frac{2}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{2}{1} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

La tercera reducida es: $\frac{1 \times 7 + 2}{1 \times 3 + 1} = \frac{9}{4}$

La cuarta reducida es: $\frac{1 \times 9 + 7}{1 \times 4 + 3} = \frac{16}{7}$

La quinta reducida es: $\frac{2 \times 16 + 9}{2 \times 7 + 4} = \frac{41}{18}$

$$5.- \quad 0 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}} =$$

La primera reducida es cero.

La segunda reducida es: $\frac{1}{2}$

La segunda reducida es: $\frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2+1}{3}} = \frac{3}{7}$

La tercera reducida es: $\frac{4 \times 3 + 1}{4 \times 7 + 2} = \frac{13}{30}$

La cuarta reducida es: $\frac{2 \times 13 + 3}{2 \times 30 + 7} = \frac{29}{67}$

6.-

$$1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$$

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{1}{1} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

La tercera reducida es: $\frac{4 \times 6 + 1}{4 \times 5 + 1} = \frac{25}{21}$

La cuarta reducida es: $\frac{1 \times 25 + 6}{1 \times 21 + 5} = \frac{31}{26}$

La quinta reducida es: $\frac{3 \times 31 + 25}{3 \times 26 + 21} = \frac{118}{99}$

7.- $1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5}}}}}$ =

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

La tercera reducida es: $\frac{1 \times 5 + 1}{1 \times 4 + 1} = \frac{6}{5}$

La cuarta reducida es: $\frac{1 \times 6 + 5}{1 \times 5 + 4} = \frac{11}{9}$

La quinta reducida es: $\frac{2 \times 11 + 6}{2 \times 9 + 5} = \frac{28}{23}$

La sexta reducida es: $\frac{5 \times 28 + 11}{5 \times 23 + 9} = \frac{151}{124}$

$$8.- 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}}}$$

La primera reducida es: $\frac{3}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{3}{1} + \frac{1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$

La tercera reducida es: $\frac{3 \times 7 + 3}{3 \times 2 + 1} = \frac{24}{7}$

La cuarta reducida es: $\frac{4 \times 24 + 7}{4 \times 7 + 2} = \frac{103}{30}$

La quinta reducida es: $\frac{1 \times 103 + 24}{1 \times 30 + 7} = \frac{127}{37}$

La sexta reducida es: $\frac{5 \times 127 + 103}{5 \times 37 + 30} = \frac{738}{215}$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 26A.

Tema: Máximo común divisor.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

El máximo común divisor (m.c.d.) de dos números es el mayor número de dos números que los divide exactamente.

Ejemplo #1: Dados los números 18 y 24, ¿cuál es el m.c.d.?

Solución: 2, 3 y 6 dividen a ambos números y el mayor de los tres es 6, por tanto, 6 es el m.c.d. de los dos números dados.

Ejemplo #2: Dados los números 60, 100 y 120, ¿cuál es el m.c.d. ?.

Solución: Estos números son divisibles por 2, 4 5, 10 y 20. No hay ningún número mayor que 20, por tanto, 20 es el m.c.d. de los tres números dados.

M.C.D. por inspección:

Cuando los números son pequeños, puede hallarse el m.c.d. por simple inspección.

Como el m.c.d. de varios números tiene que ser divisor del menor de ellos, se procederá así:

Nos fijamos en el número menor de los dados. Si éste divide a todos los demás, será el m.c.d. Si no los divide, buscamos cual es el mayor de los divisores del menor que divide a todos los números y éste será el m.c.d.

Ejemplo #3: Hallar el m.c.d. de 6, 12 y 18.

Solución:

El número 6 es el menor de los tres y divide exactamente a los otros dos, por tanto, 6 es el m.c.d. de los tres números dados.

Ejemplo #4: Hallar el m.c.d. de 20, 90 y 70.

Solución: En este caso 20 no es divisor de 70 y 90. Si tomamos ahora 10, éste es el máximo divisor de 20 y es, además, divisor de 70 y 90; por tanto, 10 es el m.c.d. de los tres números dados.

Ejemplo #5: Hallar el m.c.d. de 48, 72 y 84.

Solución: 48 no divide a los demás. El número 12 es el máximo divisor de 48 que adicionalmente es divisor de 72 y de 84.

METODOS PARA HALLAR EL M.C.D.

Cuando no es fácil hallar el m.c.d. por inspección, se utilizan dos métodos:

- (a) Por divisiones sucesivas.
- (b) Por descomposición en factores primos.

M.C.D. de dos números por divisiones sucesivas.

La regla para encontrar el m.c.d. en este caso, se funda en el siguiente teorema:

Se divide el mayor de los números dados por el menor. Si la división es inexacta, se divide el divisor por el primer residuo; el primer residuo por el segundo residuo; éste por el tercero y así sucesivamente hasta obtener una división exacta. El último divisor será el m.c.d.

Ejemplo #6: Hallar el m.c.d. de 150 y 25.

Solución: En este caso 150 es divisible por 25, por tanto, 25 es el m.c.d. de ambos números.

Ejemplo #7: Hallar el m.c.d. de 2227 y 2125.

	1	20	1	5	
2227	2125	102	85	17	
102	85	17	00		

Entonces, el m.c.d. de 2227 y 2125 es 17.

Nota: Si en el proceso de hallar el m.c.d. encontramos un residuo que sea primo y la división siguiente no se exacta, no es necesario continuar la operación y podemos afirmar que el m.c.d. es 1 y que por tanto los números dados son primos entre si.

Ejemplo #7: Hallar el m.c.d. de 1471 y 462.

Solución:

	3	5	2	
1471	462	85	37	
85	37	11		

En este caso la solución es 1. Se ha encontrado el residuo primo 37 y la división siguiente no es exacta.

M.C.D. de más de dos números por divisiones sucesivas:

Para hallar el m.c.d. de más de dos números por divisiones sucesivas se halla primero el m.c.d. de dos números, después se toma otro número y el m.c.d. encontrado y se encuentra el m.c.d. de ellos dos; después se toma otro número y el segundo m.c.d. encontrado y se encuentra el m.c.d. entre ellos dos y así sucesivamente hasta el último número. El último m.c.d. es el m.c.d. de todos los números dados.

Ejemplo #8: Hallar el m.c.d. de 4940, 4420, 2418 1092.

Primero se halla el m.c.d. de 2418 y 1092:

	2	4	1	2	
2418	1092	234	156	78	
234	156	78	00		

El $(m.c.d.)_1 = 78$

Luego se halla el m.c.d. de 4420 y 78:

	56	1	1	
4420	78	52	26	
52	26	0		

El $(m.c.d.)_2 = 26$

Y por último se halla el m.c.d. entre 4940 y 26:

	190		
4940	26		
00			

Luego, el m.c.d. de todos los números es 26.

Regla práctica para encontrar el m.c.d. de varios números por descomposición de factores primos:

Se descomponen los números dados en sus factores primos. El m.c.d. se forma con el producto de los factores primos comunes con su menor exponente.

Ejemplo #9: Hallar el m.c.d. de 1800, 420, 1260 y 108.

Solución:

Se empieza por desglosar al número 1800:

1800	2
900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

Se sigue con el número 320:

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

Se continua con el número 1260:

1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

Por último, se desglosa el número 108:

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Resumiendo:

$$1800 = (2)^3 \times (3)^2 (5)^2$$

$$420 = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (7)$$

$$1260 = (2)^2 \times (3)^2 \times (5) \times (7)$$

$$108 = (2)^2 \times (3)^3$$

$$m.c.d. = (2)^2 \times (3) = 4 \times 3 = 12$$

Ejemplo # 10: Hallar el m.c.d. de 170, 2890, 204 y 5100.

Solución:

Como 2890 es múltiplo de 170 porque $2890 \div 170 = 17$ y como 5100 es múltiplo de 204 ya que $5100 \div 204 = 25$, prescindimos de 2890 y 5100 y hallamos el m.c.d. de 170 y 204:

170	2
85	5
17	17
1	

204	2
102	2
51	3
17	17
1	

El m.c.d. = $2 \times 17 = 34$

Método abreviado para cálculo del m.c.d.:

El m.c.d. de varios números por descomposición en factores primos puede hallarse rápidamente dividiendo al mismo tiempo todos los números dados por un factor común, los cocientes nuevamente por un factor común y así sucesivamente hasta que los cocientes sean primos entre si. El m.c.d. es el producto de los factores comunes.

Ejemplo # 11: Hallar el m.c.d. de 208, 910 y 1690 por el método abreviado:

			Factor común
208	910	1690	2
104	455	845	13
8	35	65	

El m.c.d.= $2 \times 13 = 26$

Ejemplo #12: Hallar el m.c.d. de 3430, 2450, 980 y 4410.

				Factor común
3430	2450	980	4410	10
343	245	98	441	7
49	35	14	63	7
7	5	2	9	

El m.c.d.= $10 \times 7 \times 7 = 490$

Método abreviado.

El *m.c.d.* de varios números por descomposición en factores primos puede hallarse rápidamente dividiendo al mismo tiempo todos los números dados por un factor común., los cocientes nuevamente por un factor común y así sucesivamente hasta que los cocientes sean primos entre si. El m.c.d. es el producto de todos los factores comunes.

Ejemplo #12: Hallar el m.c.d. de 208, 910 y 1690.

			F.C.
208	910	1690	2
104	455	845	13
8	35	65	

El m.c.d. es igual al producto de los factores comunes: $(2) \times (13) = 26$

PREGUNTAS:

Hallar el m.c.d. por simple inspección:

1.- 15 y 30:

El m.c.d.= 15.

2.- 8 y 12:

El m.c.d. = 4.

3.- 9 y 18 =

El m.c.d. = 9.

4.- 20 y 16 =

El m.c.d. = 4.

5.- 18 y 24 =

El m.c.d. = 6.

6.- 21 y 28 =

El m.c.d.= 7.

7.- 24 y 32 =

El m.c.d. = 8.

8.- 3, 6 y 9 =

El m.c.d.= 3.

9.- 7, 14 y 21 =

El m.c.d.= 7

10.- 18, 27 y 36.

El m.c.d.= 9

11.- 24, 36 y 72 =

El m.c.d. = 12

12.- 30, 42 y 54 =

El m.c.d.= 6.

13.- 16, 24 y 40 =

El m.c.d.= 8.

14.- 22, 33 y 44 =

El m.c.d. =11.

15.- 20, 28, 36 y 40 =

El m.c.d. = 4.

16.- 15, 20, 30 y 60 =

El m.c.d. = 5.

17.- 28, 42, 56 y 70 =

El m.c.d. = 14.

18.- 32, 48, 64 y 80 =

El m.c.d. = 16.

Hallar por divisiones sucesivas el m.c.d. de:

1.- 137 y 2603:

	19
2603	137
0	

El m.c.d.= 137.

2.- 1189 y 123656 =

	104
123656	1189
0	

El m.c.d. = 1189.

3.- 144 y 520 =

	3	1	1	1	1	3
520	144	88	56	32	24	8
88	56	32	24	8	0	

El m.c.d. = 8

4.- 51 y 187 =

	3	1	2
187	51	34	17
34	17	0	

El m.c.d. = 17.

5.- 76 y 1710 =

	22	2
1710	76	38
38	0	

El m.c.d. = 38.

6.- 93 y 2387 =

	25	1	2
2387	93	62	31
62	31	0	

El m.c.d. = 31.

7.- 111 y 518 =

	4	1	2
518	111	74	37
74	37	0	

El m.c.d. = 37

8.- 212 y 1431 =

	6	1	3
1431	212	159	53
159	53	0	

El m.c.d. = 53.

9.- 948 y 1975 =

	2	12
1975	948	79
79	0	

El m.c.d. = 79

10.- 1164 y 3686 =

	3	6
3686	1164	194
194	0	

El m.c.d. = 194.

11.- 303 y 1313 =

	4	3
--	---	---

1313	303	101
101	0	

El m.c.d. = 101

12.- 19578 y 47190 =

	2	2	2	3	2	6
47190	19578	8034	3510	1014	468	78
8034	3510	1014	468	78	0	

El m.c.d. = 78.

13.- 19367 y 33277 =

	1	1	2	1	1	4	1	1	2
33277	19367	13910	5457	2996	2461	535	321	214	107
13910	5457	2996	2461	535	321	214	107	0	

El m.c.d. = 107.

14.- 207207 y 479205 =

	2	3	5	3	1	1	21	9
479205	207207	64971	12294	3501	1791	1710	81	9
64971	12294	3501	1791	1710	81	9	0	

El m.c.d. = 9

15.- 9879 y 333555 =

	33	1	3	4	5
333555	9879	7548	2331	555	111
7548	2331	555	111	0	

El m.c.d. = 111.

16.- 35211 y 198803 =

	5	1	1	1	4	1	2	1	1	2
198803	35211	22748	12463	10285	2178	1573	605	363	242	121
22748	12463	10285	2178	1573	605	363	242	121	0	

El m.c.m = 121

17.- 77615 y 108661 =

	1	2	2
108661	77615	31046	15523
31046	15523	0	

El m.c.d. = 15523.

18.- 65880 y 92415 =

	1	2	2	14
92415	65880	26535	12810	915
26535	12810	915	0	

El m.c.d. = 915

19.- 1.002.001 y 2.136.134 =

	2	7	1	1	2	2
2136134	1002001	132132	77077	55055	22022	11011
132132	77077	55055	22022	11011	0	

El m.c.d. = 11.011

20.- 4.008.004 y 4.280.276 =

	1	14	1	2	1	1	2	1	2
4280276	4008004	272272	196196	76076	44044	32032	12012	8008	4004
272272	196196	76076	44044	32032	12012	8008	4004	0	

El m.c.d. = 4.004.

Hallar por divisiones sucesivas el m.c.d. de tres números o más:

1.- 2168, 7336 y 9184 =

	3	2	1	1	1	1	6	3
7336	2168	832	504	328	176	152	24	8
832	504	328	176	152	24	8	0	

El $(m.c.d.)_1 = 8$

Luego:

	1148
9184	8
0	

Entonces: el m.c.d. = 8.

2.- 425, 800 y 950 =

	1	1	7	2
800	425	375	50	25
375	50	25	0	

El $(m.c.d.)_1 = 25$

	38
950	25
0	

El m.c.d. = 25.

3.- 1560, 2400 y 5400 =

	1	1	1	6
2400	1560	840	720	120
840	720	120	0	

El $(m.c.d.)_1 = 120$

Luego:

	45
5400	120
0	

El m.c.d. = 120.

4.- 78, 130 y 143 =

	1	1	2
130	78	52	26
52	26	0	

El $(m.c.d.)_1 = 26$

Luego:

	5	2
143	26	13
13	0	

Entonces, el m.c.d. = 13.

5.- 153, 357 y 187 =

	1	4	2
187	153	34	17
34	17	0	

El $(m.c.d.)_1 = 17$

Luego:

	21
357	17
0	

El m.c.d. = 17.

6.- 236, 590 y 1239 =

	2	2
590	236	118
118	0	

El $(m.c.d.)_1 = 118$.

Luego:

	10	2
1239	118	59
59	0	

El m.c.d. = 59.

7.- 465, 651 y 682 =

	1	2	2
651	465	186	93
186	93	0	

El $(m.c.d.)_1 = 93$.

Luego:

	7	3
682	93	31
31	0	

El m.c.d. = 31.

8.- 136, 204, 221 y 272 =

	1	2
204	136	68
68	0	

El $(m.c.d.)_1 = 68$

Luego:

	3	4
221	68	17
17	0	

El $(m.c.d.)_2 = 17$.

Luego:

	16
272	17
0	

El m.c.d. = 17.

9.- 168, 252, 280 y 917 =

	1	2
252	168	84
84	0	

El $(m.c.d.)_1 = 84$

Luego:

	3	3
280	84	28
28	0	

El $(m.c.d.)_2 = 28$

Luego:

	32	1	3
917	28	21	7
21	7	0	

El m.c.d. = 7.

10.- 770, 990, 1265 y 3388 =

	1	3	2
990	770	220	110
220	110	0	

El $(m.c.d.)_1 = 110$.

Luego:

	11	2
1265	110	55
55	0	

El $(m.c.d.)_2 = 55$

Luego:

	61	1	1	2
3388	55	33	22	11
33	22	11	0	

El m.c.d. = 11.

11.- 1240, 1736, 2852 y 3131 =

	1	2	2
1736	1240	496	248
496	248	0	

El $(m.c.d.)_1 = 248$

Luego:

	11	2
2852	248	124
124	0	

El $(m.c.d.)_2 = 124$

Luego:

	25	4
3131	124	31
31	0	

El m.c.d. = 31.

12.- 31740, 47610, 95220 y 126960 =

	1	2
47610	31740	15870
	0	

El $(m.c.d.)_1 = 15.870$.

Luego:

	6
95220	15870
0	

El $(m.c.d.)_2 = 15.870$

Luego:

	8
126960	15870
0	

El m.c.d. = 15.870.

13.- 45150, 51600, 78045 y 108489 =

	1	7
51600	45150	6450
6450	0	

El $(m.c.d.)_1 = 6.450$

Luego:

	12	10
78045	6450	645
645	0	

El $(m.c.d.)_2 = 645$

Luego:

	168	5
108489	645	129
129	0	

El m.c.d. = 129.

14.- 63860, 66340, 134385 y 206305 =

	1	25	1	3
66340	63860	2480	1860	620
2480	1860	620	0	

El $(m.c.d.)_1 = 620$

Luego:

	216	1	3
134385	620	465	155
465	155	0	

El $(m.c.d.)_2 = 155$

Luego:

	1331
206305	155
0	

El m.c.d. = 155.

15.- 500, 560, 725, 4350 y 8200 =

	1	8	3
560	500	60	20
60	20	0	

El $(m.c.d.)_1 = 20$

Luego:

	36	4
725	20	5
5	0	

El $(m.c.d.)_2 = 5$

Luego:

	870
4350	5
0	

El $(m.c.d.)_3 = 5$

Luego:

	1640
8200	5
0	

El m.c.d. = 5

16.- 432, 648, 756, 702, y 621 =

	1	2	3	2
621	432	189	54	27
189	54	27	0	

El $(m.c.d.)_1 = 27$

Luego:

	24
648	27
0	

El $(m.c.d.)_2 = 27$

Luego:

	26
702	27
0	

El $(m.c.d.)_3 = 27$

Luego:

	28
756	27
0	

El m.c.d. = 27

17.- 3240, 5400, 5490, 6300 y 7110 =

	1	1	2
5400	3240	2160	1080
2160	1080	0	

El $(m.c.d.)_1 = 1.080$

Luego:

	5	12
5490	1080	90
90	0	

El $(m.c.d.)_2 = 90$

Luego:

	70
6300	90
0	

El $(m.c.d.)_3 = 90$

Luego:

	79
7110	90
0	

El m.c.d. = 90.

18.- 486, 729, 891, 1944 y 4527 =

	1	2
729	486	243
243	0	

El $(m.c.d.)_1 = 243$

Luego:

	3	1	2
891	243	162	81
162	81	0	

El $(m.c.d.)_2 = 81$

Luego:

	24
1944	81
0	

El $(m.c.d.)_3 = 81$

Luego:

	55	1	8
4527	81	72	9
72	9	0	

El m.c.d. = 9.

Hallar por descomposición de factores primos el m.c.d. de:

1.- 20 y 80:

20	2
10	2
5	5
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$$20 = (2)^2 \times (5)$$

$$80 = (2)^4 \times (5)$$

$$m.c.d. = (2)^2 \times (5) = 20$$

2.- 144 y 520:

144	2	520	2
72	2	260	2
36	2	130	2
18	2	65	5
9	3	13	13
3	3	1	
1			

$$144 = (2)^4 \times (3)^2$$

$$520 = (2)^3 \times (5) \times (13)$$

$$m.c.d. = (2)^3 = 8$$

3.- 345 y 850:

345	3	850	2
115	5	425	5
23	23	85	5
1		17	17
		1	

$$345 = (3) \times (5) \times (23)$$

$$850 = (2) \times (5)^2 \times (17)$$

$$m.c.d. = 5$$

4.- 19578 y 47190: Se hará por el método abreviado:

		F.C
19578	47190	2
9789	23595	3
3263	7865	13
251	605	

$$m.c.d. = (2) \times (3) \times (13) = 78$$

Nótese que 251 y 605 son primos entre si.

5.- 33, 77 y 121: Se hará por el método abreviado.

			F.C.
33	77	121	11
3	7	11	

$$m.c.d. = 11.$$

6.- 425, 800 y 950: Se hará por el método abreviado.

			F.C.
425	800	950	5
85	160	3190	5
17	32	38	

$$m.c.d. = (5) \times (5) = 25$$

7.- 2168, 7336, 9184: Se hará por el método abreviado.

			F.C.
2168	7336	9184	2
1084	3668	4592	2
542	1834	2296	2
271	917	1148	

$$m.c.d. = (2) \times (2) \times (2) = 8$$

8.- 54, 76, 114 y 234: Se hará por el método abreviado.

				F.C.
54	76	114	234	2
27	38	57	117	

m.c.d. = 2

9.- 320, 450, 560 y 600: Se hará por el método abreviado.

				F.C.
320	450	560	600	2
160	225	280	300	5
32	45	56	60	

El m.c.d. es = $(2) \times (5) = 10$

10.- 858, 2288 y 3575:

858	2
429	3
143	11
13	13
1	

2288	2
1144	2
572	2
286	2
143	11
13	13
1	

3575	5
715	5
143	11
13	13
1	

El (m.c.d.) = $(11) \times 13 = 143$

11.- 464, 812 y 870:

464	2
232	2
116	2
58	2
29	29
1	

812	2
406	2
203	7
29	29
1	

870	2
435	3
145	5
29	29
1	

$$464 = (2)^4 \times (29)$$

$$812 = (2)^2 \times (7) \times (29)$$

$$870 = (2) \times (3) \times (5) \times 29$$

$$m.c.d. = (2) \times (29) = 58$$

12.- 98, 294, 392 y 1176: Se hará por el método abreviado.

				F.C.
98	294	392	1176	2
49	147	196	588	7
7	21	28	84	7
1	3	4	12	1

$$m.c.d. = (2) \times (7) \times (7) = 98$$

13.- 1560, 2400, 5400 y 6600: Se utilizará el método abreviado.

				F.C.
1560	2400	5400	6600	2
780	1200	2700	3300	2
390	600	1350	1650	2
195	300	675	825	3
65	100	225	275	5
13	20	45	55	

$$m.c.d. = (2)^3 \times (3) \times (5) = 120$$

14.- 840, 960, 7260 y 9135: Se utilizará el método abreviado.

				F.C.
840	960	7260	9135	3
280	320	2420	3045	5
56	64	484	609	

$$m.c.d. = (3) \times (5) = 15$$

15.- 3174, 4761, 9522 y 12696: Se hará por el método abreviado.

				F.C.
3174	4761	9522	12696	3
1058	1587	3174	4232	23
46	69	138	184	23
2	3	6	8	

$$m.c.d. = (3) \times (23)^2 = 1.587$$

16.- 171, 342, 513 y 684: Se hará utilizando el método abreviado.

				F.C.
171	342	513	684	171
1	2	3	4	

$$m.c.d. = 171$$

17.- 500, 560, 725, 4350, y 8200: Se hará utilizando el método abreviado.

					F.C.
500	560	725	4350	8200	5
100	112	145	870	1640	

m.c.d. = 5.

18.- 850, 2550, 4250 y 12750: Se hará utilizando el método abreviado.

				F.C.
850	2550	4250	12750	2
425	1275	2125	6375	5
85	255	425	1275	5
17	51	85	255	17
1	3	5	15	

$$m.c.d. = (2) \times (5)^2 \times (17) = 850.$$

19.- 465, 744, 837 y 2511: Se utilizará el método abreviado.

465	3
155	5
31	31
1	

744	2
372	2
186	2
93	3
31	31
1	

837	3
279	3
93	3
31	31
1	

2511	3
837	3
279	3
93	3
31	31
1	

$$m.c.d. = (3) \times (31) = 93$$

20.- 600, 1200, 1800, 4800: Se utilizará el método abreviado.

				F.C.
600	1200	1800	4800	600
1	2	3	8	

m.c.d. = 600.

21.- 57, 133, 532 1824: Se utilizará el método abreviado.

				F.C.
57	133	532	1824	19
3	7	28	96	

m.c.d. = 19.

22.- 2645, 4232, 4761 y 5891: Se utilizará el método abreviado.

2645	5
529	529
1	

4232	2
2116	2
1058	2
529	

4761	3
1587	3
529	529
1	

5819	11
529	529
1	

m.c.d. = 529.

23.- 2523, 5046, 5887 y 7569:

2523	3
841	841
1	

5046	2
2523	3
841	841
1	

5887	7
841	841
1	

7569	3
2523	3
841	841
1	

m.c.d. = 841.

24.- 961, 2821, 2418 y 10571:

961	31
31	31
1	

2821	31
91	91
1	

2418	2
1209	3
403	13
31	31
1	

10571	11
961	31
31	31
1	

m.c.d. = 31.

25.- 2738, 9583, 15059, 3367 y 12691:

2738	2
1369	37
37	37
1	

9583	7
1369	37
37	37
1	

15069	37
407	37
11	11
1	

3367	37
91	91
1	

12691	7
1813	7
259	7
37	37
1	

m.c.d. = 37

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 26B.

Tema: Máximo común divisor. Problemas.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

El máximo común divisor (m.c.d.) de dos números es el mayor número de dos números que los divide exactamente.

Ejemplo #1: Dados los números 18 y 24, ¿cuál es el m.c.d.?

Solución: 2, 3 y 6 dividen a ambos números y el mayor de los tres es 6, por tanto, 6 es el m.c.d. de los dos números dados.

Ejemplo #2: Dados los números 60, 100 y 120, ¿cuál es el m.c.d. ?.

Solución: Estos números son divisibles por 2, 4 5, 10 y 20. No hay ningún número mayor que 20, por tanto, 20 es el m.c.d. de los tres números dados.

M.C.D. por inspección:

Cuando los números son pequeños, puede hallarse el m.c.d. por simple inspección.

Como el m.c.d. de varios números tiene que ser divisor del menor de ellos, se procederá así:

Nos fijamos en el número menor de los dados. Si éste divide a todos los demás, será el m.c.d. Si no los divide, buscamos cual es el mayor de los divisores del menor que divide a todos los números y éste será el m.c.d.

Ejemplo #3: Hallar el m.c.d. de 6, 12 y 18.

Solución:

El número 6 es el menor de los tres y divide exactamente a los otros dos, por tanto, 6 es el m.c.d. de los tres números dados.

Ejemplo #4: Hallar el m.c.d. de 20, 90 y 70.

Solución: En este caso 20 no es divisor de 70 y 90. Si tomamos ahora 10, éste es el máximo divisor de 20 y es, además, divisor de 70 y 90; por tanto, 10 es el m.c.d. de los tres números dados.

Ejemplo #5: Hallar el m.c.d. de 48, 72 y 84.

Solución: 48 no divide a los demás. El número 12 es el máximo divisor de 48 que adicionalmente es divisor de 72 y de 84.

METODOS PARA HALLAR EL M.C.D.

Cuando no es fácil hallar el m.c.d. por inspección, se utilizan dos métodos:

- (a) Por divisiones sucesivas.
- (b) Por descomposición en factores primos.

M.C.D. de dos números por divisiones sucesivas.

La regla para encontrar el m.c.d. en este caso, se funda en el siguiente teorema:

Se divide el mayor de los números dados por el menor. Si la división es inexacta, se divide el divisor por el primer residuo; el primer residuo por el segundo residuo; éste por el tercero y así sucesivamente hasta obtener una división exacta. El último divisor será el m.c.d.

