UNIDAD 8

Operaciones directas e inversas

Como ya sabés, la adición y la sustracción son operaciones inversas. Por ejemplo, el efecto de sumar 6 a una cantidad se puede anular restándole 6 al primer resultado. En Matemática, la reversibilidad de una operación se vincula con la existencia de la operación inversa.

Muchas veces es necesario deshacer o anular el efecto producido por la aplicación de una operación. En ese caso, el efecto de la operación directa se anula aplicando la operación inversa.

En esta unidad estudiarás cómo se relacionan entre sí las operaciones directas y sus inversas. También analizarás cuáles cumplen con las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva. La aplicación correcta de esas propiedades y el análisis de sus significados te permitirá acercarte a la resolución de diferentes situaciones.

TEMA 1: OPERACIONES DIRECTAS E INVERSAS

En la unidad **2** del CUADERNO DE ESTUDIO **2** empezaste a trabajar con números racionales (**Q**) y aprendiste que en el conjunto de esos números están incluidos otros campos numéricos: el de los enteros (**Z**) y el de los números naturales (**N**). Por esta razón, las propiedades de las operaciones en los números racionales son válidas también para las operaciones con números enteros y números naturales.

$$\mathbb{N} \quad \mathbb{Z} \quad \mathbb{Q}$$

Uno de los hallazgos más importantes que hiciste al trabajar con números racionales fue descubrir que para restar se puede realizar una suma equivalente, es decir, que el resultado de la resta **a** – **b** es el mismo que el de sumar a **a** el opuesto de **b**; es decir, **a** + (-**b**). Por ejemplo, la resta 27 – 12 se puede pensar como la operación que da como resultado el número **r** que sumado a 12 da 27, es decir: **r** + 12 = 27, o bien como la suma 27 + (-12). Por esta razón se dice que la suma es una operación directa y que la resta es la operación inversa de la suma.

La adición, la multiplicación y la potenciación se consideran operaciones directas.

A

1. Seguir el camino inverso

En esta primera actividad vas a trabajar con operaciones que ya conocés para descubrir cómo se relacionan entre sí.

a) Observá los siguientes ejemplos en los que partiendo del número 4 se obtiene como resultado 16. Copialos y respondé en cada caso:

$4 + 12 = 16$	$16 - 12 = 4$
$4 \times 4 = 16$	$16 \div 4 = 4$
$4 - (-12) = 16$	$\sqrt{16} + (-12) = 4$
$4^2 = 16$	$16 = 4$
$4 \div \frac{1}{4} = 6$	$16 \times \frac{1}{4} = 4$

1. ¿Qué operación se aplicó a 4 para obtener 16?
2. ¿Cuál es la operación que a partir de 16 dio como resultado 4?
3. ¿En qué clase de números están planteadas las operaciones?

Como pudiste ver, en todos los cálculos interviene el mismo número inicial y el mismo resultado final. Sin embargo, el resultado depende de la operación efectuada y también del conjunto numérico con el que se opera. Fijate que en la primera, la segunda y la cuarta líneas se opera con números naturales; en la tercera, con enteros y en la última línea con racionales.

- *La **sustracción** o resta es la operación inversa de la adición o suma.*
- *La **división** es la operación inversa de la multiplicación: el cociente es el inverso del producto.*
- *La **radicación** es una operación inversa de la potenciación.*

A

2. Asociatividad y conmutatividad

En primer lugar, vas a explorar la **asociatividad** en las operaciones directas: adición, multiplicación y potenciación. Más adelante, explorarás si esas operaciones son, o no, **conmutativas**.

*Tené presente que el signo **x** entre dos factores, se puede reemplazar por un punto (como lo utilizamos en otras unidades) y en algunos casos, omitirlo porque queda sobreentendido.*

a) Resolvé los siguientes cálculos respetando el orden que indican los paréntesis.

$0{,}25 + (0{,}5 + 0{,}75) =$

$(0{,}25 + 0{,}5) + 0{,}75 =$

$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

Si se comparan los resultados y los respectivos términos de las dos sumas, seguramente observarás que cuando se reitera una operación (en este caso la suma), los componentes pueden asociarse de diferente manera y el resultado no cambia.

