Guía de actividades

POLINOMIOS

Profesor Fernando Viso

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #58.

Tema: División de polinomios por el método de Ruffini.

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

D = Dividendo.

d = Divisor.

Q = Cociente.

R = Residuo.

PREGUNTAS:

División de polinomios por dvisores de la forma $(x-a)$:

1.- $\left(3x^3-2x^2-11x+7\right)\div\left(x-2\right)=$

	3	-2	-11	7
2		6	8	-6
	3	4	-3	$\boxed{1}$

El resultado es:

$Q = 3x^2 + 4x - 3; R = 1$

2.- $\left(5x^4 - 43x^2 + 4x + 4\right) \div \left(x + 3\right) =$

	5	0	-43	4	4
-3		-15	45	-6	6
	5	-15	2	-2	$\boxed{10}$

Resultado: $Q = 5x^3 - 15x^2 + 2x + 2; R = 10$

3.- $\left(x^4 - 5x^3 - 2x + 8\right) \div \left(x - 5\right) =$

	1	-5	0	-2	8
5		5	0	0	10
	1	0	0	-2	$\boxed{-2}$

Resultado: $Q = x^3 - 2; R = -2$

4.- $\left(x^5 + 1\right) \div \left(x + 1\right) =$

	1	0	0	0	0	1
-1		-1	1	-1	1	-1
	1	-1	1	-1	1	$\boxed{0}$

Resultado: $Q = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1; R = 0$

5.- $\left(3x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 14x + 7\right) \div \left(x + \frac{1}{3}\right) =$

	3	7	8	14	7
$\boxed{-\frac{1}{3}}$		-1	-2	-2	-4
	3	6	6	12	$\boxed{3}$

Resultado: $Q = 3x^3 + 6x^2 + 6x + 12; R = 3.$

6.- $\left(6x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 13x + 10\right) \div \left(x - 2\right) =$

	6	5	-9	-13	10
$\boxed{\frac{2}{3}}$		4	6	-2	-10
	6	9	-3	-15	$\boxed{0}$

Resultado: $Q = 6x^3 + 9x^2 - 3x - 15; R = 0.$

7.- $\left(4x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x + 1\right) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$

$\boxed{\frac{1}{2}}$	4	-1	2	-2	1
		2 (1/2)		(5/4)	(-3/8)
	4	1	(5/2)	(-3/4)	$\boxed{(5/8)}$

Resultado: $Q = 4x^3 + x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{4}; R = \frac{5}{8}$

8.- $\left(x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1\right) \div \left(x + \frac{1}{2}\right) =$

$\boxed{-\frac{1}{2}}$	1	2	1	2	1
		(-1/2)	(-3/4)	(-1/8)	(-15/16)
	1	(3/2)	(1/4)	(15/8)	$\boxed{(1/16)}$

Resultado: $Q = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{15}{8}; R = \frac{1}{16}$

9.- $\left(x^5 - 5x^3 + 11x + 5\sqrt{2}\right) \div \left(x - \sqrt{2}\right) =$

	1	0	-5	0	11	$5\sqrt{2}$
$\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	2	$-3\sqrt{2}$	-6	$5\sqrt{2}$
	1	$\sqrt{2}$	-3	$-3\sqrt{2}$	5	$\boxed{10\sqrt{2}}$

Resultado: $Q = x^4 + \sqrt{2}x^3 - 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 5; R = 10\sqrt{2}$

10.- $\left(x^4 - x^2 - 1\right) \div \left(x + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) =$

	1	0	-1	0	-1
$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{3}$	$2\frac{\sqrt{3}}{9}$	$-\frac{2}{9}$
	1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$2\frac{\sqrt{3}}{9}$	$\boxed{-\frac{11}{9}}$

Resultado: $Q = x^3 - \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 2\frac{\sqrt{3}}{9}; R = -\frac{11}{9}$

11.- $\left(3x^5 - 53x^3 + 2\sqrt{2}x^2 - 7x + \sqrt{2}\right) \div \left(x + 3\sqrt{2}\right) =$

	3	0	-53	$2\sqrt{2}$	-7	$\sqrt{2}$
$-3\sqrt{2}$		$-9\sqrt{2}$	54	$-3\sqrt{2}$	6	$3\sqrt{2}$
	3	$-9\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	-1	$\boxed{4\sqrt{2}}$

Resultado: $Q = 3x^4 - 9\sqrt{2}x^3 + x^2 - \sqrt{2}x - 1; R = 4\sqrt{2}$

12.- $\left(x^5 - 2ax^4 + a^2x^3 - 2x^2 - 2ax + 1\right) \div (x - a)$

	1	-2a	a^2	-2	-2a	1
a		a	$-a^2$	0	-2a	$-4a^2$
	1	-a	0	-2	-4a	$\boxed{1-4a^2}$

Resultado : $Q = x^4 - ax^3 - 2x - 4a; R = 1 - 4a^2$

13.- $\left[2x^3 + (3m - 2a)x^2 + \left(m^2 - 1\right)x + am^2 - a^2m + a\right] \div (x - a + m)$

Darse cuenta que: $x - a + m = x - (a - m)$. Luego:

	2	$(3m-2a)$	$\left(m^2-1\right)$	$\left(am^2-a^2m+a\right)$
$(a-m)$		$(2a-2m)$	$\left(am-m^2\right)$	$\left(a^2m-am^2-a+m\right)$
	2	m	$(am-1)$	$\boxed{m}$

Resultado: $Q = 2x^2 + mx + (am - 1); R = m$

14.- $\left(2z^4 - iz^3 + z^2 + 3z - 2i\right) \div (z - i) =$

	2	$-i$	1	3	$-2i$
i		$2i$	-1	0	$3i$
	2	i	0	3	$\boxed{i}$

Resultado: $Q = 2z^3 + iz^2 + 3; R = i$

15.- $\left(3x^6 - 7x^4 + 7x^2 - 8\right) \div \left(x^2 - 2\right) =$

Hacer $x^2 = y$; entonces, la expresión se transforma en:

$\left(3y^3 - 7y^2 + 7y - 8\right) \div \left(y - 2\right) =$

	3	-7	7	-8
2		6	-2	10
	3	-1	5	$\boxed{2}$

Resultado: $Q = 3y^2 - 3y + 5 \Rightarrow 3x^4 - 3x^2 + 5; R = 2$

16.- $\left(x^{15} + 6x^{10} - x^5 - 25\right) \div \left(x^5 + 5\right) =$

Hacer $x^5 = y$; entonces:

$\left(y^3 + 6y^2 - y - 25\right) \div \left(y + 5\right) =$

	1	6	-1	-25
-5		-5	-5	30
	1	1	-6	$\boxed{5}$

Resultado: $Q = y^2 + y - 6 \Rightarrow x^{10} + x^5 - 6; R = 5$

17.- $\left(2x^{16} + 6x^{12} + x^4 + 4\right) \div \left(x^4 + 3\right) =$

Hacer $x^4 = y$; entonces:

