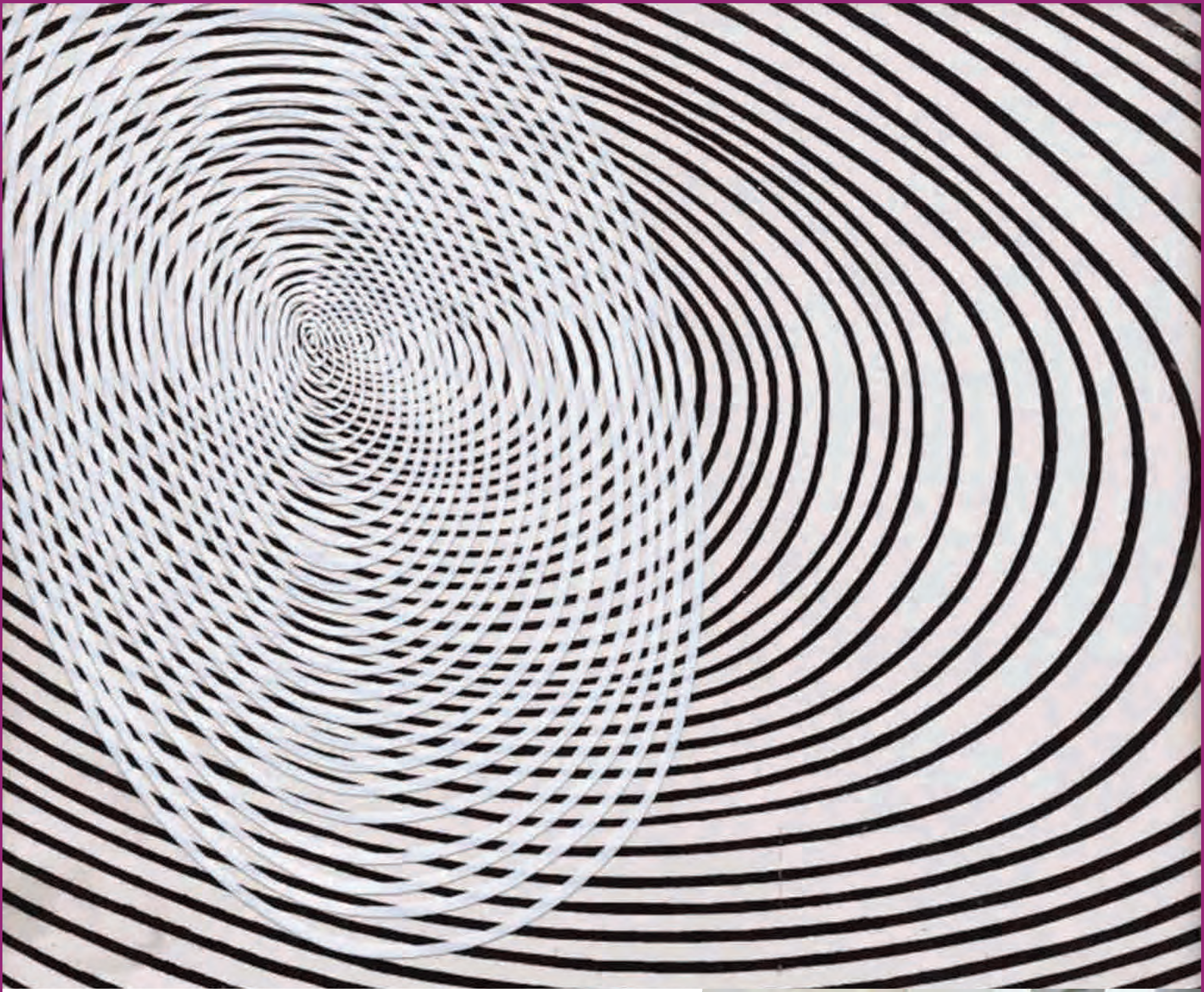
Fundación POLAR

Matemática Maravillosa
Arte y arquitectura



Espiral, 1950. Pintura sobre madera, acrílico y metal.

"El científico se ocupa de demostrar hechos para comprobarlos, las mentes más estrictas utilizan ecuaciones matemáticas, luego vienen otros hombres que aplican estos conocimientos y los traducen en objetos concretos de usos de aplicabilidad práctica.