*Si al cambiar los componentes que se asocian no cambia el resultado, se dice que la operación es **asociativa**.*

En la multiplicación $0{,}4 \bullet (-\frac{1}{5}) \bullet 6$, se puede realizar una posible asociación entre $-\frac{1}{5}$ y 0,4 y otra, entre $-\frac{1}{5}$ y 6 . Como el resultado es el mismo, se puede efectuar el cálculo indistintamente y por eso se escribe: $0{,}4 \bullet (-\frac{1}{5}) \bullet 6$ sin usar paréntesis que indique asociación.

b) Para averiguar si la potenciación es, o no, asociativa, resolvé paso a paso, según indican los paréntesis, $(3^4)^2$. Fijate si da lo mismo que 3^{4^2}. ¿Qué conclusión sacás?

c) Nombrá las operaciones directas y mencioná si son, o no, asociativas.

Seguramente encontraste que la adición y la multiplicación son operaciones asociativas y que no ocurre lo mismo con la potenciación. Por ejemplo, $(4^3)^2$ no es lo mismo que $4^{(3^2)}$, puesto que $4096 \uparrow 262144$. El primer miembro de la desigualdad proviene de $(4^3)^2$, escritura que indica que hay que elevar al cuadrado el cubo de 4, o sea 64, vale decir que $64^2 = 4096$, en cambio $4^{(3^2)}$ indica elevar 4 a la novena potencia porque 3^2 es 9, vale decir $4^9 = 262144$.

d) Después de haber explorado la asociatividad de las operaciones directas verás cuáles de ellas son conmutativas. Para ello leé el siguiente texto.

Una operación es **conmutativa** si el resultado de **a*b** es el mismo que el que se obtiene de **b*a** (se usa el símbolo * para expresar de modo general cualquier operación).

La igualdad **a + b = b + a** se cumple para todo par de números racionales **a** y **b**. Del mismo modo la igualdad **a × b = b × a** se cumple también para todo par de números racionales. En cambio $\mathbf{a^b}$ no es lo mismo que $\mathbf{b^a}$, vale decir que $\mathbf{a^b} \uparrow \mathbf{b^a}$.

e) Explorá esta propiedad pensando otros ejemplos de la conmutatividad en las operaciones directas.

f) Nombrá las operaciones directas y mencioná si son o no conmutativas.

A

3. Distributividad

a) Copiá los dos cuadros que siguen y completalos con el resultado de las operaciones. En los casos E y F escribí los cálculos que no están, conservando la misma organización de los otros ejemplos del mismo cuadro.

b) Compará los resultados con otros compañeros y si hay diferencias coméntenlas con el docente.

Primer cuadro		
	Cálculo	Resultado
A	$-2 \times 6 + -2 \times -13 =$	
B	$\frac{4}{5} \times -9 + 0{,}2 \times -9 =$	
C	$-7{,}5 \times 0{,}3 + 2 \times 0{,}3 =$	
D	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \times -\frac{4}{9} =$	
E		
F	$-\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times -\frac{2}{3} =$	

Segundo cuadro		
	Cálculo	Resultado
A	$-2 \times (6 + -13) =$	
B	$\left(\frac{4}{5} + 0{,}2\right) \times -9 =$	
C	$(-7{,}5 + 2) \times 0{,}3 =$	
D	$\frac{3}{5} \times \left(\frac{2}{3} \times -\frac{4}{9}\right) =$	
E	$12 \times (-5{,}2 + 0{,}3) =$	
F		

Los ejemplos anteriores corresponden a la **distributividad** que es una propiedad general de la multiplicación con respecto a la adición. Cuando las multiplicaciones y adiciones se combinan de la forma **a · m + a · p**, el resultado es equivalente al que se obtiene de multiplicar el factor común por la suma de los otros dos, **a · (m + p)**.