Ejemplo #6: Hallar el m.c.d. de 150 y 25.

Solución: En este caso 150 es divisible por 25, por tanto, 25 es el m.c.d. de ambos números.

Ejemplo #7: Hallar el m.c.d. de 2227 y 2125.

	1	20	1	5	
2227	2125	102	85	17	
102	85	17	00		

Entonces, el m.c.d. de 2227 y 2125 es 17.

Nota: Si en el proceso de hallar el m.c.d. encontramos un residuo que sea primo y la división siguiente no se exacta, no es necesario continuar la operación y podemos afirmar que el m.c.d. es 1 y que por tanto los números dados son primos entre si.

Ejemplo #7: Hallar el m.c.d. de 1471 y 462.

Solución:

	3	5	2	
1471	462	85	37	
85	37	11		

En este caso la solución es 1. Se ha encontrado el residuo primo 37 y la división siguiente no es exacta.

M.C.D. de más de dos números por divisiones sucesivas:

Para hallar el m.c.d. de más de dos números por divisiones sucesivas se halla primero el m.c.d. de dos números, después se toma otro número y el m.c.d. encontrado y se encuentra el m.c.d. de ellos dos; después se toma otro número y el segundo m.c.d. encontrado y se encuentra el m.c.d. entre ellos dos y así sucesivamente hasta el último número. El último m.c.d. es el m.c.d. de todos los números dados.

Ejemplo #8: Hallar el m.c.d. de 4940, 4420, 2418 1092.

Primero se halla el m.c.d. de 2418 y 1092:

	2	4	1	2	
2418	1092	234	156	78	
234	156	78	00		

El $(m.c.d.)_1 = 78$

Luego se halla el m.c.d. de 4420 y 78:

	56	1	1	
4420	78	52	26	
52	26	0		

El $(m.c.d.)_2 = 26$

Y por último se halla el m.c.d. entre 4940 y 26:

	190		
4940	26		
00			

Luego, el m.c.d. de todos los números es 26.

Regla práctica para encontrar el m.c.d. de varios números por descomposición de factores primos:

Se descomponen los números dados en sus factores primos. El m.c.d. se forma con el producto de los factores primos comunes con su menor exponente.

Ejemplo #9: Hallar el m.c.d. de 1800, 420, 1260 y 108.

Solución:

Se empieza por desglosar al número 1800:

1800	2
900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

Se sigue con el número 320:

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

Se continua con el número 1260:

1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

Por último, se desglosa el número 108:

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Resumiendo:

$$1800 = (2)^3 \times (3)^2 (5)^2$$

$$420 = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (7)$$

$$1260 = (2)^2 \times (3)^2 \times (5) \times (7)$$

$$108 = (2)^2 \times (3)^3$$

$$m.c.d. = (2)^2 \times (3) = 4 \times 3 = 12$$

Ejemplo # 10: Hallar el m.c.d. de 170, 2890, 204 y 5100.

Solución:

Como 2890 es múltiplo de 170 porque $2890 \div 170 = 17$ y como 5100 es múltiplo de 204 ya que $5100 \div 204 = 25$, prescindimos de 2890 y 5100 y hallamos el m.c.d. de 170 y 204:

170	2
85	5
17	17
1	

204	2
102	2
51	3
17	17
1	

El m.c.d. = $2 \times 17 = 34$

Método abreviado para cálculo del m.c.d.:

El m.c.d. de varios números por descomposición en factores primos puede hallarse rápidamente dividiendo al mismo tiempo todos los números dados por un factor común, los cocientes nuevamente por un factor común y así sucesivamente hasta que los cocientes sean primos entre si. El m.c.d. es el producto de los factores comunes.

Ejemplo # 11: Hallar el m.c.d. de 208, 910 y 1690 por el método abreviado:

			Factor común
208	910	1690	2
104	455	845	13
8	35	65	

El m.c.d.= $2 \times 13 = 26$

Ejemplo #12: Hallar el m.c.d. de 3430, 2450, 980 y 4410.

				Factor común
3430	2450	980	4410	10
343	245	98	441	7
49	35	14	63	7
7	5	2	9	

El m.c.d.= $10 \times 7 \times 7 = 490$

Hallar los divisores comunes a dos o más números:

Los divisores comunes de dos o más números son divisores del m.c.d. de estos números, porque todo divisor de dos o más números divide a su m.c.d. Por tanto, para hallar los divisores comunes a dos o más números hallaremos primero el m.c.d. de los números dados y luego los factores simples y compuestos de este m.c.d. y estos factores serán los divisores comunes a los números dados.

Ejemplo # 13: Hallar los números comunes a 180 y 252:

Se halla primero el m.c.d. de los números dados:

	1	2	2
252	180	72	36
72	36	0	

Entonces, el m.c.d.= 36, y ahora hallaremos los factores simples y compuestos de 36.

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

Entonces, podemos decir que $36 = (2)^2 \times (3)^2$ y podemos también escribir que los factores de 36 son: 1; 2; 4; 3 y 9, como también los productos de pares e impares mostrados en la tabla siguiente

1	2	4
3	6	12
9	18	36

En conclusión, los **factores**, o **divisores**, de los números 180 y 252 son:

1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18 y 36.

PREGUNTAS:

Hallar los divisores comunes de los siguientes números:

1.- 18 y 72: Primero hallaremos el m.c.d. de ambos números:

Por simple inspección el m.c.d. es 18 y $18 = (2) \times (3)^2$; entonces, los divisores serán:

1	2
3	6
9	18

Los divisores son: 1; 2; 3; 6; 9 y 18.

2.- 40 y 200: Por simple inspección el m.c.d. es 40. Luego:

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

De donde: $40 = (2)^3 \times (5)$

Entonces, los divisores se encuentran en la tabla siguiente:

1	5
2	10
4	20
8	40

Los divisores son: 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20 y 40.

3.- 48 y 72:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$48 = (2)^4 \times (3)$$

$$72 = (2)^3 \times (3)^2$$

$$m.c.d. = (2)^3 \times (3) = 24$$

Luego, los divisores serán:

1	3
2	6
4	12
8	24

Los divisores de los dos números dados son: 1; 2; 3; 4;; 6; 8; 12 y 24.

4.- 60 y 210:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

210	2
105	3
35	5
7	7
1	

$$m.c.d. = (2) \times (3) \times (5) = 30$$

1	2
3	6
5	10
15	30

Los divisores de los números dados son: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15 y 30.

5.- 90 y 225:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

225	3
75	3
25	5
5	5
1	

$$90 = (2) \times (3)^2 \times (5)$$

$$225 = (3)^2 \times (5)^2$$

$$m.c.d. = (3)^2 \times (5) = 45$$

Ahora:

1	5
3	15
9	45

Los divisores serán: 1; 3; 5; 9; 15 y 45.

6.- 147 y 245:

Primero hallaremos el m.c.d. de ambos números:

147	3
49	7
7	7
1	

245	5
49	7
7	7
1	

$$m.c.d. = (7)^2 = 49$$

Los divisores de ambos números son: 1; 7 y 49.

7.- 320 y 800:

800	320	2
400	160	2
200	80	2
100	40	2
50	20	2
25	10	5
5	2	

$$m.c.d. = (2)^5 \times (5) = 160$$

Luego:

1	2	4	8	16	32
5	10	20	40	80	160

Entonces, los divisores son: 1; 2; 4; 5; 8; 10; 16; 20; 32; 40; 80 y 160.

8.- 315 y 525:

		F.C.
315	525	3
105	175	5
21	35	7
3	5	

$$m.c.d. = (3) \times (5) \times (7) = 105$$

Luego, los divisores son: 1; 3; 5; 7; 15; 21; 35 y 105.

9.- 450 y 4500:

450	4500	10
45	450	9
5	50	5
1	10	

$$m.c.d. = (2) \times (3)^2 \times (5)^2 = 450$$

Los divisores serán:

1	3	5	9	15	25	75	225
2	6	10	18	30	50	150	450

Divisores de 450 y 4500: 1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 25; 30; 50; 75; 150; 225 y 450.

10.- 56, 84 y 140:

			F.C.
56	84	140	2
28	42	70	2
14	21	35	7
2	3	5	

$$m.c.d. = (2)^2 \times 7 = 28$$

Los divisores son:

1	7
2	14
4	28

Divisores de los tres números dados: 1; 2; 4; 7; 14 y 28.

11.- 120, 300 y 360.

			F.C.
120	300	360	2
60	150	180	2
30	75	60	3
10	25	20	5
2	5	4	

$$m.c.d. = (2)^2 \times (3) \times (5) = 60$$

Los divisores son:

1	2	4
3	6	12
5	10	20
15	30	60

Los divisores son: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30 y 60.

12.- 204, 510 y 450:

			F.C.
204	510	459	3
68	170	153	17
4	10	9	

$$m.c.d. = (3) \times (17) = 51$$

Los divisores son: 1; 3; 17 y 51.

13.- 400, 500, 350 y 250:

				F.C.
250	350	400	500	2
125	175	200	250	5
25	35	40	50	5
5	7	8	10	

$$m.c.d. = (2) \times (5)^2 = 50$$

Luego, los divisores serán:

1	5	25
2	10	50

Divisores: 1; 2; 5; 10; 25 y 50.

14.- 213, 1215, 2430 y 8100:

				F.C.
243	1215	2430	8100	3
81	405	810	2700	3
27	135	270	900	3
9	45	90	300	3
3	15	30	100	

$$m.c.d. = (3)^4 = 81$$

Los divisores son: 1; 3; 9; 27 y 81.

Problemas.

1.- Hallar el m.c.d. de los siguientes grupos de números:

(a). 540 y 1050:

		F.C.
540	1050	2
270	525	3
90	175	5
18	35	

$$m.c.d. = (2) \times (3) \times (5) = 30$$

(b).- 910, 490 y 560:

Se encontrará el mc.d. por descomposición en números primos:

490	2
245	5
49	7
7	7
1	

560	2
280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

910	2
455	5
91	7
13	13
1	

$$m.c.d. = (2) \times (5) \times (7) = 70$$

©.- 690; 920 y 5290:

690	2
345	3
115	5
23	23
1	

920	2
460	2
230	2
115	5
23	23
1	

5290	2
2645	5
529	23
23	23
1	

$$m.c.d. = (2) \times (5) \times (23) = 230.$$

2.- ¿ Se podrán dividir tres varillas de 20 cms., de 24 cms. y de 30 cms. en pedazos de 4 cms. de longitud sin que sobre ni falte nada en cada varilla?.

No se puede en la tercera varilla porque 30 no es divisible por 4.

3.- Se tiene tres varillas de 60 cms., 80 cms. y 100 cms. de longitud respectivamente. Se quieren dividir en pedazos de la misma longitud sin que sobre ni falte nada. Diga tres longitudes para cada varilla:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$m.c.d. = (2)^2 \times 5 = 20$$

Si se dividen en pedazos de 20 cms. de longitud, no sobra ni falta nada en cada varilla. También, todas pueden dividirse en pedazos de 4 cms., de 5 cms. y 10 cms. de longitud sin que sobre ni falte nada.

4.- Si quiero dividir cuatro varillas de 36, 46, 57 y 66 cms. de longitud en pedazos de 9 cms. de longitud. ¿ Cuántos cms habría que desperdiciar en cada varilla y cuántos pedazos obtendríamos de cada una?.

Cuando nos referimos a pedazos, son trozos de 9,0 cms. de longitud.

$$38(\text{cms.}) \rightarrow 4(\text{pedazos}) \rightarrow \text{Desperdicio} : 2,0(\text{cms.})$$

$$46(\text{cms.}) \rightarrow 5(\text{pedazos}) \rightarrow \text{Desperdicio} : 1,0(\text{cms.})$$

$$57(\text{cms.}) \rightarrow 6(\text{pedazos}) \rightarrow \text{Desperdicio} : 3,0(\text{cms.})$$

$$66(\text{cms.}) \rightarrow 7(\text{pedazos}) \rightarrow \text{Desperdicio} : 3,0(\text{cms.})$$

5.- Un padre da a un hijo 80 ctvs., a otro 75 ctvs., y a otro 60 ctvs. para repartir entre los pobres, de modo que cada uno de a los pobres la misma cantidad. ¿Cuál es la mayor cantidad que puedan dar a cada pobre y cuántos los pobres socorridos?.

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

75	3
25	5
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$m.c.d. = 5(\text{ctvs.})$$

$$\frac{80}{5} + \frac{75}{5} + \frac{60}{5} = 16 + 15 + 12 = 43(\text{Socorridos})$$

6.- Dos cintas de 36 metros y de 48 metros de longitud se quieren dividir en pedazos iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál será la longitud de cada pedazo?.

		F.C.
36	48	2
18	24	2
9	12	3
3	4	

$$m.c.d. = (2)^2 \times (3) = 12(m)$$

7.- ¿Cuál será la mayor longitud de una medida con la que se puedan medir exactamente tres dimensiones de 140 metros, 560 metros y 800 metros?.

			F.C.
140	560	800	2
70	280	400	2
35	140	200	5
7	28	40	

$$m.c.d. = (2)^2 \times (5) = 20(m)$$

8.- Se tienen tres cajas que contienen 1600 libras, 2000 libras y 3392 libras de jabón respectivamente. El jabón de cada caja está dividido en bloques del mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada bloque y cuántos bloques hay en cada caja?

			F.C.
1600	2000	3392	2
800	1000	1696	2
400	500	848	2
200	250	424	2
100	125	212	

$$m.c.d. = (2)^4 = 16(\text{lbs.})$$

Cada caja tiene:

$$\frac{1600}{16} = 100(\text{bloques})$$

$$\frac{2000}{16} = 125(\text{bloques})$$

$$\frac{3392}{16} = 212(\text{bloques})$$

9.- Un hombre tiene tres rollos de billetes de banco. En uno tiene \$4500, en otro tiene \$5240 y en el tercero tiene \$6500. Si todos los billetes son iguales y de la mayor denominación posible; ¿cuánto vale cada billete y cuántos billetes tiene cada rollo?

			F.C.
4500	5240	6500	2
2250	2620	3250	2
1125	1310	1625	5
225	262	325	

$$m.c.d. = (2)^2 \times (5) = 20(\$)$$

Cada rollo tiene el siguiente número de billetes de \$20:

$$\frac{4500}{20} = 225(\text{billetes})$$

$$\frac{5240}{20} = 262(\text{billetes})$$

$$\frac{6500}{20} = 325(\text{billetes})$$

10.- Se quieren envasar 161 kilos, 253 kilos y 207 kilos de plomo en tres cajas, de modo que los bloques de plomo en cada caja tengan el mismo peso y el mayor posible. ¿Cuánto pesa cada pedazo de plomo y cuántos caben en cada caja?

Se utilizará el método abreviado para calcular el m.c.d., como sigue:

			F.C.
161	207	253	23
7	9	11	

$$m.c.d. = 23(kg)$$

Número de bloques de 23 kilos en cada caja:

$$\frac{161}{23} = 7(\text{bloques})$$

$$\frac{207}{23} = 9(\text{bloques})$$

$$\frac{253}{23} = 11(\text{bloques})$$

11.- Una persona camina un número exacto de pasos andando 650 cms., 800 cms. y 1.000 cms. ¿Cuál es la mayor longitud posible de cada paso?.

			F.C.
650	800	1000	2
325	400	500	5
65	80	100	5
13	16	20	

$$m.c.d. = (2) \times (5)^2 = 50(\text{cms.})$$

12.- ¿Cuál es la mayor longitud de una regla con la que se puede medir exactamente el largo y el ancho de una sala que tiene 850 cms. de largo y 595 cms. de ancho?.

		F.C.
595	850	5
119	170	17
7	10	

$$m.c.d. = (5) \times (17) = 85(\text{cms.})$$

13.- Compré cierto número de trajes por \$2.050. Vendí una parte por \$1.500 cobrando por cada traje lo mismo que me había costado. Hallar el mayor valor posible de cada traje y en ese supuesto, ¿cuántos trajes me quedan?.

		F.C.
2050	1500	2
1025	750	5
205	150	5
41	30	

$$m.c.d. = (2) \times (5)^2 = 50 \left(\frac{\$}{\text{traje}} \right)$$

Compré $\frac{2050}{50} = 41(\text{trajes})$ y vendí $\frac{1500}{50} = 30(\text{trajes})$; entonces me quedan $41 - 30 = 11(\text{trajes})$.

14.- Se tiene tres extensiones de 3.675, 1.575 y 2.275 metros cuadrados de superficie respectivamente y se quieren dividir en parcelas iguales. ¿Cuál ha de ser la superficie de cada parcela para que el número de parcelas de cada una sea el menor posible?.

Si el número de parcelas es espera que sea el menor posible es que porque el área de cada parcela será el mayor posible, o sea, es un problema de *m.c.d.*.

			F.C.
1575	2275	3675	5
315	455	735	5
63	91	147	7
9	13	21	

$$m.c.d. = (5)^2 \times (7) = 175(m^2)$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 27A.

Tema: Mínimo común múltiplo.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Definición: Múltiplo común de dos números es todo número que contiene exactamente a cada uno de ellos.

Así, 40 es múltiplo común de 20 y de 8 porque 40 contiene a 20 dos veces y a 8 cinco veces.. También, 90 es múltiplo común de 45, 18 y 15 porque $90 \div 45 = 2$, $90 \div 18 = 5$, y $90 \div 15 = 6$, sin que exista residuo en ningún caso.

Mínimo común múltiplo:

Mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos. Se designa por las iniciales **m.c.m.**

Ejemplo #1: 36 contiene exactamente a 9 y a 6, como también 18 contiene exactamente a 9 y a 6. ¿Hay algún número menor que 18 que contenga a 9 y a 6?.

Solución:

No. Entonces, 18 es el m.c.m. de 9 y 6.

Ejemplo #2: 60 es divisible por 2, 3 y 4; 48 también; 24 también y 12 también. Como no hay un número menor que 12 que sea divisible por 2, 3 y 4 tendremos que 12 es el m.c.m. de 2, 3 y 4.

Mínimo común múltiplo por inspección:

La teoría del mínimo común múltiplo es de gran importancia por sus múltiples aplicaciones. Cuando se trata de encontrar el m.c.m. de números pequeños, éste puede ser encontrado por simple inspección, de este modo:

Como el m.c.m. de varios números tiene que ser múltiplo del mayor de ellos, se mira primero si el mayor de los números dados contiene a todos los demás. Si es así, el mayor de los números dados es también el m.c.m. Si no los contiene, se busca cuál es el menor múltiplo del número mayor que contiene a los otros exactamente y éste es entonces el m.c.m. buscado.

Ejemplo #3: Hallar el m.c.m. de 8 y 4.

Solución: Como el número mayor 8 contiene exactamente a 4, 8 es el m.c.m. de 8 y 4.

Ejemplo #4: Hallar el m.c.m. de 8, 6 y 4.

Solución: El número 8 contiene exactamente a 4 pero no a 6. Empezamos a buscar de menor a mayor y encontramos que de los múltiplos de 8 el número 24 contiene exactamente a 8, 6 y 4; por lo tanto, 24 es el m.c.m. de 8, 6 y 4.

Ejemplo #5: Hallar el m.c.m. de 10, 12 y 15.

Solución: El número 15 no contiene a los demás. Buscando ahora entre los múltiplos de 15, de menor a mayor, el número 30 y el número 45 no contienen a los demás; pero el múltiplo 60 si los contiene, por lo que 60 será el m.c.m. de 10, 12 y 15.

METODOS PARA HALLAR EL M.C.M.

Cuando no es fácil hallar el m.c.m. por simple inspección, éste puede ser hallado por los siguientes métodos:

- 1.- Utilizando el m.c.d.
- 2.- Por descomposición en factores primos.

M.C.M. de dos números por el m.c.d.

El m.c.m. de dos números es igual al producto de los dos números dividido por el m.c.d.

Ejemplo #6: Hallar el m.c.m. de 84 y 120, por el m.c.d.

Solución: Se halla primero el m.c.d. de ambos números, como sigue:

	1	2	3
120	84	36	12
36	12	0	

El m.c.d. = 12

Entonces, de acuerdo con la regla enunciada arriba, el mc.m. será:

$$m.c.m. = \frac{120 \times 84}{12} = 120 \times 7 = 840$$

Ejemplo #7: Hallar el m.c.m. de 238 y 340.

Solución: Se halla primero el m.c.d. de ambos números, como sigue:

	1	2	3
340	238	102	34
102	34	0	

El m.c.d. = 34.

Entonces, el m.c.m. será:

$$m.c.m. = \frac{238 \times 340}{34} = 238 \times 10 = 2.380.$$

Caso especial:

Si los dos números dados son primos entre si, el m.c.m. es el producto de ambos números. Así, el m.c.m. de 15 y 16, los cuales son primos entre si, es $m.c.m. = 15 \times 16 = 240$. También, el m.c.m., de 12 y 143 es $m.c.m. = 12 \times 143 = 17.160$.

M.C.M. de dos o más números utilizando el M.C.D.

Esta regla se fundamenta en que el m.c.m. de varios números no se altera si se sustituyen dos de ellos por su m.c.m.

La regla es la siguiente:

Se halla primero el m.c.m de dos de los números, el cual llamaremos $(m.c.m.)_1$; luego se halla el m.c.m. entre otro de los números y el $(m.c.m.)_1$, encontrándose el $(m.c.m.)_2$; y se continua así sucesivamente hasta agotar todos los números y encontrar el $(m.c.m.)_n$, el cual sería el m.c.m. de todos los números dados.

Ejemplo #8: Hallar el m.c.m. de los números 18, 54, 180, 360 y 400.

Solución:

Como 18 es divisor de 54 y 180 es divisor de 360, podemos prescindir de ellos y se encontrará entonces el m.c.m. de 54, 360 y 400 solamente.

Hallaremos primero el m.c.m., de 360 y 400 por el método del m.c.d.

	1	9
400	360	40
40	0	

El m.c.d. = 40

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{400 \times 360}{40} = 10 \times 360 = 3.600$$

Se hallará ahora el m.c.m. de 3.600 y 54:

	66	1	2
3600	54	36	18
36	18	0	

El m.c.d. = 18.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_2 = \frac{3.600 \times 54}{18} = 10.800.$$

Luego, 10.800 es el m.c.m. de 18, 54, 180, 360 y 400.

Caso especial:

Si los números dados son primos dos a dos, el m.c.m. de todos ellos es el producto de todos los números.

Ejemplo #9: Hallar el m.c.m. de 2, 3, 5 y 17.

Solución:

$$m.c.m. = 2 \times 3 \times 5 \times 17 = 510.$$

M.C.M. por descomposición de factores:

Se descomponen los números dados en sus factores primos y el m.c.m. se forma con el producto de los factores primos comunes y no comunes afectados por su mayor exponente.

Ejemplo #10: Hallar el m.c.m. de 50, 80, 120 y 300.

Solución:

50	2
25	5
5	5
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

Resumiendo:

$$50 = (2) \times (5)^2$$

$$80 = (2)^4 \times 5$$

$$120 = (2)^3 \times (3) \times (5)$$

$$300 = (2)^3 \times (3) \times (5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4 \times 3 \times (5)^2 = 1.200$$

Ejemplo # 11: Hallar el m.c.m. de 24, 48, 56 y 168.

Solución: Hay que darse cuenta de que 24 es divisor de 48 y 56 es divisor de 168, por lo que se puede prescindir de 24 y 56 y trabajar solo con 48 y 168.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Resumiendo:

$$48 = (2)^4 \times (3) =$$

$$168 = (2)^3 \times (3) \times (7) =$$

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3) \times (7) = 336.$$

Entonces, 336 es el m.c.m. de 24, 48, 56 y 168.

Método abreviado:

El m.c.m. por descomposición de factores puede hallarse más rápidamente por el llamado método abreviado. El método consiste en dividir cada uno de los números dados por su menor divisor; lo propio se hace con los cocientes, hasta obtener que los cocientes sean 1. El m.c.m. es el producto de todos los divisores primos.

Ejemplo #12: Hallar el m.c.m. de 30, 60 y 190.

Solución: Prescindimos de 30 por ser divisor de 60. Se trabaja entonces con 60 y 190.

60	190	2
30	95	2
15	95	3
5	95	5
1	19	19
	1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (19) = 1.140.$$

Ejemplo #13. Hallar el m.c.m. , por el método abreviado, de los siguientes números:

360, 480, 500 y 600.

360	480	500	600	2
180	240	250	300	2
90	120	125	150	2
45	60	125	75	2
45	30	125	75	2
45	15	125	75	3
15	5	125	25	3
5	5	125	25	5
1	1	25	5	5
		5	1	5
		1		

$$m.c.m. = (2)^5 \times (3)^2 \times (5)^3 = 36.000.$$

PREGUNTAS:

Hallar el m.c.m. por simple inspección:

1.- 7 y 14:

Solución: 14 es igual a $7 \times 2 = 14$; entonces, 14 es el m.c.m..

2.- 9 y 18.

Solución: $9 \times 2 = 18$; entonces, 18 es el m.c.m.

3.- 3, 6 y 12.

Solución: El número 12 es divisible por 3 y por 6; por tanto, el m.c.m. es 12.

4.- 5, 10 y 20.

Solución: El número 20 es divisible por 5 y por 10; por tanto, el m.c.m. es 20.

5.- 4, 8, 16 y 32.

Solución: 32 es divisible por 16, por 8 y por 4; por tanto, 32 es el m.c.m.

6.- 10, 20, 40 y 80.

Solución: 80 es divisible por 40, por 20 y por 10; por tanto, 80 es el m.c.m.

7.- 2, 6, 18 y 36.

Solución: 36 es divisible por 2, por 6 y por 18; por tanto, 36 es el m.c.m.

8.- 3, 15, 75 y 375.

Solución: 375 es divisible por 75, por 15 y por 3; por tanto, 375 es el m.c.m.

9.- 4 y 6.

Solución: El múltiplo más cercano de ambos números es 12; entonces, 12 es el m.c.m.

10.- 8 y 10.

Solución: El múltiplo común más cercano es 40; entonces, 40 es el m.c.m.

11.- 9 y 15.

Solución: El múltiplo común más cercano es 45; por tanto, 45 es el m.c.m.

12.- 14 y 21.

Solución: El múltiplo común más cercano es 42; por tanto, 42 es el m.c.m.

13.- 12 y 15.

Solución: El múltiplo común más cercano es 60; por tanto, 60 es el m.c.m.

14.- 16 y 24.

Solución: El múltiplo común más cercano es 48; por tanto, 48 es el m.c.m.

15.- 21 y 28.

Solución: El múltiplo común más cercano es 84; por tanto, 84 es el m.c.m.

16.- 30, 15 y 60.

Solución: 60 es múltiplo de 30 y de 15; por tanto, 60 es el m.c.m.

17.- 121, 605 y 1210.

Solución: 1210 es múltiplo de 121 y de 605; por tanto, 1210 es el m.c.m.

18.- 2, 6 y 9.

Solución: El múltiplo común más cercano es 18; por tanto, 18 es el m.c.m.

19.- 5, 10 y 15.

Solución: El múltiplo común más cercano es 30; por tanto, 30 es el m.c.m.

20.- 3, 5 y 6.

Solución: El múltiplo común más cercano es 30; por tanto, 30 es el m.c.m.

21.- 2, 3 y 9.

Solución: El múltiplo común más cercano es 18; por tanto, 18 es el m.c.m.

22.- 2, 3, 4 y 6.

Solución: El múltiplo común más cercano es 12; por tanto, 12 es el m.c.m.

23.- 2, 3, 5 y 6.