$\left(2y^4 + 6y^3 + y + 4\right) \div \left(y + 3\right) =$

	2	6	0	1	4
-3		-6	0	0	-3
	2	0	0	1	$\boxed{1}$

Resultado: $Q = 2y^3 + 1 \Rightarrow 2x^{12} + 1; R = 1$

18.- $\left(6x^{21} - 7x^{14} + 3\right) \div \left(x^7 - \frac{1}{2}\right) =$

Hacer $x^7 = y$; entonces:

$$\left(6y^3 - 7y^2 + 3\right) \div \left(y - \frac{1}{2}\right) =$$

	6	-7	0	3
$\frac{1}{2}$		3	-2	-1
	6	-4	-2	2

Resultado: $Q = 6y^2 - 4y - 2 \Rightarrow 6x^{14} - 4x^7 - 2; R = 2$

19.- $\left(3x^{12} - 10x^6 + 7x^3 + 6\right) \div \left(x^3 + 2\right) =$

Hacer $x^3 = y$; entonces:

$$\left(3y^4 - 10y^2 + 7y + 6\right) \div \left(y + 2\right) =$$

	3	0	-10	7	6
-2		-6	12	-4	-6
	3	-6	2	3	0

Resultado: $Q = 3y^3 - 6y^2 + 2y + 3 \Rightarrow 3x^9 - 6x^6 + 2x^3 + 3; R = 0$

20.- $\left(ax^{18} - 3ax^{12} + ax^6 + 5\right) \div \left(x^6 - 2\right) =$

Hacer $x^6 = y$; entonces:

$$\left(ay^3 - 3ay^2 + ay + 5\right) \div \left(y - 2\right) =$$

	a	-3a	a	5
2		2a	-2a	-2a
	a	-a	-a	5-2a

Resultado: $Q = ay^2 - ay + a \Rightarrow ax^{12} - ax^6 + a; R = 5 - 2a$

21.- $\left(3x^6 - 2ax^4 + 5a^2x^2 - 6a^3\right) \div \left(x^2 - a\right) =$

Hacer $x^2 = y$; entonces:

$$\left(3y^3-2ay^2+5a^2y-6a^3\right)\div\left(y-a\right)=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 3 & -2a & 5a^2 & -6a^3 \\
a & & 3a & a^2 & 6a^3 \\
\hline
 & 3 & a & 6a^2 & \boxed{0}
\end{array}$$

Resultado: $Q=3y^2+ay+6a^2 \Rightarrow 3x^4+ax^2+6a^2; R=0$

22.- $\left(2Z^9+3Z^6+3iZ^3-i\right)\div\left(Z^3+i\right)=$

Hacer $Z^3=y$; entonces:

$$\left(2y^3+3y^2+3iy-i\right)\div\left(y+i\right)=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & 3 & 3i & -i \\
-i & & -2i & -2-3i & 2i \\
\hline
 & 2 & 3-2i & -2 & \boxed{i}
\end{array}$$

Resultado: $Q=2y^2+\left(3-2i\right)y-2 \Rightarrow 2Z^6+\left(3-2i\right)Z^3-2; R=i$

23.- $\left[2Z^{24}+\left(1-i\right)Z^{16}-\left(22-15i\right)Z^8+13\right]\div\left(Z^8-3+i\right)=$

Darse cuenta que: $Z^8-3+i=Z^8-\left(3-i\right)$. Hacer ahora $Z^8=y$; entonces:

$$\left[2y^3+\left(1-i\right)y^2-\left(22-15i\right)y+13\right]\div\left[y-\left(3-i\right)\right]=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & \left(1-i\right) & -22+15i & 13 \\
3-i & & 6-2i & 18-16i & -13+i \\
\hline
 & 2 & 7-3i & -4-i & \boxed{i}
\end{array}$$

Resultado: $Q=2y^2+\left(7-3i\right)y-4-i \Rightarrow 2Z^{16}+\left(7-3i\right)Z^8-4-i; R=i$

24.- $\left(Z^8+4\right)\div\left(Z^2-1-i\right)=$

Hacer $Z^2=y;$ entonces:

$$\left(y^4+4\right)\div\left[y-\left(1+i\right)\right]=$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\
(1+i) & & (1+i) & 2i & -2+2i & -4 \\
\hline
 & 1 & (1+i) & 2i & -2+2i & \boxed{0}
\end{array}$$

$$Q=y^3+\left(1+i\right)y^2+2iy-2+2i\Rightarrow$$

Resultado: $\Rightarrow Z^6+\left(1+i\right)Z^4+2iZ^2-2+2i;R=0$

División de polinomios por divisores de la forma $\left(ax+b\right)$:

Nota importante: Darse cuenta que al dividir dividendo y divisor por un número, el cociente no se altera; pero, el resíduo si queda afectado por la operación realizada; así, por ejemplo, al dividir dididendo y divisor por 3, al realiuzar la división sintética lo que en realidad se obtiene e como resíduo es $\frac{R}{3}$.

Obtener $\boldsymbol{Q}$ y $\boldsymbol{R}$ por el método de Ruffini:

1.- $\left(4x^3+10x^2-3x+1\right)\div\left(2x-1\right)=$

Dividir $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por 2:

$$\left(2x^3+5x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)\div\left(x-\frac{1}{2}\right)=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & 5 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\
\frac{1}{2} & & 1 & 3 & \frac{3}{4} \\
\hline
 & 2 & 6 & \frac{3}{2} & \boxed{\frac{5}{4}}
\end{array}$$

Resultado: $Q=2x^2+6x+\frac{3}{2}:\frac{R}{2}=\frac{5}{4}\Rightarrow R=\frac{5}{2}$

2.- $\left(9x^4+6x^3+x^2-3x+1\right)\div\left(3x+1\right)=$

Dividir ***D*** y d por 3:

$$\left(3x^4+2x^3+\frac{1}{3}x^2-x+\frac{1}{3}\right)\div\left(x+\frac{1}{3}\right)=$$

	3	2	$\frac{1}{3}$	-1	$\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{3}$		-1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
	3	1	0	-1	$\boxed{\frac{2}{3}}$

Resultado: $Q=3x^3+x^2-1;\frac{R}{3}=\frac{2}{3}\Rightarrow R=2.$

3.- $\left(6x^3-x^2-x+3\right)\div\left(3x-2\right)=$

Dividir ***D*** y ***d*** por 3:

$$\left(2x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x+1\right)\div\left(x-\frac{2}{3}\right)=$$

	2	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$
	2	1	$\frac{1}{3}$	$\boxed{\frac{11}{9}}$

Resultado: $Q=2x^2+x+\frac{1}{3};\frac{R}{3}=\frac{11}{9}\Rightarrow R=\frac{11}{3}$

4.- $\left(x^3-2x^2-x-2\right)\div\left(2x-5\right)=$

Dividir ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x - 1\right) \div \left(x - \frac{5}{2}\right) =$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \\
\frac{5}{2} & & \frac{5}{4} & \frac{5}{8} & \frac{5}{16} \\
\hline
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \boxed{-\frac{11}{16}}
\end{array}$$

Resultado: $Q = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}; \frac{R}{2} = -\frac{11}{16} \Rightarrow R = -\frac{11}{8}$

5.- $\left(5x^4 - 3x^3 - \frac{21}{5}x - 15\right) \div (5x + 2) =$

Dividir $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por 5:

$$\left(x^4 - \frac{3}{5}x^3 - \frac{21}{25}x - 3\right) \div \left(x + \frac{2}{5}\right) =$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -\frac{3}{5} & 0 & -\frac{21}{25} & -3 \\
-\frac{2}{5} & & -\frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{25} & \frac{2}{5} \\
\hline
 & 1 & -1 & \frac{2}{5} & -1 & \boxed{-\frac{13}{5}}
\end{array}$$

Resultado: $Q = x^3 - x^2 + \frac{2}{5}x - 1; \frac{R}{5} = -\frac{13}{5} \Rightarrow R = -13$

6.- $\left(2x^4 - ax^3 - 8x^2 + 2ax + 2a^2\right) \div (2x - a) =$

Dividir $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por 2:

$$\left(x^4 - \frac{a}{2}x^3 - 4x^2 + ax + a^2\right) \div \left(x - \frac{a}{2}\right) =$$

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -\frac{a}{2} & -4 & a & a^2 \\
\frac{a}{2} & & \frac{a}{2} & 0 & -2a & -\frac{a^2}{2} \\
\hline
 & 1 & 0 & -4 & -a & \boxed{\frac{a^2}{2}}
\end{array}
$$