*La propiedad **distributiva** de la multiplicación con respecto a la suma se expresa formalmente:* ***a · (m + p) = a · m + a · p**.*

La propiedad distributiva

Esta propiedad resulta útil para transformar un cálculo en otro equivalente que sea más fácil de resolver. Por ejemplo, la expresión $(-12 + 30) \bullet (-\frac{1}{3})$ se puede cambiar por $-12 \bullet -\frac{1}{3} + 30 \bullet -\frac{1}{3}$ y se calcula $4 + -10 = -6$.

A veces conviene pasar de la expresión $a \cdot m + a \cdot p$ a su equivalente $a \cdot (m+p)$.

A los procedimientos de transformación de una expresión en su equivalente se los denomina:

I. Sacar **factor común**: es expresar $\mathbf{a \cdot m + a \cdot p}$ como $\mathbf{a \cdot (m + p)}$.

II. **Distribuir**: es expresar $\mathbf{a \cdot (m + p)}$ como $\mathbf{a \cdot m + a \cdot p}$.

Por ejemplo: $(-0,2) \cdot 3 + (-0,2) \cdot 6,5$ se puede cambiar por $(-0,2) \cdot (3 + 6,5)$ y se calcula $(- 0,2) \cdot 9,5 = -1,90$.

En general, estos procedimientos se aplican en fórmulas donde se usan letras y números.

Por ejemplo: sacar factor común: $-3\ c\ d\ n + -3\ c\ h$ da por resultado $-3\ c\ (d\ n + h)$.

Otro ejemplo: $2\ x\ y\ z + -2\ h\ x\ y$ da por resultado $2\ x\ y\ (z – h)$.

Distribuir: $2\ y\ (a + b)$ da por resultado $2\ y\ a + 2\ y\ b$.

c) Releé en este recuadro la información que ya estudiaste cuando realizaste la actividad **2** de la unidad **3** del Cuaderno de Estudios **2**.

No es lo mismo el cuadrado de la suma de dos números que la suma de sus cuadrados.
Por ejemplo $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ y $(3+ 4)^2 = 7^2 = 49$.
No es lo mismo $3^2 + 4^2$ que $(3 + 4)^2$ ya que $25 \uparrow 49$.
En símbolos: siendo **a** y **b** dos números cualesquiera, $\mathbf{a^2 + b^2 \neq (a + b)^2}$.

d) Ahora estás en condiciones de contestar esta pregunta: la potenciación, *¿es distributiva con respecto a la adición?* Justificá tu respuesta y escribí un ejemplo para ilustrarla.

A

4. Elemento neutro y elemento absorbente

Hasta ahora estudiaste las propiedades de las operaciones directas y viste que si se las aplica convenientemente permiten realizar cálculos sobre ecuaciones equivalentes cada vez más sencillas y así llegar a encontrar sus soluciones.

En esta oportunidad, estudiarás el comportamiento particular de dos números, el 1 y el 0, en distintas operaciones.

a) Copiá en tu carpeta los siguientes ejercicios y resolvelos.

1. $12 \times 1 =$
2. $\frac{3}{5} - \frac{3}{5} =$
3. $2{,}4 \div 2{,}4 =$
4. $35000 - 35000 =$
5. $3600 + 0 =$
6. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{5} =$
7. $12 \times 0 =$
8. $25 \times 1 =$
9. $23 \div 23 =$
10. $23 \div 1 =$
11. $0 \times 135 =$
12. $\frac{1}{1} - \frac{1}{1} =$
13. $1 \times 10 =$
14. $1 - 0 =$
15. $1{,}25 \times 0 =$
16. $(-4) + 0 =$
17. $0 \div 10 =$
18. $0 + 1{,}5 =$
19. $0 - 5 =$
20. $4 + (-4) =$
21. $0 \div 3 =$
22. $15^1 =$
23. $15^0 =$
24. $1^3 =$
25. $\left(\frac{2}{3}\right)^0 =$
26. $\sqrt{1} =$

b) Observá los cálculos anteriores y respondé las siguientes preguntas. En cada caso anotá los ejemplos correspondientes con las operaciones que resolviste en la consigna anterior.