Solución: El múltiplo común más cercano es 30; por tanto, 30 es el m.c.m.

24.- 3, 4, 10 y 15.

Solución: El múltiplo común más cercano es 60; por tanto, 60 es el m.c.m.

25.- 4, 5, 8 y 20.

Solución: El múltiplo común más cercano es 40; por tanto, 40 es el m.c.m.

26.- 2, 5, 10 y 25.

Solución: El múltiplo común más cercano es 50; por tanto, 50 es el m.c.m.

27.- 4, 10, 15, 20 y 30.

Solución: El múltiplo común más cercano es 60; por tanto, 60 es el m.c.m.

28.- 5, 10, 15, 30 y 45.

Solución: El múltiplo común más cercano es 90; por tanto, 90 es el m.c.m.

29.- 2, 4, 10, 20, 25 y 30.

Solución: Se pueden tomar 20, 25 y 30, porque 2 es divisor de 4 y 10 es divisor de 20 y 4 es divisor de 20. Se toman los múltiplos del mayor y se verifica su divisibilidad con los otros dos.

El múltiplo común más cercano es 300; por tanto, 300 es el m.c.m.

30.- 7, 14, 21, 35 y 70.

Solución: 35 es divisor de 70 y 7 es divisor de 14; entonces, se tomarán 14, 21 y 70. El múltiplo común más cercano es 210; por tanto, 210 es el m.c.m.

Hallar, por medio del m.c.d., el m.c.m. de:

1.- 8 y 9.

Solución: Son primos entre si, por tanto, el m.c.m. es el producto de ambos; o sea 72.

2.- 36 y 37.

Solución: Son primos entre si; por tanto, el m.c.m. es el producto de ambos, o sea:
 $m.c.m. = 36 \times 37 = 1332$.

3.- 96 y 97.

Solución: Son primos entre si. $m.c.m. = 96 \times 97 = 9.312$.

4.- 101 y 102.

Solución: Son primos entre si. $m.c.m. = 101 \times 102 = 10.302$.

5.- 14 y 21.

Solución:

	1	2
21	14	7
7	0	

m.c.d. = 7.

Entonces: $m.c.m. = \frac{14 \times 21}{7} = 2 \times 21 = 42.$

6.- 15 y 45.

Solución: 15 es divisor exacto de 45; por tanto, 45 es el m.c.m.

7.- 45 y 90.

Solución: 45 es divisor exacto de 90; por tanto, 90 es el m.c.m.

8.- 105 y 210.

Solución: 105 es divisor exacto de 210; por tanto, 210 es el m.c.m.

9.- 109 y 327.

Solución:

	3
327	109
0	

m.c.d.=109

Entonces: $m.c.m. = \frac{109 \times 327}{109} = 327.$

10.- 12 y 40.

Solución:

	3	3
40	12	4
4	0	

m.c.d.= 4.

Entonces: $m.c.m. = \frac{12 \times 40}{4} = 12 \times 10 = 120.$

11.- 16 y 30.

Solución:

	1	1	7
30	16	14	2
14	2	0	

m.c.d. = 2

Entonces: $m.c.m. = \frac{16 \times 30}{2} = 8 \times 30 = 240$

12.- 12 y 44.

Solución:

	3		2
44	12	8	4
8	4	0	

m.c.d. = 4.

Entonces: $m.c.m. = \frac{12 \times 44}{4} = 12 \times 11 = 132.$

13.- 80 y 120.

Solución:

	1	2
120	80	40
40	0	

m.c.d. = 40.

Entonces: $m.c.m. = \frac{80 \times 120}{40} = 2 \times 120 = 240.$

14.- 96 y 108.

Solución:

	1	8
108	96	12
12	0	

m.c.d. = 12

Entonces: $m.c.m. = \frac{96 \times 108}{12} = 8 \times 108 = 864.$

15.- 104 y 200.

Solución:

	1	1	12
200	104	96	8
96	8	0	

m.c.d. = 8

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{104 \times 200}{8} = 13 \times 200 = 2.600.$$

16.- 125 y 360.

Solución:

	2	1	7	3
360	125	110	15	5
110	15	5	0	

m.c.d. = 5.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{125 \times 360}{5} = 25 \times 360 = 9.000.$$

17.- 124 y 160.

Solución:

	1	3	2	4
160	124	36	16	4
36	16	4	0	

m.c.d.= 4.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{124 \times 160}{4} = 124 \times 40 = 4.960.$$

18.- 140 y 343.

Solución:

	2	2	4	2
343	140	63	14	7
63	14	7	0	

m.c.d. = 7.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{140 \times 343}{7} = 20 \times 343 = 6.860.$$

19.- 254 y 360.

Solución:

	1	2	2	1	1	10
360	254	106	42	22	20	2
106	42	22	20	2	0	

m.c.d.= 2.

Entonces: $m.c.m. = \frac{254 \times 360}{2} = 254 \times 180 = 45.720.$

20.- 320 y 848.

Solución:

	2	1	1	1	6
848	320	208	112	96	16
208	112	96	16	0	

m.c.d. = 16.

Entonces: $m.c.m. = \frac{320 \times 848}{16} = 20 \times 848 = 16.960.$

21.- 930 y 3100.

Solución:

	3	3
3100	930	310
310	0	

m.c.d. = 310

Entonces: $m.c.m. = \frac{930 \times 3100}{310} = 3 \times 3100 = 9.300.$

22.- 7856 y 9293.

Solución:

	1	5	2	7	15	1	5
9293	7856	1437	671	95	6	5	1
1437	671	95	6	5	1	0	

Al ser el m.c.d. = 1, quiere decir que los números dados son primos entre si y por tanto, el m.c.m. será el producto de los dos números dados.

Entonces: $m.c.m. = 7856 \times 9293 = 73.005.808.$

23.- 9504 y 14.688.

Solución:

	1	1	1	5
14688	9504	5184	4320	864
5184	4320	864	0	

m.c.d. = 864.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{9.504 \times 14.688}{864} = 9.504 \times 17 = 161.568.$$

24.- 10.108 y 15.162.

Solución:

	1	2
15162	10108	5054
5054	0	

m.c.d. = 5.054.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{10.108 \times 15.162}{5054} = 2 \times 15.162 = 30.324.$$

Hallar, por medio del m.c.d., el m.c.m. de más de dos números:

1.- 2, 3 y 11.

Solución: Los tres números son primos entre si; por lo tanto, el m.c.m. es el producto de los tres números: $m.c.m. = 2 \times 3 \times 11 = 66$.

2.- 7, 8, 9 y 13.

Solución:

Tomando los dos primeros números 7 y 8 son primos entre si, entonces el m.c.m. será el producto de ambos números, o sea: $(m.c.m.)_1 = 7 \times 8 = 56$.

Ahora, se trabaja con 56 y 9; pero, estos dos números son también primos entre si, entonces, $(m.c.m.)_2 = 56 \times 9 = 504$.

Luego se trabaja con 504 y 13, los cuales son primos entre si, lo que trae como consecuencia: $(m.c.m.) = 504 \times 13 = 6.552$.

También: al ser todos los números primos entre si, el m.c.m. es le producto de todos esos factores: $(m.c.m.) = 7 \times 8 \times 9 \times 13 = 6.552$.

3.- 15, 25 y 75.

Solución: 15 es divisor exacto de 75, y 25 también es divisor de 75, por lo que el m.c.m. es 75.

4.- 2, 4, 8 y 16.

Solución: Todos los números son múltiplos de 2, por lo que el m.c.m. es el mayor, o sea: 16.

5.- 5, 10, 40 y 80.

Solución: Los primeros tres números son divisores de 80, el cual es el mayor de los cuatro números y por lo tanto es el m.c.m; o sea: $m.c.m. = 80$.

6.- 7, 14, 28 y 56.

Solución: 7, 14 y 28 son divisores de 56; por lo tanto el m.c.m. = 56.

7.- 15, 30, 45 y 60.

Solución: 15 es divisor de todos los demás números y 30 es divisor de 60; entonces, se trabajará con 45 y 60 solamente.

	1	3
60	45	15
15	0	

m.c.d. = 15.

Entonces: $m.c.m. = \frac{45 \times 60}{15} = 3 \times 60 = 180$.

8.- 3, 5, 15, 21 y 42.

Solución: 3 es divisor de varios de los otros números y 5 es divisor de 15 y 21 es divisor de 42; entonces se trabajará con 15 y 42 solamente.

	2	1	4
42	15	12	3
12	3	0	

m.c.d. = 3.

Entonces: $m.c.m. = \frac{15 \times 42}{3} = 5 \times 42 = 210$.

9.- 100, 300, 800 y 900.

Solución: el número 100 es divisor de todos los demás y 300 es divisor de 900; entonces, se trabajará con 800 y 900 solamente.

	1	8
900	800	100
100	0	

m.c.d. = 100

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{800 \times 900}{100} = 8 \times 900 = 7.200.$$

10.- 15, 30, 60 y 180.

Solución: 15, 30 y 60 son divisores de 180; entonces, 180 es el m.c.m.

11.- 8, 10, 15 y 32.

Solución: Prescindimos de 8 por ser divisor de 32. Se trabajará solamente con 10, 15 y 32.

Primero se toman los números 10 y 15 y se encuentra su correspondiente m.c.m.:

	1	2
15	10	5
5	0	

m.c.d. = 5.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{10 \times 15}{5} = 2 \times 15 = 30$$

Ahora, se trabaja con 30 y 32.

	1	15
32	30	2
2	0	

m.c.d. = 2

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{30 \times 32}{2} = 15 \times 32 = 480.$$

12.- 9, 12, 16 y 25.

Solución:

Primero se trabajará con 9 y 12:

	1	3
12	9	3
3	0	

m.c.d.= 3

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{9 \times 12}{3} = 3 \times 12 = 36.$$

Ahora, se busca el m.c.m. de 16 y 36:

	2	4
36	16	4
4	0	

m.c.m.= 4

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_2 = \frac{16 \times 36}{4} = 4 \times 36 = 144.$$

Por último se busca el m.c.m. entre 144 y 25.

	5	1	3	8
144	25	19	6	1
19	6	1	0	

m.c.d. = 1 lo que quiere decir que 25 y 144 son primos.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.) = 25 \times 144 = 3.600.$$

También, nos hemos podido dar cuenta que 25 es primo con cada uno de los otros números dados, por lo tanto, su m.c.m. es el producto de todos los números.

13.- 16, 84 y 114.

Solución:

Se comenzará por encontrar el m.c.m., entre 16 y 84:

	5	4
84	16	4
4	0	

m.c.m. = 4.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{16 \times 84}{4} = 4 \times 84 = 336.$$

Ahora, se encuentra el m.c.m. entre 336 y 114

	2	1	18
336	114	108	6
108	6	0	

m.c.d. = 6.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.) = \frac{114 \times 336}{6} = 114 \times 56 = 6.384.$$

14.- 110, 115 y 540.

Solución:

Se empezará por encontrar el m.c.m. de 110 y 115:

	1	22
115	110	5
5	0	

m.c.d. = 5.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{110 \times 115}{5} = 22 \times 115 = 2.530.$$

Ahora, se debe encontrar el m.c.m. entre 2.530 y 540.

	4	1	2	5	1	2
2530	540	370	170	30	20	10
370	170	30	20	10	0	

m.c.d. = 10

$$\text{Luego: } m.c.m. = \frac{540 \times 2.530}{10} = 54 \times 2.530 = 136.620.$$

15.- 210, 360 y 548.

Solución: Se comenzará por encontrar el m.c.m. entre 210 y 360:

	1	1	2	2
360	210	150	60	30
150	60	30	0	

m.c.d. = 30.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{210 \times 360}{30} = 7 \times 360 = 2.520.$$

Ahora, se busca el m.c.m. entre 2.520 y 548.

	4	1	1	2	27
2520	548	328	220	108	4
328	220	108	4	0	

m.c.d. = 4.

Entonces: $m.c.m. = \frac{2520 \times 548}{4} = 630 \times 548 = 345.240..$

16.- 100, 500, 2100, y 3000.

Solución: Prescindiremos de 100 y de 500 por ser divisores de los otros números. Se trabajará con 2.100 y con 3.000.

	1	2	3
3000	2100	900	300
900	300	0	

m.c.d. = 300.

Entonces: $m.c.m. = \frac{3.000 \times 2.100}{300} = 10 \times 2.100 = 21.000.$

17.- 56, 72, 124, y 360.

Solución: Prescindimos de 72 porque es divisor de 360; entonces, se trabajará con 56, 124 y 360, solamente.

Se comenzará con 124 y 56:

	2	4	1	2
124	56	12	8	4
12	8	4	0	

m.c.d. = 4.

Entonces: $(m.c.m.)_1 = \frac{56 \times 124}{4} = 14 \times 124 = 1.736.$

Luego se consideran 1.736 y 360:

	4	1	4	1	1	1	2
1736	360	296	64	40	24	16	8
296	64	40	24	16	8	0	

m.c.d. = 8.

Entonces: $m.c.m. = \frac{1.736 \times 360}{8} = 1.736 \times 45 = 78.120.$

18.- 105, 306, 405 y 504.

Solución: Se comenzará trabajando con 105 y 306:

	2	1	10	1	2
--	---	---	----	---	---

306	105	96	9	6	3
96	9	6	3	0	

m.c.d. = 3.

Entonces: $(m.c.m.)_1 = \frac{105 \times 306}{3} = 105 \times 102 = 10.710.$

Se trabajará ahora con 10.710 y 405:

	26	2	4
10710	405	180	45
180	45	0	

m.c.d. = 45.

Entonces: $(m.c.m.)_2 = \frac{10.710 \times 405}{45} = 10.710 \times 9 = 96.390.$

Por último se trabajará con 96.390 y 504:

	191	4
96390	504	126
126	0	

m.c.d. = 126

Entonces: $m.c.m. = \frac{96.390 \times 504}{126} = 96.390 \times 4 = 385.560.$

19.- 13, 91, 104 y 143.

Solución: 13 es divisor de 91, de 104 y de 143, por lo que se prescinde de ese número. Entonces, el ejercicio se reduce a encontrar el m.c.m. de 91, 104 y 143.

Se empezará trabajando con 91 y 104:

	1	7
104	91	13
13	0	

m.c.d. = 13.

Entonces: $(m.c.m.)_1 = \frac{104 \times 91}{13} = 104 \times 7 = 728.$

Ahora, se busca el m.c.m. entre 728 y 143:

	5	11
728	143	13
13	0	

m.c.d. =13.

$$\text{Luego: } m.c.m. = \frac{728 \times 143}{13} = 728 \times 11 = 8.008.$$

20.- 58, 85, 121, 145 y 154.

Solución: Se empezará trabajando con 58 y 85: Estos números son primos entresi, entonces el m.c.m. será su producto: $(m.c.m.)_1 = 58 \times 85 = 4.930.$

Se trabajará ahora con 4.930 y 121: Estos dos números también son primos entre si, entonces:

$$(m.c.m.)_2 = 4.930 \times 121 = 596.530.$$

Se buscará entonces el m.c.m. entre 596.530 y 145:

	4114
596530	145
0	

m.c.d. =145 y su correspondiente $(m.c.m.)_3 = 596.530.$

Por último se trabaja con 596.530 y 154:

	3873	1	1	3
596530	154	88	66	22
88	66	22	0	

m.c.d. = 22.

$$\text{Entonces: } m.c.m. = \frac{596.530 \times 154}{22} = 4.175.710.$$

21.- 108, 216, 306, 2040 y 4080.

Solución: Se prescinde 108 porque es divisor de 216. Entonces, se trabajará con 216, 306, 2040 y 4080.

	1	2	2	2
306	216	90	36	18
90	36	18	0	

m.c.d. = 18.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{306 \times 216}{18} = 17 \times 216 = 3.672.$$

Ahora, se trabaja con 3.672 y 2040.

	1	1	4
3672	2040	1632	408

1632	408	0	
------	-----	---	--

m.c.d. = 408.

Entonces: $(m.c.m.)_2 = \frac{3672 \times 2040}{408} = 9 \times 2040 = 18.360.$

Por último:

	4	2
18360	4080	2040
2040	0	

m.c.d. = 2040.

Entonces: $m.c.m. = \frac{18.360 \times 4080}{2040} = 18.360 \times 2 = 36.720.$

22.- 33, 49, 165, 245 y 343.

Solución: Prescindimos de 33 por ser divisor de 165, y de 49 por ser divisor de 343. Entonces, se trabajará con 165, 245 y 343, solamente.

	1	2	16
245	165	80	5
80	5	0	

m.c.d. = 5

Entonces: $(m.c.m.)_1 = \frac{245 \times 165}{5} = 49 \times 165 = 8.085.$

Ahora, se trabaja con 8.085 y 343:

	23	1	1	3
8085	343	196	147	49
196	147	49	0	

m.c.d. = 49.

Entonces: $m.c.m. = \frac{8.085 \times 343}{49} = 8.085 \times 7 = 56.595.$

Hallar por descomposición en factores primos, (puede emplearse el método abreviado), el m.c.m. de:

1.- 32 y 80.

Solución:

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$$m.c.m. = (2)^5 \times (5) = 160.$$

2.- 46 y 69.

Solución:

46	2
23	23
1	

69	3
23	23
1	

$$m.c.m. = (2) \times (3) \times (23) = 138.$$

3.- 18, 24 y 40.

Solución: Por el método abreviado.

18	24	40	2
9	12	20	2
9	6	10	2
9	3	5	3
3	1	5	3
1		5	5
		1	

$$m.c.m. = (2)^3 \times (3)^2 \times (5) = 360.$$

4.- 32, 48 y 108.

Solución: Por el método abreviado:

32	48	108	2
16	24	54	2
8	12	27	2
4	6	27	2
2	3	27	2
1	3	27	3
	1	9	3
		3	3
		1	

$$m.c.m. = (2)^5 \times (3)^3 = 864.$$

5.- 5, 7, 10 y 14.

Solución: Prescindir de 5 por ser divisor de 10 y de 7 por ser divisor de 14. Entonces, se trabaja con 10 y 14 solamente. Se utiliza el método abreviado.

10	14	2
5	7	5
1	7	7
	1	

$$m.c.m. = (2) \times (5) \times (7) = 70.$$

6.- 2, 3, 6, 12 y 50.

Solución:

2	3	6	12	50	2
1	3	3	6	25	2
	3	3	3	25	3
	1	1	1	25	5
				5	5
				1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5)^2 = 300$$

7.- 100, 500, 700 y 1.000.

Solución: Se prescinde 100 por ser divisor de todos los demás números y de 500 por ser divisor de 1.000. Se trabajará con 700 y 1.000 por el método abreviado.

700	1000	2
350	500	2
175	250	2
175	125	5
35	25	5
7	5	5
7	1	7
1		

$$m.c.m. = (2)^3 \times (5)^3 \times (7) = 7.000.$$

8.- 14, 38, 56 y 114.

Solución:

Se prescinde 14 por ser divisor de 56 y de 38 por ser divisor de 114. Se utilizará el método abreviado.

56	114	2
28	57	2
14	57	2
7	57	7
1	57	57
	1	

$$m.c.m. = (2)^3 \times (7) \times (57) = 3.192.$$

9.- 13, 19, 39 y 342.

Solución: Se prescinde de 13 por ser divisor de 39 y de 19 por ser divisor de 342. Se trabaja con 39 y 342 solamente. Se utilizará el método abreviado.

39	342	2
39	171	3
13	57	13
1	57	57
	1	

$$m.c.m. = (2) \times (3) \times (13) \times (57) = 4.446.$$

10.- 15, 16, 48 y 150.

Solución: Se prescinde 15 por ser divisor de 150 y de 16 por ser divisor de 48. Se trabajará con 48 y 150 solamente. Se utilizará el método abreviado.

48	150	2
24	75	2
12	75	2
6	75	2
3	75	3
1	25	5
	5	5
	1	

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3) \times (5)^2 = 1.200.$$

11.- 14, 28, 30 y 120.

Solución: Se prescindirá de 14 por ser divisor de 28 y de 30 por ser divisor de 120. Se trabajará con 28 y 120 solamente. Se utilizará el método abreviado.

28	120	2
14	60	2
7	30	2
7	15	3
7	5	5
7	1	7
1		

$$m.c.m. = (2)^3 \times (3) \times (5) \times (7) = 840.$$

12.- 96, 102, 192 y 306.

Solución: Se prescinde 96 por ser divisor de 192 y de 102 por ser divisor de 306.

192	2
96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

306	2
153	3
51	3
17	17
1	

$$m.c.m. = (2)^6 \times (3)^2 \times (17) = 9.792.$$

13.- 108, 216, 432 y 500.

Solución: Se prescinde 108 y de 216 por ser divisores de 432.

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

500	2
250	2
125	5
25	5
5	5
1	

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3)^3 \times (5)^3 = 54.000.$$

14.- 21, 39, 60 y 200.

Solución:

21	3
7	7
1	

39	3
13	13
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$m.c.m. = (2)^3 \times (3) \times (5)^2 (7) \times (13) = 54.600.$$

15.- 81, 100, 300, 350 y 400.

Solución: Se prescinde de 100 por ser divisor de 300 y de 400.

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

400	2
200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3)^4 \times (5)^2 \times (7) = 226.800.$$

16.- 98, 490, 2.401, y 4.900.

Solución: Se prescinde de 98 y de 490 por ser divisores de 4.900.

2401	7
343	7
49	7
7	7
1	

4900	2
2450	2
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (5)^2 \times (7)^4 = 240.100.$$

17.- 91, 845, 1690 y 2197.

Solución: Se prescinde de 845 por ser divisor de 1.690.

91	7
13	13
1	

1690	2
845	5
169	13
13	13
1	

2197	13
169	13
13	13
1	

$$m.c.m. = (2) \times (5) \times (7) \times (13)^3 = 153.790.$$

18.- 529, 1058, 1587 y 5290.

Solución: Se prescinde los números 529 por ser divisor de 1587 y de 1058 por ser divisor de 5290.

Entonces, se trabajará con 1587 y con 5290. Se utilizará el método abreviado.

1587	5290	2
1587	2645	3
529	2645	5
529	529	23
23	23	23
1	1	

$$m.c.m. = (2) \times (3) \times (5) \times (23)^2 = 15.870.$$

19.- 841, 1682, 2523, 5887.

Solución: Se prescinde 841 por ser divisor de 1.682.

1682	2	2523	3	5887	7
841	29	841	29	841	29
29	29	29	29	29	29
1		1		1	

$$m.c.m. = (2) \times (3) \times (7) \times (29)^2 = 35.322.$$

20.- 5476, 6845, 13.690, 16.428 y 20.535.

Solución: Prescindimos de 5476 y 6845 porque son divisores de 16.428 y 20535 respectivamente. Se trabajará, entonces, con 13690, 16428 y 20535, solamente.

13690	2	16428	2	20535	3
6845	5	8214	2	6845	5
1369	37	4107	3	1369	37
37	37	1369	37	37	37
1		37	37	1	
		1			

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (37)^2 = 82.140.$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 27B.

Tema: Mínimo común múltiplo. Problemas.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Definición: Múltiplo común de dos números es todo número que contiene exactamente a cada uno de ellos.

Así, 40 es múltiplo común de 20 y de 8 porque 40 contiene a 20 dos veces y a 8 cinco veces.. También, 90 es múltiplo común de 45, 18 y 15 porque $90 \div 45 = 2$, $90 \div 18 = 5$, y $90 \div 15 = 6$, sin que exista residuo en ningún caso.

Mínimo común múltiplo:

Mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos. Se designa por las iniciales **m.c.m.**

Ejemplo #1: 36 contiene exactamente a 9 y a 6, como también 18 contiene exactamente a 9 y a 6. ¿Hay algún número menor que 18 que contenga a 9 y a 6?

Solución:

No. Entonces, 18 es el m.c.m. de 9 y 6.

Ejemplo #2: 60 es divisible por 2, 3 y 4; 48 también; 24 también y 12 también. Como no hay un número menor que 12 que sea divisible por 2, 3 y 4 tendremos que 12 es el m.c.m. de 2, 3 y 4.

Mínimo común múltiplo por inspección:

La teoría del mínimo común múltiplo es de gran importancia por sus múltiples aplicaciones. Cuando se trata de encontrar el m.c.m. de números pequeños, éste puede ser encontrado por simple inspección, de este modo:

Como el m.c.m. de varios números tiene que ser múltiplo del mayor de ellos, se mira primero si el mayor de los números dados contiene a todos los demás. Si es así, el mayor de los números dados es también el m.c.m. Si no los contiene, se busca cuál es el menor múltiplo del número mayor que contiene a los otros exactamente y éste es entonces el m.c.m. buscado.

Ejemplo #3: Hallar el m.c.m. de 8 y 4.

Solución: Como el número mayor 8 contiene exactamente a 4, 8 es el m.c.m. de 8 y 4.

Ejemplo #4: Hallar el m.c.m. de 8, 6 y 4.

Solución: El número 8 contiene exactamente a 4 pero no a 6. Empezamos a buscar de menor a mayor y encontramos que de los múltiplos de 8 el número 24 contiene exactamente a 8, 6 y 4; por lo tanto, 24 es el m.c.m. de 8, 6 y 4.

Ejemplo #5: Hallar el m.c.m. de 10, 12 y 15.

Solución: El número 15 no contiene a los demás. Buscando ahora entre los múltiplos de 15, de menor a mayor, el número 30 y el número 45 no contienen a los demás; pero el múltiplo 60 si los contiene, por lo que 60 será el m.c.m. de 10, 12 y 15.

METODOS PARA HALLAR EL M.C.M.

Cuando no es fácil hallar el m.c.m. por simple inspección, éste puede ser hallado por los siguientes métodos:

- 1.- Utilizando el m.c.d.
- 2.- Por descomposición en factores primos.

M.C.M. de dos números por el m.c.d.

El m.c.m. de dos números es igual al producto de los dos números dividido por el m.c.d.

Ejemplo #6: Hallar el m.c.m. de 84 y 120, por el m.c.d.

Solución: Se halla primero el m.c.d. de ambos números, como sigue:

	1	2	3
120	84	36	12
36	12	0	

El m.c.d. = 12

Entonces, de acuerdo con la regla enunciada arriba, el mc.m. será:

$$m.c.m. = \frac{120 \times 84}{12} = 120 \times 7 = 840$$

Ejemplo #7: Hallar el m.c.m. de 238 y 340.

Solución: Se halla primero el m.c.d. de ambos números, como sigue:

	1	2	3
340	238	102	34
102	34	0	

El m.c.d. = 34.

Entonces, el m.c.m. será:

$$m.c.m. = \frac{238 \times 340}{34} = 238 \times 10 = 2.380.$$

Caso especial:

Si los dos números dados son primos entre sí, el m.c.m. es el producto de ambos números. Así, el m.c.m. de 15 y 16, los cuales son primos entre sí, es $m.c.m. = 15 \times 16 = 240$. También, el m.c.m., de 12 y 143 es $m.c.m. = 12 \times 143 = 17.176$.

M.C.M. de dos o más números utilizando el M.C.D.

Esta regla se fundamenta en que el m.c.m. de varios números no se altera si se sustituyen dos de ellos por su m.c.m.

La regla es la siguiente:

Se halla primero el m.c.m. de dos de los números, el cual llamaremos $(m.c.m.)_1$; luego se halla el m.c.m. entre otro de los números y el $(m.c.m.)_1$, encontrándose el $(m.c.m.)_2$; y se continúa así sucesivamente hasta agotar todos los números y encontrar el $(m.c.m.)_n$, el cual sería el m.c.m. de todos los números dados.

Ejemplo #8: Hallar el m.c.m. de los números 18, 54, 180, 360 y 400.

