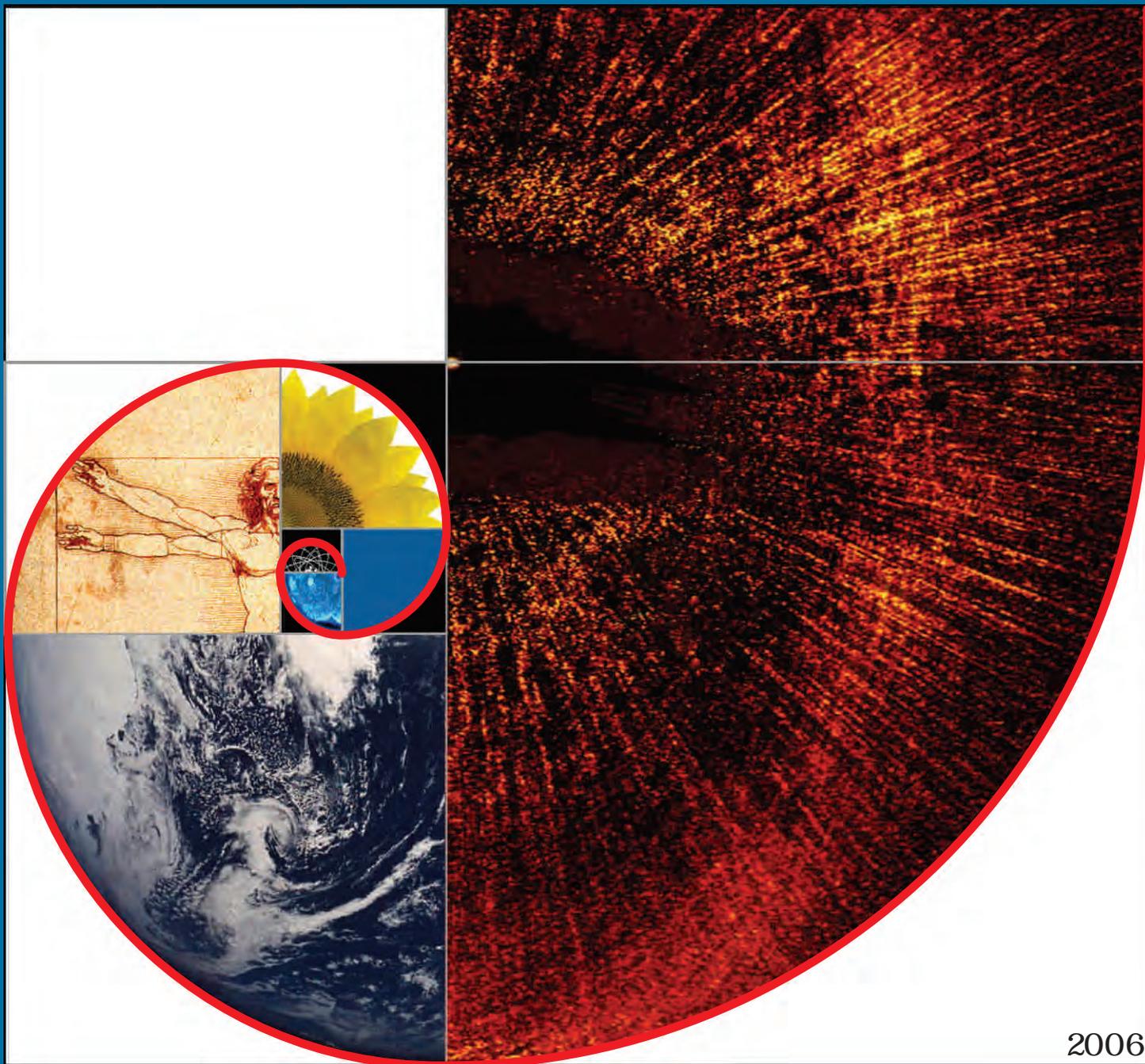




# Matemática Maravillosa

# Introducción

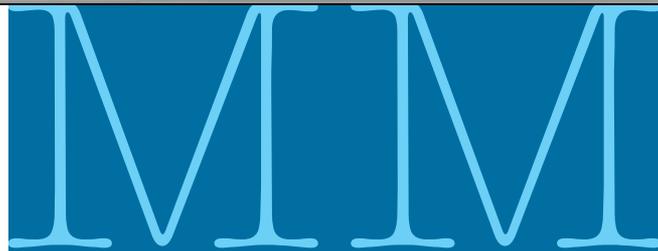


2006

## *Espiral de Fibonacci (2006)*

La imagen representa el desarrollo de la espiral de Fibonacci utilizando al átomo como inicio y al Universo como la representación del infinito. Esta espiral pasa por los distintos estadios de la complejidad universal: átomo, organismo multicelular, girasol, el hombre, el planeta Tierra y el Universo.