1. ¿En qué casos la operación sobre un número da como resultado el mismo número?
2. ¿En qué casos la suma da 0?
3. ¿En qué casos la resta da 0?
4. ¿En qué casos el producto da 0?
5. ¿En qué casos el cociente da 0?
6. ¿En qué casos el producto da 1?
7. ¿En qué casos el cociente da 1?
8. ¿Cuál es el efecto de poner el número 1 como sumando?
9. ¿Cuál es el efecto de poner el número 1 como factor?
10. ¿Cuál es el efecto de poner el número 1 como base?
11. ¿Cuál es el efecto de poner el número 1 como exponente?
12. ¿Cuál es el efecto de poner el número 1 como radicando?

Al contestar estas preguntas habrás observado que:
- al sumar o restar **0** a cualquier número, ese número no cambia;
- al multiplicar o dividir por **1** cualquier número, ese número no cambia;
- al elevar a la potencia **1** cualquier número, ese número no cambia;
- al extraer la raíz cuadrada de **1**, ese número no cambia.

Una operación sobre un número da como resultado el mismo número cuando:
- en la adición y sustracción, uno de los términos es **0** como sumando o como sustraendo;
- en la multiplicación o división, uno de los factores es **1** como divisor o factor;
- en la potenciación o radicación, el número **1** actúa como exponente o como radicando.

*Un número es **elemento neutro** de una operación si el resultado de operar con él sobre cualquier otro número da como resultado ese mismo número.*
*El **0** es el elemento neutro de la adición y la sustracción y el **1** es el elemento neutro del producto y del cociente.*

Es interesante observar las siguientes propiedades de los elementos neutros y de las operaciones:

La suma de un número racional y su opuesto da por resultado el neutro **0**. El número **-a** (opuesto de **a**) es el inverso aditivo de **a**.

El producto de **a** (distinto de 0) por el número racional $\frac{1}{a}$ es el neutro 1. El número $\frac{1}{a}$ es el inverso multiplicativo de **a**.

El único número racional que no tiene inverso es el **0** porque no hay ningún número que multiplicado por 0 dé como resultado 1. En cambio, si un número se usa como componente de una operación y siempre da como resultado ese mismo número, se dice que el número es **absorbente** en esa operación. Por ejemplo, el número 0 es absorbente en la multiplicación porque cualquier número multiplicado por 0 da como resultado 0. En símbolos $\mathbf{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}$.

Análogamente, en la potenciación el número **1** como base es absorbente porque cualquiera sea el valor de **n**, $1^n = 1$.

c) Copiá este cuadro y respondé a las preguntas anotando **sí** o **no** en cada casilla según corresponda.

Pregunta	Como sumando	Como factor	Como base	Como exponente	Como radicando
¿El 0 es neutro?					
¿El 0 es absorbente?					
¿El 1 es neutro?					
¿El 1 es absorbente?					

d) Pensá algunos ejemplos para cada operación y escribí tus conclusiones para la adición, la multiplicación y la potenciación.

TEMA 2: MÁS SOBRE LAS OPERACIONES INVERSAS

A continuación vas a ver algunas particularidades de las operaciones inversas (resta, división y radicación) que se presentaron en el tema **1**.

A

5. Resta o sustracción

Hallar el resultado de la resta o sustracción equivale a responder a la pregunta *¿cuál es el número que sumado al sustraendo da por resultado el minuendo?*

La respuesta es sencilla y podrás encontrarla con los recursos de cálculo que aprendiste en tus primeros años de escolaridad, siempre que se trate de números naturales.

Para los casos en que la resta aparece combinada con otras operaciones es importante conocer un procedimiento más general.

a) Copiá en tu carpeta y completá el siguiente cuadro con la ecuación en suma.