Solución:

Como 18 es divisor de 54 y 180 es divisor de 360, podemos prescindir de ellos y se encontrará entonces el m.c.m. de 54, 360 y 400 solamente.

Hallaremos primero el m.c.m., de 360 y 400 por el método del m.c.d.

	1	9
400	360	40
40	0	

El m.c.d. = 40

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_1 = \frac{400 \times 360}{40} = 10 \times 360 = 3.600$$

Se hallará ahora el m.c.m. de 3.600 y 54:

	66	1	2
3600	54	36	18
36	18	0	

El m.c.d. = 18.

$$\text{Entonces: } (m.c.m.)_2 = \frac{3.600 \times 54}{18} = 10.800.$$

Luego, 10.800 es el m.c.m. de 18, 54, 180, 360 y 400.

Caso especial:

Si los números dados son primos dos a dos, el m.c.m. de todos ellos es el producto de todos los números.

Ejemplo #9: Hallar el m.c.m. de 2, 3, 5 y 17.

Solución:

$$m.c.m. = 2 \times 3 \times 5 \times 17 = 510.$$

M.C.M. por descomposición de factores:

Se descomponen los números dados en sus factores primos y el m.c.m. se forma con el producto de los factores primos comunes y no comunes afectados por su mayor exponente.

Ejemplo #10: Hallar el m.c.m. de 50, 80, 120 y 300.

Solución:

50	2
25	5
5	5
1	

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

Resumiendo:

$$50 = (2) \times (5)^2$$

$$80 = (2)^4 \times 5$$

$$120 = (2)^3 \times (3) \times (5)$$

$$300 = (2)^3 \times (3) \times (5)^2$$

$$m.c.m. = (2)^4 \times 3 \times (5)^2 = 1.200$$

Ejemplo # 11: Hallar el m.c.m. de 24, 48, 56 y 168.

Solución: Hay que darse cuenta de que 24 es divisor de 48 y 56 es divisor de 168, por lo que se puede prescindir de 24 y 56 y trabajar solo con 48 y 168.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Resumiendo:

$$48 = (2)^4 \times (3) =$$

$$168 = (2)^3 \times (3) \times (7) =$$

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3) \times (7) = 336.$$

Entonces, 336 es el m.c.m. de 24, 48, 56 y 168.

Método abreviado:

El m.c.m. por descomposición de factores puede hallarse más rápidamente por el llamado método abreviado. El método consiste en dividir cada uno de los números dados por su menor divisor; lo propio se hace con los cocientes, hasta obtener que los cocientes sean 1. El m.c.m. es el producto de todos los divisores primos.

Ejemplo #12: Hallar el m.c.m. de 30, 60 y 190.

Solución: Prescindimos de 30 por ser divisor de 60. Se trabaja entonces con 60 y 190.

60	190	2
30	95	2
15	95	3
5	95	5
1	19	19
	1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (19) = 1.140.$$

Ejemplo #13. Hallar el m.c.m. , por el método abreviado, de los siguientes números:

360, 480, 500 y 600.

360	480	500	600	2
180	240	250	300	2
90	120	125	150	2
45	60	125	75	2
45	30	125	75	2
45	15	125	75	3
15	5	125	25	3
5	5	125	25	5
1	1	25	5	5
		5	1	5
		1		

PREGUNTAS:

1.- Con 10 ctvs., ¿podré comprar un número exacto de lápices de 3ctvs. y de 5ctvs.

Solución: No se puede comprar un número exacto. Siempre sobrará dinero. 10 no es múltiplo de 3.

2.- Con 30 ctvs. ¿podré comprar un número exacto de lápices de 3ctvs., 5 ctvs y 6 ctvs.?

Solución: 30 ctvs. es el m.c.m. de los número s dados, si se puede. Una solución es:
 $3 \times 5(ctvs.) + 1 \times (6ctvs.) + 3 \times 3(ctvs.) = 15 + 6 + 9 = 30(ctvs.)$. Otra alternativa es:
 $3 \times 5(ctvs.) + 2 \times 6(ctvs.) + 1 \times 3(ctvs.) = 15 + 12 + 3 = 30(ctvs.)$

3.- ¿Con qué cantidad menor que 40 ctvs. podré comprar un número exacto de manzanas de a 4 ctvs., 6 ctvs y 9 ctvs.?

Solución: Por simple inspección, el m.c.m. de 4, 6 y 9 es 36, por lo tanto se debe buscar varias combinaciones de números y precios cuyos productos sumen 36, como:

$$3 \times 4(ctvs.) + 1 \times 6(ctvs) + 2 \times 9(ctvs.) = 12 + 6 + 18 = 36.$$

También:

$$1 \times 3(\text{ctvs.}) + 4 \times 6(\text{ctvs.}) + 1 \times 9(\text{ctvs.}) = 3 + 24 + 9 = 36$$

Además, como 39 es menor que 40, podemos decir:

$$2 \times 3(\text{ctvs.}) + 4 \times 6(\text{ctvs.}) + 1 \times 9(\text{ctvs.}) = 39(\text{ctvs.})$$

4.- ¿Puede usted tener 50 ctvs. en piezas de cinco, diez y veinte centavos?.

Solución: Si se puede y de varias maneras. La única limitación es que en todos los casos no puede haber más de una moneda de 20 ctvs.

$$1 \times 20(\text{ctvs.}) + 1 \times 10(\text{ctvs.}) + 4 \times 5(\text{ctvs.}) = 20 + 10 + 20 = 50(\text{ctvs.})$$

$$1 \times 20(\text{ctvs.}) + 2 \times 10(\text{ctvs.}) + 2 \times 5(\text{ctvs.}) = 20 + 20 + 10 = 50(\text{ctvs.})$$

5.- ¿Cuál es la menor suma de dinero que se puede tener en piezas de cinco, diez y veinte centavos?.

Solución: Si no es necesario incluir todas simultáneamente, la menor suma de dinero es 20 centavos (el m.c.m.); pero, si es necesario incluir todas, la menor suma de dinero es 35 centavos Una de cada una).

6.- ¿Cuál es la menor suma de dinero que se puede tener en billetes de a \$2, de a \$5 y de a \$20 y cuántos billetes de cada denominación en cada caso harían falta?.

Solución:

2	2
1	

5	5
1	

20	2
10	2
5	5
1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (5) = 20.$$

Entonces, \$20 es el m.c.m. y por tanto la menor suma de dinero que se puede tener.

Los casos pueden ser:

$$1 \times 20(\$) = 20(\$).$$

$$4 \times 5(\$) = 20(\$)$$

$$10 \times 2(\$) = 20(\$)$$

$$2 \times 5(\$) + 5 \times 2(\$) = 20(\$).$$

7.- Hallar la menor distancia que se puede medir con una vara de 2 cms., de 5 cms o de 8 cms. de largo.

Solución: Prescindimos de 2 porque es divisor de 8. Además 5 y 8 son primos entre si, entonces, el m.c.m. = 40 cms.

8.- ¿Cuál es la menor suma de dinero con que se puede comprar un número exacto de libros de a \$3, \$4, \$5 y u \$8 cada uno y cuántos libros de cada precio puedo comprar con esa suma?.

Solución: Prescindimos de \$4 por ser divisor de \$8. Como el resto de los números son primos entre si, el mínimo común múltiplo es:

$$m.c.m. = (3) \times (5) \times (8) = 120(\$).$$

Se pueden comprar, según el precio:

$$\frac{120(\$)}{3\left(\frac{\$}{\text{libro}}\right)} = 40(\text{libros}); \frac{120(\$)}{4\left(\frac{\$}{\text{libro}}\right)} = 30(\text{libros}); \frac{120(\$)}{5\left(\frac{\$}{\text{libro}}\right)} = 24(\text{libros}); \frac{120(\$)}{8\left(\frac{\$}{\text{libro}}\right)} = 15(\text{libros})$$

9.- Para comprar un número exacto de docenas de pelotas de a 80 ctvs. la docena o un número exacto de docenas de lápices a 60 ctvs. la docena, ¿cuál es la menor suma de dinero necesaria?.

Solución: Se busca el m.c.m. entre 80 y 60.

80	2	60	2
40	2	30	2
20	2	15	3
10	2	5	5
5	5	1	
1			

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3) \times (5) = 240(\text{ctvs.}) = \$2,40.$$

10.- ¿Cuál es la menor cantidad de dinero que necesito para comprar un número exacto de trajes de a \$30, de a \$45 o de \$50 si quiero que en cada caso me sobren \$25?.

Solución: Se busca el m.c.m. de 30, 45 y 50 y luego se le suma 25.

30	45	50	2
15	45	25	3
5	15	25	3
5	5	25	5
1	1	5	5
		1	

$$m.c.m. = (2) \times (3)^2 \times (5)^2 = 450(\$) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 450 + 25 = 475(\$)$$

11.- ¿Cuál es la menor capacidad de un estanque que se puede llenar en un número exacto de minutos por cualquiera de tres llaves que vierten:

1).- 12 litros por minuto; 2). 18 litros por minuto y la 3).- 20 litros por minuto?.

Solución:

12	18	20	2
6	9	10	2
3	9	5	3
1	3	5	3
	1	5	5
		1	

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3)^2 \times (5) = 180(\text{litros}).$$

12.- ¿Cuál es la capacidad de un estanque que se puede llenar en un número exacto de segundos por cualquiera de tres llaves que vierten:

1).- 2 litros por segundo; 2).- 30 litros en 2 segundos y 3).- 48 litros en 3 segundos?.

Solución:

Se buscará el m.c.m. de: 2; $\frac{30}{2} = 15$; $\frac{48}{3} = 16$

2	15	16	2
1	15	8	2
	15	4	2
	15	2	2
	15	1	3
	5		5
	1		

$$m.c.m. = (2)^4 \times (3) \times (5) = 240(\text{litros})$$

13.- Hallar la menor capacidad posible de un depósito que se puede llenar en un número exacto de minutos abriendo simultáneamente tres llaves que vierten:

1).- 10 litros por minuto; 2). 12 litros por minuto y la 3).- 30 litros por minuto, y cuántos minutos tardaría en llenarse.

Solución: Las tres llaves se abren simultáneamente; entonces el caudal del conjunto de las tres llaves es igual a la suma de los caudales individuales; o sea:

$10 + 12 + 30 = 52 \left(\frac{l}{\text{min.}} \right)$. El menor tiempo de llenado será 1 min. Por lo que la capacidad

menor será 52 litros.

14.- ¿Cuál será la menor longitud de una varilla que se puede dividir en pedazos de 8 cms., 9 cms., o 15 cms. de longitud sin que sobre ni falte nada y cuántos pedazos de cada longitud se podrán sacar de esa varilla?.

Solución: Se encontrará el m.c.m. de 8, 9 y 15.

8	9	15	2
4	9	15	2
2	9	15	2
1	9	15	3
	3	5	3
	1	5	5
		1	

$$m.c.m. = (2)^3 \times (3)^2 \times (5) = 360(\text{cms.})$$

Pedazos de cada longitud:

$$\frac{360}{8} = 45(\text{pedazos}); \frac{360}{9} = 40(\text{pedazos}); \frac{360}{15} = 24(\text{pedazos})$$

15.- Hallar el menor número de bombones necesario para repartir entre tres clases de 20 alumnos, 25 alumnos o 30 alumnos, de manera que cada alumno reciba un número exacto de bombones y cuántos bombones recibirá cada alumno de cada clase.

Solución: Se hallará el m.c.m. de 20, 25 y 30.

20	25	30	2
10	25	15	2
5	25	15	3
5	25	5	5
1	5	1	5
	1		

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5)^2 = 300(\text{bombones}).$$

Bombones por clase:

$$1.- \frac{300}{20} = 15 \left(\frac{\text{bombones}}{\text{alumno}} \right)$$

$$2.- \frac{300}{25} = 12 \left(\frac{\text{bombones}}{\text{alumno}} \right)$$

$$3.- \frac{300}{30} = 10 \left(\frac{\text{bombones}}{\text{alumno}} \right)$$

16.- Tres galgos arrancan juntos en una carrera en que la pista es circular. Si el primero tarda 10 segundos en dar una vuelta a la pista, el segundo 11 segundos y el tercero 12

segundos, ¿ al cabo de cuántos segundos pasarán juntos por la línea de salida y cuántas vueltas habrá dado cada uno en ese tiempo?.

Solución: Se busca el m.c.m. de todos los tiempos dados:

10	11	12	2
5	11	6	2
5	11	3	3
5	11	1	5
1	11		11
	1		

$$m.c.m. = (2)^2 \times (3) \times (5) \times (11) = 660(\text{seg.})$$

Vueltas por galgo en los 660 segundos:

$$(1). - \frac{660(\text{seg.})}{10\left(\frac{\text{seg.}}{\text{vuelta}}\right)} = 66(\text{vueltas})$$

$$(2). - \frac{660(\text{seg.})}{11\left(\frac{\text{seg.}}{\text{vuelta}}\right)} = 60(\text{vueltas})$$

$$(3). - \frac{660}{12} = 55(\text{vueltas})$$

17.- Tres aviones salen de una misma ciudad, el 1° cada 8 días, el 2° cada 10 días y el 3° cada 20 días. Si salen juntos de ese aeropuerto el día 2 de enero, ¿cuáles serán las dos fechas en que volverán a salir juntos, si el año no es bisiesto, ¿.

Solución: Se busca el m.c.m. de 8, 10 y 20.

8	10	20	2
4	5	10	2
2	5	5	2
1	5	5	5
	1	1	

$$m.c.m. = (2)^3 \times 5 = 40(\text{dias})$$

Para calcular las fechas, hay que recordar que enero tiene 31 días y febrero 28 días, entonces la primera fecha será 11 de febrero y la segunda fecha será 23 de marzo.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 28.

Tema: Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Definición de ecuación:

Una ecuación es una igualdad en la cual aparecen constantes y términos desconocidos, llamados incógnitas y variables, relacionadas mediante operaciones.

Los términos de una ecuación son cada una de las expresiones separadas por los signos más (+) o menos (-).

Los miembros de una ecuación son las expresiones que se encuentran a cada lado del signo de igualdad.

Las constantes de una ecuación son los términos conocidos. Las incógnitas o variables de una ecuación son los términos desconocidos.

Ejemplo #1: En la ecuación $x + 6 = 10$, x es la incógnita, y 6 y 10 son las constantes.

Definición de ecuación equivalente:

Las ecuaciones equivalentes son aquellas que tienen la misma solución. Para obtener una solución equivalente se aplican las propiedades de la igualdad. Al sumar o restar un mismo número en ambos lados de una igualdad ésta no se altera.

Al multiplicar o dividir a ambos lados de una igualdad por un mismo número (exceptuando la división entre cero) ésta no se altera.

Ejemplo #2: Dada la ecuación $x + 7 = 12$, encontrar una de sus ecuaciones equivalentes:

$$x + 7 = 12 \Rightarrow x + 7 + 3 = 12 + 3 \Rightarrow x + 10 = 15.$$

Ejemplo #3: Encontrar una ecuación equivalente de al ecuación $x - 3 = 5 \Rightarrow 4 \times x - 4 \times 3 = 4 \times 5 = 4x - 12 = 20$.

Solución de una ecuación:

La solución de una ecuación consiste en determinar el valor de la variable o incógnita con el cual se cumple la igualdad. Para hallar la solución de una ecuación se pueden utilizar las propiedades de la igualdad.

Ejemplo #4: Hallar la solución de la ecuación $x - 3 = 4$.

Solución:

1.- Primero se eliminan los términos del primer miembro, sumando 3 a ambos miembros:

$$x - 3 + 3 = 4 + 3.$$

2.- Luego, para dejar la variable x sola, se procede a efectuar la suma; así se obtiene la solución de la ecuación: $x - 0 = 7 \Rightarrow x = 7$.

3.- Con el valor de $x = 7$ encontrado se verifica si la respuesta hallada cumple con la ecuación $x - 3 = 4 \Rightarrow 7 - 3 = 4 \Rightarrow 4 = 4$ (*cumple*).

Ejemplo #5: Hallar la solución de la ecuación $2x - 6 = 2$.

Solución:

1.- Primero se elimina la constante 6 del primer miembro, sumando 6 a ambos lados de la igualdad: $2x - 6 + 6 = 2 + 6 \Rightarrow 2x - 0 = 8 \Rightarrow 2x = 8$.

2.- Luego, para dejar la variable x sola de un lado de la igualdad, se divide entre 2 a cada uno de los términos de la ecuación:

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4.$$

3.- De esta manera, si $x = 4$, se verifica si la solución cumple con la ecuación $2x - 6 = 2 \Rightarrow 2 \times (4) - 6 = 2 \Rightarrow 8 - 6 = 2 \Rightarrow 2 = 2$.

PREGUNTAS:

1.- Escribir el valor que corresponde en cada caso:

(a).- $3 + [\quad] = 7$

Solución: $3 + [4] = 7$

(b).- $[] - 8 = 16$

Solución:

$[24] - 8 = 16.$

©.- $15 + [] = 15.$

Solución:

$15 + [0] = 15.$

(d).- $\frac{1}{2} + [] = 1$

Solución:

$\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{2} \right] = 1$

(e).- $[] - 16 = 16.$

Solución:

$[32] - 16 = 16.$

(f).- $9 - 3 \times [] = 0$

Solución:

$9 - 3 \times [3] = 0.$

(g).- $[] - 3 = 3.$

Solución:

$[6] - 3 = 3.$

(h).- $14 - 7 \times [] = 0$

Solución:

$14 - 7 \times [2] = 0$

(i).- $[] - 9 = 1$

Solución:

$[10] - 9 = 1$

(j).- $16 + [] = 20$

Solución:

$16 + [4] = 20.$

(k).- $[] - 7 = 3.$

Solución:

$[10] - 7 = 3.$

(l).- $4 - 4 \times [] = 4$

Solución:

$4 - 4 \times [0] = 4$

2.- Completar el cuadro según corresponda:

Ecuación	Incógnita Variable	Constantes	Términos	Primer Miembro	Segundo miembro
$6x + 2 = 8$	x	2; 8	6x; 2; 8	6x + 2	8
$W - 7 = 10$					
$15y + 4 = 19$					
$17z + 17 = 34$					
$8x - 4 = 8 + 4$					
$5 + 3y = 14$					
$\frac{1}{2}z - 3 = 4$					

Solución:

Ecuación	Incógnita Variable	Constantes	Términos	Primer Miembro	Segundo miembro
$6x + 2 = 8$	x	2; 8	6x; 2; 8	$6x + 2$	8
$W - 7 = 10$	W	7; 10	W; 7; 10	$W - 7$	10
$15y + 4 = 19$	y	4; 19	15y; 4; 19	$15y + 4$	19
$17z + 17 = 34$	z	17; 34	17z; 17; 34	$17z + 17$	34
$8x - 4 = 8 + 4$	x	-4; 8; 4	8x; -4; 8; 4	$8x - 4$	$8 + 4$
$5 + 3y = 14$	y	5; 14	5; 3y; 14	$5 + 3y$	14
$\frac{1}{2}z - 3 = 4$	z	-3; 4	$\frac{1}{2}z$; -3; 4	$\frac{1}{2}z - 3$	4

3.- Determina la ecuación para los planteamientos dados. Luego, halla la solución de la igualdad con el valor que corresponda. Observa el ejemplo:

(a).- Uno más la edad de Luis es igual a 4 años $\Rightarrow 1 + [3] = 4$

(b).- Miguel tiene 8 lápices, prestó varios de ellos y ahora tiene 2. ¿Cuántos lápices prestó?. $\Rightarrow 8 - [6] = 2$.

©.- Cinco menos la edad de Carlitos es iguala dos años. $\Rightarrow 5 - [3] = 2$.

(d).- El cero más otro número es igual a 11. $\Rightarrow 0 + [11] = 11$

(e). - Dos veces un número es igual a 4. $\Rightarrow 2 \times [2] = 4$.

Ecuaciones equivalentes:

1.- Realiza la operación indicada para encontrar una ecuación equivalente y halla el valor de la incógnita en ambas ecuaciones.

(a). $x + 24 = 30 \leftarrow (+1)$

$$x + 24 = 30 \Rightarrow x + 24 - 24 = 30 - 24 \Rightarrow x = 6.$$

$$x + 24 + 1 = 30 + 1 \Rightarrow x + 25 = 31 \Rightarrow x + 25 - 25 = 31 - 25 \Rightarrow x = 6.$$

(b).- $(2 - x) = 1 \leftarrow (\times 4)$

$$2 - x = 1 \Rightarrow 2 - x - 2 = 1 - 2 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow x = 1.$$

$$(2 - x) \times 4 = 1 \times 4 = 4 \Rightarrow 8 - 4x = 4 \Rightarrow 8 - 4x - 8 = 4 - 8 \Rightarrow -4x = -4 \Rightarrow x = 1$$

$$18 - x = 9 \leftarrow (+2)$$

$$\textcircled{c}.- 18 - x = 9 \Rightarrow 18 - 18 - x = 9 - 18 \Rightarrow -x = -9 \Rightarrow x = 9$$

$$18 - x + 2 = 9 + 2 \Rightarrow 20 - x = 11 \Rightarrow 20 - x - 20 = 11 - 20 \Rightarrow -x = -9 \Rightarrow x = 9$$

$$x - 3 = 27 \leftarrow (+3)$$

$$\text{(d).- } x - 3 + 3 = 27 + 3 \Rightarrow x = 30. (\text{ambos})$$

$$\text{(e). } 15 - x = 10 \leftarrow (\div 5)$$

$$15 - x = 10 \Rightarrow 15 - x - 15 = 10 - 15 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5.$$

$$\frac{15 - x}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow 15 - x = 10 \Rightarrow x = 5.$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \leftarrow \left(+\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{(f).- } x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = 1 (\text{ambas})$$

$$x - 2 = 0 \leftarrow (+2)$$

$$\text{(g).- } x - 2 + 2 = 0 + 2 \Rightarrow x = 2 (\text{ambas})$$

$$x + 2 = 2 \leftarrow (-2)$$

$$\text{(h).- } x + 2 - 2 = 2 - 2 \Rightarrow x = 0.$$

2.- Efectúa la operación que se te indica y explica que fue lo que hallaste.

$$\text{(a).- } x - 3 = 9 \leftarrow \text{ sumar 3 a ambos miembros:}$$

$$x - 3 + 3 = 9 + 3 = 12 \Rightarrow x = 12, \text{ la cual es una ecuación equivalente a la anterior.}$$

$$\text{(b).- } 2x = 6 \leftarrow \text{ dividir entre 2 a ambos miembros.}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3., \text{ la cual es una ecuación equivalente.}$$

$$\textcircled{c}.- 24 + x = 30 \leftarrow \text{ restar 24 a ambos miembros.}$$

$$24 + x = 30 \Rightarrow 24 - 24 + x = 30 - 24 \Rightarrow x = 6.$$

$$\text{(d).- } \frac{w}{5} = 15 \leftarrow \text{ multiplicar por 5 a ambos miembros.}$$

$$\left(\frac{w}{5} \right) \times 5 = 15 \times 5 = 75 \Rightarrow w = 75.$$

3.- Halla la ecuación equivalente a la dada:

(a).- $6x + 2 = 10$

$$6x + 2 - 2 = 10 - 2 = 8 \Rightarrow 6x = 8$$

(b).- $x + 27 = 34$

Sumándole 3 a cada miembro, se encuentra una ecuación equivalente:

$$x + 27 + 3 = 34 + 3 \Rightarrow x + 30 = 37.$$

©.- $5x = 3$

Se le sumará 7 a cada miembro y se encontrará una ecuación equivalente:

$$5x + 7 = 3 + 7 \Rightarrow 5x + 7 = 10$$

(d).- $\frac{x}{2} = 24 + 2$

Restando 2 a ambos miembros de la igualdad: $\frac{x}{2} - 2 = 24 + 2 - 2 \Rightarrow \frac{x}{2} - 2 = 22$

(e).- $\frac{8}{15} + x = \frac{8}{15}$

Multiplicando ambos miembros de la igualdad por 15:

$$15 \times \left(\frac{8}{15} + x \right) = \left(\frac{8}{15} \right) \times 15 \Rightarrow 8 + 15x = 8$$

(f).- $7x + 49 = 21$

Dividiendo ambos miembros de la igualdad por 7:

$$\left(\frac{7x + 49}{7} \right) = \frac{21}{7} \Rightarrow x + 7 = 3$$

Solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita:

1.- Determinar el valor de incógnita en cada ecuación. Verificar que el resultado es el correcto:

a).-

$$6x - 3 = 3$$

$$6x - 3 = 3 \Rightarrow 6x - 3 + 3 = 3 + 3 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow \frac{6x}{6} = \frac{6}{6} \Rightarrow x = 1$$

Verificación: $6 \times (1) - 3 = 3 \Rightarrow 3 = 3.$

b).- $4x + 4 = 20$

$$4x + 4 = 20 \Rightarrow \left(\frac{4x + 4}{4} \right) = \frac{20}{4} \Rightarrow x + 1 = 5 \Rightarrow x + 1 - 1 = 5 - 1 \Rightarrow x = 4$$

Verificación:

$$4 \times (4) + 4 = 20 \Rightarrow 16 + 4 = 20 \Rightarrow 20 = 20$$

c).- $16x - 8 = 8$

$$\left(\frac{16x - 8}{8} \right) = \frac{8}{8} \Rightarrow 2x - 1 = 1 \Rightarrow 2x - 1 + 1 = 1 + 1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 1$$

Verificación:

$$16 \times (1) - 8 = 8 \Rightarrow 16 - 8 = 8 \Rightarrow 8 = 8$$

d).- $3x + 3 = 9$

$$\left(\frac{3x + 3}{3} \right) = \frac{9}{3} \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x + 1 - 1 = 3 - 1 \Rightarrow x = 2$$

Verificación:

$$3 \times (2) + 3 = 9 \Rightarrow 6 + 3 = 9 \Rightarrow 9 = 9$$

e).- $8 = 3x + 2$

$$8 - 2 = 3x + 2 - 2 \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{3x}{3} \Rightarrow x = 2$$

Verificación:

$$8 = 3 \times (2) + 2 \Rightarrow 8 = 6 + 2 \Rightarrow 8 = 8$$

f).- $6x = 36$

$$\left(\frac{6x}{6}\right) = \frac{36}{6} \Rightarrow x = 6.$$

Verificación:

$$6 \times (6) = 36 \Rightarrow 36 = 36$$

g).- $12x - 2 = 22$

$$\left(\frac{12x - 2}{2}\right) = \frac{22}{2} \Rightarrow 6x - 1 = 11 \Rightarrow 6x - 1 + 1 = 11 + 1 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{6x}{6}\right) = \frac{12}{6} \Rightarrow x = 2.$$

Verificación:

$$12 \times (2) - 2 = 22 \Rightarrow 24 - 2 = 22 \Rightarrow 22 = 22$$

h).- $4x - 7 = 29$

$$4x - 7 + 7 = 29 + 7 \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow \left(\frac{4x}{4}\right) = \frac{36}{4} \Rightarrow x = 9$$

Verificación:

$$4 \times (9) - 7 = 29 \Rightarrow 36 - 7 = 29 \Rightarrow 29 = 29$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 29.

Tema: Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas y ejercicios y problemas misceláneos.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Definición de ecuación:

Una ecuación es una igualdad en la cual aparecen constantes y términos desconocidos, llamados incógnitas y variables, relacionadas mediante operaciones.

Los términos de una ecuación son cada una de las expresiones separadas por los signos más (+) o menos (-).

Los miembros de una ecuación son las expresiones que se encuentran a cada lado del signo de igualdad.