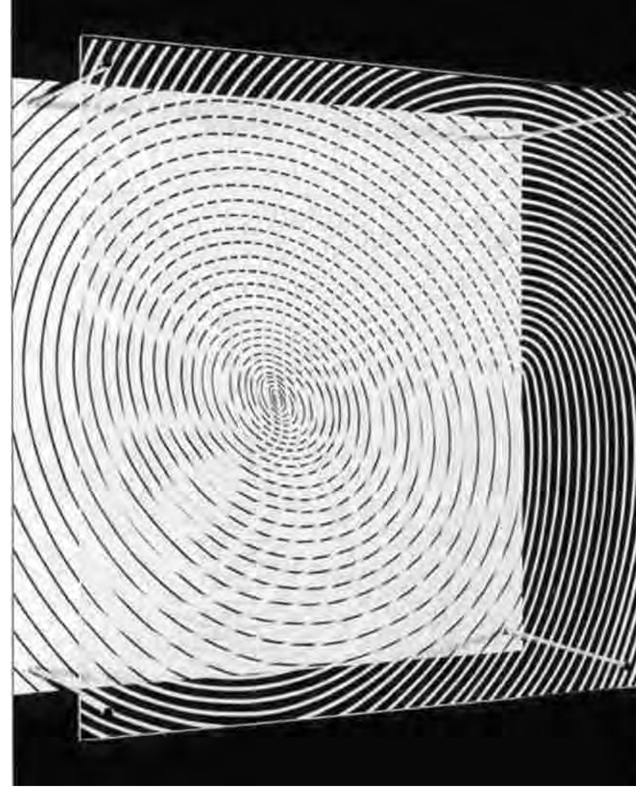
El artista por su parte demuestra la otra realidad del universo, aquella que no es tangible, aquello que no se puede demostrar a través de esas fómulas matemáticas: *es la realidad sensible, son dos formas de explorar, descubrir y explicar el universo, las cuales normalmente marchan paralelas*".

(Cursivas nuestras)

Jesús Soto (Venezuela, 1923-2005), uno de los principales artistas del arte cinético a escala internacional.

Fascículo 27

EMPRESAS POLAR
65 años cumpliéndole a Venezuela
Últimas Noticias



"Estoy preocupado por darle a la pintura el nivel del lenguaje verazmente universal que poseen la música y las matemáticas. Si la música tiene sus valores codificados, ¿por qué la plástica no los tiene?"

"La Música plástica de Jesús Soto en París", artículo de Ana María Hernández G., El Globo, p.23, 13/02/1997.

Obra: *Espiral doble*, Serie Síntesis, 1979. Jesús Rafael Soto.

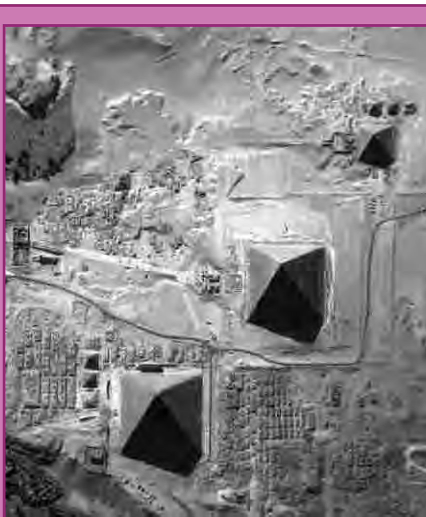
En estos tres últimos fascículos de *Matemática maravillosa*, nos referimos a dos aspectos que han estado presentes a lo largo de toda la obra, incluyendo las dos colecciones anteriores: *Matemática para todos* (2004) y *El mundo de la matemática* (2005), cuales son:

- Construcciones geométricas.
- Vinculación entre matemática, artes y arquitectura.

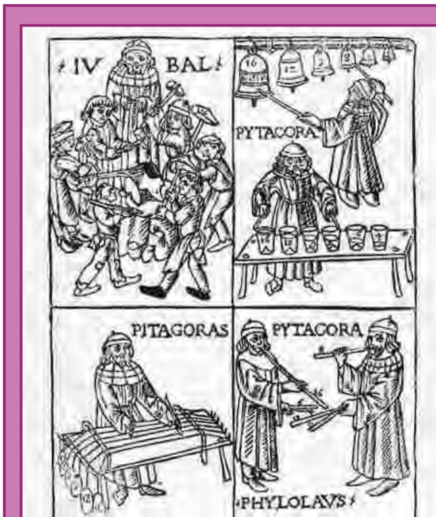
En relación con las figuras geométricas hemos utilizado frecuentemente algunas resultantes de diversas construcciones, pero en otras no se han indicado los procedimientos para dibujarlas. Esto es parte de lo que vamos a desarrollar en las próximas páginas.

En cuanto a la vinculación con las artes y la arquitectura, ya se ha presentado una amplia gama de ejemplos en diversas secciones de esta serie y en las dos colecciones anteriores. Ahora intentamos mostrar una visión unificadora, un conjunto de temas matemáticos que inciden de alguna forma en las artes y la arquitectura.