	Resta	Minuendo	Sustraendo	Ecuación en suma
A	-0,5 – 10,3	-0,5	10,3	x + 10,3 = -0,5
B	17 - 42	17	42	x + -42 = 17
C	$\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)$			
D		5,2	-12	
E				$\frac{4}{5}$ r = $\frac{11}{4}$
F		-12,2	-3,08	
G		a	b	r + -b = a

b) Resolvé las ecuaciones que formulaste en el cuadro. Escribí las restas numéricas de la primera columna y el resultado obtenido en cada ecuación.

c) Observá los ejercicios que resolviste y respondé:

1. En la resta **a – b** = **r** ¿qué es **a**?, ¿qué es **b**? y ¿qué es **r**?
2. ¿Es **r** = **-b + a** una solución de la ecuación? ¿Por qué?
3. ¿Es **r** = **a - b** una solución de la ecuación? ¿Por qué?
4. ¿Son **a + -b** y **-b + a** resultados de la resta **a - b**? ¿Por qué?

El resultado de una resta de números racionales es equivalente a la suma del minuendo y el opuesto del sustraendo. En símbolos: ***a - b = a + (-b)***

Cuando se trabaja con números racionales no es necesario plantear la resta como una operación independiente de la suma. Cualquier resta se transforma en la suma del minuendo más el opuesto del sustraendo.

d) Resolvé en tu carpeta aplicando, para las restas, la regla anterior.

1. $-25 - 17 =$

2. $-16{,}50 - 21{,}35 =$

3. $-\frac{5}{4} - \left(-\frac{7}{5}\right) =$

4. $3 + 2{,}7 - -4 =$

5. $-\frac{1}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) =$

6. División

Hallar el resultado de una división es equivalente a preguntar ¿cuál es el número que multiplicado por el divisor da como resultado el dividendo? Por ejemplo, 56 ÷ 8 = **c** donde **c** es el cociente entre el dividendo 56 y el divisor 8; el número c resulta de resolver la ecuación: **c** . 8 = 56. Como 7 . 8 = 56 esto es la prueba de que 7 es el resultado correcto del cociente 56 ÷ 8.

a) Copia en tu carpeta y completá el siguiente cuadro.

División	Dividendo	Divisor	Ecuación
1. $45 \div -9$	45	-9	$x \bullet -9 = 45$
2. $210 \div 42$	210	42	$c \bullet 42 = 210$
3. $\frac{2}{3} \div \left(\frac{-1}{2}\right)$			
4.	72	- 12	
5. $\frac{4}{5} \div x = \frac{12}{15}$			
6.			$c \bullet 0{,}8 = 0{,}32$
7.	m	n	$c \,.\, n = m$

b) Resolvé las ecuaciones que formulaste en el cuadro. Escribí las divisiones numéricas de la primera columna y el resultado obtenido en cada ecuación.

c) Observá la siguiente serie de igualdades. Copialas y respondé en cada caso cuál es la transformación para pasar a la siguiente ecuación equivalente:

1. En la división $\mathbf{m} \div \mathbf{n} = \mathbf{c}$ ¿qué es **m**?, ¿qué es **n**? y ¿qué es **c**?

2. La ecuación $\mathbf{c} \bullet \mathbf{n} = \mathbf{m}$, ¿es equivalente a $\mathbf{c} \bullet \mathbf{n} \bullet \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}} = \mathbf{m} \bullet \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$? ¿Por qué?

3. ¿Qué resultado da el producto de los factores $\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$? ¿Es cierto que $\mathbf{c} = \mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$? ¿Por qué?

4. ¿Es $\mathbf{c} = \mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$ una solución de la ecuación? ¿Por qué?

5. Las expresiones $\mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$ y $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{m}$, ¿son resultados de la división $\mathbf{m} \div \mathbf{n}$?

El resultado de una división de números racionales es equivalente al producto que se obtiene multiplicando el dividendo por el inverso del divisor. En símbolos: $\mathbf{m} \div \mathbf{n} = \mathbf{m} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{n}}$.

El **0** no tiene inverso y no se puede resolver ninguna división con divisor 0. Así como toda resta entre números racionales se puede transformar en una suma, toda división (con divisor distinto de 0) se puede transformar en una multiplicación.