Resultado: $x^3 - 4x - a; \dfrac{R}{2} = \dfrac{a^2}{2} \Rightarrow R = a^2$

7.- $\left(3x^3 - 4ix^2 - x + 6\right) \div \left(3x - i\right) =$

Dividir ***D*** y ***d*** por 3:

$$\left(x^3 - \frac{4i}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 2\right) \div \left(x - \frac{i}{3}\right) =$$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -\frac{4i}{3} & -\frac{1}{3} & 2 \\
\frac{i}{3} & & \frac{i}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\
\hline
 & 1 & -i & 0 & \boxed{2}
\end{array}
$$

Resultado: $Q = x^2 - ix; \dfrac{R}{3} = 2 \Rightarrow R = 6.$

8.- $\left(\dfrac{1}{9}x^3 + \dfrac{7}{3}x^2 + x - 7\right) \div \left(\dfrac{1}{3}x + 1\right) =$

Se multiplican ***D*** y ***d*** por 3:

$$\left(\frac{1}{3}x^3 + 7x^2 + 3x - 21\right) \div \left(x + 3\right) =$$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & \frac{1}{3} & 7 & 3 & -21 \\
-3 & & -1 & -18 & 45 \\
\hline
\end{array}
$$

$$\begin{array}{c|ccc|}
\hline
\frac{1}{3} & 6 & -15 & \boxed{24}
\end{array}$$

Resultado: $Q = \frac{1}{3}x^2 + 6x - 15; 3R = 24 \Rightarrow R = 8.$

9.- $\left(\frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{4}x^2 - x\right) \div \left(\frac{1}{2}x - 1\right) =$

Se multiplican ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left(3x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 2x\right) \div (x-2) =$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 3 & -\frac{9}{2} & -2 & 0 \\
2 & & 6 & 3 & 2 \\
\hline
 & 3 & \frac{3}{2} & 1 & \boxed{2}
\end{array}$$

Resultado: $Q = 3x^2 + \frac{3}{2}x + 1; 2R = 2 \Rightarrow R = 1.$

10.- $\left(\frac{1}{a}x^4 - bx^3 + \frac{2}{a}x^2 - 3bx + 3ab^2\right) \div \left(\frac{1}{a}x - b\right) =$

Se multiplican ***D*** y ***d*** por ***a***:

$$\left(x^4 - abx^3 + 2x^2 - 3abx + 3a^2b^2\right) \div (x - ab) =$$

$$\begin{array}{cc|cccc}
 & 1 & -ab & 2 & -3ab & 3a^2b^2 \\
ab & & ab & 0 & 2ab & -a^2b^2 \\
\hline
 & 1 & 0 & 2 & -ab & \boxed{2a^2b^2}
\end{array}$$

Resultado: $Q = x^3 + 2x - ab; aR = 2a^2b^2 \Rightarrow R = 2ab^2.$

11.- $\left(4Z^3 + 2iZ^2 - iZ - \frac{3}{2} + 2i\right) \div (2Z - 1) =$

Se dividen ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left(2Z^3+iZ^2-\frac{i}{2}Z-\frac{3}{4}+i\right)\div\left(Z-\frac{1}{2}\right)=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & i & -\frac{i}{2} & -\frac{3}{4}+i \\
\frac{1}{2} & & 1 & \frac{1+i}{2} & \frac{1}{4} \\
\hline
 & 2 & 1+i & \frac{1}{2} & \boxed{-\frac{1}{2}+i}
\end{array}$$

Resultado: $Q=2Z^2+(1+i)Z+\frac{1}{2};\frac{R}{2}=-\frac{1}{2}+i\Rightarrow R=-1+2i$

12.- $\left[2Z^3+(6-3i)Z+3-i\right]\div(2Z-1-3i)=$

Hacer: $2Z-1-3i=2z-(1+3i)$; también dividir ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left[Z^2+\left(\frac{6-3i}{2}\right)Z+\frac{3}{2}-\frac{i}{2}\right]\div\left[Z-\left(\frac{1+3i}{2}\right)\right]=$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 0 & \frac{6-3i}{2} & \frac{3-i}{2} \\
\frac{1+3i}{2} & & \frac{1+3i}{2} & \frac{-4+3i}{2} & \frac{1+3i}{2} \\
\hline
 & 1 & \frac{1+3i}{2} & 1 & \boxed{2+i}
\end{array}$$

Resultado: $Q=Z^2+\left(\frac{1+3i}{2}\right)Z+1;\frac{R}{2}=2+i\Rightarrow R=4+2i$

13.- $\left[(2+2i)Z^3+(5-3i)Z^2-(1-i)Z+5+2i\right]\div\left[2Z+1-2i\right]=$

Dividir ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left[(1+i)Z^3+\left(\frac{5-3i}{2}\right)Z^2-\left(\frac{1-i}{2}\right)Z+\left(\frac{5+2i}{2}\right)\right]\div\left[Z+\left(\frac{1-2i}{2}\right)\right]=$$

$$\begin{array}{|cccc}
(1+i) & \left(\frac{5-3i}{2}\right) & -\left(\frac{1-i}{2}\right) & \left(\frac{5+2i}{2}\right)
\end{array}$$

$-\left(\frac{1-2i}{2}\right)$			$\left(\frac{-3+i}{2}\right)$	$\left(\frac{1+3i}{2}\right)$	$\left(\frac{-4-2i}{2}\right)$
	$(1+i)$	$(1-i)$	$2i$		$\boxed{\frac{1}{2}}$

Resultado: $Q=(1+i)Z^2+(1-i)Z+2i;\frac{R}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow R=1.$

14.- $\left(25x^{12}+65x^9+5x^6+60x^3+40\right)\div\left(5x^3+3\right)=$

$x^3=y;$ haciendo el cambio de variable y dividiendo ***D*** y ***d*** por 5:

$$\left(5y^4+13y^3+y^2+12y+8\right)\div\left(y+\frac{3}{5}\right)=$$

	5	13	1	12	8
$-\frac{3}{5}$		-3	-6	3	-9
	5	10	-5	15	$\boxed{-1}$

Resultado:

$$Q=5y^3+10y^2-5y^2+15\Rightarrow Q=5x^9+10x^6-5x^3+15$$

$$\frac{R}{5}=-1\Rightarrow R=-5.$$

15.- $\left(\frac{3}{2}x^{21}-2x^{14}+\frac{5}{2}x^7+\frac{1}{3}\right)\div\left(3x^7-1\right)=$

$x^7=y;$ haciendo el cambio de variables y dividiendo ***D*** y ***d*** por 3:

$$\left(\frac{1}{2}y^3-\frac{2}{3}y^2+\frac{5}{6}y+\frac{1}{9}\right)\div\left(y-\frac{1}{3}\right)=$$

	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$

$$
\begin{array}{c|cccc}
\frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{2}{9} \\
\hline
 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & \boxed{\frac{1}{3}}
\end{array}
$$

$$Q=\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}y+\frac{2}{3}\Rightarrow Q=\frac{1}{2}x^{14}-\frac{1}{2}x^7+\frac{2}{3}$$

$$\frac{R}{3}=\frac{1}{3}\Rightarrow R=1$$

16.- $\left[(7+i)Z^3-(10-5i)Z^2-(18-6i)Z+15-10i\right]\div\left[(2+i)Z-5\right]=$