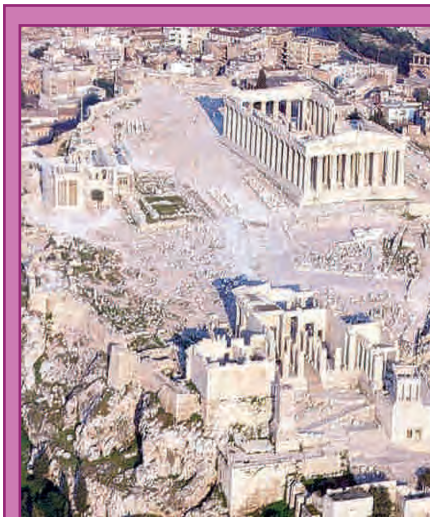
La matemática ha estado vinculada a la arquitectura, la pintura, la escultura, el grabado y la música, desde la antigüedad.



Los egipcios (III milenio a.C.) se valieron de triángulos rectángulos, cuadrados, pirámides y de otros contenidos matemáticos, con el fin de construir con precisión sus famosas pirámides.

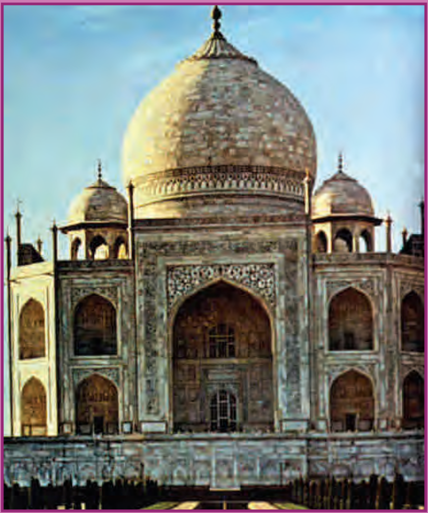


Ya en la época de Pitágoras (s.VI a.C.) se estableció una relación aritmética de las fracciones positivas con la música, creando así la escala pitágorica.

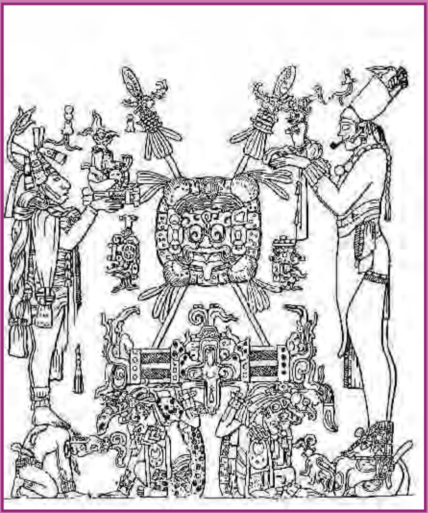


Asimismo, los griegos utilizaron, para sus decoraciones y construcciones, los frisos o bandas y las proporciones como el número de oro.

Los arquitectos romanos usaron ampliamente, en sus construcciones, las circunferencias, las semicircunferencias, los arcos y los hemisferios.



El arte islámico tiene gran riqueza en contenidos geométricos, como en el caso de frisos (cenefas o grecas) y teselaciones.



En nuestro continente podemos mencionar los frisos mayas.

Las artes, la arquitectura y la matemática tienen intereses comunes, en cuanto a la forma y su estructura, en las representaciones, la geometría y la manera como los objetos encajan y se relacionan mutuamente, se proporcionan, se equilibran. Estas vinculaciones han conducido a que en las dos últimas décadas se haya convocado una variedad de seminarios y congresos internacionales, en diversos países, relacionando las artes, la arquitectura y la matemática.

El acueducto de Segovia (España) construido por los romanos (s.I-II d.C) para suministrar agua potable a la ciudad. Tiene una longitud de 728 m con un doble nivel de arcos de medio punto de diferente luz, hasta 28,1 m de altura en la plaza de Azoguejo.

A partir de 1992, en Québec, Canadá, se iniciaron los Congresos Internacionales sobre Educación Matemática (ICME por sus siglas en inglés), en los que se ha conformado, de manera permanente, un grupo temático sobre Arte y Matemática, lo cual puede considerarse un indicador de la importancia del tema relacionado con la enseñanza-aprendizaje de la matemática. Posteriormente se han continuado en Sevilla (1996), Tokio / Makuhari (2000) y Oslo (2004).