Ilustración: Rogelio Chovet



Fascículo

1



Últimas Noticias



## Junta Directiva

Leonor Giménez de Mendoza • **Presidenta**

Morella Pacheco Ramella • **Vicepresidenta**

## Directores

Leopoldo Márquez Áñez

Orlando Perdomo Gómez

Carlos Eduardo Quintero

Gunther Faulhaber

Vicente Pérez Dávila

Alfredo Guinand Baldó

Asdrúbal Baptista

Alfredo Fernández Porras

Graciela Pantin • **Gerente General**

Alicia Pimentel • **Gerente de Desarrollo**

Rubén Montero • **Gerente de Administración**

## Especialistas

María Bellorín

Gisela Goyo

Armando Hernández Arocha

Higinia Herrera

Elizabeth Monascal

Isabel Mosqueda

Manuel Rodríguez Campos

Alejandro Reyes

Renato Valdivieso

María Isabel Vergara

Miranda Zanón

© Fundación Polar  
[www.fpolar.org.ve](http://www.fpolar.org.ve)

HECHO EL DEPÓSITO DE LEY  
Depósito legal If2592006510508  
ISBN: 980-379-138-9

[ciencia@fpolar.org.ve](mailto:ciencia@fpolar.org.ve)

## Coordinador de la colección

Renato Valdivieso (Fundación Polar)

## Coordinadora académica

Inés Carrera de Orellana

## Especialistas del área

Walter Beyer

Inés Carrera de Orellana

Rogelio Chovet

Antonio Dávila

Mauricio J. Orellana Chacín

Saulo Rada

Sergio Rivas

Jorge Salazar

## Validadores

Oswaldo Araujo

Laura Galindo

Henry Martínez

Rafael Sánchez

## Corrección de textos

Ricardo Alezones

## Diseño, investigación gráfica y desarrollo

Rogelio Chovet

## Fotolito e impresión

Grabados Nacionales C.A.

Estos fascículos fueron encartados en el Diario  
*Últimas Noticias*

Estos fascículos están disponibles  
en línea, visitando la página web:  
<http://www.fpolar.org.ve/matematica3>



## PRESENTACIÓN

Nuevamente ponemos en tus manos, amigo lector, joven estudiante, respetado educador, un material de estudio cuidadosamente elaborado que, estamos seguros, se convertirá en una herramienta útil para una mejor comprensión y dominio de los conceptos y técnicas propias de la matemática.

*Matemática Maravillosa*, como hemos titulado la colección que hoy iniciamos, está particularmente dirigida a los estudiantes de los últimos años del bachillerato, educación técnica y preuniversitaria. En esta obra que presentaremos en 30 fascículos se aborda la matemática de las formas y las transformaciones a través de temas tales como: polígonos y poliedros, trigonometría, cónicas y cuadráticas, matrices, fractales y para cerrar la colección disfrutarán de unos fascículos finales que vinculan la matemática con las artes, la arquitectura y la ingeniería.

Como en las colecciones anteriores, *Matemáticas para todos* y *El mundo de la matemática*, donde se expusieron los contenidos propios de la educación básica y media, en esta obra sus autores, luego de un arduo trabajo, han volcado lo mejor de sus talentos, formación y experiencia y han puesto especial cuidado en presentar los temas tratados de una manera sencilla, atractiva y motivante, con profusión de imágenes y gráficos que ilustran los diversos conceptos desarrollados, relacionándolos permanentemente con hechos de la vida cotidiana y estableciendo numerosas conexiones entre esta importante disciplina y otras áreas del conocimiento tales como: física, química, geografía, economía, entre otras, lo cual le imprime a estas colecciones un carácter decididamente innovador.

Empresas Polar, de la mano con su fundación y el decidido apoyo del diario *Últimas Noticias*, harán posible que cada martes, miércoles y jueves, durante los próximos meses, llegue gratuitamente *Matemática Maravillosa* a cientos de miles de hogares venezolanos trayendo luces para todos. Impulsados por nuestra fe en el porvenir, desde Fundación Polar seguiremos aportando soluciones.