Se dividen $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por $(2+i)$:

$$\frac{(7+i)}{(2+i)}=\frac{(7+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{14-7i+2i+1}{4+1}=\frac{15-5i}{5}=3-i$$

$$\frac{-(10-5i)}{2+i}=\frac{\left[-(10-5i)(2-i)\right]}{(2+i)(2-i)}=\frac{-20+10i+10i+5}{5}=\frac{-15+20i}{5}=-3+4i$$

$$\frac{-(18-6i)}{2+i}=\frac{\left[-(18-6i)(2-i)\right]}{(2+i)(2-i)}=\frac{-36+18i+12i+6}{5}=\frac{-30+30i}{5}=-6+6i$$

$$\frac{15-10i}{2+i}=\frac{\left[(15-10i)(2-i)\right]}{(2+i)(2-i)}=\frac{30-15i-20i-10}{5}=\frac{20-35i}{5}=4-7i$$

$$\frac{-5}{2+i}=\frac{(-5)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{-10+5i}{5}=-2+i=-(2-i)$$

Entonces, la expresión anterior se puede escribir como:

$$\left[(3-i)Z^3+(-3+4i)Z^2+(-6+6i)Z+(4-7i)\right]\div\left[Z-(2-i)\right]=$$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & (3-i) & (-3+4i) & (-6+6i) & (4-7i) \\
(2-i) & & (5-5i) & (3-4i) & (-4+7i) \\
\hline
 & (3-i) & (2-i) & (-3+2i) & \boxed{0}
\end{array}
$$

El resultado es:

$$Q=(3-i)Z^2+(2-i)Z+(-3+2i);R=0$$

17.- $\left[(4-7i)Z^4-(21-i)Z^3-(26-13i)Z^2-(53-5i)Z-50+i\right]\div\left[(3-2i)Z-13\right]=$

Se dividen $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por $(3-2i)$:

$$\frac{(4-7i)}{(3-2i)}=\frac{(4-7i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{26-13i}{13}=2-i$$

$$\frac{-(21-i)}{(3-2i)}=\frac{-(21-i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{-65-39i}{13}=-5-3i$$

$$\frac{-(26-13i)}{(3-2i)}=\frac{-(26-13i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{-104-13i}{13}=-8-i$$

$$\frac{-(53-5i)}{(3-2i)}=\frac{-(53-5i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{-169-91i}{13}=-13-7i$$

$$\frac{-50+i}{(3-2i)}=\frac{(-50+i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{-152-97i}{13}$$

$$\frac{-13}{(3-2i)}=\frac{-13(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{-13(3+2i)}{13}=-(3+2i)$$

Luego:

	$(2-i)$	$(-5-3i)$	$(-8-i)$	$(-13-7i)$	$\frac{-152-97i}{13}$
$(3+2i)$		$(8+i)$	13	$(17+7i)$	$(12+8i)$
	$(2-i)$	$(3-2i)$	$(5-i)$	4	$\frac{4+7i}{13}$

El resultado es:

$$Q=(2-i)Z^3+(3-2i)Z^2+(5-i)Z+4;\frac{R}{(3-2i)}=\frac{4+7i}{13}\Rightarrow R=2-i$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #59.

Tema: Problema sobre el teorema del resto.

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

D = Dividendo.

d = Divisor.

Q = Cociente.

R = Residuo.

PREGUNTAS:

Determinar en cada caso el resíduo sin efectuar la división:

1.-

$$\left(3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 7x + 3\right) \div \left(x - 1\right) =$$

$$\left[3\left(1\right)^4 - 2\left(1\right)^3 + 4\left(1\right)^2 - 7\left(1\right) + 3\right] = 3 - 2 + 4 - 7 + 3 = 1$$

$$R = 1$$

2.-

$$\left(2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x - 12\right) \div \left(x + 1\right) =$$

$$\left[2(-1)^4 - 3(-1)^3 + 2(-1)^2 - 2(-1) - 12\right] = 2 + 3 + 2 + 2 - 12 = -3$$

$$R = -3$$

3.-

$$\left(x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 10x + 9\right) \div \left(x - 2\right) =$$

$$\left[(2)^5 - 5(2)^4 + 7(2)^3 - 8(2)^2 + 10(2) + 9\right] = 32 - 80 + 56 - 32 + 20 + 9 = 5$$

$$R = 5$$

4,-

$$\left(x^3 + 7x^2 + 15x + 11\right) \div \left(x + 3\right) =$$

$$\left[(-3)^3 + 7(-3)^2 + 15(-3) + 11\right] = -27 + 63 - 45 + 11 = 2$$

$$R = 2$$

5.-

$$\left(Z^5 + 2Z^4 + Z^3 - 3Z^2 + 3\right) \div \left(Z + i\right) =$$

$$\left[(-i)^5 + 2(-i)^4 + (-i)^3 - 3(-i)^2 + 3\right] = -i + 2 + i + 3 + 3 = 8$$

$$R = 8$$

6.-

$$\left(Z^4 + 3Z^3 + 4Z^2 + 10Z + 3\right) \div \left(Z - 2i\right) =$$

$$\left[(2i)^4 + 3(2i)^3 + 4(2i)^2 + 10(2i) + 3\right] = 16 - 24i - 16 + 20i + 3 = 3 - 4i$$

$$R = 3 - 4i$$

Determinar en cada caso el valor de m:

1.- Para que $P_{(x)} \equiv x^3 + mx^2 + (m - 3)x + 10$ sea divisible por $(x - 2)$.

$$\left(2\right)^3+m\left(2\right)^2+\left(m-3\right)\left(2\right)+10=8+4m+2m-6+10=$$
$$=12+6m=0\Rightarrow 6m=-12\Rightarrow m=-2.$$

2.- Para que $P_{(x)}\equiv mx^3-7mx+2$ admita la raíz -3.

$$P_{(-3)}=m\left(-3\right)^3-7m\left(-3\right)+2=0$$
$$P_{(-3)}=-27m+21m+2=0\Rightarrow -6m+2=0\Rightarrow m=\frac{1}{3}$$

3.- Para que $P_{(x)}\equiv mx^3+m^2x^2+\left(3m^2-m\right)x+4m^2-2m-24$ sea divisible por $\left(x+2\right)$.

$$m\left(-2\right)^3+m^2\left(-2\right)^2+\left(3m^2-m\right)\left(-2\right)+4m^2-2m-24=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -8m+4m^2-6m^2+2m+4m^2-2m-24=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2m^2-8m-24=0\Rightarrow m^2-4m-12=0\Rightarrow$$
$$m=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{2}=\frac{4\div\sqrt{64}}{2}\Rightarrow m_1=6;m_2=-2.$$

4.- Para que $P_{(x)}\equiv 2x^4+mx^3+\left(7-m\right)x^2+m^2x-7m+1$ admita la raíz 1.

$$P_{(1)}=0=2\left(1\right)^4+m\left(1\right)^3+\left(7-m\right)\left(1\right)^2+m^2\left(1\right)-7m+1=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2+m+7-m+m^2-7m+1=0\Rightarrow m^2-7m+10=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow m=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{7\pm 3}{2}\Rightarrow m_1=5;m_2=2$$

5.- Para que $P_{(x)}\equiv 2x^3+\left(3+2m\right)x^2+\left(8-m\right)x-m^2$ sea divisible por $\left(2x-1\right)$.