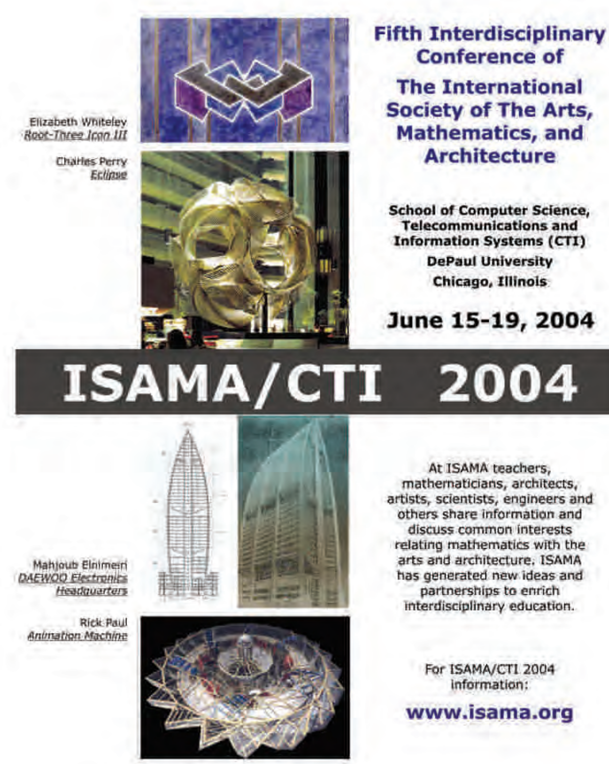
Igualmente, en 1992 se realizó en la Universidad de Albany-SUNY un congreso sobre esas áreas y sus relaciones, promovido por el matemático y escultor Nathaniel A. Friedman, en el que participaron matemáticos, docentes, artistas, arquitectos, ingenieros y científicos. Dicho congreso derivó en las hoy conocidas conferencias ISAMA (International Society of the Arts, Mathematics, and Architecture. http://www.isama.org/), la primera de las cuales se celebró en 1999 en la ciudad de San Sebastián-España. Posteriormente, a partir de 1998, el también profesor de matemática, Reza Sarhangi, creó la serie de conferencias BRIDGES: Mathematical Connections Between Art, Music and Science, habiendo realizado conjuntamente con ISAMA un encuentro en Granada-España (2003).

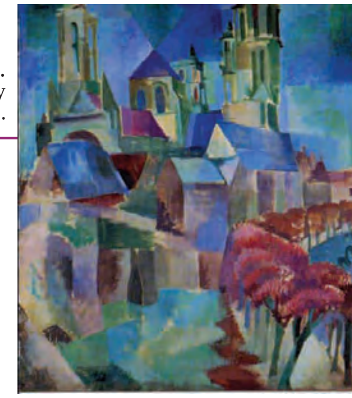
Trasladándonos a Europa es necesario nombrar a Michele Emmer de la Universidad de Roma "La Sapienza", quien ha promovido muchos encuentros sobre esta temática, además de que es considerado un pionero en la producción de videos y películas a tal respecto (26 a partir de 1979). De igual importancia son los Coloquios sobre Matemática y Artes iniciados en Francia en 1991 (Cerisy-la-Salle) y cuya última edición corresponde al año 2000. Estos ejemplos constituyen una pequeña muestra de la importancia que se le ha concedido a la relación entre las disciplinas consideradas, a lo cual se añade la creación de una serie de revistas especializadas entre las que destacan: *Nexus Network Journal: Architecture and Mathematics; Visual Mathematics; Geometry in Art and Architecture.*

En América Latina es importante destacar que en el año 1995 nace la Internacional Mathematics & Design Association, siendo su presidenta actual la argentina Vera W. de Spinadel, profesora de la Universidad de Buenos Aires, Argentina, sitio donde también se edita el "Journal of Mathematics & Design" desde el año 2001. En el año de su creación se realiza una primera conferencia en dicha ciudad, habiéndose celebrado la cuarta en el mes de junio de 2004 en la ciudad de Mar del Plata, Argentina.

En el caso de nuestro país podemos afirmar que no existe un grupo de estudio permanente sobre la materia, ya que sólo se han efectuado algunos eventos en forma aislada entre los que destacan los Seminarios: *Números y Figuras. Reflexiones matemáticas sobre las artes plásticas*, y *Números y Notas. Reflexiones matemáticas sobre la música*, realizados en el año 2000 en la Universidad Central de Venezuela, con motivo de haberlo declarado la UNESCO como Año internacional de las Matemáticas.

Visita al Vitra Design Museum dentro de la conferencia ISAMA 2002 (Freiburg, Alemania).





Les tours de Laon.
Robert Delaunay
(Francia, 1885-1941).

En el cuadro sinóptico que presentamos a continuación, se intenta, a través de la agrupación de algunos temas matemáticos que intervienen en las artes y la arquitectura, sintetizar parte de las relaciones entre estas disciplinas.