Las constantes de una ecuación son los términos conocidos. Las incógnitas o variables de una ecuación son los términos desconocidos.

Ejemplo #1: En la ecuación $x + 6 = 10$, x es la incógnita, y 6 y 10 son las constantes.

Definición de ecuación equivalente:

Las ecuaciones equivalentes son aquellas que tienen la misma solución. Para obtener una solución equivalente se aplican las propiedades de la igualdad. Al sumar o restar un mismo número en ambos lados de una igualdad ésta no se altera.

Al multiplicar o dividir a ambos lados de una igualdad por un mismo número (exceptuando la división entre cero) ésta no se altera.

Ejemplo #2: Dada la ecuación $x + 7 = 12$, encontrar una de sus ecuaciones equivalentes:
 $x + 7 = 12 \Rightarrow x + 7 + 3 = 12 + 3 \Rightarrow x + 10 = 15$.

Ejemplo #3: Encontrar una ecuación equivalente de al ecuación $x - 3 = 5 \Rightarrow 4 \times x - 4 \times 3 = 4 \times 5 = 4x - 12 = 20$.

Solución de una ecuación:

La solución de una ecuación consiste en determinar el valor de la variable o incógnita con el cual se cumple la igualdad. Para hallar la solución de una ecuación se pueden utilizar las propiedades de la igualdad.

Ejemplo #4: Hallar la solución de la ecuación $x - 3 = 4$.

Solución:

1.- Primero se eliminan los términos del primer miembro, sumando 3 a ambos miembros:

$$x - 3 + 3 = 4 + 3.$$

2.- Luego, para dejar la variable x sola, se procede a efectuar la suma; así se obtiene la solución de la ecuación: $x - 0 = 7 \Rightarrow x = 7$.

3.- Con el valor de $x = 7$ encontrado se verifica si la respuesta hallada cumple con la ecuación $x - 3 = 4 \Rightarrow 7 - 3 = 4 \Rightarrow 4 = 4$ (*cumple*).

Ejemplo #5: Hallar la solución de la ecuación $2x - 6 = 2$.

Solución:

1.- Primero se elimina la constante 6 del primer miembro, sumando 6 a ambos lados de la igualdad: $2x - 6 + 6 = 2 + 6 \Rightarrow 2x - 0 = 8 \Rightarrow 2x = 8$.

2.- Luego, para dejar la variable x sola de un lado de la igualdad, se divide entre 2 a cada uno de los términos de la ecuación:

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4.$$

3.- De esta manera, si $x = 4$, se verifica si la solución cumple con la ecuación $2x - 6 = 2 \Rightarrow 2 \times (4) - 6 = 2 \Rightarrow 8 - 6 = 2 \Rightarrow 2 = 2$.

PREGUNTAS:

Solución de problemas mediante ecuaciones:

1.- Plantea las siguientes situaciones como una ecuación y luego responde:

a).- Cien más el doble de un número es igual a quinientos. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$100 + 2x = 500 \Rightarrow 100 + 2x - 100 = 500 - 100 \Rightarrow 2x = 400 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{2x}{2}\right) = \frac{400}{2} \Rightarrow x = 200$$

b).- Doce es igual al doble de un número, disminuido en cuatro. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$2x - 4 = 12 \Rightarrow 2x - 4 + 4 = 12 + 4 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow \left(\frac{2x}{2}\right) = \frac{16}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 8$$

c).- La mitad de un número aumentado en 3 es igual a cinco. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$\frac{1}{2}x + 3 = 5$$

$$2 \times \left(\frac{1}{2}x + 3\right) = 2 \times 5 \Rightarrow x + 6 = 10 \Rightarrow x + 6 - 6 = 10 - 6 \Rightarrow x = 4$$

d).- Un número aumentado en 3 es igual a 3. ¿Cuál es el número?

Solución:

$$x + 3 = 3 \Rightarrow x + 3 - 3 = 3 - 3 \Rightarrow x = 0$$

e).- Cinco veces un número es igual a veinte. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$5x = 20 \Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{20}{5} \Rightarrow x = 4.$$

f).- La tercera parte de un número es igual a nueve. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$\frac{1}{3} \times x = 9 \Rightarrow 3 \times \left(\frac{1}{3} \times x\right) = 3 \times 9 \Rightarrow x = 27.$$

2.- Resuelve:

a).- Diez veces lo que tiene ahorrado Olga disminuido en Bs. 30.000 es igual a Bs. 100.000. ¿Cuántos bolívares tiene ahorrados Olga?

Solución:

$$10x - 30.000 = 100.000 \Rightarrow 10x - 30.000 + 30.000 = 100.000 + 30.000 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10x = 130.000 \Rightarrow \left(\frac{10x}{10}\right) = \frac{130.000}{10} \Rightarrow x = 13.000 (\text{Bs.})$$

b).- En un estacionamiento había hace una hora x cantidad de carros. Si se triplica la cantidad de carros que había hace una hora, y se aumenta en 3 carros más, es igual a 111 carros. ¿Cuántos carros había hace una hora?

Solución:

$$3x + 3 = 111 \Rightarrow 3x = 111 - 3 = 108 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3}\right) = \frac{108}{3} = 36 (\text{carros})$$

c).- La señora Milagros compró unos productos de limpieza para el hogar la semana pasada. Si ella llevó Bs. 50.000 y el vendedor que la atendió le dio de vuelto Bs. 35.000, ¿cuánto gastó en productos de limpieza la semana pasada?

Solución:

$$50.000 - x = 35.000 \Rightarrow 50.000 - x + x = 35.000 + x \Rightarrow 50.000 = 35.000 + x \Rightarrow \\ \Rightarrow 50.000 - 35.000 = 35.000 - 35.000 + x \Rightarrow 15.000 = x$$

d).- Miguel conversa con Gustavo y le dice: “ El triple de tu edad más la mía, es igual a la de mi hermano, que son 21 años”. Si Miguel tiene 12 años, ¿cuántos años tiene Gustavo?

Solución:

$$3x + 12 = 21 \Rightarrow 3x + 12 - 12 = 21 - 12 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3}\right) = \frac{9}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow x = 3 (\text{años})$$

e).- Diecisiete veces los latidos del corazón humano por minuto, aumentados en 10, son igual 1.200, que es aproximadamente lo que late el corazón de un colibrí por minuto, ¿cuánto late un corazón humano por minuto?

Solución:

$$17x + 10 = 1.200 \Rightarrow 17x + 10 - 10 = 1.200 - 10 \Rightarrow 17x = 1.190 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{17x}{17}\right) = \frac{1.190}{17} \Rightarrow x = 70 (\text{latidos})$$

f).- Si la décima parte de la sangre que tiene nuestro cuerpo aumentada un décimo de litros es igual a la de un pequeño conejo que tiene $\frac{9}{10}(l)$, ¿cuántos litros de sangre tiene un ser humano?

Solución:

$$\frac{x}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{x+1}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow 10 \times \left(\frac{x+1}{10} \right) = 10 \times \frac{9}{10} \Rightarrow \\ \Rightarrow x+1 = 9 \Rightarrow x+1-1 = 9-1 \Rightarrow x = 8(l)$$

Problemas misceláneos:

1.- Selecciona la respuesta correcta:

a).- La mitad de un número aumentado en 3 es igual a cinco:

Posibles soluciones: A).- $\frac{x}{2} + 5 = 5$; B).- $\frac{x}{2} + 3 = 5$ C).- $\frac{x}{2} - 3 = 5$.

Respuesta: B.

b).- La mitad de un número disminuido en 3 es igual a cinco.

Posibles soluciones: A).- $\frac{x}{2} + 5 = 5$; B).- $\frac{x}{2} + 3 = 5$ C).- $\frac{x}{2} - 3 = 5$.

Respuesta: C.

c).- La mitad de un número aumentado en cinco es igual a cinco.

Posibles soluciones: A).- $\frac{x}{2} + 5 = 5$; B).- $\frac{x}{2} + 3 = 5$ C).- $\frac{x}{2} - 3 = 5$.

Respuesta: A.

2.- Expresa el planteamiento mediante una ecuación:

(a).- Si triplico el número de creyones y regalo 4, me quedan 18 creyones.

Solución: $3x - 4 = 18$.

(b).- Si cuadruplico el número de veces que hago una buena acción, entonces hago 20 buenas acciones.

Solución: $4x = 20$

(c).- Si duplico la velocidad con que hago mis deberes y aumento en 4 minutos mi tiempo, es igual a 30 minutos.

Solución: $2x + 4 = 30$

(d).- La tercera parte de mis metras disminuida en 4 es igual a 6 metras, que es lo que tenía ayer en la tarde.

Solución: $\frac{x}{3} - 4 = 6$

3.- Efectúa la operación indicada para hallar una ecuación equivalente:

a).- $3x - 3 = 3 \leftarrow$ dividir entre 3.

Solución: $\left(\frac{3x-3}{3}\right) = \frac{3}{3} \Rightarrow x-1 = 1.$

b).- $2x - 2 = 2 \leftarrow$ dividir entre 2.

Solución: $\left(\frac{2x-2}{2}\right) = \frac{2}{2} \Rightarrow x-1 = 1.$

c).- $9x - 10 = 3 + 4 \leftarrow$ multiplicar por 5.

Solución: $9x - 10 = 7 \Rightarrow 5 \times (9x - 10) = 5 \times 7 \Rightarrow 45x - 50 = 35.$

d).- $8x + 3 = 21 \leftarrow$ restar 3.

Solución: $8x + 3 - 3 = 21 - 3 \Rightarrow 8x = 18.$

e).- $7 + 8 = 5x + 6 \leftarrow$ sumar 6.

Solución: Se simplifica primero la ecuación: $15 - 6 = 5x + 6 - 6 \Rightarrow 9 = 5x.$ Se suma ahora 6 a ambos miembros: $9 + 6 = 5x + 6 \Rightarrow 15 = 5x + 6 \Rightarrow 9 = 5x$

4.- Seleccionar la correspondiente ecuación correspondiente:

a).- $5x + 10 = 30.$

Posibles soluciones:

A).- $14x - 10 = 4;$ B).- $5 - 2x = 1;$ C).- $21x + 24 = 87;$ D).- $5 - x = 0;$ E).- $5x = 20.$

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #29 Sexto grado Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas y ejercicios y problemas misceláneos.

Solución: E. (Se han restado 10).

b).- $7x + 8 = 29$.

Posibles soluciones:

A).- $14x - 10 = 4$; B).- $5 - 2x = 1$; C).- $21x + 24 = 87$; D).- $5 - x = 0$; E).- $5x = 20$.

Solución: C. (Se ha multiplicado por 3).

c).- $8 - x = 3$.

Posibles soluciones:

A).- $14x - 10 = 4$; B).- $5 - 2x = 1$; C).- $21x + 24 = 87$; D).- $5 - x = 0$; E).- $5x = 20$.

Solución: D. (Se ha restado 3).

d).- $15 - 6x = 3$.

Posibles soluciones:

A).- $14x - 10 = 4$; B).- $5 - 2x = 1$; C).- $21x + 24 = 87$; D).- $5 - x = 0$; E).- $5x = 20$.

Solución: B. (Se ha dividido por 3).

e).- $7x - 5 = 2$.

Posibles soluciones:

A).- $14x - 10 = 4$; B).- $5 - 2x = 1$; C).- $21x + 24 = 87$; D).- $5 - x = 0$; E).- $5x = 20$.

Solución: A. (Se ha multiplicado por 2).

5.- Hallar el valor de la incógnita:

a).- $5x + 3 = 33$

Solución: Primero se resta 3 de ambos miembros:

$$5x + 3 - 3 = 33 - 3 \Rightarrow 5x = 30.$$

Ahora, se dividen ambos miembros por 5:

$$\left(\frac{5x}{5}\right) = \frac{30}{5} \Rightarrow x = 6.$$

b).- $6x - 1 = 29$.

Solución: Se suma 1 a ambos miembros:

$$6x - 1 + 1 = 29 + 1 \Rightarrow 6x = 30. \text{ Ahora, se divide por 6 a ambos miembros:}$$

$$\left(\frac{6x}{6}\right) = \frac{30}{6} \Rightarrow x = 5.$$

c).- $\frac{x}{2} + 3 = 12$.

Solución: Primero se resta 3 de ambos miembros:

$$\frac{x}{2} + 3 - 3 = 12 - 3 \Rightarrow \frac{x}{2} = 9. \text{ Ahora, se multiplica por 2 a ambos miembros:}$$

$$2 \times \left(\frac{x}{2}\right) = 2 \times 9 \Rightarrow x = 18.$$

d).- $2x - 9 = 69$.

Solución: Primero, se suman 9 a ambos miembros:

$$2x - 9 + 9 = 69 + 9 \Rightarrow 2x = 78. \text{ Ahora, se divide por 2 a ambos miembros:}$$

$$\left(\frac{2x}{2}\right) = \frac{78}{2} \Rightarrow x = 39.$$

e).- $\frac{x}{3} - 3 = 2$

Solución: Primero se suma 3 a ambos miembros:

$$\frac{x}{3} - 3 + 3 = 2 + 3 \Rightarrow \frac{x}{3} = 5. \text{ Ahora, se multiplica por 3 a ambos miembros:}$$

$$3 \times \left(\frac{x}{3}\right) = 3 \times 5 \Rightarrow x = 15.$$

f).- $\frac{x}{4} - 4 = 0$.

Solución: Primero, se suma 4 a ambos miembros:

$$\frac{x}{4} - 4 + 4 = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} = 4. \text{ Ahora, se multiplica por } 4^a \text{ a ambos miembros:}$$

$$4 \times \left(\frac{x}{4} \right) = 4 \times 4 \Rightarrow x = 16.$$

g).- $15x - 20 = 25.$

Solución: Primero, se suman 20 a ambos miembros:

$$15x - 20 + 20 = 25 + 20 \Rightarrow 15x = 45. \text{ Ahora, se dividen ambos miembros por } 15:$$

$$\left(\frac{15x}{15} \right) = \frac{45}{15} \Rightarrow x = 3.$$

h).- $\frac{x}{9} - \frac{2}{3} = \frac{2}{9}.$

Solución: Primero, se multiplican por 9 a ambos miembros:

$$9 \times \left(\frac{x}{9} - \frac{2}{3} \right) = 9 \times \frac{2}{9} \Rightarrow x - 6 = 2. \text{ Ahora, se le suman 6 a ambos miembros:}$$

$$x - 6 + 6 = 2 + 6 \Rightarrow x = 8.$$

i).- $\frac{x}{3} - \frac{3}{15} = \frac{24}{5}.$

Solución: Primero, se multiplican por 15 a ambos miembros:

$$15 \times \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{15} \right) = 15 \times \frac{24}{5} \Rightarrow 5x - 3 = 72. \text{ Ahora, se le suman 3 a ambos miembros:}$$

$$5x - 3 + 3 = 72 + 3 \Rightarrow 5x = 75. \text{ Entonces, se dividen entre } 5^a \text{ a mbos miembros:}$$

$$\left(\frac{5x}{5} \right) = \frac{75}{5} \Rightarrow x = 15.$$

j).- $\frac{7}{6} = \frac{x}{16} + \frac{8}{12}.$

Solución: Primero, se multiplica por 12 a ambos miembros:

$$12 \times \left(\frac{7}{6} \right) = 12 \times \left(\frac{x}{16} + \frac{8}{12} \right) \Rightarrow 14 = \frac{3}{4}x + 8. \text{ Se restan 8 a ambos miembros:}$$

$$14 - 8 = \frac{3}{4}x + 8 - 8 \Rightarrow 6 = \frac{3}{4}x. \text{ Se multiplican ambos miembros por 4:}$$

$$4 \times 6 = 4 \times \left(\frac{3}{4}x\right) \Rightarrow 24 = 3x. \text{ Se dividen ahora los dos miembros por 3:}$$

$$\frac{24}{3} = \frac{3x}{3} \Rightarrow x = 8.$$

6.- Encuentra el valor de la incógnita en cada ecuación. Luego, escribe la letra que representa la incógnita de acuerdo con el resultado:

a). $\frac{T}{2} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{T}{2} + 2 - 2 = 4 - 2 \Rightarrow \frac{T}{2} = 2 \Rightarrow 2 \times \left(\frac{T}{2}\right) = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow T = 4$

b).- $2A + 2 = 6 \Rightarrow 2A + 2 - 2 = 6 - 2 \Rightarrow 2A = 4 \Rightarrow \left(\frac{2A}{2}\right) = \frac{4}{2} \Rightarrow A = 2.$

c).- $\frac{U}{2} + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow 2 \times \left(\frac{U}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2 \times 3 = 6 \Rightarrow U + 1 = 6 \Rightarrow U + 1 - 1 = 6 - 1 \Rightarrow U = 5$

d).- $R + 3 = 4 \Rightarrow R + 3 - 3 = 4 - 3 \Rightarrow R = 1.$

e).- $S - 3 = 0 \Rightarrow S - 3 + 3 = 0 + 3 \Rightarrow S = 3.$

f).- $\frac{L}{3} + 3 = 6 \Rightarrow 3 \times \left(\frac{L}{3} + 3\right) = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow L + 9 = 18 \Rightarrow L + 9 - 9 = 18 - 9 = 9 \Rightarrow L = 9.$

g).- $\frac{I}{3} - \frac{4}{3} = 1 \Rightarrow 3 \times \left(\frac{I}{3} - \frac{4}{3}\right) = 3 \times 1 \Rightarrow I - 4 = 3 \Rightarrow I - 4 + 4 = 3 + 4 \Rightarrow I = 7.$

A	L	T	R	U	I	S	T	A
2	9	4	1	5	7	3	4	2

7.- Resolver:

a).- El triple de árboles que sembró Miguel es igual a el doble de lo que sembró Juan, que fue 9 árboles. ¿Cuántos árboles sembró Miguel?.

Solución:

$$3x = 2 \times 9 = 18 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \Rightarrow x = 6.$$

b).- El doble de horas trabajadas aumentado en tres es igual a lo que trabajó Daniela la semana pasada, que fueron 11 horas. ¿Cuánto trabajó Daniela esta semana?

Solución:

$$2x+3=11 \Rightarrow 2x+3-3=11-3 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow \left(\frac{2x}{2}\right)=\frac{8}{2} \Rightarrow x=4(\text{horas})$$

c).- Marcos tardó en ir a la isla de Margarita el triple aumentado en 8 de lo que tardó Ana. Si Ana tardó 17 días, ¿cuántos días tardó Marcos en ir a la isla de Margarita?.

Solución:

$$x=3 \times 17 + 8 = 51 + 8 = 59(\text{días}).$$

d).- Dos veces la edad de Gustavo disminuida en 3 años es igual a la edad de María, que es 11 años. ¿Qué edad tiene Gustavo?.

Solución:

$$2x-3=11 \Rightarrow 2x-3+3=11+3 \Rightarrow 2x=14 \Rightarrow \left(\frac{2x}{2}\right)=\frac{14}{2} \Rightarrow x=7(\text{años}).$$

e).- El abuelo de José Manuel tiene 50 años, y cuatro veces la edad de él más diez es la edad del abuelo. ¿Qué edad tiene José Manuel?.

Solución:

$$4x+10=50 \Rightarrow 4x+10-10=50-10 \Rightarrow 4x=40 \Rightarrow \left(\frac{4x}{4}\right)=\frac{40}{4} \Rightarrow x=10(\text{años}).$$

f). La mitad de las tareas de Eva disminuida en 3 tareas que ya realizó es igual a 0 (cer0).. ¿Cuántas tareas tiene Eva?.

Solución:

$$\frac{x}{2}-3=0 \Rightarrow \frac{x}{2}-3+3=0+3 \Rightarrow \frac{x}{2}=3 \Rightarrow 2 \times \left(\frac{x}{2}\right)=2 \times 3 \Rightarrow x=6(\text{tareas})$$

g).- Cuatro veces lo que tiene ahorrado Marilú aumentado en Bs. 6.000 es igual a Bs. 200.000,0. ¿Cuánto tiene ahorrado Marilú?.

Solución:

$$4x+6.000=200.000 \Rightarrow 4x+6.000-6.000=200.000-6.000 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4x=194.000 \Rightarrow \left(\frac{4x}{4}\right)=\frac{194.000}{4} \Rightarrow x=48.500(\text{Bs.})$$

8.- Resolver la ecuación siguiente:

U.E. Colegio Los Arcos Matemáticas Guía #29 Sexto grado Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas y ejercicios y problemas misceláneos.

$$\frac{x}{2} + 3 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} + 3 = \frac{1+7}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} + 3 = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + 3 - 3 = 4 - 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow 2 \times \left(\frac{x}{2} \right) = 2 \times 1 \Rightarrow x = 2.$$

9.- Tres veces un número aumentado en dos es igual a veinte. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$3x + 2 = 20 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 20 - 2 = 18 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3} \right) = \frac{18}{3} \Rightarrow x = 6.$$

10.- Diez veces un número disminuido en nueve es igual a uno. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$10x - 9 = 1 \Rightarrow 10x - 9 + 9 = 1 + 9 = 10 \Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow \left(\frac{10x}{10} \right) = \frac{10}{10} \Rightarrow x = 1$$

11.- ¿Qué número aumentado en nueve da como resultado dieciséis?.

Solución:

$$x + 9 = 16 \Rightarrow x + 9 - 9 = 16 - 9 \Rightarrow x = 7.$$

12.- Resolver la siguiente ecuación:

$$4x + 3 = 31 \Rightarrow 4x + 3 - 3 = 31 - 3 = 28 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow \left(\frac{4x}{4} \right) = \frac{28}{4} \Rightarrow x = 7.$$

12.- Tres veces un número aumentado en dos es igual a ocho. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$3x + 2 = 8 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 8 - 2 = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3} \right) = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

13.- Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{6} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 6 \times \left(\frac{x}{6} + \frac{1}{2} \right) = 6 \times 1 \Rightarrow x + 3 = 6 \Rightarrow x + 3 - 3 = 6 - 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 3.$$

14.- Cinco veces un número es igual a diez. ¿Cuál es el número?.

$$\text{Solución: } 5x = 10 \Rightarrow \left(\frac{5x}{5} \right) = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 2.$$

15.- Un tercio de la edad de Daniel aumentado en tres es igual a 6, que es la edad de Carolina. ¿Qué edad tiene Daniel?.

Solución:

$$\frac{x}{3} + 3 = 6 \Rightarrow 3 \times \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow x + 9 = 18 \Rightarrow x + 9 - 9 = 18 - 9 \Rightarrow x = 9 (\text{años}).$$

16.- ¿Qué número disminuido en tres es igual al número cero?.

Solución:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x - 3 + 3 = 0 + 3 \Rightarrow x = 3.$$

17.- Dos veces las metras de Gustavo es igual a las metras de Nicolás, que son 4. ¿Cuántas metras tiene Gustavo?.

$$\text{Solución: } 2x = 4 \Rightarrow \left(\frac{2x}{2} \right) = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$$

18.- Dos tercios de un número aumentado en dos es igual a seis. ¿Cuál es el número?.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + 2 = 6 &\Rightarrow \frac{2}{3}x + 2 - 2 = 6 - 2 = 4 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow 3 \times \frac{2}{3}x = 3 \times 4 = 12 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow \left(\frac{2x}{2} \right) = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow x = 6. \end{aligned}$$

19.- Resolver la ecuación siguiente:

$$3x - 1 = 2 \Rightarrow 3x - 1 + 1 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3} \right) = \frac{3}{3} \Rightarrow x = 1$$

Problemas con uso del idioma inglés:

20.- A certain number is equal to 35 decreased by 21. What is the number?.

Answer:

$$x = 35 - 21 = 14 \Rightarrow x = 14.$$

21.- 13 is equal to a number increased by 7. What is the number?

Answer:

$$13 = x + 7 \Rightarrow 13 - 7 = x + 7 - 7 \Rightarrow x = 6.$$

22.- The sum of a number and 11 is 23. What is the number?

Answer:

$$x + 11 = 23 \Rightarrow x + 11 - 11 = 23 - 11 \Rightarrow x = 12.$$

23.- Seven added to three times a number is equal to 22. What is the number?

Answer:

$$7 + 3x = 22 \Rightarrow 7 - 7 + 3x = 22 - 7 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3}\right) = \frac{15}{3} \Rightarrow x = 5.$$

24.- Four times a certain number is equal to 35 decreased by the number. Find the number.

Answer:

$$4x = 35 - x \Rightarrow 4x + x = 35 - x + x \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow \left(\frac{5x}{5}\right) = \frac{35}{5} \Rightarrow x = 7.$$

25.- If 25 is subtracted from a certain number, the difference is half the number. Find the number.

Answer:

$$\begin{aligned} x - 25 = \frac{x}{2} &\Rightarrow 2 \times (x - 25) = 2 \times \frac{x}{2} \Rightarrow 2x - 50 = x \Rightarrow 2x - x - 50 = x - x \Rightarrow \\ &\Rightarrow x - 50 = 0 \Rightarrow x - 50 + 50 = 0 + 50 \Rightarrow x = 50. \end{aligned}$$

26.- Four times a certain number, decreased by 5, equals 25 diminished by 6 times the number. Find the number.

Answer:

$$\begin{aligned} 4x - 5 = 25 - 6x &\Rightarrow 4x + 6x - 5 = 25 - 6x + 6x \Rightarrow 10x - 5 = 25 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10x - 5 + 5 = 25 + 5 \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow \left(\frac{10x}{10}\right) = \frac{30}{10} \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

27.- If a number x is decreased by 7, the result is 8; find the number.

Answer:

$$x + 7 = 8 \Rightarrow x + 7 - 7 = 8 - 7 \Rightarrow x = 1.$$

28.- Four times a number increased by 3 is equal to 19. Find the number.

Answer:

$$4x + 3 = 19 \Rightarrow 4x + 3 - 3 = 19 - 3 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow \left(\frac{4x}{4}\right) = \frac{16}{4} \Rightarrow x = 4.$$

29.- Three eights of a number equal 12. Find the number.

Answer:

$$\frac{3}{8}x = 12 \Rightarrow 8 \times \left(\frac{3}{8}x\right) = 8 \times 12 = 96 \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow \left(\frac{3x}{3}\right) = \frac{96}{3} \Rightarrow x = 32.$$

30.- A number added to one third of itself is equals to 24.

Answer:

$$x + \frac{x}{3} = 24 \Rightarrow 3 \times \left(x + \frac{x}{3}\right) = 3 \times 24 = 72 \Rightarrow 3x + x = 72 \Rightarrow 4x = 72 \Rightarrow x = 18.$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 30.

Tema: Orden en las fracciones.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Al comparar fracciones con numeradores y denominadores diferentes, se transforman las fracciones en fracciones equivalentes de igual denominador, usando el m.c.m.

Como ordenar fracciones:

Ejemplo #1: Ordenar las fracciones: $\frac{2}{7}; \frac{4}{5}; \frac{3}{2}$, de mayor a menor.

Solución:

- Se calcula el m.c.m. de los denominadores: $m.c.m.(7;5;2) = 70$.
- Se divide el m.c.m. encontrado por cada denominador y el cociente se multiplica por su numerador correspondiente. Se encuentran entonces, para cada caso, fracciones equivalentes con igual denominador. Las fracciones equivalentes son:
 $\frac{20}{70}; \frac{56}{70}; \frac{105}{70}$.
- Las fracciones obtenidas son equivalentes con igual denominador; entonces, la mayor será aquella que tenga mayor numerador. En este caso:

$$\frac{105}{70} > \frac{56}{70} > \frac{20}{70} \Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{4}{5} > \frac{2}{7}$$

Como encontrar una fracción entre dos dadas:

Ejemplo #2: Encontrar una fracción entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$:

(a) Se multiplica el numerador y el denominador de ambas fracciones por un mismo número distinto de cero y de uno. $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$; $\frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$.