Dividir $\boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{d}$ por 2:

$$\left[x^3+\frac{\left(3+2m\right)}{2}x^2+\frac{\left(8-m\right)}{2}x-\frac{m^2}{2}\right]\div\left[x-\frac{1}{2}\right]=$$

Si es divisible es porque $x=\frac{1}{2}$ es raíz del polinomio $P_{(x)}$. Entonces:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{\left(3+2m\right)}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{8-m}{2}\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{m^2}{2}=0\Rightarrow$$
$$\left(\frac{1}{2^3}\right)+\left(3+2m\right)\left(\frac{1}{2^3}\right)+\left(8-m\right)\left(\frac{1}{2^2}\right)-\frac{m^2}{2}=0\Rightarrow$$

$$\frac{1+(3+2m)+2(8-m)-4m^2}{2^3}=0 \Rightarrow 1+3+2m+16-2m-4m^2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4+16-4m^2=0 \Rightarrow 20=4m^2 \Rightarrow m_1=\sqrt{5}; m_2=-\sqrt{5}$$

6.- Para que al dividir $P_{(x)} \equiv x^3-mx^2+(10m-15)x-15m-30$ entre $(x-5)$ el residuo sea $R=-10$.

$$P_{(5)}=R=(5)^3-m(5)^2+(10m-15)(5)-15m-30=-10$$

$$R=125-25m+50m-75-15m-30=-10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30+10m=0 \Rightarrow m=-3$$

7.- Para que al dividir $P_{(x)} \equiv mx^3+2mx^2+3mx+4m+7$ entre $(x+3)$ el residuo sea $R=5$.

$$P_{(-3)}=R=m(-3)^3+2m(-3)^2+3m(-3)+4m+7=5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R=-27m+18m-9m+4m+7=5 \Rightarrow -14m=-2 \Rightarrow m=\frac{1}{7}$$

8.- Para que al dividir $P_{(x)} \equiv (m-3)x^3+3x^2+mx+m+2$ entre $(x+1)$ el resíduo sea 10 unidades mayor que si se divider por $(x+2)$.

Empezaremos por encontrar el resfiduo correspondiente a la división por $(x+2)$.

Empezaremos por encontrar el valor de los dos resíduos y luego su diherencia será igual a 10.

$$R_2 \equiv P_{(-2)} \equiv (m-3)(-2)^3+3(-2)^2+m(-2)+m+2 = \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 \equiv -8(m-3)+12-2m+m+2=38-9m$$

$$R_1 \equiv P_{(-1)} \equiv (m-3)(-1)^3+3(-1)^2+m(-1)+m+2 = \Rightarrow$$

$$R_1 \equiv 3-m+3-m+m+2=8-m.$$

$$R_1-R_2=10=(8-m)-(38-9m) \Rightarrow 8m-30=10 \Rightarrow 8m=40 \Rightarrow m=5$$

9.- Para que al dividir $P_{(x)} \equiv 3x^4+2mx^3+(m+7)x^2+3mx+m+3$ entre $(x-1)$ el resíduoi sea 26 unidades menor que si se divide entre $(x-2)$.

Empezaremos por encontrar los residuos R_1, correspondiente a $x=1$, y R_2, correspondiente a $x=2$.

$$R_1 \equiv P_{(1)} \equiv 3(1)^4 2m(1)^3 + (m+7)(1)^2 + 3m(1) + m + 3 \Longrightarrow$$
$$\Rightarrow R_1 = 3 + 2m + m + 7 + 3m + m + 3 = 13 + 7m.$$
$$R_2 \equiv P_{(2)} \equiv 3(2)^4 + 2m(2)^3 + (m+7)(2)^2 + 3m(2) + m + 3 \Longrightarrow$$
$$\Rightarrow R_2 = 48 + 16m + 4m + 28 + 6m + m + 3 = 79 + 27m$$

Ahora, $R_2 - R_1 = 26$; entonces:

$$R_2 - R_1 = 26 = (79 + 27m) - (13 + 7m) = 66 + 20m = 26 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 20m = -40 \Rightarrow m = -2$$

10.- Para que la diferencia del resíduo que se obtiene al dividir $P_{(x)} \equiv mx^3 - (2m-3)x^2 + (5m-1)x + 2m$ entre $(x+1)$ y el residuo que se obtiene al dividir por $(x-1)$, sea igual a 6.

Empezaremos por encontrar los valores de los residuos: R_1, correspondiente a $x=-1$, y R_2, correspondiente a $x=1$.

$$R_1 \equiv P_{(-1)} \equiv m(-1)^3 - (2m-3)(-1)^2 + (5m-1)(-1) + 2m \Longrightarrow$$
$$\Rightarrow R_1 = -m - 2m + 3 - 5m + 1 + 2m = 4 - 6m.$$
$$R_2 \equiv P_{(1)} \equiv m(1)^3 - (2m-3)(1)^2 + (5m-1)(1) + 2m = 2 + 6m.$$

Ahora:

$$R_1 - R_2 = 6 = (4 - 6m) - (2 + 6m) = 2 - 12m = 6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -12m = 4 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}.$$

11.- Para que al dividir $P_{(x)} \equiv 3x^2 - 5x - 4$ entre $(x-m)$ el residuo sea $R=-2$.

$$R = 3m^2 - 5m - 4 = -2 \Rightarrow 3m^2 - 5m - 2 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} =; m_1 = 2; m_2 = -\frac{1}{3}$$

12.- Para que $P_{(x)} \equiv 6x^2 + x - 1$ sea divisible por $(x+m)$.

$$R = 0 = 6(-m)^2 - m - 1 = 0 \Rightarrow 6m^2 - m - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{3}; m_2 = 1.$$

Determinar en cada caso los valores requeridos:

Nota importante: En el desarrollo de la solución de algunos de los ejercicios de este tema, es posible encontrarse con número complejos igualados a cero, tales como: $(a+b+c)+i(d+e+f)=0.$ En estos casos, hay que tener claro que cuando un número complejo es igual a cero, tanto su parte real como su parte imaginaria son iguales a cero; o sea: $(a+b+c)=0,$ y $(d+e+f)=0.$

1.- Determinar ***m*** y ***n*** para que $P_{(x)} \equiv 3x^3 + mx^2 + nx - 6$ sea divisible por $(x+1)$ y por $(x-3)$.

Para:

$$x = -1 \Rightarrow P_{(-1)} = 3(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 + m - n - 6 = 0 \Rightarrow m - n - 9 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Para:

$$x = 3 \Rightarrow P_{(3)} \equiv 3(3)^3 + m(3)^2 + n(3) - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 81 + 9m + 3n - 6 = 0 \Rightarrow 9m + 3n + 75 = 0 \Rightarrow 3m + n + 25 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (1) y (2):

$$(I) + (II) = 4m + 16 = 0 \Rightarrow m = -4; n = -13$$

2.- Determinar ***p*** y ***q*** para que $P_{(x)} \equiv 3x^3 + px^2 + qx - 2$ sea divisible por $(x+2)$ y por $(x-1)$.

Para:

$$x = -2 \Rightarrow P_{(-2)} = 3(-2)^3 + p(-2)^2 + q(-2) - 2 = -24 + 4p - 2q - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2p - q - 13 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Para:

$$x = 1 \Rightarrow P_{(1)} = 3(1)^3 + p(1)^2 + q(1) - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p + q + 1 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$\left(I\right)+\left(II\right)=3p-12=0\Rightarrow p=4;q=-5.$$

3.- Determinar $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ para que $P_{(x)}\equiv x^4+Ax^3+Bx^2-3x+7$ sea divisible por $\left(x^2-1\right)$.

En primer lugar $x^2-1=\left(x-1\right)\left(x+1\right)$.

Para:

$$x=1\Rightarrow P_{(1)}=\left(1\right)^4+A\left(1\right)^3+B\left(1\right)^2-3\left(1\right)+7=\Rightarrow$$
$$\Rightarrow A+B+5=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\left(I\right)$$

Para:

$$x=-1\Rightarrow P_{(-1)}=\left(-1\right)^4+A\left(-1\right)^3+B\left(-1\right)^2-3\left(-1\right)+7=0\Rightarrow$$
$$-A+B+11=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\left(II\right)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$\left(I\right)+\left(II\right)=2B+16=0\Rightarrow B=-8;A=3.$$

4.- Determinar $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{n}$ para que $P_{(x)}\equiv x^3+mx^2+nx-15$ sea divisible por $\left(x^2+2x-3\right)$.