Componentes matemáticas en las artes y la arquitectura

Simetría en un plano
- Polígonos y mosaicos
- Teselaciones
- Mosaicos de Escher
- Grupos de Leonardo
- Frisos o bandas

Simetría en el espacio
- Poliedros
- Teselaciones
- Mas allá de la tercera dimensión (el hipercubo)

Proporción
- Número de oro
- Sucesión de Fibonacci
- Otras proporciones

Perspectiva
- El Renacimiento y la perspectiva

Aritmética, armónicos (Fourier) y música

Fractales
- En dos dimensiones (2D)
- En tres dimensiones (3D)

Curvas y superficies
- Circunferencias y semicircunferencias, arcos, cónicas, espirales, catenaria, hélices
- Esferas y hemisferios
- Cuádricas

Allí aparecen siete títulos con sus respectivos subtítulos. Los de menor data en orden histórico se refieren a los fractales, mientras que los de mayor antigüedad corresponden a la época de los egipcios y griegos: polígonos, poliedros, el número de oro, los frisos o bandas, las cónicas y los cuerpos redondos (esferas, conos y cilindros); asimismo, la música (escala pitagórica) que estaba incluida en la matemática formando parte del quadrivium pitagórico. En la parte intermedia se sitúa la perspectiva (s. XV, el quattrocento, como es conocido).

En los fascículos anteriores de esta serie de Matemática maravillosa se han mostrado ejemplos sobre los siguientes aspectos:

a) Simetrías en un plano: polígonos y mosaicos, teselaciones, mosaicos de Escher;

b) Simetrías en el espacio: poliedros, teselaciones, el hipercubo;

c) Armónicos (aproximaciones de Fourier);

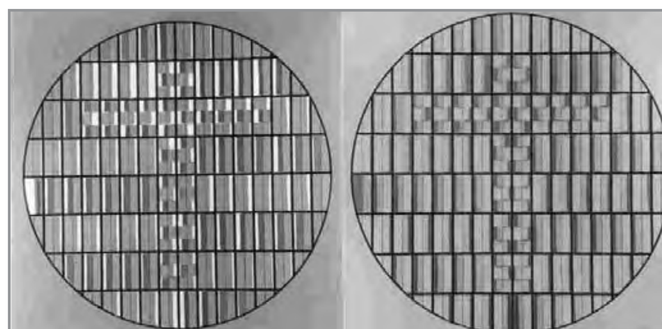
d) Fractales en 2D y 3D;

e) Curvas y superficies: Cónicas, espirales, catenaria, cicloide, cuádricas;

f) Una reseña breve sobre perspectiva.

No obstante, también existen otros componentes matemáticos relacionados con el tema que nos ocupa que no han sido tratados en ninguna de nuestras publicaciones ya que requieren de conocimientos más especializados, entre los cuales destacan:

- Los nudos.
- Las superficies mínimas, las superficies algebraicas y las superficies de Bézier.
- La belleza dentro del caos.
- Las geometrías no euclidianas y la topología.

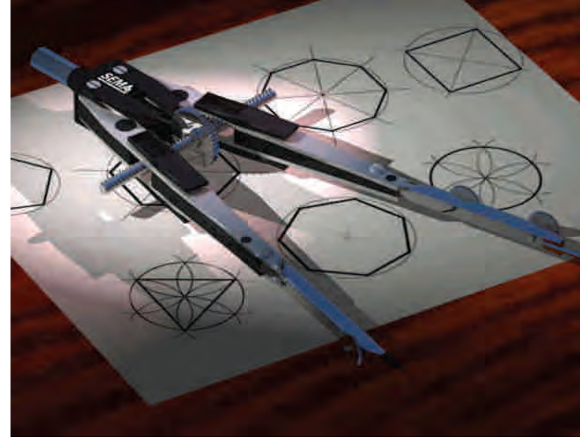


Escultura en hierro forjado para la fachada de la Capilla de Montreuil. Villa de Laon, Francia (1999).

"El reto de un pintor es romper con la bidimensionalidad. Eso que lograron en su momento los renacentistas italianos con la perspectiva, y a lo que los abstractos llegaron por otras vías. No se trata de hacer arte por el arte. El color, la forma, la perspectiva, no son más que la estructura. Lo más importante es el mensaje, el contenido que tenga la obra de arte. Para mí no hay un abstracto absoluto. Eso no existe. El más purista al respecto podría haber sido Mondrian. Sin embargo, en él eso contempla una intención mística."

Mercedes Pardo entró en el infinito azul. Artículo de Edgar Alfonso Sierra en El Nacional, p. A / 8, 26 / 03 / 2005.

Mercedes Pardo (Venezuela, 1921-2005), notable autora del arte moderno venezolano. La cita, según el autor, es de una entrevista en El Nacional del 18 / 08 / 2001.



