

Guía de actividades

TEORÍA COMBINATORIA

Profesor Fernando Viso

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #18.

Tema: Permutaciones. Variaciones.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Permutaciones:

Es el arreglo de un conjunto de objetos distintos en un orden específico.. El número de permutaciones de n objetos distintos, tomados todos al mismo tiempo es igual a

$$P_{(n,n)} = n!.$$

Si es el caso de permutaciones de n objetos distintos tomados en grupos de r objetos, al mismo tiempo, donde $0 \leq r \leq n$, están dados por la ecuación (también llamadas **VARIACIONES**):

$$P_{(n,r)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo:

El número de arreglos que se pueden hacer con 12 objetos, tomados de 3 en 3, es igual a:

$$P(12,3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1.320 (\text{veces})$$

PREGUNTAS:

1.- Encontrar el valor de $P(9,4)$.

$$R \Rightarrow P(9,4) = \frac{9!}{(9-4)!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3.024.$$

2.- Evaluar cada uno de los siguientes símbolos:

(a) $5! =$ $R \Rightarrow 120$

(b) $\frac{7!}{4!} =$ $R \Rightarrow 210.$

(c) $P(6,2) =$ $R \Rightarrow 30.$

(d) $P(9,2) =$ $R \Rightarrow 72,$

3.- Calcular el número de permutaciones (variaciones) de las letras **a, b, c, d**, tomadas en grupos de 2 al mismo tiempo.

$$R \Rightarrow P(4,2) = \frac{4!}{(4-2)!} = 4 \cdot 3 = 12.$$

4.- Calcular el número de diferentes arreglos que se pueden hacer con **a, b, c, d**, tomadas en grupos de 4 al mismo tiempo.

$$R \Rightarrow P(4,4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

5.- ¿ Cuántos arreglos (variaciones) de dos letras cada uno, pueden hacerse con **a, b, c, d, e** . ?

$$R \Rightarrow P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20.$$

6.- Determinar el número de permutaciones de grupos de 3 elementos tomados de un conjunto de 4 elementos (a, b, c, d).

Sugerencias:

$$P_a^b = \frac{b!}{(b-a)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

$$R \Rightarrow 24$$

7.- ¿ De cuantas maneras diferentes pueden colocarse 3 libros en un tramo de una biblioteca?

$$R \Rightarrow P_n = n! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

8.- De un total de 10 personas se deberán escoger 3 candidatos para diferentes puestos públicos. ¿ De cuántas maneras diferentes podrá ser ésto hecho?

Sugerencias:

$$P_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

$$R \Rightarrow 720(\text{veces})$$

9.- Un club necesita elegir un presidente, un vicepresidente y un tesorero de un grupo de 5 candidatos. ¿Cuántos diferentes equipos de 3 pueden elegirse sin que ninguno ocupe más de un puesto?

Sugerencias:

$$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 60$$

$$R \Rightarrow 60$$

10.- De un grupo de 26 miembros se deberán elegir un presidente y un secretario. ¿ De cuántas maneras diferentes se puede hacer la selección de los dos puestos?

Sugerencias:

$$\text{Variaciones} = P_2^{26} = \frac{26!}{(26-2)!} = 26 \cdot 25 = 650$$

$$R \Rightarrow 650$$

11.- ¿Cuántos números telefónicos de 4 dígitos diferentes cada uno, pueden ser hechos de los siguientes dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Sugerencias:

Cada arreglo de los mismos 4 dígitos produce un número telefónico nuevo; por lo tanto, estamos hablando de variaciones:

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{9!}{(9-4)!} = 5040$$

$$R \Rightarrow 5040.$$

12.- ¿ En cuántas maneras diferentes pueden ser agrupadas las letras de la palabra "MONDAY"?

$$R \Rightarrow \text{Permutacion} : 6! = 720$$

13.- ¿ En cuántas maneras pueden agruparse las letras de la palabra "BANANA".

Sugerencias: Las N se repiten 2 veces y las A se repiten 3 veces. Entonces:

$$R \Rightarrow P_{n_1, n_2, n_3}^n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots} = \frac{6!}{2! \cdot 3! \cdot 1!} = 60$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = n$$

12.- Encontrar el número de permutaciones que se pueden hacer con las 7 letras de la palabra "algebra".