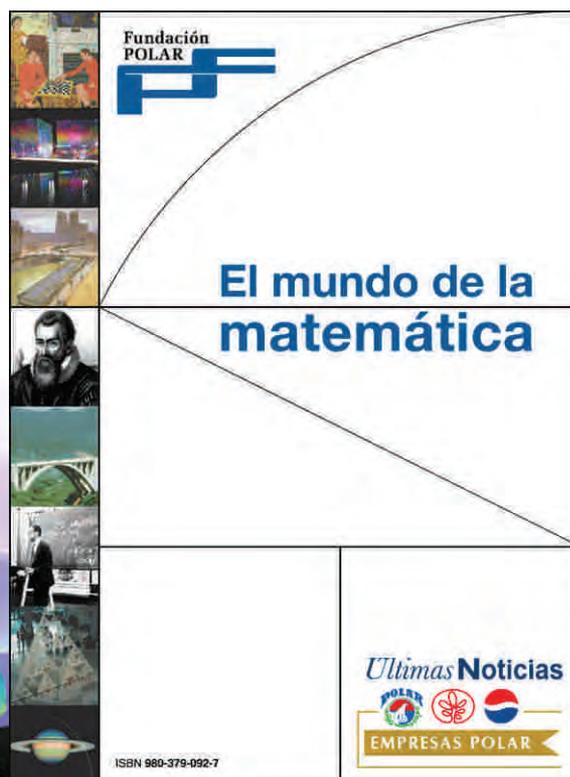
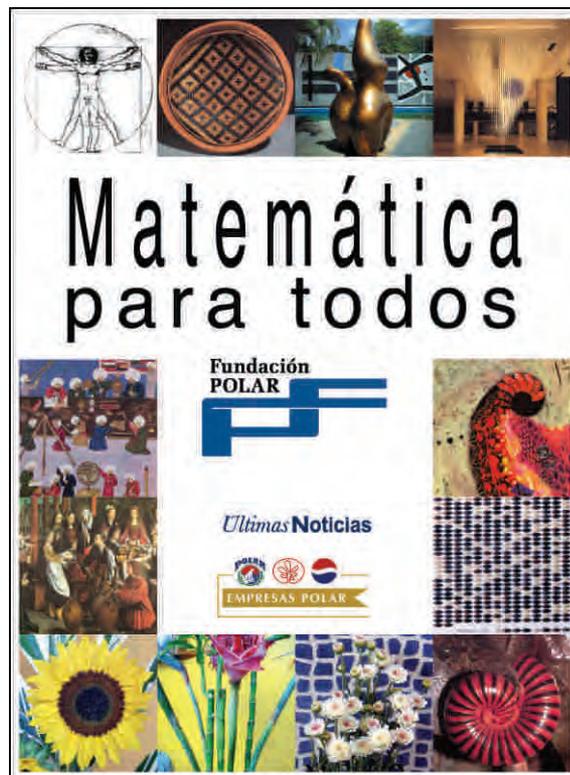
Leonor Giménez de Mendoza

# INTRODUCCIÓN

*Matemática Maravillosa* concluye la colección de tres volúmenes cuyos dos primeros se publicaron en los años 2004 y 2005 y llevan por título, respectivamente, *Matemática para todos* y *El mundo de la matemática*. Esta trilogía constituye una unidad dentro de la multiplicidad de temas presentados, abarcando desde el nivel de la tercera etapa de la educación básica hasta el primer semestre universitario y recorriendo el espectro de una variedad temática integrada por contenidos de aritmética, álgebra, geometría, medidas, trigonometría, gráficos, curvas y superficies, estadística y probabilidades, llegando hasta temas más recientes como los códigos, los fractales, los splines, los modelos matemáticos, y ciertos aspectos de estadística utilizados actualmente como tallos, hojas y cajas, los cuales impregnan el dinamismo de la matemática y suministran una característica de su vitalidad.

Esta tercera colección de fascículos, *Matemática Maravillosa*, se orienta básicamente hacia los alumnos y docentes de la educación media, diversificada y profesional, y los del primer semestre universitario. Asimismo, para aquellos bachilleres en ciencias, profesionales y técnicos que cursaron algunas asignaturas de matemática y quisieran revisar ciertos contenidos de una manera actualizada y vinculada a diversas disciplinas como la de ellos mismos.