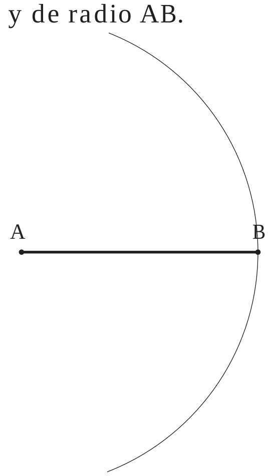
Construcciones geométricas

Muchas de las construcciones geométricas se pueden realizar con regla y compás. Entre ellas están:

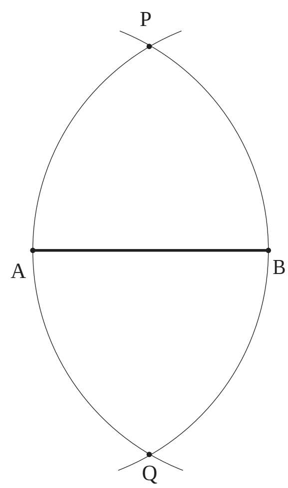
Mediatriz de un segmento (la perpendicular al segmento en su punto medio)

1 Trazar la mediatriz al segmento AB.

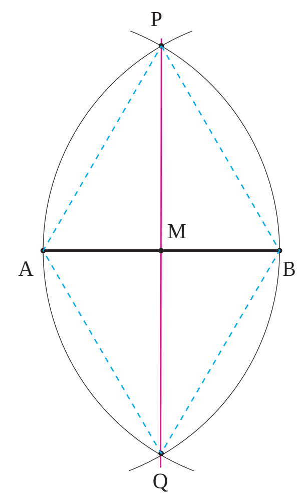
2 Se traza un arco (en lo que sigue al trazar un arco se entiende que es arco de circunferencia) haciendo centro en A y de radio AB.



3 Se traza otro arco haciendo centro en B y con el mismo radio AB. Se obtienen P y Q.



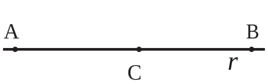
4 Se unen los puntos P y Q y se obtiene el punto M que es el punto medio del segmento AB. La recta PQ es la mediatriz del segmento AB.



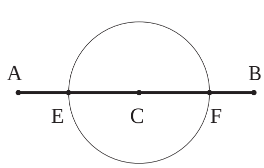
La recta PQ es la mediatriz del segmento AB ya que el cuadrilátreo PBQA es un rombo y sus diagonales AB y PQ se cortan perpendicularmente en su punto medio M.

Perpendicular a una recta o un segmento de recta por un punto dado

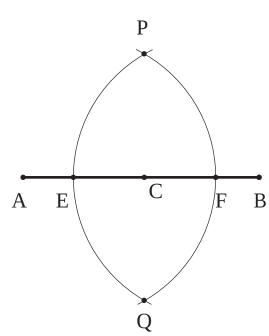
1 Trazar la perpendicular a la recta *r* en el punto C ∈ *r*, o bien la perpendicular al segmento AB en el punto C, siendo A, B y C puntos de *r*.



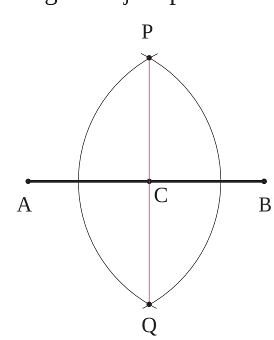
2 Se traza por C una circunferencia que corta al segmento AB en E y F.



3 Se realizan los pasos 2 y 3 del ejemplo anterior utilizando los puntos E y F para obtener P y Q.



4 Se traza la línea recta que pasa por los puntos P y Q, la cual es perpendicular a AB en el punto C por un razonamiento análogo al ejemplo anterior.

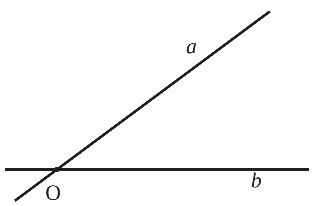


RETO

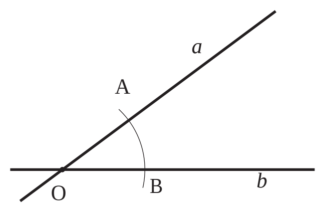
Dibuja la perpendicular a una recta r por un punto C no perteneciente a la recta.

Bisectriz de un ángulo (semirrecta que pasa por el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos iguales)

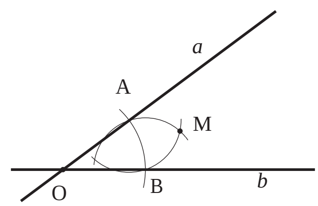
1 Trazar la bisectriz del ángulo de vértice O y lados *a* y *b*.



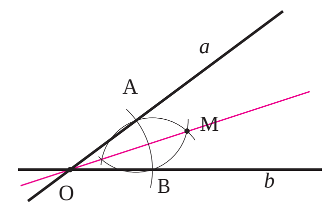
2 Se traza un arco de centro en O y se obtienen los puntos A y B.



3 Con radio AB se dibujan dos arcos con centros en A y B. La intersección de éstos arcos es el punto M.



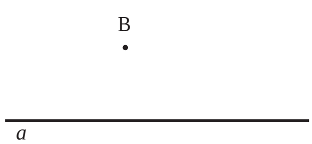
4 La recta que pasa por O y M es la bisectriz del ángulo formado por las semirrectas *a* y *b*.