(b) Se busca un número entre los dos numeradores de las fracciones equivalentes encontradas: $6 < 7 < 8$. Luego: $\frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{4}{5}$.

PREGUNTAS:

1.- Ordena de mayor a menor cada grupo de fracciones:

(a).- $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{7}$:

Solución: El m.c.m. de 5; 4 y 7 es 140. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\left(\frac{140}{5}\right) \times 2; \left(\frac{140}{4}\right) \times 3; \left(\frac{140}{7}\right) \times 6 \Rightarrow \frac{56}{140}; \frac{105}{140}; \frac{120}{140} \Rightarrow \frac{120}{140} > \frac{105}{140} > \frac{56}{140} \Rightarrow \frac{6}{7} > \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$$

(b).- $\frac{10}{9}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{9}$:

Solución: El m.c.m. de 8 y 9 es 72. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\left(\frac{72}{9}\right) \times 10; \left(\frac{72}{8}\right) \times 7; \left(\frac{72}{9}\right) \times 8 \Rightarrow \frac{80}{72}; \frac{63}{72}; \frac{64}{72} \Rightarrow \frac{80}{72} > \frac{64}{72} > \frac{63}{72} \Rightarrow \frac{10}{9} > \frac{8}{9} > \frac{7}{8}$$

©.- $\frac{7}{9}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{7}{6}$:

Solución: El m.c.m. de 6, 9 y 10 es 90. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\left(\frac{90}{9}\right) \times 7; \left(\frac{90}{10}\right) \times 7; \left(\frac{90}{6}\right) \times 7 \Rightarrow \frac{70}{90}; \frac{63}{90}; \frac{105}{90} \Rightarrow \frac{105}{90} > \frac{70}{90} > \frac{63}{90} \Rightarrow \frac{7}{6} > \frac{7}{9} > \frac{7}{10}$$

(d).- $\frac{22}{23}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$:

Solución: El m.c.m. de 23, 2 y 3 es 138. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{\left(\frac{138}{23}\right) \times 22}{138}; \frac{\left(\frac{138}{2}\right) \times 1}{138}; \frac{\left(\frac{138}{3}\right) \times 1}{138} \Rightarrow \frac{132}{138}; \frac{69}{138}; \frac{46}{138} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{132}{138} > \frac{69}{138} > \frac{46}{138} \Rightarrow \frac{22}{23} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}.$$

(e).- $\frac{2}{3}; \frac{15}{9}; \frac{10}{11}$:

Solución: El m.c.m. de 3, 9 y 11 es 99. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{\left(\frac{99}{3}\right) \times 2}{99}; \frac{\left(\frac{99}{9}\right) \times 15}{99}; \frac{\left(\frac{99}{11}\right) \times 10}{99} \Rightarrow \frac{66}{99}; \frac{165}{99}; \frac{90}{99} \Rightarrow \frac{165}{99} > \frac{90}{99} > \frac{66}{99} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15}{9} > \frac{10}{11} > \frac{2}{3}.$$

(f).- $\frac{8}{4}; \frac{1}{4}; \frac{3}{4}$:

Solución: $\frac{8}{4} > \frac{3}{4} > \frac{1}{4}$.

(g).- $\frac{6}{5}; \frac{5}{4}; \frac{5}{3}$:

Solución: El m.c.m. de 3, 4 y 5 es 60. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{\left(\frac{60}{5}\right) \times 6}{60}; \frac{\left(\frac{60}{4}\right) \times 5}{60}; \frac{\left(\frac{60}{3}\right) \times 5}{60} \Rightarrow \frac{72}{60}; \frac{75}{60}; \frac{100}{60} \Rightarrow \frac{100}{60} > \frac{75}{60} > \frac{72}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} > \frac{5}{4} > \frac{6}{5}.$$

(h).- $\frac{9}{8}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}$:

Solución: El m.c.m. de 7 y 8 es 56. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{\left(\frac{56}{8}\right) \times 9}{56}; \frac{\left(\frac{56}{7}\right) \times 3}{56}; \frac{\left(\frac{56}{7}\right) \times 4}{56} \Rightarrow \frac{63}{56}; \frac{24}{56}; \frac{32}{56} \Rightarrow \frac{63}{56} > \frac{32}{56} > \frac{24}{56} \Rightarrow \Rightarrow \frac{9}{8} > \frac{4}{7} > \frac{3}{7}.$$

i).- $\frac{5}{4}; \frac{6}{4}; \frac{28}{16}$:

Solución: El m.c.m. de 4 y 16 es 16. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{\left(\frac{16}{4}\right) \times 5}{16}; \frac{\left(\frac{16}{4}\right) \times 6}{16}; \frac{\left(\frac{16}{16}\right) \times 28}{16} \Rightarrow \frac{20}{16}; \frac{24}{16}; \frac{28}{16} \Rightarrow \frac{28}{16} > \frac{24}{16} > \frac{20}{16} \Rightarrow \Rightarrow \frac{28}{16} > \frac{6}{4} > \frac{5}{4}.$$

2.- Encontrar una fracción entre cada par de fracciones; luego, coloca en los espacios en blanco la letra asignada a cada fracción que encuentre y arma la palabra. Sabrás el nombre de uno de los más grandes matemáticos y filósofos de la antigüedad, que vivió entre 429 y 347 A.C.

A.- $\frac{9}{4}$ y $\frac{10}{4}$:

Solución: $\frac{9 \times 2}{4 \times 2} = \frac{18}{8}; \frac{10 \times 2}{4 \times 2} = \frac{20}{8} \Rightarrow \frac{9}{4} < \frac{19}{8} < \frac{10}{4}.$

N.- $\frac{4}{6}$ y $\frac{5}{6}$:

Solución: $\frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12}; \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} \Rightarrow \frac{4}{6} < \frac{9}{12} < \frac{5}{6}$

P.- $\frac{11}{3}$ y $\frac{10}{3}$:

Solución: $\frac{11 \times 2}{3 \times 2} = \frac{22}{6}; \frac{10 \times 2}{3 \times 2} = \frac{20}{6} \Rightarrow \frac{11}{3} > \frac{21}{6} > \frac{10}{3}.$

L.- $\frac{9}{7}$ y $\frac{8}{7}$:

Solución: $\frac{9 \times 2}{7 \times 2} = \frac{18}{14}$; $\frac{8 \times 2}{7 \times 2} = \frac{16}{14} \Rightarrow \frac{9}{7} > \frac{17}{14} > \frac{8}{7}$.

T.- $\frac{8}{9}$ y $\frac{9}{9}$:

Solución: $\frac{8 \times 2}{9 \times 2} = \frac{16}{18}$; $\frac{9 \times 2}{9 \times 2} = \frac{18}{18} \Rightarrow \frac{9}{9} > \frac{17}{18} > \frac{8}{9}$.

O.- $\frac{5}{3}$ y $\frac{4}{3}$:

Solución: $\frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$; $\frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{5}{3} > \frac{9}{6} > \frac{4}{3}$.

P	L	A	T	O	N
$\frac{21}{6}$	$\frac{17}{14}$	$\frac{19}{8}$	$\frac{17}{18}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{9}{12}$

3.- Resolver:

a).- Antonio tiene dos jarras con jugo de naranja. Si la primera jarra tiene $\frac{3}{4}$ y la segunda tiene la mitad, ¿cuál tiene menos jugo?.

Solución: El m.c.m. de 2 y 4 es 4. Entonces: se comparan las fracciones equivalentes $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{4}$; y como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$, la segunda jarra tiene menos jugo.

b).- Si Luisa trabaja los lunes $\frac{1}{4}$ de día y los martes $\frac{4}{16}$ de día, ¿qué día trabaja más?.

Solución:

Si se toma lo que trabaja el día lunes: $\frac{1}{4} = \frac{4 \times 1}{4 \times 4} = \frac{4}{16}$; y esto es exactamente la porción de día que trabajó el martes, por lo que se puede asegurar que trabaja igual. No hay cambio.

c).- Miguel va al Museo de Bellas Artes; por un camino recorre $\frac{7}{9}(km)$ y por otro $\frac{13}{11}(km)$. ¿Por donde recorre más camino?.

Solución: El m.c.m. de 9 y 11 es 99. Entonces, las fracciones equivalentes son:

$$\frac{7}{9} \Rightarrow \frac{\left(\frac{99}{9}\right) \times 7}{99} = \frac{77}{99}$$

$$\frac{13}{11} \Rightarrow \frac{\left(\frac{99}{11}\right) \times 13}{99} = \frac{117}{99}$$

En conclusión: $\frac{13}{11} > \frac{7}{9}$; por el segundo camino recorre más distancia.

d).- Amelia sembró flores en $\frac{4}{9}$ del espacio disponible de su jardín y en el restante sembró grama. ¿Hay más grama que flores? ¿Por qué?.

Solución: Si hay más grama que flores, porque el espacio sembrado de grama es:

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{5}{9} > \frac{4}{9}.$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 31.

Tema: Criterios de divisibilidad (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Criterios de divisibilidad:

- Un número es **divisible entre 2** cuando su última cifra es par o cero.
- Un número es **divisible entre 3** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es **divisible entre 5** cuando su última cifra es cero o cinco.
- Un número es **divisible entre 6** cuando es divisible entre 2 y 3 a la vez.
- Un número es **divisible entre 9** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

Ejemplo #1: 28 es divisible entre 2 porque termina en 8 que es un número par; es decir $28 \div 2 = 14$. Los múltiplos del 2 son: 0, 2, 4, 6, 8,.....

Ejemplo #2: 621 es divisible entre 3, ya que la suma de sus cifras es $6 + 2 + 1 = 9$ y 9 es divisible entre 3; es decir: $621 \div 3 = 207$. Los múltiplos de 3 son: 0, 3, 6, 9, 12,

Ejemplo #3: 165 es divisible entre 5, ya que termina en 5; es decir $165 \div 5 = 33$. Los múltiplos de 5 son: 0, 5, 10, 15,

Ejemplo #4: 42 es divisible entre 3 y entre 2, es decir: $42 \div 2 = 21$; $42 \div 3 = 14$, por lo tanto es divisible entre 6, o sea: $42 \div 6 = 7$. Los múltiplos de 6 son: 0, 6, 12, 18,.....

Ejemplo #5: El número 198 es divisible entre 9 ya que la suma de su cifras es $1 + 9 + 8 = 18$, y 18 es múltiplo de 9, es decir $198 \div 9 = 22$. Los múltiplos de 9 son: 0, 9, 18, 27,.....

Ejemplo #6: El número 90 es divisible entre 2, 3, 5, 6 y 9, porque se cumple que:
 $90 \div 2 = 45$; $90 \div 3 = 30$; $90 \div 5 = 18$; $90 \div 6 = 15$; $90 \div 9 = 10$.

PREGUNTAS:

-----**ES DIVISIBLE ENTRE**-----

Número	2	3	5	6	9
210	Si. Termina en 0.	Si. $2 + 1 = 3$. Múltiplo de 3.	Si. Termina en 0.	Si. Es divisible entre 2 y 3.	No.
360	Si. Termina en 0.	Si. $3 + 6 = 9$.	Si. Termina en 0.	Si. Es divisible entre 2 y 3.	Si. $3 + 6 = 9$.
54	Si. Termina en par.	Si. $5 + 4 = 9$.	No.	Si. Es divisible entre 2 y 3.	Si. $5 + 4 = 9$.
270	Si. Termina en 0.	Si. $2 + 7 = 9$.	Si. Termina en 0.	Si. Es divisible por 2 y 3.	Si. $2 + 7 = 9$.
6.666	Si. Termina en par.	Si. $6 + 6 + 6 + 6 = 24$.	No.	Si. Es divisible por 2 y 3.	No.
27	No.	Si. $2 + 7 = 9$.	No.	No.	Si. $2 + 7 = 9$.
45	No.	Si. $4 + 5 = 9$.	Si. Termina en 5.	No.	Si. $4 + 5 = 9$.
18	Si 8 es par.	Si. $1 + 8 = 9$.	No.	Si. Es divisible por 2 y 3.	Si. $1 + 8 = 9$.
32	Si. Termina en 2, que es par.	No.	No.	No.	No.

2.- Dadas las siguientes posibles respuestas de divisibilidad, determinar a cual corresponde los números siguientes:

Posibles respuestas:

- A.- Es divisible entre 2 y 5.
- B.- Es divisible entre 9 y 6.
- C.- Es divisible entre 3.
- D.- Es divisible entre 5.

Los número son los siguientes:

a).- **486**: Aquí las respuestas son A; B y C. Nótese que $4 + 8 + 6 = 18$.

b).- **10**: Respuestas A y D. Termina en cero.

c).- **81**: Respuesta C, solamente.

d).- **155**. Respuesta D solamente. Termina en 5.

e).- **27**: Respuesta C solamente.

f).- **20**: Respuestas A y D. Termina en cero.

g).- **25**; Respuesta D solamente. Termina en 5.

h).- **54**: Respuestas B y C. Nótese que $5 + 4 = 9$.

3.- Martín se encontraba arreglando su cuarto. Tenía que organizar sus 54 juguetes en cajas y en grupos iguales. ¿Cuántos grupos pudo haber organizado?

Solución:

27 piezas	2 grupos	$27 \times 2 = 54$
18 piezas	3 grupos	$18 \times 3 = 54$
9 piezas	6 grupos	$9 \times 6 = 54$
6 piezas	9 grupos	$6 \times 9 = 54$
3 piezas	18 grupos	$3 \times 18 = 54$
2 piezas	27 grupos	$2 \times 27 = 54$

4.- Busca el número asignado a cada planteamiento; luego, con la letra que identifica el enunciado arma la palabra para completar la oración.

N.- es divisible entre 9 y 5.

Solución: 45.

L.- es divisible entre 2 y 9.

Solución: 18.

B.- es divisible entre 3 y 5.

Solución: 15.

E.- es divisible entre 6 y 9.

Solución: 54.

Siempre haz el

B	I	E	N
15	18	54	45

y ayuda a tu prójimo.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 32.

Tema: Principios fundamentales de la divisibilidad (Baldor).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Teorema #1: Todo número que divide a otros varios, divide a su suma.

Ejemplo #1: Dado el número 5 que divide a 10, 15 y 20, entonces, se debe cumplir que divide a su suma; o sea:

$$10 + 15 + 20 = 45 \Rightarrow \frac{45}{5} = 9$$

Teorema #2: Todo número que no divide a otros varios, divide a su suma, si la suma de los residuos que resultan de dividir éstos entre el número que no los divide, es divisible por este número.

Ejemplo #2: Sea el número 7 que no divide a 15, ni a 37 ni a 46; pero, los correspondientes residuos con 1, 2 y 4. Al sumar los residuos $1+2+4=7$ y éste resultado es divisible entre 7; por lo tanto, la suma total de los dividendos: $15+37+46=98$ es divisible entre 7, o sea: $98 \div 7 = 14$.

Teorema #3: Si un número divide a todos los sumandos de una suma, menos a uno de ellos, no divide a la suma, y el residuo que se obtiene al dividir la suma entre el número, es el mismo que se obtiene dividiendo el sumando no divisible entre dicho número.

Ejemplo #3: Sea el número 5 que divide a 10 y a 15; pero, no divide a 22, siendo 2 el residuo de dividir 22 entre 5. La suma total es $10+15+22 = 47$ y al dividir 47 entre 5 el cociente es 9 y el residuo es 2, igual al residuo obtenido al dividir 22 entre 5.

Teorema #4: Todo número que divide a otro divide a sus múltiplos.

Ejemplo # 4: Sea el número 5 que divide a 10. Entonces, divide a todos sus múltiplos como: 20, 30, 40, 50.....

Teorema #5: Todo número que divide a otros dos divide a su diferencia.

Ejemplo #5: Sea el número 3 que divide a 12 y a 18. Entonces, $18-12=6$ y 6 es divisible entre 3.

Teorema #6: Todo número, que no divide a otros dos, divide a su diferencia si los residuos por defecto que resultan de dividir estos dos números entre el mismo que no los divide son iguales.

Ejemplo #6: Sea el número 5 que no divide a 28 ni a 13,;pero el residuo por defecto de dividir 28 entre 5 es 3 y el residuo también es 3; entonces, se cumple que la diferencia $28-13=15 \Rightarrow \frac{15}{5} = 3$

Teorema #7: Todo número que divide a la suma de dos sumandos y a uno de éstos, tiene que dividir al otro sumando.

Ejemplo #7: Sea la suma $8+10=18$. Entonces, sabemos que el número 2 divide a 10 y a 18, por lo que también divide a 8.

Teorema # 8: Todo número que divide a uno de los sumandos y no divide al otro, no divide a la suma.

Ejemplo #8: Sea la suma $10+13=23$. El número 5 divide al número 10 y no divide al número 13, y como se puede ver, tampoco divide al número 23 que es la suma de los dos números dados.

Teorema #9: Todo número que divide al dividendo y al divisor de una división inexacta, divide al residuo.

Ejemplo #9: Al dividir 24 entre 9 el residuo es 6 y el número 3 divide al dividendo, 24, y al divisor, 9, por lo tanto divide al residuo 6.

Teorema #10: Todo número que divide al divisor y al resto de una división inexacta, divide al dividendo.

Ejemplo # 10: Sea la división $28 \div 8 = 3$ y el resto es 4. El número 2 divide al divisor, 8, y al residuo, 4, por tanto también divide al dividendo 28.

PREGUNTAS:

1.- ¿Qué es la suma de un múltiplo de 5 con otro múltiplo de 5. ¿Por qué?

Solución: La suma de dos sumandos múltiplos de 5 es un número múltiplo de 5.

$5x + 5y = 5 \times (x + y)$. También, aplicando inversamente el teorema #1, todo número que divide a cada uno de los sumando, divide también a su suma, entonces si 5 es divisor de los dos sumandos, será también divisor de la suma de ellos.

2.- ¿Por qué no puede ser impar la suma de dos números pares?.

Solución: Si los sumandos son pares, ambos deben ser divisibles entre 2 y por tanto su suma es también divisible entre dos y por lo tanto debe ser par. Es imposible que sea impar.

3.- ¿Qué clase de número será la suma de tres números pares? ¿Por qué?

Solución: La suma será otro número par: $2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$. Ahora, si los tres sumandos son pares, todos son divisibles por 2 y por tanto su suma será también divisible por 2 y como consecuencia de ello un número par.

4.- ¿Es par o impar la suma de dos números impares? ¿Por qué?

Solución: Al dividir dos números impares cualquiera por 2, en los dos casos el residuo siempre es 1, o sea, los residuos son iguales y por lo tanto la suma debe ser divisible entre 2 y por tanto par.

5.- ¿Será divisible por 5 la suma de 17, 21 y 37? ¿Por qué?

Solución: Al dividir los números dados entre 5 los correspondientes residuos son 2, 1 y 2, cuya suma es $2 + 1 + 2 = 5$, el cual es divisible entre 5; entonces podemos asegurar que la suma de los números dados es divisible entre 5; en efecto: $17 + 21 + 37 = 75$, y $\frac{75}{5} = 15$.

6.- Será divisible por 5 la suma de 9, 11 y 25? ¿Por qué?

Solución: Los correspondientes residuos son 4, 1 y 0, cuya suma es obviamente 5, el cual es divisible entre 5; entonces la suma de os números dados es divisible entre 5; en efecto: $9 + 11 + 25 = 45 \Rightarrow \frac{45}{5} = 9$.

7.- ¿Será divisible entre 5 la suma de 17, 21 y 36?. ¿Por qué?.

Solución: Los correspondientes residuos al dividir cada uno por 5 son 2, 1 y 1, cuya suma es 4, diferente de 5 y por tanto la suma de los números dados no es divisible entre 5.

8.- ¿Será divisible por 3 la suma de 6, 9 y 11? ¿Por qué?.

Solución: La suma de los números dados no es divisible entre 3 porque los residuos correspondientes son 0, 0 y 2, o sea 2, y este número no es divisible entre 3.

9.- Si un número divide al sustraendo y al resto, divide al minuendo. ¿Por qué?.

Solución: Si todo número que divide a otros dos divide a su diferencia; entonces, todo número que divide al sustraendo y a su diferencia dividirá al minuendo. También, se puede reescribir como una suma: $M - S = R \Rightarrow M = S + R$ y si los dos sumandos son divisibles por el mismo número la suma, M , también lo será.

10.- Diga, sin efectuar la división, cuál es el residuo de dividir la suma de 21 y 35 por 5.

Solución: El residuo es 1 por que 35 es divisible entre 5 y 21 no lo es y su residuo es 1, entonces, el residuo de la suma es $1+0=1$.

11.- Diga, sin efectuar la división, el residuo de dividir la suma de 11, 14 y 21 entre 7. ¿Por qué?.

Solución: Tanto 14 como 21 son divisibles entre 7 y por tanto el residuo de la suma será igual al residuo correspondiente a dividir 11 entre 7 el cual es 4. Para comprobarlo, se suman los números dados y es igual a 46 y al dividirlo por 7 el residuo es 4.

12.- ¿Es par o impar la suma de un número impar con un número par? ¿Por qué?.

Solución: La suma de un número par con uno impar siempre da impar. La razón se encuentra en el resto, al dividir el número par entre 2 el resto correspondiente será 0; mientras que, al dividir el número impar entre 2 siempre el resto será 1, por lo que al dividir la suma por 2 el resto será 1, porque $0+1=1$, que corresponde a un resultado impar de la suma.

13.- ¿3 divide a 9? ¿Por qué divide a 27?.

Solución: Porque 27 es múltiplo de 9 y si un número es divisible por otro, su múltiplo también lo es.

14.- ¿Qué es la diferencia entre un múltiplo de 11 y otro múltiplo de 11? ¿Por qué?.

Solución: La diferencia entre un múltiplo de 11 y cualquier otro múltiplo de 11 es un múltiplo de 11 menor que el minuendo: pero, mayor o igual que el sustraendo. Se puede expresar como sigue: Si p y k son números enteros positivos,

$$\text{Para : } k > p \geq 1 \Rightarrow k - p = q \Rightarrow q = 1; 2; 3; 4; \dots$$

$$k \times 11 - p \times 11 = (k - p) \times 11 \geq q \times 11$$

15.- Si un número divide al minuendo y al resto, ¿divide al sustraendo? ¿Por qué?

Solución: Si lo divide ya que $M - S = R \Rightarrow M - R = S$ y ya sabemos que si un número divide a dos números divide a su diferencia.

16.- ¿Divide 7 a 21 y 35? ¿Dividirá a 14? ¿Por qué?

Solución: tanto 21 como 35 son múltiplos de 7 y por tanto son divisibles por 7. Es el mismo caso de 14, es múltiplo de 7.

17.- ¿Es par o impar la diferencia entre dos números pares?

Solución: Si tenemos dos números pares, éstos son exactamente divisibles entre 2 y por tanto su diferencia también lo será. La diferencia será par.

18.- ¿Es divisible entre 2 la diferencia entre dos números pares? ¿Por qué?

Solución: Si se puede, en los casos en que los residuos de dividir cada uno de ellos son iguales. Por ejemplo 5 y 9 no son divisibles por 2; pero, los residuos en cada caso son 1, por lo que la diferencia $9 - 5 = 4$ es divisible entre 2.

19.- ¿Divide 5 a la diferencia entre 132 y 267? ¿Por qué?

Solución: La diferencia no es divisible entre 5, ya que al dividir 132 entre 5 el residuo es 2 y al dividir 267 entre 5 el residuo es también 2.

20.- ¿Es divisible por 2 la diferencia entre un número par y un número impar? ¿Por qué?

Solución: No porque el residuo de dividir el número par entre 2 es igual a cero y el residuo de dividir el número impar entre 2 es 1. Los residuos son diferentes.

21.- ¿Divide 3 a 19 y 21? ¿Dividirá a 40? ¿Por qué?

Solución: 21 es exactamente divisible entre 3; pero, éste no es el caso de 19 cuyo residuo al dividirse entre 3 sería 1. En el caso de 40, es un número tampoco es divisible y el residuo de la división por 3 es 1.

22.- Si un número divide al sustraendo y no divide el resto, ¿divide al minuendo? ¿Por qué?

Solución: No, porque se puede escribir que $M = S + R$ y al no ser cada uno de los sumandos divisible por el mismo número, no lo será la suma.

23.- ¿Qué clase de número es el residuo de dos números pares si los hay? ¿Por qué?

Solución: Al dividir un número par por otro el residuo puede ser cero si la división es exacta, como pasa en muchos casos; pero, hay situaciones donde la división no es exacta, y entonces, el residuo es necesariamente par. Recordar que si el número 3 divide al dividendo y al divisor de una división inexacta, también divide al residuo, por lo tanto, en este caso, el residuo es también par.

24.- Si el divisor y el resto de una división inexacta son múltiplos de 5, ¿qué ha de ser el dividendo? ¿Por qué?

Solución: Un teorema nos dice que si un número divide al divisor y al resto, también divide al dividendo, por tanto, si el divisor y el resto son múltiplos de 5, entonces, son divisibles entre 5 y por lo tanto el dividendo también lo es.

25.- El residuo de la división de 84 entre 9 es 3. Diga, sin efectuar la división, ¿cuál será el residuo de dividir 168 entre 18; 28 entre 3?

Solución: Ambos, 168 y 18 son múltiplos de 9, al multiplicar 84 por 2 y 9 por 2; entonces el residuo original, 3, quedará multiplicado por 2, o sea, es 6. Al dividir $28 \div 3$ el residuo es 1, ya que en este caso el dividendo original, 84, y el divisor original, 9, han sido divididos por 3, por lo que el residuo original, 3, se divide por 3 y por eso el resultado es 1.

26.- ¿Qué clase de números son los múltiplos de los números pares? Por qué?

Solución: Son números pares, porque cualquier número, par o impar, multiplicado por un número par da como resultado un número par.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 33.

Tema: Caracteres de divisibilidad (Baldor).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Caracteres de divisibilidad: Son ciertas señales de los números que nos permiten conocer; por simple inspección, si un número es divisible por otro.

Divisibilidad por las potencias de 10: Se sabe que para dividir un número terminado en cero por la unidad seguida de ceros, se suprimen de la derecha del número tantos ceros como ceros acompañen a la unidad, y lo que queda es un cociente exacto.

Ejemplo #1:

(a) $850 \div 10 = 85$.

(b) $12.500 \div 100 = 125$.

(c) $18.000 \div 1.000 = 18$.

Luego, podemos decir que un número es divisible por 10 cuando termina en cero, porque suprimiendo este cero queda dividido por 10 y lo que queda es el cociente exacto.

Ejemplo #2:

$70 \div 10 = 7$

$180 \div 10 = 18$

$1.560 \div 10 = 156$.

Un número es divisible por $(10)^2 = 100$ cuando termina en dos ceros, porque suprimiendo estos ceros queda dividido por 100 y lo que queda es un cociente exacto.

Ejemplo #3:

$$800 \div 100 = 8$$

$$1.400 \div 100 = 14$$

$$13.700 \div 100 = 137.$$

Un número es divisible por $(10)^3 = 1.000$ cuando termina en tres ceros; por $(10)^4 = 10.000$ cuando termina en cuatro ceros; por $(10)^5 = 100.000$ cuando termina en cinco ceros, etc.

En general, todo número terminado en ceros es divisible por la unidad seguida de tantos ceros como ceros haya a la derecha del número.

Divisibilidad por 2.

Un número es divisible por 2 cuando termina en cero o cifra par.

Nota. El residuo de dividir una cifra impar entre 2, siempre es igual a 1.