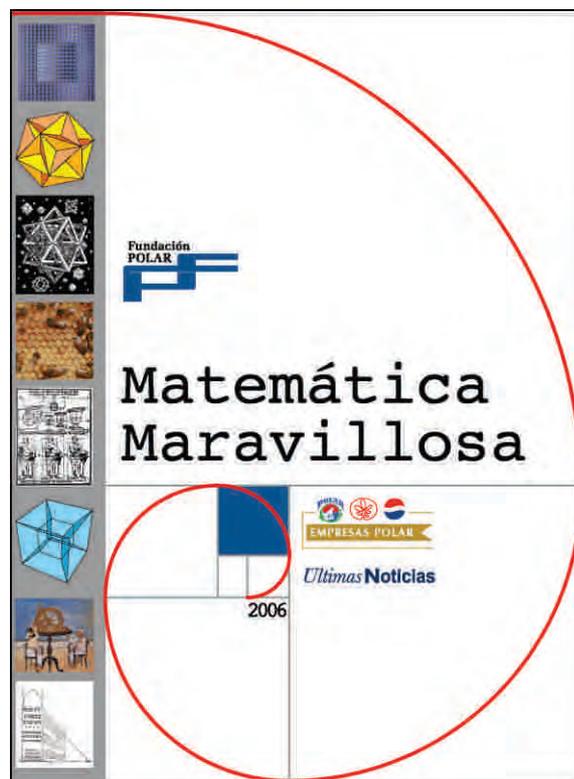
Ha sido un esfuerzo de trabajo sostenido durante más de cuatro años de un equipo multidisciplinario de profesionales (matemáticos, docentes de matemática de educación básica y media diversificada, especialistas en educación matemática, especialistas de lenguaje, físicos, estadísticos y diseñadores) que, bajo el patrocinio de la Fundación Polar y con el apoyo para su publicación del diario Últimas Noticias, han permitido alcanzar la meta de producción de esta obra que en su totalidad cubre más de 600 páginas.



A través de toda la obra los temas se presentan en una forma sencilla, prestando atención especial al uso de imágenes y gráficas que ilustran los diversos conceptos y temas desarrollados. Estos temas cubren parte de la matemática que figura en los programas oficiales de los niveles educativos en referencia, pero son expuestos de una forma más atractiva a lo cotidiano del aula puesto que incluyen diversas secciones, a saber: reseñas históricas, situaciones interesantes, retos, tengo que pensarlo, juegos, ayer y hoy, ventana didáctica y orientaciones metodológicas, información actualizada de libros y páginas web, y numerosas conexiones de la matemática con otras áreas: arquitectura, ingeniería, artes, medicina, geografía, béisbol, poblaciones, economía, química, física, entre otras, que usualmente no se contemplan en esos programas de estudio.

Tanto el equipo de redacción y diseño de los fascículos como los patrocinantes: Empresas Polar, Fundación Polar y Últimas Noticias, aspiran que esta publicación y la colección completa, contribuyan a refrescar y aumentar el caudal cultural de los habitantes de nuestro país en cuanto a la ciencia matemática y sus vinculaciones con una vasta gama de otras disciplinas y, por otra parte, favorezcan y mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La colección de los tres volúmenes se propuso ser un canal de divulgación de la matemática para un público amplio, escrito de una manera actualizada y de fácil entendimiento. Esperamos haber alcanzado dicha meta, pues ello incide positivamente en mejorar la percepción que puedan tener los ciudadanos de la matemática y a acrecentar su importancia para el desarrollo de la sociedad.



## LOS TEMAS DE *Matemática Maravillosa*

El mayor porcentaje de los temas desarrollados en estos fascículos es de geometría o están vinculados con esta rama de la matemática. Igualmente, incluye trigonometría la cual aborda aspectos geométricos sobre ángulos y lados de un triángulo. Asimismo, en los contenidos sobre matrices se ha puesto especial atención a las transformaciones geométricas en un plano y en el espacio, y en los últimos fascículos que relacionan la matemática con las artes y la arquitectura, además de las vinculaciones geométricas se ha desarrollado el tema de construcciones con regla y compás y de perspectiva. En este sentido podemos afirmar que, de manera general, es una colección sobre *La matemática de las formas y sus transformaciones*. Los distintos temas se agrupan en los títulos que se describen a continuación.