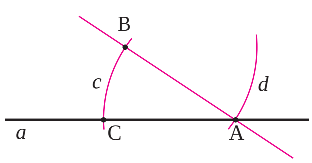
Justifícalo matemáticamente.

Paralela a una recta pasando por un punto dado

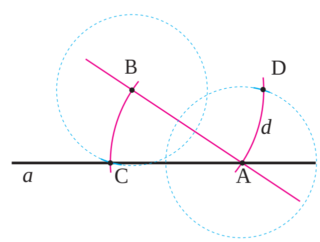
1 Trazar la paralela a la recta *a* que pase por el punto B.



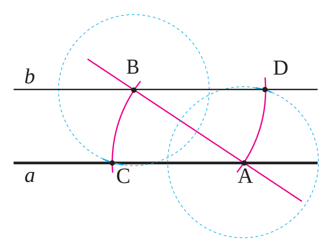
2 Se traza una recta que pase por B y corte a la recta *a* en A. Con radio BA y centros B y A se trazan dos arcos c y d. C es el punto donde *c* corta a *a*.



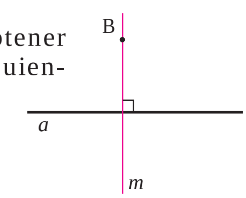
3 Con centro en A se dibuja una circunferencia utilizando como radio BC. Donde ésta corta al arco *d* se obtiene el punto D del mismo lado que B respecto de A.



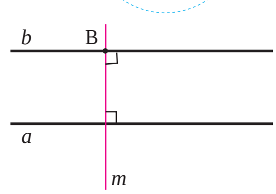
4 Por los puntos B y D pasa la recta *b* paralela a la recta *a*. ¡Justifícalo!.



Otro método para obtener esta paralela es el siguiente:



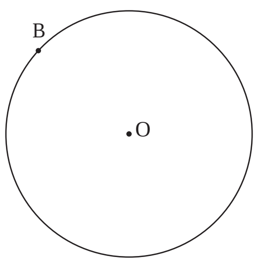
Utilizando los métodos antes descritos, por B se traza la perpendicular *m* a la recta *a*.



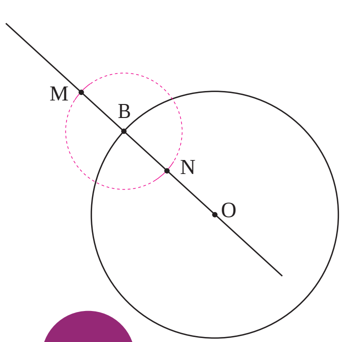
Por el punto B se traza la perpendicular *b* a la recta *m*. La rectas *b* y *a* son paralelas ya que son perpendiculares a una misma recta *m*.

Tangente a una circunferencia en un punto de la misma

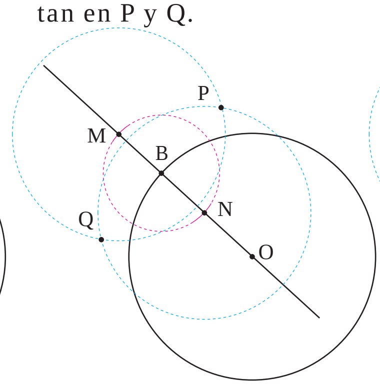
1 Trazar una recta que pase por B y sea tangente a la circunferencia de centro O.



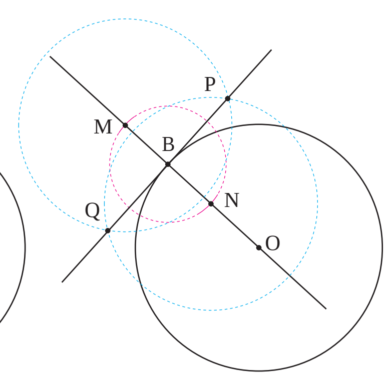
2 Con centro en B trazamos una circunferencia que corta la recta BO en M y N.



3 Con una misma abertura del compás se dibujan dos circunferencias, con centros en M y N, que se cortan en P y Q.



4 Por los puntos P y Q pasa la recta tangente en B de la circunferencia de centro O.



Otro método se basa en que la tangente a una circunferencia en un punto de la misma, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.

SABÍAS QUE...?