Sugerencias: La letra "a" se repite dos veces.

$$R \Rightarrow \frac{7!}{2!} = 2.520$$

13.- ¿Cuántos arreglos pueden hacerse con las letras de la palabra **"Tennessee"**?

$$R \Rightarrow \frac{9!}{4! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1} = 3.780$$

GUIA DE TRABAJO
Materia: Matemáticas Guía #19.
Tema: Combinaciones.
Fecha: _____
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____
Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)!r!} =$$

Ejemplo: Encontrar el número de comités de 4 miembros cada uno que se pueden formar de un grupo de 9 personas.

$$C(9,4) = \frac{9!}{(9-4)!4!} = 126$$

PREGUNTAS:

1.- Encontrar el valor de $C(n,0)$.

$$R \Rightarrow C(n, 0) = \frac{n!}{(n-0)!0!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

2.- Evaluar cada uno de los siguientes símbolos:

(a) $C(6,3)$.

$$R \Rightarrow \frac{6!}{(6-3)!3!} = 20$$

(b) $C(18,16)$

$$R \Rightarrow C(18,16) = \frac{18!}{(18-16)!16!} = 153.$$

3.- ¿Cuántos juegos de 5 cartas diferentes pueden hacerse de un paquete de 52 cartas?

$$R \Rightarrow C(52,5) = \frac{52!}{(52-5)!5!} = 2.598.960$$

4.- ¿De cuántas diferentes maneras pueden caer dos dados?

$$R \Rightarrow 6 \cdot 6 = 36$$

5.- ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar comités de 3 personas de un grupo de 10 personas?.

$$R \Rightarrow C(10,3) = \frac{10!}{(10-3)!3!} = 120$$

6.- ¿Cuántos equipos de béisbol de 9 jugadores pueden ser seleccionados de 12 jugadores, independientemente de la posición que juega cada uno?.

$$R \Rightarrow C(12,9) = \frac{12!}{9!3!} = 220$$

7.- Una fábrica produce 7 tipos de productos diferentes, y los empaqueta de tres en tres. ¿ Cuántos paquetes diferentes pueden hacer con los 7 productos?.

$$R \Rightarrow C(7,3) = \frac{7!}{(7-3)!3!} = 35$$

8.- Un hombre y su esposa deciden entretener a 24 amigos, haciendo 4 cenas para 6 invitados cada una. ¿ De cuántas maneras los invitados a la primera cena pueden ser seleccionados?.

Sugerencias:

En el primer grupo se considera sólo una cena y se deberán seleccionar 6 personas de un conjunto de 24 a ser invitados.

$$R \Rightarrow C(24,6) = \frac{24!}{(24-6)!6!} = 134.596.$$

9.- Una dama tiene 12 amigos. Ella desea invitar a tres de ellos a jugar cartas. ¿ De cuántas maneras posibles ella puede invitarlos sin repetir grupos?.

$$R \Rightarrow C(12,3) = \frac{12!}{(12-3)!3!} = 220$$

10.- En una reunión de trabajo 12 personas deben ser sentadas en 7 sillas y un banco con capacidad para sentar a 5 personas. ¿ De cuántas maneras pueden sentarse las personas en el banco, sin importar el orden en que lo hagan?

$$R \Rightarrow C(12,5) = \frac{12!}{(12-5)!5!} = 792$$

11.- ¿ Cuántas sumas de dinero diferente se pueden obtener al seleccionar dos monedas de una caja que contiene un penny, un níckel, un dime, un quarter, y la mitad de un dólar?.

$$R \Rightarrow C(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!2!} = 10$$

12.- ¿De cuántas maneras 5 premios pueden ser entregados a 4 muchachos, siendo cada uno de los muchachos elegible para todos los premios?

Sugerencias: Cualquiera de los premios puede ser entregado de 4 maneras diferentes; y entonces alguno de los premios restantes puede también ser entregado de 4 maneras diferentes, y como el segundo premio puede ser recibido por el muchacho que ya ha recibido el primero,, entonces dos premios pueden ser entregados en 4^2 (*veces*), tres premios serían 4^3 (*veces*) y por lo tanto cinco premios serían 4^5 .

$$R \Rightarrow 4^5.$$

13.- ¿De cuántas maneras 5 libros pueden ser seleccionados de un grupo de 12, si (a) cuando un libro específico es siempre incluido, (b) cuando un libro específico es siempre excluido?

Sugerencias:

(a) Ya que el libro específico debe ser incluido en cada selección, se tendrán que seleccionar 4 de los 11 restantes: $R_1 \Rightarrow C(11,4) = 330$

(b) Ya que un libro específico debe ser excluido, se deberán seleccionar 5 libros de los 11 restantes: $R_2 \Rightarrow C(11,5) = 462$.

14.- ¿ Cuántos grupos pueden ser formados de un total de 10 objetos, tomnando al menos tres al mismo tiempo?.

Sugerencias:

$$C(10,3) + C(10,4) + C(10,5) + C(10,6) + C(10,7) + C(10,8) + C(10,9) + C(10,10) = \\ = 120 + 210 + 252 + 210 + 120 + 45 + 10 + 1 = 968.$$

$$R \Rightarrow 968$$

15.- Un hombre tiene 6 amigos; ¿ en cuántas diferentes maneras él puede invitarlos a cenar?.

Sugerencias:

$$C(6,1) + C(6,2) + C(6,3) + C(6,4) + C(6,5) + C(6,6) = \\ 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$$

$$R \Rightarrow 63$$