### POLÍGONOS Y POLIEDROS

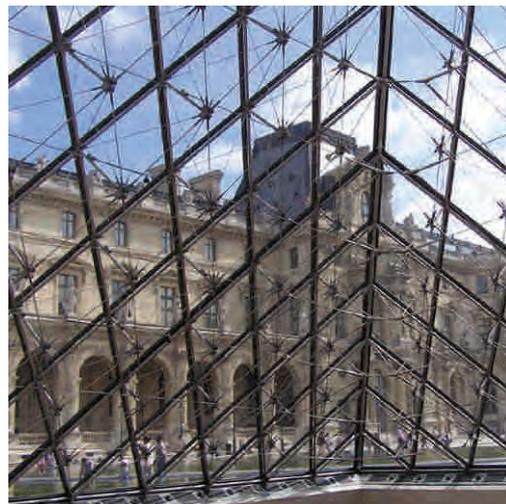
Iniciando por los polígonos regulares convexos y estrellados, que habíamos tratado brevemente en “Matemática para todos”, especialmente lo referido a los triángulos, ahora se insiste en sus conexiones con las artes, la arquitectura, la biología y la química, abordando el tópico de “teselaciones” con mosaicos regulares, mosaicos semirregulares, mosaicos de Escher y teselaciones de Penrose. Esto último sirve de introducción a los cuasicristales. De aquí pasamos a la dimensión tres, extendiéndonos hasta la cuarta dimensión y utilizando tanto el lenguaje de coordenadas como el de grados de libertad. Desarrollamos lo referente a los poliedros regulares convexos y estrellados e, igualmente, sus vinculaciones con las artes, la arquitectura y la ingeniería, y con la química al abordar lo relativo a los fullerenos y los nanotubos. En “Matemática para todos” ya se había iniciado el tratamiento de este tema.

Al pasar a la cuarta dimensión nos referimos previamente al famoso libro de Edwin A. Abbot “Flatland. A Romance of Many Dimensions” (“Planilandia. Un romance de muchas dimensiones”, 1884) que nos sirve de introducción al tema, en donde se estudia especialmente el hipercubo mostrando algunas de sus aplicaciones.

### TRIGONOMETRÍA

La trigonometría es una rama de la matemática que estudia las relaciones de ángulos con conceptos geométricos. Además de las funciones definidas sobre los ángulos, se tienen las funciones trigonométricas definidas sobre conjuntos de números reales, donde la vinculación entre ambas está dada por la medida de ángulos.

La trigonometría de ángulos tiene importancia especial en la astronomía, la geodesia, la geografía, la navegación, las construcciones civiles, entre otras. Las funciones trigonométricas de números reales son utilizadas en el cálculo infinitesimal y en los fenómenos oscilatorios y periódicos.



Los fascículos dedicados a trigonometría contemplan los siguientes tópicos en cuanto a la trigonometría de ángulos: Ángulos y medida de ángulos; las funciones trigonométricas de ángulos, la identidad fundamental  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  y su equivalencia con el teorema de Pitágoras; la ley de los senos y la ley del coseno, y, finalmente, algunos aspectos de la geometría de la esfera y las coordenadas geográficas. Luego se estudian las funciones trigonométricas con dominio en un subconjunto  $D \subset \mathbb{R}$  y sus gráficas respectivas. Se aplican las funciones trigonométricas a las artes (construcción de Durer) y a la música (con las aproximaciones de Fourier). Asimismo, para honrar a un grupo de venezolanos que llegó hasta el Polo Norte, se desarrolla una aplicación referida a esta excursión.

## CÓNICAS Y CUÁDRICAS

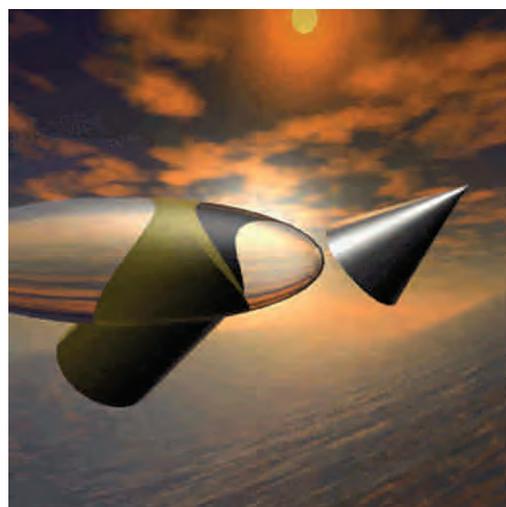
La geometría del espacio ha sido un tema descuidado en los programas instruccionales previos a la educación universitaria. La visualización de figuras en el espacio desde diferentes ángulos, sus secciones con planos y sus propiedades y características, es un tema que presenta dificultades de aprendizaje para estudiantes tanto a nivel de la educación secundaria como la superior. Por ello se incluyó el estudio de las cuádricas como lo análogo de las cónicas en un plano, con el fin de explorar un tema geométrico en el espacio, además de su importancia en varias áreas de la matemática y de la arquitectura e ingeniería.