En primer lugar, $x^2+2x-3=\left(x+3\right)\left(x-1\right)$

Para:

$$x=-3\Rightarrow P_{(-3)}=\left(-3\right)^3+m\left(-3\right)^2+n\left(-3\right)-15=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -27+9m-3n-15=0\Rightarrow 9m-3n-42=0\Rightarrow 3m-n-14=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\left(I\right)$$

Para:

$$x=1\Rightarrow P_{(1)}=\left(1\right)^3+m\left(1\right)^2+n\left(1\right)-15=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow m+n-14=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\left(II\right)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$\left(I\right)+\left(II\right)=4m-28=0\Rightarrow m=7;n=7.$$

5.- Determinar **m**, **n** y **p** para que $P_{(x)} \equiv x^4 + mx^3 + nx^2 + px + 6$ sea divisible por $(x+1)$, por $(x-2)$ y por $(x+3)$.

Para:

$$x = -1 \Rightarrow P_{(-1)} = (-1)^4 + m(-1)^3 + n(-1)^2 + p(-1) + 6 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 - m + n - p + 6 \Rightarrow -m + n - p + 7 = 0 \text{..................................} (I)$$

Para:

$$x = 2 \Rightarrow P_{(2)} = (2)^4 + m(2)^3 + n(2)^2 + p(2) + 6 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 16 + 8m + 4n + 2p + 6 = 0 \Rightarrow 4m + 2n + p + 11 = 0 \text{............................} (II)$$

Para:

$$x = -3 \Rightarrow P_{(-3)} = (-3)^4 + m(-3)^3 + n(-3)^2 + p(-3) + 6 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -9m + 3n - p + 29 = 0 \text{...} (III)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II) y (III):

$$(I) + (II) = 3m + 3n + 18 = 0 \Rightarrow m + n + 6 = 0 \text{..........................} (IV)$$
$$(II) + (III) = -5m + 5n + 40 = 0 \Rightarrow -m + n + 8 = 0 \text{.......................} (V)$$

Resolviendo ahora, simultáneamente, las ecuaciones (IV) y (V):

$$(IV) + (V) = 2n + 14 = 0 \Rightarrow n = -7$$

Introduciendo el valor encontrado de **n** en (IV) $m = 1$; e introduciendo los valores encontrados de m y n en (I) $\Rightarrow p = -1$

6.- Determinar ***m*, *n*** y ***p*** para que $P_{(x)} \equiv x^4 + mx^3 + nx^2 + px + 12$ sea divisible por $(x-1)$ y por $(x^2 - 4)$.

En primer lugar, $(x^2 - 4) = (x-2)(x+2)$.

Para:

$$x = 1 \Rightarrow P_{(1)} = (1)^4 + m(1)^3 + n(1)^2 + p(1) + 12 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m + n + p + 13 = 0 \text{...} (I)$$

Para:

$x = 2 \Rightarrow (2)^4 + m(2)^3 + n(2)^2 + p(2) + 12 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 28 + 8m + 4n + 2p \Rightarrow 4m + 2n + p + 14 = 0$...$(II)$

Para:
$x = -2 \Rightarrow P_{(-2)} = (-2)^4 + m(-2)^3 + n(-2)^2 + p(-2) + 12 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 16 - 8m + 4n - 2p + 12 = 0 \Rightarrow -4m + 2n - p + 14 = 0$..................................(III)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II) y (III):

$$(II) + (III) = 4n + 28 = 0 \Rightarrow n = -7.$$

Utilizando el valor encontrado de ***n***, se suman ahora las ecuaciones (I) y (III):

$$(I) + (III) = -3m + 3n + 27 \Rightarrow -3m - 21 + 27 = -3m + 6 = 0 \Rightarrow m = 2$$

Sustituyendo los valores encontrados de ***m*** y ***n*** en la ecuación (I):

$$2 - 7 + p + 13 = 0 \Rightarrow p + 8 = 0 \Rightarrow p = -8.$$

7.- Determinar ***p*** para que $P_{(x)} \equiv x^{n+1} + px^n + 3x^{n-1} + 7$ sea divisible por $(x-1)$.

$$R = P_{(1)} = 0 = (1)^{n+1} + p(1)^n + 3(1)^{n-1} + 7 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 + p + 3 + 7 = 0 \Rightarrow p = -11.$$

8.- Determinar ***p*** y ***q*** para que $P_{(x)} \equiv px^{2n} + 3x^{n+1} + qx^n - 7$ sea divisible por $(x^2 - 1)$, siendo ***n*** entero e impar.

En primer lugar, $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$. También, si n es entero impar, $2n$ y $(n+1)$ son números enteros pares.

$R_1 = P_{(1)} = 0 = p(1)^{2n} + 3(1)^{n+1} + q(1)^n - 7 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow p + 3 + q - 7 = 0 \Rightarrow p + q = 4$......................................(I)
$R_2 = P_{(-1)} = 0 = p(-1)^{2n} + 3(-1)^{n+1} + q(-1)^n - 7 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow p + 3 - q - 7 = 0 \Rightarrow p - q = 4$......................................(II)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$(I)+(II)=2p=8\Rightarrow p=4;q=0$$

9.- Determinar ***p*** y ***q*** para que al dividir $P_{(x)}\equiv x^3+px^2+qx-2$ entre $(x-2)$ y $(x+3)$ los residuos sean, respectivamente, 20 y 25.

$R_1=20=P_{(2)}=(2)^3+p(2)^2+q(2)-2=20\Rightarrow$

$\Rightarrow 8+4p+2q-2=20\Rightarrow 4p+2q=14\Rightarrow 2p+q=7$............................(I)

$R_2=25=P_{(-3)}=(-3)^3+p(-3)^2+q(-3)-2=25\Rightarrow$

$\Rightarrow -27+9p-3q-2=25\Rightarrow 9p-3q=54\Rightarrow 3p-q=18$..........................(II)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$(I)+(II)=5p=25\Rightarrow p=5;q=-3.$$

10.- Determinar ***m*** y ***n*** para que al dividir $P_{(x)}\equiv 2x^3+mx^2+nx-11$ entre $(x+1)$ y $(x+2)$ los residuos sean respectivamente, -8 y -3.

$R_1=-8=P_{(-1)}=2(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)-11=-8\Rightarrow$

$\Rightarrow -2+m-n-11=-8\Rightarrow m-n=5$...$(I)$

$R_2=-3=P_{(-2)}=2(-2)^3+m(-2)^2+n(-2)-11=-3\Rightarrow$

$\Rightarrow -16+4m-2n-11=-3\Rightarrow 4m-2n=24\Rightarrow 2m-n=12$.......................$(II)$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$$(II)-(I)\Longrightarrow m=12-5=7;n=2.$$

11.- Determinar ***m***, ***n*** y ***p*** para que $P_{(x)}\equiv x^3+mx^2+nx+p$ sea divisible por $(x-1)$, y al dividirlo por $(x-2)$ y $(x+3)$ los residuos sean, respectivamente, 11 y 16.