Para dividir dos números racionales se puede multiplicar el dividendo por el inverso del divisor.

d) Resolvé los siguientes ejercicios:

1. $\frac{2}{3} \div -\frac{5}{5} =$

2. $-0{,}75 \div 3 =$

3. $-100 \div -0{,}01 =$

4. $-0{,}4 \div (3{,}2 - 1{,}8) =$

5. $-\frac{4}{3} \div \frac{5}{8} =$

A 7. Radicación

En esta actividad se hará uso de las soluciones de las ecuaciones para establecer qué significa la operación de radicación y más adelante la logaritmación.

En la actividad **2** de esta unidad viste que la potenciación no es una operación conmutativa. Eso implica que los dos componentes de la operación (base y exponente) tienen funciones diferentes y no se pueden permutar sin que cambie el resultado o potencia. Por ejemplo, en la expresión $\mathbf{4^3 = 64}$, 4 es la base, 3 es el exponente y 64 la potencia, pero si se permuta el orden de los números 4 y 3 resulta la expresión $\mathbf{3^4 = 81}$ que corresponde a otra potencia diferente.

a) Leé el siguiente texto sobre la radicación.

La **radicación** es una de las operaciones inversas de la potenciación y se aplica cuando, conocido el exponente, se quiere conocer la base que produjo una potencia.

Hallar la raíz de índice **n** de un número **r** significa averiguar qué número **p** elevado a la potencia enésima da como producto **r**. Por ejemplo, la raíz cúbica de 64 es 4 porque 4^3 es 64. La notación simbólica que aprendiste es $\sqrt[3]{64}=4$, que se lee raíz cúbica de 64 es igual a 4.

Según estas consideraciones, hallar la raíz cúbica resulta equivalente a resolver la ecuación $x^3 = 64$.

En el caso de una raíz cuadrada, en el conjunto Q de los números racionales, la ecuación $\sqrt{36} = x$ admite dos soluciones, 6 y también -6 porque 6 • 6 es 36 y también -6 • -6 es 36. Es decir, que el conjunto solución de la ecuación $\sqrt{36} = x$ es S = {6, -6}.

b) Hallá las soluciones de cada ecuación:

1. $x^5 = 32$

2. $y^3 = -\frac{1}{64}$

3. $z^4 = 0{,}0081$

4. $w^2 = \frac{64}{121}$

5. $t^2 = -144$

c) Fíjense y analicen lo que escribieron Miguel y Víctor como resultado del ejercicio anterior. Comenten y escriban una conclusión:

$\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

$\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$ porque $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$

$\sqrt[4]{0{,}0081} = 0{,}3$ porque $0{,}3^4 = 0{,}0081$

$\sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{8}{11}$ porque $\left(\frac{8}{11}\right)^2 = \frac{64}{121}$

1. ¿Por qué Miguel y Víctor no resolvieron la ecuación $\mathbf{t^2 = -144}$?

2. ¿Debían haber puesto también que $\sqrt[4]{\mathbf{0{,}0081}} = -0{,}3$? ¿Por qué?

Seguramente habrás observado que $(-0,3)^4$ da por resultado un número positivo, 0,0081 y por eso también -0,3 es solución de $\sqrt[4]{\mathbf{0,0081}} = \mathbf{z}$.
Por otra parte, Miguel y Víctor no resolvieron la ecuación $t^2 = -144$ porque no tiene solución. En efecto, no existe ningún número —ni positivo ni negativo— que elevado al cuadrado dé por resultado un número negativo.

d) Resolvé las siguientes ecuaciones y contestá las preguntas.

$3^m = 81$ $\qquad$ $6^n = 216$ $\qquad$ $-2^b = -16$

$\left(\frac{5}{7}\right)^p = \frac{25}{49}$ $\qquad$ $(0,1)^a = 0,0001$ $\qquad$ $1^x = 1$

1. ¿Qué lugar ocupa la incógnita en estas ecuaciones?
2. ¿Hay ecuaciones con más de una solución?