Con *Los Elementos* de Euclides quedó establecida la utilización de la regla y el compás en la geometría y, por ende, en el dibujo y la arquitectura. El gran arquitecto e ingeniero militar romano, Vitruvio (s. I a.C.), escribió al respecto en sus *Diez libros de Arquitectura*:

> "Es la Arquitectura una ciencia que debe ir acompañada de otros muchos conocimientos y estudios, merced a los cuales juzga de las obras de todas las artes que con ella se relacionan. Esta ciencia se adquiere por la práctica y la teoría (...). Debe, pues, éste (un arquitecto) estudiar Gramática; tener aptitudes para el Dibujo; conocer la Geometría; no estar ayuno de Óptica; ser instruido en Aritmética y versado en Historia; (...). Le será de gran ayuda la Geometría, que le adiestrará especialmente en el uso de la regla y el compás, con cuyo auxilio trazará mucho más fácilmente las plantas de los edificios, y sabrá levantar a escuadra y a nivel los planos de ellos."

Dos milenios después, otro gran arquitecto Le Corbusier (Charles-Edouard Jeanneret, Suiza, 1887 - 1965), en su tratado sobre *El Modulor* (1948) también se refirió al compás en lo siguientes términos:

"... y escribí en mi cuaderno de notas: El azote de la arquitectura es el compás (no el de Copérnico), el compás de las Bellas Artes, indiferente a las medidas..."

Construcción de polígonos regulares

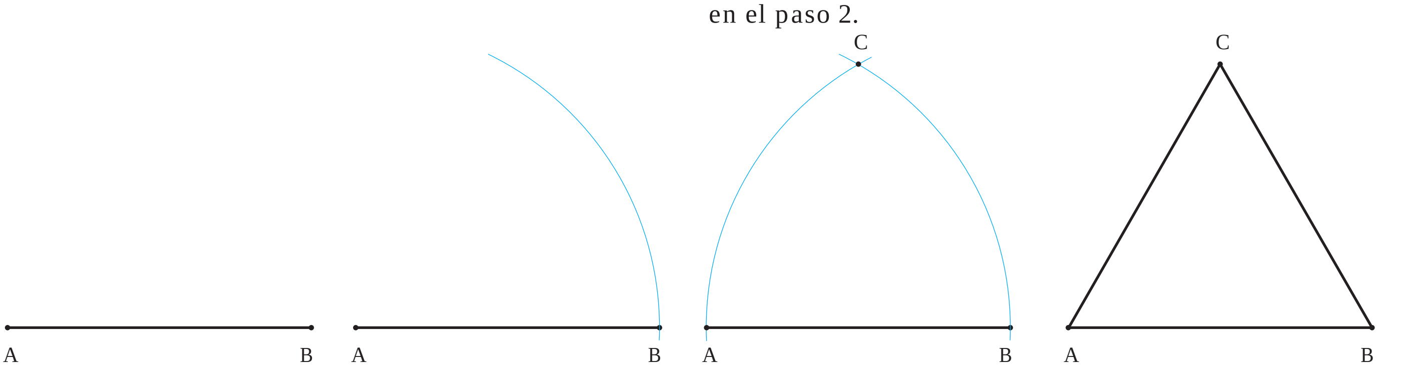
Caso n=3 (triángulo equilátero)

1 Dado un segmento AB, dibujar un triángulo equilátero.

2 Con radio AB y centro A se traza un arco.

3 Con radio AB y centro B se traza otro arco que corta en C al arco dibujado en el paso 2.

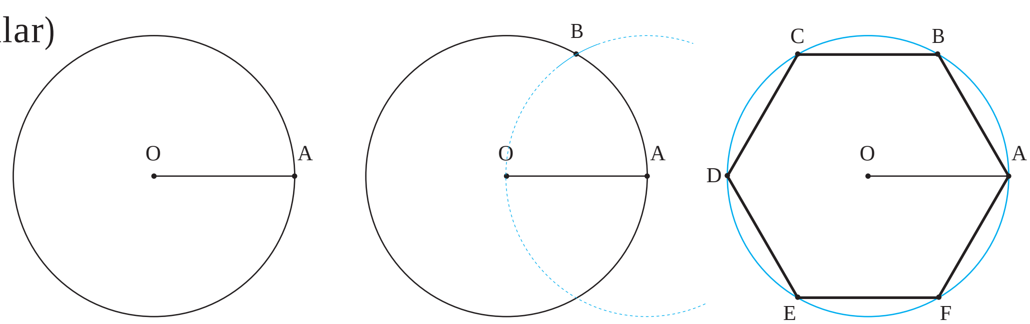
4 El triángulo ABC es equilátero por tener sus tres lados iguales.



Caso n=6 (hexágono regular)

A partir de una circunferencia de radio OA se puede construir un hexágono con lado de medida OA. Utilizando el valor del radio OA y centro en A cortamos la circunferencia en B. Si efectuamos lo mismo en B obtenemos C y así sucesivamente hasta volver a A.

AB=BC=CD=DE=EF=FA=OA



RETO Con lo que has visto en este fascículo y con una regla y un compás, ¿puedes dibujar un cuadrado (n=4) de lado AB?

Estos fascículos están disponibles en línea, visitando la página web: **http://www.fpolar.org.ve/matematica3**