$R_1=0=P_{(1)}=(1)^3+m(1)^2+n(1)+p=0\Rightarrow$

$\Rightarrow m+n+p=-1$..(I)

$R_2 = 11 = P_{(2)} = (2)^3 + m(2)^2 + n(2) + p = 11 \Rightarrow$
$\Rightarrow 4m + 2n + p = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$

$R_3 = 16 = P_{(-3)} = (-3)^3 + m(-3)^2 + n(-3) + p = 16 \Rightarrow$
$\Rightarrow 9m - 3n + p = 43 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III)$

Resolviendo, simultáneamente, las ecuaciones (I), (II) y (III):

$(II) - (I) = 3m + n = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (IV)$
$(III) - (I) = 2m - n = 11 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (V)$

Resolviendo ahora (IV) y (V):

$$(IV) + (V) = 5m = 15 \Rightarrow m = 3$$

Volviendo a ecuación (IV):

$$3m + n = 4 \Rightarrow 3(3) + n = 4 \Rightarrow n = -5.$$

Volviendo ahora a ecuación (I) y utilizando los valores ya encontrados de ***m*** y ***n***:

$$m + n + p = -1 \Rightarrow (3) + (-5) + p = -1 \Rightarrow p = 1.$$

12.- Determinar ***A***, ***B*** y ***C*** para que $P_{(x)} = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ sea divisible por $x^2 - 3x + 2$ y al dividirlo por $(x - 3)$ el residuo sea 16.

En primer lugar, $x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$; entonces:
$R_1 = 0 = P_{(2)} = (2)^3 + A(2)^2 + B(2) + C = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 4A + 2B + C = -8 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$

$R_2 = 0 = P_{(1)} = (1)^3 + A(1)^2 + B(1) + C = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow A + B + C = -1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$

$R_3 = 16 = P_{(3)} = (3)^3 + A(3)^2 + B(3) + C = 16 \Rightarrow$
$\Rightarrow 27 + 9A + 3B + C = 16 \Rightarrow 9A + 3B + C = -11 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III)$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II), y (III):

$(III)-(II)=8A+2B=-10 \Rightarrow 4A+B=-5$....................................(IV)
$(I)-(II)=3A+B=-7$...(V)

Ahora, resolviendo para las ecuaciones (IV) y (V):

$$(IV)-(V)=A=-5+7=2 \Rightarrow A=2.$$

Introduciendo este valor encontrado de ***A*** en la ecuación (IV):

$$4A+B=-5 \Rightarrow 4(2)+B=-5 \Rightarrow B=-13.$$

Introduciendo los valores encontrados de ***A*** y ***B*** en la ecuación (II):

$$A+B+C=-1 \Rightarrow 2-13+C=-1 \Rightarrow C=10.$$

13.- Construir un polinomio de tercer grado cuyo primer coeficiente sea 1, sea divisible por $(x-2)$ y $(x-3)$, y al dividirlo por $(x-5)$ el residuo de la división sea 36.

Sea el polinomio $P_{(x)} \equiv x^3+Ax^2+Bx+C$, donde se deberán encontrar los valores de ***A***, ***B*** y ***C***.

$R_1=0=P_{(2)}=(2)^3+A(2)^2+B(2)+C=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 4A+2B+C=-8$..(I)

$R_2=0=P_{(3)}=(3)^3+A(3)^2+B(3)+C=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 27+9A+3B+C=0 \Rightarrow 9A+3B+C=-27$....................................(II)
$R_3=36=P_{(5)}=(5)^3+A(5)^2+B(5)+C=36 \Rightarrow$
$\Rightarrow 125+25A+5B+C=36 \Rightarrow 25A+5B+C=-89$.................................(III)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II) y (III):

$(II)-(I)=5A+B=-19$...(IV)
$(III)-(II)=16A+2B=-62 \Rightarrow 8A+B=-31$..............................(V)

Resolviendo ahora las ecuaciones (IV) y (V):

$$(V)-(IV)=3A=-12 \Rightarrow A=-4.$$

Introduciendo este valor encontrado de A en la ecuación (IV):

$$5A+B=-19 \Rightarrow 5(-4)+B=-19 \Rightarrow B=1.$$

Introduciendo los valores encontrados de ***A*** y ***B*** en la ecuación (I):

$$4A+2B+C=-8 \Rightarrow 4(-4)+2(1)+C=-8 \Rightarrow C=6.$$

Luego, el polinomio buscado es:

$$P_{(x)} \equiv x^3-4x^2+x+6.$$

14.- Construir el polinomio de tercer grado cuyo término independiente es 2, es divisible por $(x+2)$, y al dividirlo entre $(x+1)$ y $(x+3)$ los residuos son, respectivamente, 6 y -28.

El polinomio buscado es $P_{(x)} \equiv Ax^3+Bx^2+Cx+2$, donde se deberán buscar los valores de $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$.

$R_1=0=P_{(-2)}=A(-2)^3+B(-2)^2+C(-2)+2=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow -8A+4B-2C=-2 \Rightarrow -4A+2B-C=-1$..$(I)$

$R_2=6=P_{(-1)}=A(-1)^3+B(-1)^2+C(-1)+2=6 \Rightarrow$
$\Rightarrow -A+B-C=4$..(II)

$R_3=-28=P_{(-3)}=A(-3)^3+B(-3)^2+C(-3)+2=-28 \Rightarrow$
$\Rightarrow -27A+9B-3C+2=-28 \Rightarrow -27A+9B-3C=-30 \Rightarrow$
$\Rightarrow -9A+3B-C=-10$...(III)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II) y (III):
$(I)-(II)=-3A+B=-5$..(IV)
$(III)-(II)=-8A+2B=-14 \Rightarrow -4A+B=-7$............................(V)

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (IV) y (V):

$$(IV)-(V)=A=2.$$

Introduciendo el valor encontrado de $\boldsymbol{A}$ en la ecuación (IV):

$$-3A+B=-5 \Rightarrow -3(2)+B=-5 \Rightarrow B=1.$$

Introduciendo los valores encontrados de A y B en la ecuación (II):

$$-A+B-C=4 \Rightarrow (-2)+(1)-C=4 \Rightarrow C=-5.$$

El polinomio buscado es: $P_{(x)} \equiv 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

15.- Determinar el residuo que se obtiene al dividir un polinomio de tercer grado por $(2x+1)$ sabiendo que dicho polinomio es divisible por (x^2-4) y al dividirlo entre $(x-1)$ el residuo es -6 y sabiendo que el término independiente del polinomio es -4.

En primer lugar, $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$. Luego, el polinomio buscado es el siguiente: $Ax^3 + Bx^2 + Cx - 4$, donde los valores de ***A, B*** y ***C*** deben ser encontrados.

$$R_1 = 0 = P_{(2)} = A(2)^3 + B(2)^2 + C(2) - 4 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 8A + 4B + 2C = 4 \Rightarrow 4A + 2B + C = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$
$$R_2 = 0 = P_{(-2)} = A(-2)^3 + B(-2)^2 + C(-2) - 4 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -8A + 4B - 2C = 4 \Rightarrow -4A + 2B - C = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

$$R_3 = -6 = P_{(1)} = A(1)^3 + B(1)^2 + C(1) - 4 = -6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A + B + C = -2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (III)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I), (II) y (III):

$$(I) + (II) = 4B = 4 \Rightarrow B = 1.$$
$$(II) + (III) = -3A + 3B = 0 \Rightarrow A = B = 1$$

Introduciendo los valores encontrados de ***A*** y ***B*** en la ecuación (III):

$$A + B + C = -2 \Rightarrow (1) + (1) + C = -2 \Rightarrow C = -4.$$

El polinomio buscado es: $x^3 + x^2 - 4x - 4$

El resíduo buscado es:

$$\left(x^3 + x^2 - 4x - 4\right) \div (2x+1) =$$

Dividiendo ***D*** y ***d*** por 2:

$$\left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2\right) \div \left(x + \frac{1}{2}\right) =$$

$$\frac{R}{2}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^{2}-2\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+1-2\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{R}{2}=-\frac{1}{16}+\frac{1}{8}-1=\frac{-1+2-16}{16}=-\frac{15}{16}\Rightarrow R=-\frac{15}{8}$$

16.- Determinar ***m*** y ***n*** para que $P_{(x)}\equiv x^3+mx^2+nx-3$ sea divisible por $\left(x^2+1\right)$.
Las raíces de x^2+1 son $\pm i$.