Divisibilidad por 5.

Un número es divisible por 5 cuando termina encero o en 5.

Nota: Si un número no es divisible entre 5, el residuo que se obtiene es igual a la cifra de las unidades menos 5. Por ejemplo 88 no es divisible entre 5, entonces el residuo es igual a 8 menos 5, o sea 3.

Divisibilidad por 4.

Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 4.

Nota: Si el número dado no es divisible entre 4, el residuo correspondiente es el residuo que se obtiene al dividir las dos últimas cifras entre 4. Por ejemplo, 314 no es divisible entre 4, entonces el residuo es igual al residuo de $14 \div 4 \Rightarrow R = 2$.

Divisibilidad por 25.

Un número es divisible por 25 cuando sus dos últimas cifras de la derecha son cero o forman un múltiplo de 25, como: 125, 200, 275, 350, 55, etc.

Nota: El residuo de dividir un número no divisible por 25, es igual al residuo de dividir las dos últimas cifras del número por 25. Por ejemplo al dividir 834 entre 25, el residuo es igual al residuo de 34 entre 25, o sea: 9.

Divisibilidad por 8.

Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 8.

Nota: Si un número no es divisible entre 8, el residuo correspondiente es igual al que se forma con la división de las tres últimas cifras entre 8.

Divisibilidad por 125.

Un número es divisible por 125 cuando sus tres últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 125.

Divisibilidad por 3.

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 3.

Divisibilidad por 9.

Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 9.

Divisibilidad por 11.

Un número es divisible por 11, cuando la diferencia entre la suma de sus valores absolutos de sus cifras de lugar impar y la suma de sus cifras de lugar par, de derecha a izquierda, es cero o múltiplo de 11.

Divisibilidad por 7.

Un número es divisible por 7 cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 2, restando este producto de lo que queda a la izquierda y así sucesivamente, a cero o múltiplo de 7.

Ejemplo # 4: Comprobar si 2058 es divisible por 7.

Solución: Se multiplica 8 por 2, igual a 16. Se resta ahora $205 - 16 = 189$. Se toma ahora el 9 y se multiplica por 2, siendo igual a 18. Se resta ahora $18 - 18 = 0$. Luego, 2058 es divisible por 7.

Divisibilidad por 13.

Un número es divisible por 13 cuando, siguiendo el mismo procedimiento anterior para el 7, se separa la primera cifra de la derecha y se multiplica por 9, restando

este producto de lo que queda a la izquierda y así sucesivamente, da cero o múltiplo de 13.

Divisibilidad por 17.

Un número es divisible por 17 cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 5, restando este producto de lo que queda a la izquierda y así sucesivamente, da cero o múltiplo de 17.

PREGUNTAS:

1.- ¿Por cuáles de los números 2, 3, 4, 5 son divisibles 84, 375 y 136?.

Solución:

(a). **84:** es divisible entre 2 por ser par; también entre 3 porque $8+4=12$, el cual es múltiplo de 3; por 4 por ser 84 un múltiplo de 4; y no es divisible por 5.

(b). **375:** No es divisible entre 2 por ser impar; si es divisible por 3 ya que $3+7+5=15$ es múltiplo de 3; no es divisible entre 4 y si es divisible entre 5.

©. **136:** es divisible entre 2 y 4; no es divisible entre 3 y 5.

2.- ¿ Por cuáles de los números 2, 3, 4, 5, 11 y 25 son divisibles 175; 132; 165; 1893; 12344; 12133?.

Solución:

(a) **175:** por 5 y por 25.

(b) **132:** por 2, por 4, por 11. Por 11, porque se cumple que: $(2+1)-3=0$.

© **165:** por 3, ya que $1+6+5=12$; por 5, porque termina en 5; y por 11. Por 11 porque se cumple que: $(5+1)-6=0$.

(d) **1893:** por 3, ya que $1+8+9+3=21$ y 21 es múltiplo de 3.

(e) **12344:** por 2, por 4.

(f) 12133: por 11. Se cumple que $(3+1+1)-(3+2)=5-5=0$.

3.- ¿Por cuáles de los números 8, 125, 11 y 13 son divisibles 8998; 1375; 7512; 8192?.

Solución:

(a).- **8998:** No es divisible entre 8, porque las tres últimas cifras no son cero ni son múltiplos de 8; no es divisible entre 125; Si es divisible entre 11 porque cumple con la regla . Ahora, para el caso de 13, no es múltiplo de 13, entonces aplicamos la regla:

$8998 \Rightarrow 9 \times 8 = 72 \Rightarrow 899 - 72 = 827 \Rightarrow 9 \times 7 = 63 \Rightarrow 82 - 63 = 9 \Rightarrow NO$ No es ni cero ni múltiplo de 13, por lo tanto no es divisible por 13.

(b).- **1375**: No es divisible entre 8; si es divisible entre 125 porque las tres últimas cifras son múltiplo de 125; si es divisible entre 11 porque $(3+5) - (7+1) = 0$; y para el caso de divisibilidad por 13:

$$1375 \Rightarrow 9 \times 5 = 45 \Rightarrow 137 - 45 = 92 \Rightarrow 9 \times 2 = 18 \Rightarrow NO$$

©.- **7512**: es divisible por 8, porque las tres últimas cifras forman un múltiplo de 8; no es divisible por 125; no es divisible por 11 porque $(2+5) \neq (1+7)$; para el caso de la divisibilidad por 13:

$$7512 \Rightarrow 2 \times 9 = 18 \Rightarrow 751 - 18 = 733 \Rightarrow 3 \times 9 = 27 \Rightarrow 73 - 27 = 46 \Rightarrow NO.$$

(d).- **8192**: Es divisible por 8 porque $192 \div 8 = 24$; no es divisible entre 125; no es divisible por 11 porque $(2+1) \neq (2+8)$; para el caso de la divisibilidad por 13:

$$8192 \Rightarrow 2 \times 9 = 18 \Rightarrow 819 - 18 = 801 \Rightarrow 1 \times 9 = 9 \Rightarrow 81 - 9 = 72 \Rightarrow NO$$

4.- ¿Por cuáles de los números 7, 11, 13, 17 y 19 son divisibles los números 91, 253, 169, 187, 209, 34573.

Solución:

(a).- **91**: Si es divisible entre 7, ya que se cumple: $91 \Rightarrow 1 \times 2 \Rightarrow 9 - 2 = 7 \Rightarrow 7 \div 7 = 1$.

No es divisible entre 11, ya que $1 - 9 \neq 0$; y la misma diferencia no es múltiplo de 11.

Si es divisible entre 13, ya que se cumple: $91 \Rightarrow 1 \times 9 = 9 \Rightarrow 9 - 9 = 0$.

No es divisible entre 17, ya que: $91 \Rightarrow 1 \times 5 \Rightarrow 9 - 5 = 4$. El valor 4 es diferente de cero y no es múltiplo de 17.

No es divisible entre 19, ya que: $91 \Rightarrow 1 \times 17$ y al restar ésto de 9 nos da un valor negativo.

(b).- **253**: No es divisible entre 7, ya que:

$253 \Rightarrow 3 \times 2 = 6 \Rightarrow 25 - 6 = 19 \Rightarrow 9 \times 2 = 18 \Rightarrow 19 - 18 = 1$ el cual no es cero ni múltiplo de 7.

Si es divisible entre 11, ya que se cumple que: $(3+2) - 5 = 0$.

No es divisible entre 13, ya que $253 \Rightarrow 3 \times 9 = 27 > 25$.

No es divisible entre 17, ya que $253 \Rightarrow 3 \times 5 = 15 \Rightarrow 25 - 15 = 10 \neq 0$ y no es múltiplo de 17.

No es divisible entre 19, ya que $253 \Rightarrow 3 \times 17 = 51 > 25$.

©.- **169**: No es divisible entre 7, ya que $169 \Rightarrow 9 \times 2 = 18 > 16$.

No es divisible entre 11, ya que $(1+9) - 6 \neq 0$ y no es múltiplo de 11.

Es exactamente divisible entre 13, ya que $(13)^2 = 169$.

No es divisible entre 17, ya que $169 \Rightarrow 9 \times 5 = 45 > 16$.

No es divisible por 19, ya que $169 \Rightarrow 9 \times 17 = 153 > 16$.

(d).- **187**: No es divisible entre 7, ya que $187 \Rightarrow 7 \times 2 = 14 \Rightarrow 18 - 14 = 4 \neq 0$ y no es múltiplo de 7.

Es divisible entre 11, ya que se cumple: $(1 + 7) - 8 = 0$.

No es divisible entre 13, ya que $187 \Rightarrow 7 \times 9 = 63 > 18$.

Es divisible entre 17, ya que $187 \Rightarrow 7 \times 5 = 35 \Rightarrow 18 - 35 = -17$.

No es divisible entre 19 ya que $187 \Rightarrow 7 \times 9 = 63 \Rightarrow 63 - 18 = 45 \neq 0$ y no es múltiplo de 19.

(e).- **209**: No es divisible entre 7, ya que $209 \Rightarrow 9 \times 2 = 18 \Rightarrow 20 - 18 = 2 \neq 0$ y no es múltiplo de 7.

Es divisible por 11, ya que se cumple $(2 + 9) - 0 = 11$.

No es divisible por 13, ya que $209 \Rightarrow 9 \times 9 = 81 \Rightarrow 81 - 20 = 61 \neq 0$ y no es múltiplo de 13.

No es divisible por 17 ya que $209 \Rightarrow 9 \times 5 = 45 \Rightarrow 20 - 45 \neq 0$ y no es múltiplo de 17.

Es divisible entre 19, ya que se cumple $209 \Rightarrow 9 \times 17 = 153 \Rightarrow 153 - 20 = 133 \neq 0$ pero múltiplo de 19.

(f).- **34573**: Es divisible entre 7 ya que se cumple:

$34573 \Rightarrow 3 \times 2 = 6 \Rightarrow 34573 - 6 = 34567$ y se repite la operación muchas veces hasta que el resultado sea cero o múltiplo de 7.

Es divisible entre 11, ya que se cumple que $(3 + 5 + 3) - (7 + 4) = 0$.

No es divisible entre 13.

No es divisible entre 17.

No es divisible entre 19.

Nota: No se muestran todas las operaciones por razones de espacio.

5.- Diga por simple inspección cual es el residuo de dividir 85 entre 2, 128 entre 5, 215 entre 4, 586 entre 25, 1046 entre 8.

$$85 \div 2 \Rightarrow R = 1$$

(a) $128 \div 5 \Rightarrow R = 3$

$586 \div 25 \Rightarrow R = 11$

$1046 \div 8 = R = 6$.

6.- Diga por simple inspección cuál es el residuo de dividir 95 entre 3; 1246 entre 3; 456789 entre 3; 986547 entre 9; 2345 entre 11; 93758 entre 11; 7234 entre 11; 928191 entre 11.

(a). $95 \div 3 \Rightarrow (9 + 5) = 14 \Rightarrow R = 2$.

(b).- $1246 \div 3 \Rightarrow (1+2+4+6) = 13 \Rightarrow R = 1$

© $456789 \div 3 \Rightarrow (4+5+6+7+8+9) = 39 \Rightarrow R = 0.$

(d).- $986547 \div 9 \Rightarrow (9+8+6+5+4+7) = 39 \Rightarrow R = 3$

(e).- $2345 \div 11 \Rightarrow (5+3) - (4+2) = 8 - 6 = 2 = R$

(f).- $93758 \div 11 = (8+7+9) - (5+3) = 24 - 8 = 16 \Rightarrow R = 16 - 11 = 5.$

(g).- $7234 \div 11 \Rightarrow (4+2) - (3+7) = -4 \Rightarrow R = 11 - 4 = 7.$

(h).- $928191 \div 11 \Rightarrow (1+1+2) - (9+8+9) = -22 \Rightarrow |22| \Rightarrow R = 0.$

7.- Diga cual es la menor cifra que debe añadirse al número 124 para que resulte un número de 4 cifras múltiplo de 3.

Solución: $(1+2+4) = 7$, el múltiplo de 3 más cercano es 9, $9 - 7 = 2$; entonces, el número buscado será 1242, el cual es divisible entre 3.

8.- Diga que tres cifras distintas pueden añadirse al número 562 para formar un múltiplo de 3 de 4 cifras:

Solución: $562 \Rightarrow (5+6+2) = 13$

Si agregamos 2 el número de 4 cifras es $5622 \Rightarrow (5+6+2+2) = 15$

Si agregamos 5 el número de 4 cifras es $5625 \Rightarrow (5+6+2+5) = 18.$

Si agregamos 8 el número de 4 cifras es $5628 \Rightarrow (5+6+2+8) = 21$

9.- Diga que cifra debe suprimirse en 857 para que resulte un número de dos cifras múltiplo de 3.

Solución: El mayor número de dos cifras, múltiplo de 3 es 99; entonces, $857 - 99 = 758.$

10.- Diga que cifra debe añadirse a la derecha de 3254 para que resulte un múltiplo de 11 de cinco cifras.

Solución: Si agregamos 9, tenemos el número $32549 \Rightarrow (9+5+3) - (4+2) = 17 - 6 = 11.$

11.- Para hallar el mayor múltiplo de 3 contenido en 7345, ¿en cuánto se debe disminuir este número?.

Solución: $7345 \Rightarrow (7+3+4+5)=19$. Se debe entonces buscar disminuir una unidad para que la suma de los componentes de 18, y al disminuirse 1 en las unidades se está obteniendo el mayor múltiplo de 3 contenido en 7345; o sea, el número buscado es 7344.

$$7344 \Rightarrow (4+4+3+7)=18.$$

12.- Diga cual es el mayor múltiplo de 9 contenido en 7276.

Solución: $7276 \Rightarrow (6+7+2+7)=20 \Rightarrow 20-2=18$. Entonces, se deben bajar 2 unidades al número dado para convertirlo en múltiplo de 9; o sea, el número buscado es 7274.

13.- Para hallar el máximo múltiplo de 11 contenido en 2738, ¿en cuánto se debe disminuir este número?

Solución:

$$2738 \Rightarrow (8+7)-(3+2)=15-5=10 \Rightarrow 2738-10=2728.$$

$$2728 \div 11 = 248.$$

14.- ¿Cuál es la diferencia entre 871 y el mayor múltiplo de 9 contenido en él?

Solución:

$$871 \Rightarrow (1+7+8)=16 \Rightarrow 16-7=9. \Rightarrow 871-7=864.$$

864 es múltiplo de 9.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 34.

Tema: Sistemas binario y quinario.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

El sistema de numeración binario, o de base dos (2) utiliza solo dos elementos o variables: 0 y 1; de ahí el nombre binario (bi) de dos elementos. El sistema de numeración posicional quinario es un sistema de numeración de base cinco (5), y en este sistema se utiliza solo cinco dígitos: 0, 1, 2, 3 y 4; quinario (qui) de cinco elementos.

TRANSFORMACION DEL SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL AL SISTEMA DE NUMERACION BINARIO O QUINARIO.

(a).- Para transformar los números decimales a binarios:

1.- Se coloca el número que se va a transformar como dividendo y el 2 como divisor, y se divide hasta que el cociente sea igual a 1.

2.- Se escribe el último cociente seguido de todos los residuos de abajo hacia arriba.

Ejemplo #1: Transformar el número 26 a binario:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ \hline 0 & 13 \\ & 2 \\ & 6 \\ & 3 \\ & 1 \end{array}$$

Luego: $26_{10} = 11010_2$

(b).- Para transformar los números decimales a los números quinarios:

- 1.- Se coloca el número que se va a transformar como el dividendo, el 5 como el divisor, y se divide hasta que el cociente sea menor que 5.
- 2.- Se escribe el último cociente seguido de todos los residuos, de abajo hacia arriba, respectivamente.

Ejemplo #2: Transformar el número 47 a quinario:

$$\begin{array}{r|l} 47 & 5 \\ 2 & 9 \\ & 4 \\ & 1 \end{array}$$

Luego: $47_{10} = 142_5$

©.- Para transformar los números binarios a números decimales:

- 1.- Se multiplican los dígitos dados por los números: 1, 2, 4, 8, 16, 32.....
- 2.- Se suman los productos obtenidos:

Ejemplo #3: Transformar 11010_2 , a base 10:

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
16	8	4	2	1
1	1	0	1	0
16×1	8×1	4×0	2×1	1×0

$$11010_2 = 16 + 8 + 0 + 1 + 0 = 26_{10}$$

(d).- Para transformar los números quinarios a números decimales:

- 1.- Se multiplican los números dígitos dados por los números: 1; 5; 25; 125; 625.....
- 2.- Se suman los productos obtenidos.

Ejemplo #4: Transformar 142_5 a base 10:

5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
625	125	25	5	1
		1	4	2
		25×1	5×4	1×2

$$142_5 = 25 + 20 + 2 = 47_{10}$$

PREGUNTAS:

- 1.- Completa la tabla siguiente. Después forma la palabra incógnita según corresponda.

Letra	Número quinario	Número decimal	Número binario
A		318_{10}	100111110_2
O		115_{10}	
E	204_5		
T		625_{10}	
U	11.023_5		
M			$110.110.000.000_2$
I			11101_2
S		93_{10}	

2233_5	763_{10}	10.000_5	1110011_2	54_{10}	333_5	625_{10}	104_5	3456_{10}	100111110_2

Solución:

Letra	Número quinario	Número decimal	Número binario
A	2233_5	318_{10}	100111110_2
O	430_5	115_{10}	1110011_2
E	204_5	54_{10}	110110_2
T	10000_5	625_{10}	1001110001_2
U	11.023_5	763_{10}	1011111011_2
M	102311_5	3456_{10}	$110.110.000.000_2$
I	104_5	29_{10}	11101_2
S	333_5	93_{10}	1011101_2

A	U	T	O	E	S	T	I	M	A
2233_5	763_{10}	10.000_5	1110011_2	54_{10}	333_5	625_{10}	104_5	3456_{10}	100111110_2

A.-

$$\begin{array}{r|l}
 318 & 5 \\
 3 & \underline{63} \\
 & 3 \quad | \quad 5 \\
 & & \underline{12} \\
 & & 2 \quad | \quad 5 \\
 & & & \underline{2}
 \end{array}$$

Resultado: 2233_5

O.-

$$\begin{array}{r|l}
 115 & 5 \\
 0 & \underline{23} \\
 & 3 \quad | \quad 5 \\
 & & \underline{4}
 \end{array}$$

Resultado: 430_5

$$\begin{array}{r}
 115 \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 57 \\ 1 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 1 \\ \hline 28 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 14 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 7 \\ 1 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 3 \\ 1 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 1 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

Resultado: 1110011_2

E.- 204_5 :

5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
625	125	25	5	1
		2	0	4
		25×2	5×0	1×4

$$204_5 = 50 + 0 + 4 = 54_{10}$$

Ahora

$$\begin{array}{r}
 54 \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 27 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 1 \\ \hline 13 \\ 1 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 6 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 3 \\ 1 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$204_5 = 54_{10} = 110110_2$$

T.- $625_{10} =$

$$\begin{array}{r}
 625 \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 312 \\ 1 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 156 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 78 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 39 \\ 1 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 19 \\ 1 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 1 \\ \hline 9 \\ 1 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 4 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 2 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{l} 2 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$625_{10} = 1001110001$$

$$\begin{array}{r}
 625 \mid \begin{array}{l} 5 \\ \hline 125 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 25 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{l} 5 \\ \hline 5 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0 \\ \hline 5 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
32	16	8	4	2	1
	1	1	1	0	1
	16×1	8×1	4×1	2×0	1×1

Luego: $11101_2 = 16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 29_{10}$

$$\begin{array}{r|l} 29 & 5 \\ 4 & \hline & 5 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 5 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

Resultado: $11101_2 = 29_{10} = 104_5$

S.- 93_{10}

$$\begin{array}{r|l} 93 & 5 \\ 3 & \hline & 18 \\ & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 5 \\ & \hline & 3 \end{array}$$

Luego: $93_{10} = 333_5$

$$\begin{array}{r|l} 93 & 2 \\ 1 & \hline & 46 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 2 \\ & \hline & 23 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 2 \\ & \hline & 11 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 2 \\ & \hline & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 2 \\ & \hline & 2 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 2 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

Resultado: $93_{10} = 333_5 = 1011101_2$

2.- Selecciona la respuesta correcta:

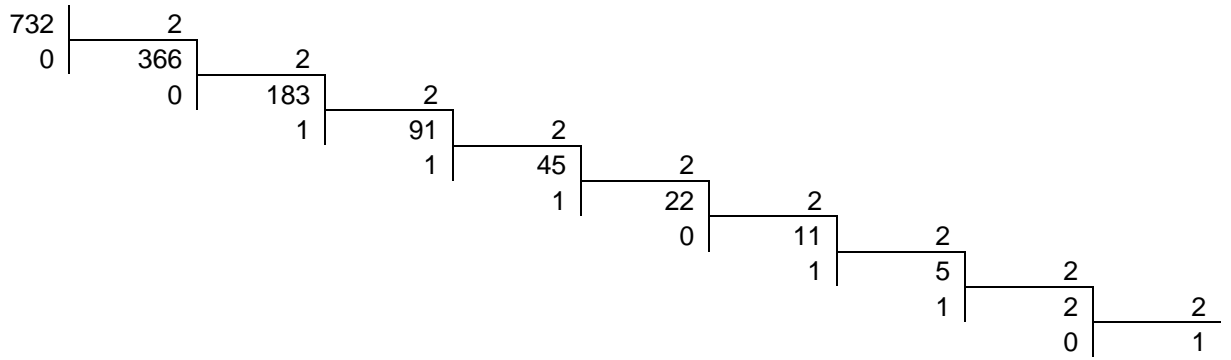
(a).- 732_{10} :

A. $\rightarrow 110100011_2$

B. $\rightarrow 1011011100_2$

C. $\rightarrow 101000010_2$

Solución:



Resultado: $732_{10} = 1011011100_2 \Rightarrow (B)$

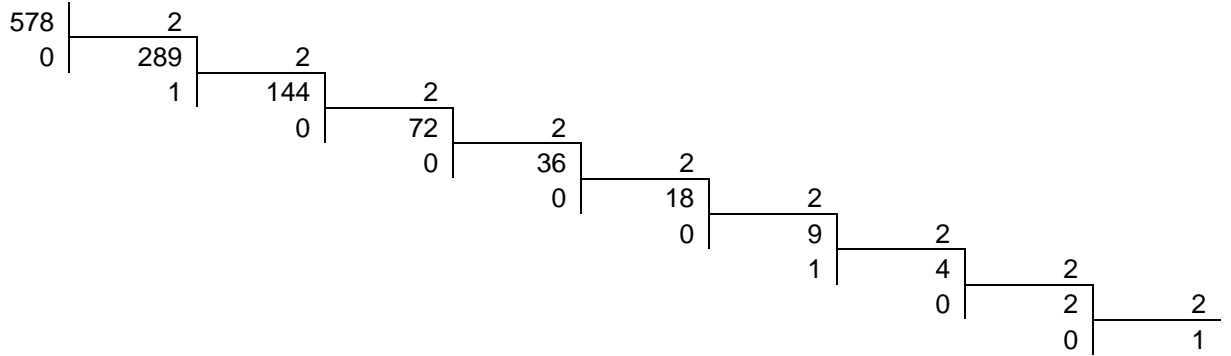
(b).- $578_{10} =$

A. $\rightarrow 1001000010_2$

B. $\rightarrow 1101000100_2$

C. $\rightarrow 1001000_2$

Solución:



Respuesta: $578_{10} = 1001000010_2 \Rightarrow (A)$

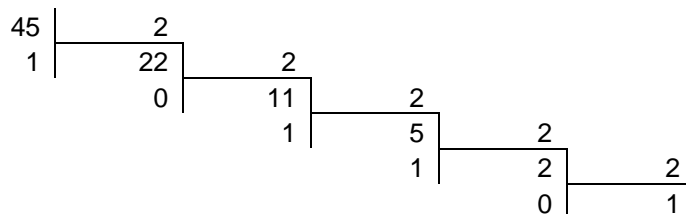
©.- $45_{10} =$

A. $\rightarrow 111010_2$

B. $\rightarrow 100010_2$

C. $\rightarrow 101101_2$

Solución:



Respuesta: $45_{10} = 101101_2 \Rightarrow (C)$

(d).-

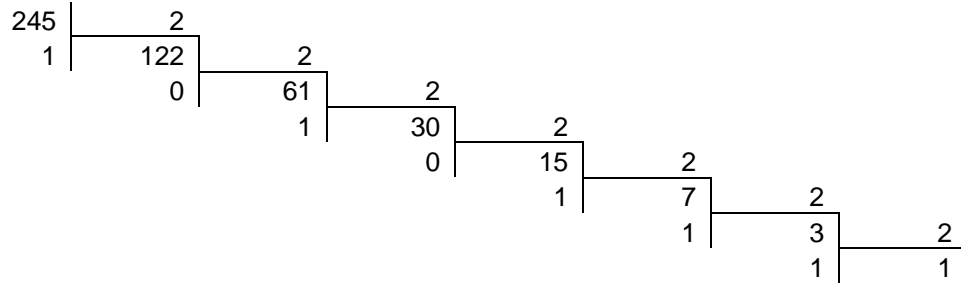
$245_{10} =$

A. $\rightarrow 100010011_2$.

B. $\rightarrow 11110101_2$

C. $\rightarrow 11110100_2$

Solución:



Respuesta: $245_{10} = 11110101_2 \Rightarrow (B)$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 35.

Tema: Sistema de numeración decimal. (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

El sistema de numeración decimal es un sistema posicional, en el cual cada diez unidades de un orden forman una unidad de orden superior, y utiliza diez dígitos o cifras que son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Como leer, escribir y descomponer números.

Definiciones:

(a) **Un billón:** Un millón de millones.

(b).- **Un millardo:** Un mil millones.

©.- **C:** Centena.

(d).- **D:** Decena.

(e).- **U:** Unidad.

Ejemplo #1: Leer y escribir el número: 358.109.706.540.215.

--Billones--			--Millardos--			--Millones--			-----Miles-----			---Unidades--		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
3	5	8	1	0	9	7	0	6	5	4	0	2	1	5

El número dado se lee de la siguiente manera: Trescientos cincuenta y ocho billones, ciento nueve millardos, setecientos seis millones, quinientos cuarenta mil doscientos quince.

Como ejercicio se observarán las posiciones que ocupan los números 3, 9 y 4:

El 3 ocupa: 3 centenas de billón, y se escribe: 300.000.000.000.

El 9 ocupa: 9 unidades de millardo, y se escribe: 9.000.000.000.

El 4 ocupa: 4 decenas de mil, y se escribe: 40.000.

Ejemplo #2: Descomponer el número 635.897,12.

Solución:

CM	DM	UM	C	D	U	d	c
6	3	5	8	9	7	1	2

En forma aditiva:

$$635.897,12 = 600.000 + 30.000 + 5.000 + 800 + 90 + 7 + 0,1 + 0,02.$$

En forma polinómica:

$$6 \cdot 100.000 + 3 \cdot 10.000 + 5 \cdot 1.000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 =$$

PREGUNTAS:

1.- Escribe los números correspondientes que se presentan en las siguientes oraciones:

(a).- Diez billones, trescientos ochenta y tres millardos, cuatrocientos cuarenta y cinco millones:

Solución: 10.383.445.000.000.

(b).- Quinientos cincuenta y cuatro millardos, ciento noventa y seis millones.

Solución: 554.196.000.000.

©.- Dos millones, trescientos cuarenta y dos mil seiscientos noventa y tres.

Solución: 2.342.693.

(d).- Seiscientos noventa millardos, cuatrocientos treinta y seis millones, quinientos setenta y un mil.