Definimos las cónicas como lugares geométricos de puntos de un plano así como secciones planas de una superficie cónica. Presentamos diversas aplicaciones de las cónicas, desde las tradicionales de órbitas elípticas de los planetas al moverse alrededor del Sol y los rayos de luz en una linterna, y otras vinculantes con la arquitectura y la ingeniería. Incluimos otras curvas como la catenaria y la cicloide.

El espacio lo iniciamos presentando las rectas y planos y sus posiciones relativas. Luego, al pasar del plano al espacio mediante rotación de curvas planas en torno de ejes, se obtienen superficies cuádricas de revolución: esferas, cilindros, elipsoides, paraboloides e hiperboloides. Las cuádricas son superficies muy utilizadas en la arquitectura y la ingeniería, desde las clásicas como los conos, los cilindros (que son cuádricas regladas) y las cúpulas esféricas, hasta las otras cuádricas regladas como los hiperboloides de una hoja y el paraboloides hiperbólico. De esto se muestran diversos ejemplos de obras civiles.

## MATRICES Y TRANSFORMACIONES

Las matrices (cuadros rectangulares de números) constituyen una herramienta fundamental en el tratamiento de los problemas lineales. De hecho, su estudio es parte del Álgebra Lineal. Mediante las mismas se pueden estudiar las transformaciones geométricas del plano y del espacio: rotaciones, reflexiones, homotecias, lo cual las vincula con la geometría. Asimismo, cabe destacar que los sistemas lineales de ecuaciones se formulan y estudian en términos matriciales.



El desarrollo del tema se inicia con algunas situaciones conducentes a plantear matrices y sigue con sus operaciones (adición y sustracción, producto por un número, multiplicación) y algunas matrices especiales. Se expresan diversas transformaciones geométricas del plano y del espacio con matrices y se estudian los cuadrados mágicos y los códigos como aplicaciones del álgebra matricial.

## FRACTALES

Este es un tema novedoso para los estudiantes y docentes, y en general para el público, puesto que no está incluido en los programas de la educación secundaria ni en el primer año universitario y, por lo tanto, gran parte de los lectores que habrán escuchado tal nombre no lo conocen, pues no tuvieron oportunidad de estudiarlo. Sin embargo, ya en “El mundo de la matemática” se motivaron las sucesiones con el fractal de Sierpinski y en el “Tengo que pensarlo” correspondiente se propuso el fractal copo de nieve de von Koch.

La geometría fractal es la “geometría de la naturaleza”. Fue creada por Benoît Mandelbrot en 1975 y desde entonces se ha desarrollado vastamente, pasando a ser una teoría matemática con numerosas aplicaciones a otras ciencias e inclusive es utilizada en las artes.

Presentamos ejemplos diversos de fractales: fractal de Sierpinski, fractal H, el polvo de Cantor, y se define la dimensión fractal que es, junto con la autosemejanza, la característica clave de los fractales. Además de los fractales en dos dimensiones, se construyen algunos en tres dimensiones y se dan ejemplos de fractales en obras de arte.

## MATEMÁTICA, ARTE Y ARQUITECTURA

A lo largo de todos los fascículos que componen los tres volúmenes de la colección de matemática, se han incluido, de manera sistemática, conexiones de los temas tratados con las artes (pintura, escultura y música) y la arquitectura e ingeniería. En el cierre de la colección presentamos una visión unificadora en cuanto a esas conexiones y una comparación entre la evolución de la matemática y la de las artes (básicamente pintura y escultura), resaltándolas con pensamientos de artistas venezolanos como Jesús Soto, Mercedes Pardo y Manuel Quintana Castillo.

Asimismo, dedicamos un fascículo a construcciones geométricas; entre éstas a los polígonos regulares y a la perspectiva, puesto que como se observa a través de la colección, ellas tiene incidencia en arte, arquitectura e ingeniería.

Este campo de relaciones fructíferas matemática-arte-arquitectura se ha desarrollado a nivel internacional con énfasis durante la segunda mitad del siglo XX, y mayor ímpetu a partir de los años setenta, lo que se refleja en congresos y seminarios internacionales, sociedades y revistas creadas al respecto y publicación de libros. Se espera que dicho campo se convierta en un factor útil para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, camino donde todavía hay bastante por realizar y profundizar.