Si el problema de hallar un exponente, conocidos la base y el resultado de la potencia, tiene una única solución, puede decirse que el exponente es el logaritmo de dicha potencia en esa base.
Por ejemplo $\mathbf{2^n = 32}$ es equivalente a hallar el logaritmo de 32 en base 2, el resultado es $\mathbf{n = 5}$ y en símbolos se escribe

$$\log_2 32 = 5$$

base del logaritmo $\qquad$ logaritmo

*En general: el **logaritmo** en base **b** de un número **n** es el exponente al que hay que elevar la base **b** para obtener **n**:*
$\log_b n = p$ *porque* $b^p = n$.

e) Escribí en símbolos, para cada una de las ecuaciones que resolviste en la consigna **c**, el logaritmo equivalente, por ejemplo $\log_3 81 = 4$.

Como resultado de esta actividad se ve que la potenciación, por ser una operación no conmutativa, tiene dos operaciones inversas. Cuando la incógnita es la base se aplica la radicación y cuando la incógnita es el exponente se aplica la logaritmación.

Para finalizar

En esta unidad trabajaste con las operaciones directas y sus respectivas inversas. Aprendiste que la adición y la sustracción, la multiplicación y la división son operaciones inversas y que hay dos operaciones inversas para la potenciación que son la radicación y la logaritmación.

También comprobaste la importancia de las propiedades de las operaciones, ya que permiten realizar distintos caminos para llegar a un mismo resultado; estos caminos se pueden elegir según la dificultad del cálculo.

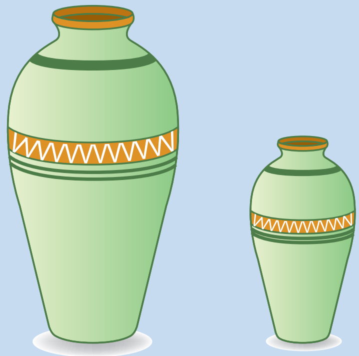
Trabajando con los distintos conjuntos numéricos, aprendiste que hay elementos destacados como son el elemento neutro de cada operación y el inverso de cada número. Viste que en los números racionales se habla de opuesto en los problemas aditivos y de inverso en los problemas multiplicativos.

Esperamos que te haya sido útil la revisión de operaciones que ya conocías de años anteriores, analizadas con respecto a sus inversas y la ampliación y profundización de sus propiedades. En las próximas unidades retomarás el trabajo con ecuaciones.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Una fracción

Un problema clásico dice:
Se debe vaciar en un gran jarrón exactamente 4 litros de agua. Se dispone de 2 jarrones, uno de 5 litros y otro de 3 litros.
¿Cómo se pueden medir los 4 litros exactos usando estos jarrones?



2. La criba de Erastóstenes

Los números naturales que tienen tres o más divisores reciben el nombre de ***números compuestos***. Por ejemplo, 6 tiene por divisores 1, 2, 3, 4, 6 y 12; el número natural 49 tiene por divisores: 1, 7 y 49.
Un número natural **n** es primo si tiene solamente dos divisores, el 1 y el mismo número, de tal modo que n ÷ 1 = n y n ÷ n = 1. El número 1 no es primo ni compuesto porque tiene un único divisor que es el número 1, vale decir 1 ÷ 1 = 1.
Eratóstenes fue un sabio griego que creó en el siglo III a. C. un método para encontrar los números primos menores que 100. Partió de un cuadro como el siguiente y fue suprimiendo ordenadamente los múltiplos de 2 (sin contar el 2), los de 3 (sin contar el 3) y así sucesivamente hasta agotar el procedimiento. Ese cuadro se conoce como Criba de Eratóstenes.
El desafío consiste en que construyas paso a paso la criba y encuentres una respuesta a algunas preguntas.

- ¿Cuál es el menor número compuesto que aparece en la tabla? ¿Por qué?
- Después de haber suprimido los divisores de los números hasta 5, ¿es necesario suprimir los divisores de 6? ¿Por qué?
- Después de suprimir los múltiplos de 47, ¿es necesario continuar con el procedimiento? ¿Por qué?
- ¿Cuántos números primos menores que 100 encontraste? ¿Puede haber más?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. Números de 6 cifras

Los números de 6 cifras de la forma **cdu cdu**, por ejemplo **243 243**, están compuestos por varios factores primos. ¿Qué números primos son divisores de todos los números de la forma **cdu cdu**? ¿Por qué?