Solución: 690.436.571.000.

2.- Completa según corresponda:

Número en cifras	Se lee.
700.157.215.348	
350.000.062.789.	
	Tres billones quinientos cuarenta y siete millones seiscientos veinte y cinco millones doscientos treinta y cuatro mil uno.
72.010.011.025.655.	
	Cincuenta y seis millones trescientos ochenta y nueve mil setecientos cuarenta y dos.

Solución:

Número en cifras	Se lee.
700.157.215.348	Setecientos millones, ciento cincuenta y siete millones, doscientos quince mil, trescientos cuarenta y ocho.
350.000.062.789.	Trescientos cincuenta millones, sesenta y dos mil setecientos ochenta y nueve.
3.547.625.234.001.	Tres billones quinientos cuarenta y siete millones seiscientos veinte y cinco millones doscientos treinta y cuatro mil uno.
72.010.011.025.655.	Setenta y dos billones, diez millones, once millones, veinte y cinco mil seiscientos cincuenta y cinco.
56.389.742.	Cincuenta y seis millones trescientos ochenta y nueve mil setecientos cuarenta y dos.

3.-

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 36.

Tema: Orden de los números naturales y decimales. (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Los números naturales y decimales se ordenan usando las relaciones “menor que”, ($<$), “mayor que”, ($>$), e “igual que”, ($=$). Así un número es menor que otro si está a la izquierda de él en la recta numérica; y un número es mayor que otro número si está ubicado a la derecha de él en la recta numérica.

Nota: Con el signo “ $>$ ” y “ $<$ ” los números mayores se colocan en la abertura del signo, y los números menores se colocan en la parte cerrada del signo. Por ejemplo, $5 > 2$.

Como ordenar los números naturales y decimales.

Los números naturales y decimales se pueden ordenar utilizando la recta numérica:

(a).- Los números enteros se escriben de mayor a menor, así: $16 > 15 > 14 > 13 > 12 > 11 > 10$. Los otros números señalados en la recta numérica se pueden escribir de mayor a menor: $15,9 > 14,6 > 14,2 > 13,5 > 11,6 > 10,3$; o también, de menor a mayor: $10,3 < 11,6 < 13,5 < 14,2 < 14 < 6 < 15,9$.

(b).- Para comprar dos números y su relación: Si las cifras de mayor orden son iguales, se continúa comparando de izquierda a derecha las cifras que ocupen el mismo orden hasta encontrar cifras diferentes. Por ejemplo, para comparar $653.263,18$ y $653.364,18$, se puede notar que los números son iguales de izquierda a derecha hasta tanto se llegue a

las centenas; allí, estos valores son distintos, ya que $2 < 3$, por lo tanto la cifra de la izquierda es menor que la cifra de la derecha.

PREGUNTAS:

1.- Ordena los números de menor a mayor y escribe la letra asignada a cada número, así sabrás que felino hay en las montañas del parque nacional El Avila.

$A \Rightarrow 845.123; U \Rightarrow 900.000,02; C \Rightarrow 635.225,1$

$N \Rightarrow 747.123; G \Rightarrow 845.200,02; A \Rightarrow 900.000,03$

$R \Rightarrow 999.321,3; O \Rightarrow 999.421,3; U \Rightarrow 635.226,1$

Solución:

Letra	C	U	N	A	G	U	A	R	O
Numero	635225, 1	635226, 1	747123	845123	845200,02	900000,02	900000, 03	999 321, 3	99 94 21, 3

2. Indica la respuesta correcta:

(a).- Con las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 el menor número que se puede formar es:

A.- 1.234.567.980; B.- 1.234.568.790; C.- 1.234.567.890; D.- 1.324.567.890

Solución: **C.**

(b).- Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 el mayor número que se puede formar es:

A.- 5.342,1; B.- 5.234,1; C.- 5.421,3; D.- 5.432,1; E.- 4.531,2; F.- 5.423,4

Solución: **D.**

3.- Resolver:

(a).- El pico más alto del parque nacional El Avila mide 2.765 metros sobre el nivel del mar. En Mérida el Pico Espejo tiene una altura de 4.725 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuál de estos picos es el más bajo?.

Solución: El mencionado picoi en el parque nacional El Avila.

(b).- La distancia que hay desde la casa de Jorge hasta la de Luis es el doble de la que hay desde la casa de Miguel hasta la de Luís. ¿ Quién vive más lejos de Jorge, Luis o Miguel?.

Solución: Luís. En una recta numérica se indica con cualquier punto la casa de Jorge; luego se indica con una distancia cualquiera la casa de Miguel y por último se indica la casa de Luis, de manera tal que su distancia a la casa de Jorge sea exactamente el doble de su distancia a la casa de Miguel.

©.- Si la distancia de la casa de Jorge a la de Luís es de 25,0 metros, ¿cuál es la distancia que hay de la casa de Miguel a la de Luís?. Representa la distancia con los signos “mayor que” ($>$), y “menor que”, ($<$).

Solución: Del enunciado del problema anterior si la distancia de la casa de Jorge a la de Luís es de 25 metros, la distancia de la casa de Miguel a la de Luí s es de 12,5 metros y sabemos que $25(m) > 12,5(m)$.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 37.

**Tema: Aproximación y redondeo de números naturales y decimales.
(Santillana).**

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

El redondeo de un número entero o de un número decimal consiste en encontrar la decena, centena, unidad de mil, decena de mil, centena de mil, unidad de millón más cercana a ese número.

La aproximación de un número decimal consiste en llevarlo a 1 décima, centésima, milésima..... más cercana.

Como aproximar o redondear un número decimal.

Primero, se determina el orden (centenas, decenas unidades, décimas, centésimas, milésimas), al cual se desea aproximar o redondear la cifra. Para aproximar se debe observar si la cifra decimal que está a la derecha del orden seleccionado es mayor o menor que cinco (5); si éste es menor, esta última cifra queda igual; si es mayor, o igual que cinco (5), la cifra del orden seleccionado aumenta en una unidad y las demás que se encuentran a la derecha quedan eliminadas.

Si la cifra se redondea, los dígitos que se encuentran a la derecha del orden a redondear se sustituyen por ceros.

Ejemplo #1: Aproximar la cifra 345.256,382 a la décima más cercana.

Solución:

C	D	U	C	D	U	d	c	m
3	4	5	2	5	6	3	8	2

Mirando ahora las centésimas, como $8 > 5$, se suma 1 al 3 de las décimas y se eliminan las cifras a la derecha de éste. Así, la cifra 345.256,382 queda aproximada a 345.256,4.

Ejemplo #2: Para redondear la cifra 180.197,26 a la centena más cercana, se hace como sigue:

C	D	U	C	D	U	d	c	m
1	8	0	1	9	7	2	6	0

Como el 9 de las decenas es mayor que 5, se le suma 1 al 1 de las centenas y se colocan ceros a la derecha a partir de ese número. Así, la cifra 180.197,26 queda redondeada a 180.200.

PREGUNTAS:

1.- Redondea a los órdenes el número aproximado de habitantes de algunos estados de Venezuela para el 2002, según la OCEI.

Localidad	No. Habitantes	Centena	Unidad de mil	Decena de mil
Caracas	2.284.921	2.284.900	2.285.000.	2.280.000
Mérida	744.986	745.000.	745.000.	740.000.
Zulia	3.209.626	3.209.600	3.210.000	3.210.000
Bolívar	1.306.651	1.306.700	1.307.000	1.310.000
Amazonas	98.225	98.200	98.000	100.000

2.- Encuentra el número aproximado a la décima más cercana, y encuentra la letra asignada al punto:

Punto		Punto		Punto	
#1	25.984,316	#6	15.315,189	#11	37.649,257
#2	25.986,362	#7	15.513,891	#12	37.964,572
#3	25.984,632	#8	15.513,513	#13	63.714,128
#4	25.986,563	#9	37.946,752	#14	63.714,821
#5	15.315,981	#10	37.946,257	#15	63.714,281

Letra		Letra		Letra		Letra	
A	25.986,4	E	15.316,0	I	15.513,9	M	25.984,3
N	25.984,6	S	63.714,3	Y	37.946,3	T	25.986,6
C	37.649,3	U	37.964,6	R	63.714,8	O	37.946,8
D	63.714,1	P	15.513,5	L	15.315,2		

Solución:

Tabla de aproximaciones, con sus letras corespondientes:

Punto	Letra	Punto	Letra	Punto	Letra
#1	M	#6	L	#11	C
#2	A	#7	I	#12	U
#3	N	#8	P	#13	D
#4	T	#9	O	#14	R
#5	E	#10	Y	#15	S

3.- Completa con el resultado correspondiente al redondeo de los números que se dan a continuación; de esta manera sabrás en qué año fue inaugurado el Metro de Caracas.

- A.- 1.497,538 redondeado a la unidad de mil.
- B.- 57.293,002 redondeado a la decena.
- C.- 64.799,300 redondeado a la centena.
- D.- 25.382,017 redondeado a la decena de mil.

Solución:

Tabla de redondeos.

Letra	Número original	Número redondeado
A	1.497,538	1.498,00
B	57.293,002	57.290,00
C	64.799,300	64.800,00
D	25.382,017	30.000,00

A	1	4	9	8	
B	5	7	2	0	
C	6	4	0	0	
D		0	0	0	0

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 38.

Tema: Números negativos. (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Un número negativo es un número menor que el cero (0); se expresa con el signo (-) a la izquierda de un número natural o de un número decimal.

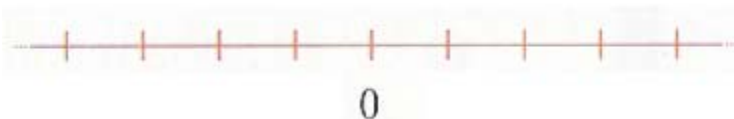
Como leer, escribir y representar números negativos:

Para leer un número negativo: Se pronuncia primero el signo menos y luego el número; por ejemplo, el número **-6**, se lee menos seis.

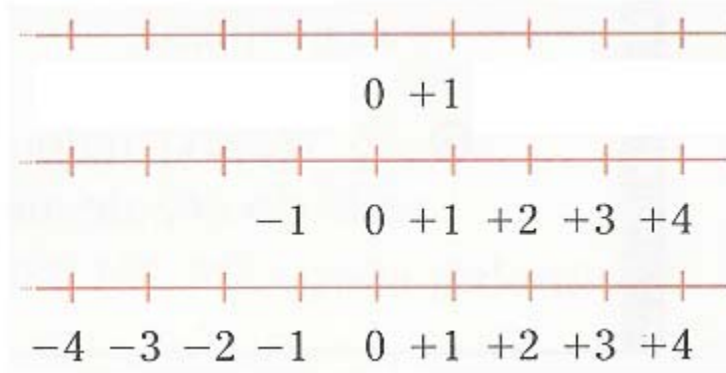
Para escribir un número negativo: Primero se escribe el signo menos (-) y luego el número. Por ejemplo, menos cuatro, se escribe **-4**.

Representación de los números negativos en la recta numérica:

- (a) Traza con una regla una recta numérica y divídela en partes iguales. En la división del medio coloca un cero.



- (b) A la derecha del cero coloca los números positivos empezando por el número +1; a la izquierda del cero los números negativos empezando por el número -1.



PREGUNTAS:

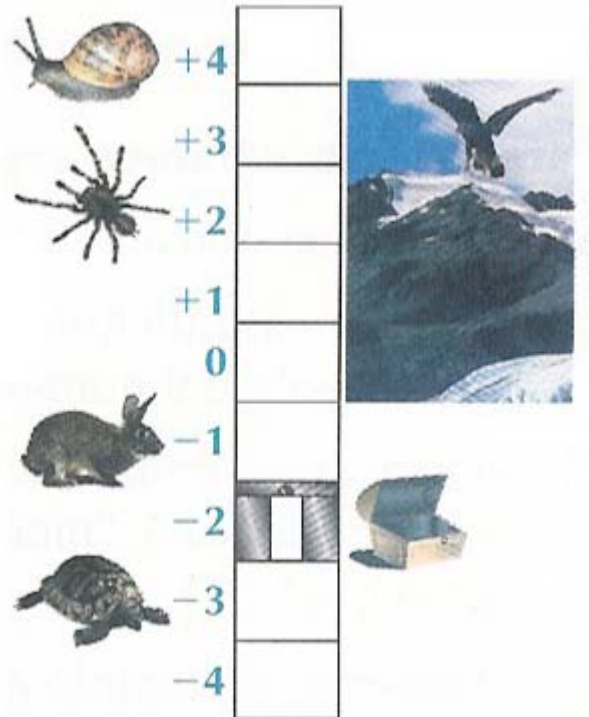
1.- Completa según corresponda:

Se escriben	Se leen	Se escriben	Se leen
	Menos treinta y nueve		
	Menos quinientos diez.		Menos mil ochocientos.
	Menos cuarenta y ocho.		Menos quince millones.
	Menos cincuenta y cuatro.		Menos mil setecientos cuatro.
-7.000.500			Menos veinte mil uno.

Solución:

Se escriben	Se leen	Se escriben	Se leen
-39.	Menos treinta y nueve	0,0	Cero
-510.	Menos quinientos diez.	-1.800.	Menos mil ochocientos.
-48.	Menos cuarenta y ocho.	-15.000.000.	Menos quince millones.
0,0	Cero	0,0	Cero
0,0	Cero	0,0	Cero
-54.	Menos cincuenta y cuatro.	-1.704.	Menos mil setecientos cuatro.
-7.000.500	Menos siete millones quinientos.	-20.001.	Menos veinte mil uno.

2.- Escribe en qué nivel se encuentra el objeto o animal según el dibujo:



Solución:

	Objeto o animal	Nivel
(a)	Cofre	-2
(b)	Ascensor	-2
(c)	Conejo	-1
(d)	Araña	+2
(e)	Tortuga	-3
(f)	Halcón	+3
(g)	Caracol	+4
(h)	Niveles bajo tierra	4

3.- Expresa el año del acontecimiento imperial según la época cristiana con un negativo o positivo.

- a).- Imperio babilónico, (2.450 a.C.).
- b).- Imperio romano (29 a.C.).
- c).- Imperio persa (530 a.C.).
- d).- Imperio bizantino (350 d.C.).

Solución:

- a). -2.450.

b). -29.

c). -530.

d).- +350.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 39.

Tema: Orden de los números negativos. (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Entre dos números negativos, el mayor es el que se encuentra más cerca del cero en la recta numérica; y el menor es el que se encuentra más alejado del cero en la recta numérica.

Como ordenar números negativos:

PREGUNTAS:

1.- escribe la relación entre cada número.

A	-15	<	-2	H	200		-20	O	-220		-215
B	0		-5	I	-56		-1	P	-60		-56
C	-325		-324	J	-47		0	Q	-1234		-1232
D	-16		-13	K	-32		-32	R	-10	<	-5
E	10	>	-10	L	-325		-400	S	-8		-9
F	-98		-99	M	-83		-100	T	-215		-214
G	-26		-20	N	-7		77	U	-200		-199

Solución:

A	-15	<	-2	H	200	>	-20	O	-220	<	-215
B	0	>	-5	I	-56	<	-1	P	-60	<	-56
C	-325	<	-324	J	-47	<	0	Q	-1234	<	-1232
D	-16	<	-13	K	-32	=	-32	R	-10	<	-5
E	10	>	-10	L	-325	>	-400	S	-8	>	-9
F	-98	>	-99	M	-83	>	-100	T	-215	<	-214
G	-26	<	-20	N	-7	<	77	U	-200	<	-199

2.- Ordena en cada uno de los casos los números de menor a mayor y escribe, según corresponda, la letra que acompañe al número.

(a). -

R	A	A	R	I	O	G
-98	-50	-115	-100	-10	0	-8

Solución:

A	R	R	A	I	G	O
-115	-100	-98	-50	-10	-8	0

(b).-

T	S	C	N	I	N	A	C	O	A
-148	-149	-224	-150	20	-28	-30	-20	-158	21

Solución:

C	O	N	S	T	A	N	C	I	A
-224	-158	-150	-149	-148	-30	-28	-20	20	21

©.-

I	O	C	C	I	Ó	C	N	V	N
-1000	-2999	-900	-999	-899	-800	-3000	-2000	-1999	-799

Solución:

C	O	N	V	I	C	C	I	Ó	N
-3000	-2999	-2000	-1999	-1000	-999	-900	-899	-800	-799

3.- Encuentra el número negativo asignado al suceso que determina en que orden fueron sucediendo y halla así un orden cronológico.

Suceso histórico:

- (a).- Natalicio de José Antonio Páez (1861 d.C.).
- (b).- Imperio romano (29 a.C.).
- © .- Colón llega a América. Encuentro de dos mundos (1492 d.C.).
- (d).- Período Jurásico (35.000.000 a.C.).
- (e).- Comienzo de la agricultura en América (70.000 a.C.).

Solución:

Suceso	No. Negativo	Orden Cronológico
Período Jurásico	-35.000.000	1
Agricultura en América	-70.000	2
Imperio romano	-29	3
Colón llega a América	+1492	4
Natalicio Páez	+1861	5

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 41.

Tema: Realación entre capacidad y volumen (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

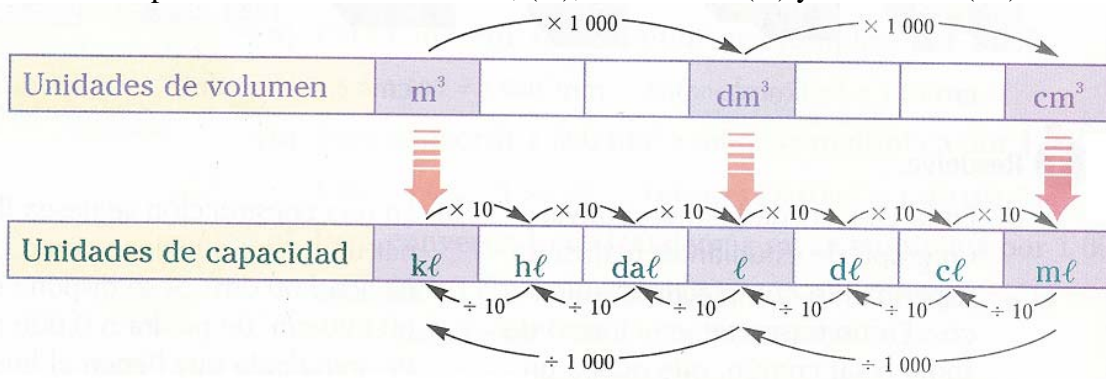
- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Volumen es la medida de un espacio determinado y capacidad es la cantidad de sustancia o materia que puede contener ese espacio. Un litro, por ejemplo, es la capacidad de un cubo de 1 dm de arista, $1,0(l) = 1(dm^3) = 1.000(cm^3)$.

Los múltiplos del litro son el kilolitro (kl), el hectolitro (hl) y el decalitro (dal).

Los submúltiplos del litro son el decilitro, (dl), el centilitro (cl) y el mililitro (ml).



Ejemplo #1: Convertir $6,4(hl) \Rightarrow dm^3$.

Solución: Primero se convierten a litros: $6,4(hl) \times 100 \left(\frac{l}{hl} \right) = 640(l)$, y como

$1,0(l) = 1,0(dm^3)$; entonces: $6,4(hl) = 640(dm^3)$.

Ejemplo #2: Convertir $10(\text{cm}^3) \Rightarrow (\text{cl})$.

Solución:

$$1,0(\text{cm}^3) = 1,0(\text{ml}) \Rightarrow 10(\text{cm}^3) = 10(\text{ml}) \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,0(\text{cl}) = 10(\text{ml});$$

Entonces: $10(\text{cm}^3) = 1,0(\text{cl})$

PREGUNTAS:

1.- Escribe en litros los siguientes volúmenes:

(a).- $4,0(\text{dm}^3)$

Solución: $1(\text{dm}^3) = 1(\text{l}) \Rightarrow 4(\text{dm}^3) = 4(\text{l})$

(b).- $8,4(\text{m}^3) =$

Solución: $1,0(\text{m}^3) = 1.000(\text{dm}^3) \Rightarrow 8,4(\text{m}^3) = 8,4 \times 1.000 = 8.400(\text{dm}^3) = 8.400(\text{l})$

(c).- $75.000.000(\text{m.m.}^3) =$

Solución:

$$1,0(\text{dm}^3) = 1.000(\text{cm}^3) : 1.000.000(\text{m.m.}^3) \Rightarrow \\ 75.000.000(\text{m.m.}^3) = 75(\text{dm}^3) = 75(\text{l})$$

(d).- $0,005(\text{m}^3) :$

Solución:

$$0,005(\text{m}^3) \times 1.000 \left(\frac{\text{dm}^3}{\text{m}^3} \right) = 5,0(\text{dm}^3) = 5(\text{l}).$$

(e).- $8,400(\text{dm}^3) :$

Solución:

$1,0(\text{dm}^3) = 1,0(\text{l}) \Rightarrow 8,4(\text{dm}^3) = 8,4(\text{l}).$

(f).- $0,00016(\text{dam}^3) :$

Solución:

$$1,0(\text{dam}^3) = 1.000,0(\text{m}^3) \Rightarrow 0,00016(\text{dam}^3) \times 1.000 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{dam}^3} \right) = 0,16(\text{m}^3) \Rightarrow$$
$$0,16(\text{m}^3) \times 1.000 \left(\frac{\text{dm}^3}{\text{m}^3} \right) = 160(\text{dm}^3) = 160(\text{l}).$$

(g).- $4560(\text{dm}^3)$:

Solución:

$$1,0(\text{dm}^3) = 1,0(\text{l}) \Rightarrow 4560(\text{dm}^3) = 4560(\text{l})$$

(h).- $29,3(\text{dam}^3)$:

Solución:

$$29,3(\text{dam}^3) = 29,3 \times 1.000(\text{m}^3) = 29,3 \times 1.000.000(\text{dm}^3) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 29.300.000(\text{l})$$

(i).- $0,0053(\text{cc})$:

Solución:

$$0,0053(\text{cc}) \Rightarrow 0,0053(\text{cm}^3) \Rightarrow 0,0053 \times 10^{-3}(\text{dm}^3) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0000053(\text{dm}^3) = 0,0000053(\text{l})$$

2.- Convertir a las unidades indicadas:

(a).- $746(\text{cl})$ a (dm^3)

Solución:

$$\frac{746(\text{l})}{100} = 7,46(\text{l}) = 7,46(\text{dm}^3)$$

(b).- $598(\text{dl})$ a (m^3) :

Solución:

$$\frac{598(dl)}{10} = 59,8(l) = 59,8(dm^3) \Rightarrow \frac{59,8(dm^3)}{1.000} = 0,0598(m^3).$$

©.- 2310(l) a $(dam)^3$.

Solución:

$$2310(l) \Rightarrow 2,310(m^3) \Rightarrow \frac{2,310}{1.000}(dam^3) = 0,00231(dam^3)$$

(d).- 5,1(kl) a (dm^3) :

Solución:

$$5,1(kl) = 5100(l) = 5100(dm^3).$$

(e).- 2.000(cl) a (cc) :

Solución:

$$\frac{2000(cl)}{100} = 20(l) \Rightarrow 20(l) \times 1000 \left(\frac{cc}{l} \right) = 20.000(cc)$$

(f).- 10500(dal) a (m^3) :

Solución:

$$10500(dal) = 105.000(l) \Rightarrow \frac{105.000(l)}{1000 \left(\frac{l}{m^3} \right)} = 105,0(m^3)$$

(g).- 3,72(dal) a (cm^3)

Solución:

$$3,72(dal) = 37,2(l) \Rightarrow 37,2(l) = 37,2(dm^3) = 37,2(dm^3) \times 1.000 \left(\frac{cc}{dm^3} \right) = 37.200(cc).$$

(h).- 6500(cl) a (dm^3) :

Solución:

$$\frac{6500(cl)}{100} = 65(l) = 65(dm^3)$$

(i).- 15.000(l) a (m^3):

Solución:

$$15.000(l) \Rightarrow \frac{15.000}{1.000} = 15,0(m^3)$$

(j).- 34.000(hl) a (m^3):

Solución:

$$34.000(hl) \times 100 = 3.400.000(l) \Rightarrow \frac{3.400.000}{1.000} = 3.400,0(m^3)$$

(k).- 2,0(l) a (dm^3)

Solución:

$$2,0(l) = 2,0(m^3)$$

(l).- 15(dal) a (mm^3)

Solución:

$$15(dal) = 150(l) \Rightarrow 150(dm^3) \times 1.000.000 \left(\frac{mm^3}{dm^3} \right) = 150.000.000(mm^3).$$

3.- Observa los dos tanques de agua que se muestran en la figura y el tubo que los conecta; sus capacidades son las siguientes: Tanque A: 400(l); tanque B: 0,401(m^3); y el tubo: 1.000(cm^3). Si se desea llenar el tanque A con el tanque B, a través del tubo, responde:

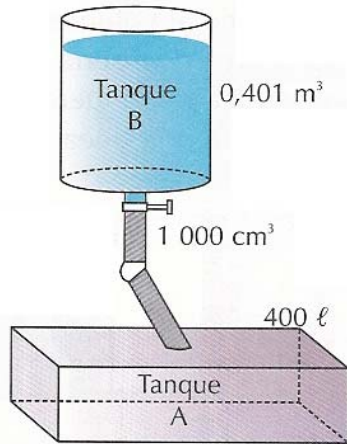
(a).- ¿Cuál es la capacidad en litros del tanque B?

(b).- ¿Cuál es la capacidad en litros del tubo que conecta A y B?

©.- ¿El tanque A se llena con el agua del tanque B?

(d).- ¿Queda agua en el tubo que los conecta, sabiendo que el agua del tanque A no se rebosa?. Por qué?.

Solución:



(a).- Tanque B:

$$0,401(m^3) \times 1.000 \left(\frac{l}{m^3} \right) = 401(l)$$

(b).- Tubo que conecta A y B:

$$1.000(cc) = 1,0(l)$$

©.- El tanque A si se llena con el agua del tanque B, ya que $401(l) > 400(l)$.

(d).- El tubo queda lleno de agua con su capacidad de 1,0 litro.

4.- Un depósito contiene 60 litros de leche para distribuirlos de la siguiente manera:

- 24 botellas de $1,0(dm^3)$.
- 36 botellas de $500(cm^3)$.
- 48 botellas de 250 c.c.
- 60 botellas de 0,125 (l).

Solución:

Las capacidades de los envases en litros son

- $24(dm^3) = 24(l)$.
- $\frac{36 \times 500}{1000} = 18(l)$
- $\frac{48 \times 250}{1000} = 12(l)$
- $60 \times 0,125 = 7,5(l)$

Las capacidades de todos los envases suman:

$24+18+12+7,5 = 61,5(l)$; por lo que faltaría 1,5 litros de leche para llenar todos los envases.

5.- Una piscina se llena con dos tuberías; una de ellas conduce 0,08 metros cúbicos de agua en un minuto y la otra 20.000 centímetros cúbicos de agua en un minuto. Si al cabo de 30 minutos la piscina se llena, ¿cuál es su capacidad en litros?.

Solución: La primera tubería tiene un caudal de $0,08 \times 1.000 = 80 \left(\frac{l}{m} \right)$; y la otra tubería tiene un caudal de $\frac{20.000(cc/min.)}{1.000 \left(\frac{cc}{l} \right)} = 20 \left(\frac{l}{min.} \right)$. La suma de los dos caudales es :

$$80 + 20 = 100 \left(\frac{l}{m} \right) \Rightarrow V = 100 \left(\frac{l}{m} \right) \times 30(\text{min}) = 3.000(l).$$