Para

$$x=i\Rightarrow P_{(i)}=\left(i\right)^3+m\left(i\right)^2+n\left(i\right)-3=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -i-m+ni-3=0\Rightarrow-\left(m+3\right)+i\left(n-1\right)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow m+3=0\Rightarrow m=-3;\left(n-1\right)=0\Rightarrow n=1$$

17.- Determinar ***A***, ***B*** y ***C*** para que $P_{(x)}\equiv Ax^4+Bx^3+Cx^2-5x+6$ sea divisible por $\left(x^2+1\right)$ y al dividirlo por $\left(x-1\right)$ el residuo de la división sea 4.

Para:

$$x=i\Rightarrow P_{(i)}=A\left(i\right)^4+B\left(i\right)^3+C\left(i\right)^2-5\left(i\right)+6=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow A-Bi-C-5i+6=0\Rightarrow\left(A-C+6\right)-i\left(B+5\right)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow A-C+6=0.............................\left(I\right);B=-5$$

Para:

$$x=1\Rightarrow P_{(1)}=A\left(1\right)^4+B\left(1\right)^3+C\left(1\right)^2-5\left(1\right)+6=4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow A-5+C-5+6=4\Rightarrow A+C=8......................................\left(II\right)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (I) y (II):

$\left(I\right)+\left(II\right)=2A=2\Rightarrow A=1$:introduciendo este valor encontrado de A en la ecuación (II): $1+C=8\Rightarrow C=7$

18.- Determinar ***A***, ***B***, ***C*** y ***D*** para que $P_{(x)}\equiv x^5+Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx-16$ sea divisible por $\left(x^4-16\right)$.

En primer lugar $x^4-16=\left(x^2+4\right)\left(x^2-4\right)=\left(x+2i\right)\left(x-2i\right)\left(x+2\right)\left(x-2\right)$.
Para:

$x=2i\Rightarrow P_{(2i)}=\left(2i\right)^5+A\left(2i\right)^4+B\left(2i\right)^3+C\left(2i\right)^2+D\left(2i\right)-16=0\Rightarrow$
$\Rightarrow 32i+16A-8Bi-4C+2Di-16=0\Rightarrow 16A-4C-16\Rightarrow 8A=8+2C$...................$(I)$;
$\Rightarrow i\left(2D-8B+32\right)=0\Rightarrow D=4B-16$................................(II)

Para:

$x=2\Rightarrow\left(2\right)^5+A\left(2\right)^4+B\left(2\right)^3+C\left(2\right)^2+D\left(2\right)-16=0\Rightarrow$
$\Rightarrow 32+16A+8B+4C+2D-16=0\Rightarrow 16A+8B+4C=2D+16=0\Rightarrow$
$\Rightarrow 8A+4B+2C+D+8=0$..$(III)$

Para:
$x=-2\Rightarrow\left(-2\right)^5+A\left(-2\right)^4+B\left(-2\right)^3+C\left(-2\right)^2+D\left(-2\right)-16=0\Rightarrow$
$\Rightarrow -32+16A-8B+4C-2D-48=0\Rightarrow$
$\Rightarrow 8A-4B+2C-D-24=0$..$(IV)$

Introduciendo los valores de (I) y (II) en la ecuación (III):

$\left(8+2C\right)+4B+2C+\left(4B-16\right)+8=0\Rightarrow 2B+C=0$.......................$(VI)$

Introduciendo los valores de (I) y (II) en la ecuación (IV):
$\left(8+2C\right)-4B+2C-\left(4B-16\right)-24=0\Rightarrow -2B+C=0$..........................(VII)
Ahora, resolviendo simultáneamente las ecuaciones (VI) y (VII:

$$\left(VI\right)+\left(VII\right)=2C=0\Rightarrow C=0:B=0.$$

Introduciendo el valor de ***C*** en la ecuación (I), se obtiene $A=1$.

Introduciendo el valor de ***B*** en la ecuación (II), se obtiene $D=-16$.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas.

Tema: Método de Horner para expresar un polinomio en *x* en términos de *(x+a)*

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

Ejemplo: Dado el polinomio $P_{(x)} = 2x^4 - 13x^3 + 25x^2 - 15x + 6$, expresarlo en función de $(x-2)$

Tomemos $P_{(x)}$ del ejemplo anterior y dividamos reiteradamente por $x - 2$:

	2	−13	25	−15	6
2		4	−18	14	−2
	2	−9	7	−1	4
2		4	−10	−6	
	2	−5	−3	−7	
2		4	−2		
	2	−1	−5		
2		4			
	2	3			

Escribamos la expresión IV obtenida anteriormente:

$$P_{(x-2)} = 2(x-2)^4 + 3(x-2)^3 - 5(x-2)^2 - 7(x-2) + 4$$

Podemos observar que los residuos obtenidos cada vez que realizamos una división son los coeficientes, en orden creciente, de las potencias de $x - 2$.

PROBLEMAS:

1.- Dado $P_{(x)} \equiv 3x^3 + 10x^2 + 4x + 5$, determinar $P_{(x+3)}$.

	3	10	4	5
-3		-9	-3	-3
	3	1	1	$\boxed{2}$
-3		3	24	
	3	-8	$\boxed{25}$	
-3		-9		
	3	$\boxed{-17}$		

$$P_{(x+3)} = 3(x+3)^3 - 17(x+3)^2 + 25(x+3) + 2$$

2.- Dado $P_{(x)} \equiv x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x + 3$, determinar $P_{(x-2)}$.

	1	-3	2	1	3
2		2	-2	0	2
	1	-1	0	1	$\boxed{5}$
2		2	2	4	
	1	1	2	$\boxed{5}$	
2		2	6		
	1	3	$\boxed{8}$		
2		2			
	1	$\boxed{5}$			

$$P_{(x-2)} \equiv (x-2)^4 + 5(x-2)^3 + 8(x-2)^2 + 5(x-2) + 5$$

3.- Dado $P_{(x)} \equiv 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 + x + 10$, determinar $P_{(x+2)}$.

	2	4	-3	1	10
-2		-4	0	6	-14
	2	0	-3	7	$\boxed{-4}$
-2		-4	8	-10	
	2	-4	5	$\boxed{-3}$	
-2		-4	16		
	2	-8	$\boxed{21}$		
-2		-4			
	2	$\boxed{-12}$			

$$P_{(x+2)} \equiv 2(x+2)^4 - 12(x+2)^3 + 21(x+2)^2 - 3(x+2) - 4$$

4.- Dado $P_{(x)} \equiv x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$, determinar $P_{(x-1)}$.

	1	-4	3	-2	1
1		1	-3	0	-2
	1	-3	0	-2	$\boxed{-1}$
1		1	-2	-2	
	1	-2	-2	$\boxed{-4}$	
1		1	-1		
	1	-1	$\boxed{-3}$		
1		1			
	1	$\boxed{0}$			

$$P_{(x-1)} \equiv (x-1)^4 - 3(x-1)^2 - 4(x-1) - 1$$

5.- Dado $P_{(x)} \equiv 2x^4 + \left(\sqrt{2}\right)x^3 - 5x^2 - \left(\sqrt{2}\right)x + 1$, determinar $P_{\left(x-\sqrt{2}\right)}$

	2	$\sqrt{2}$	-5	$-\sqrt{2}$	1
$\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	6	$\sqrt{2}$	0
	2	$3\sqrt{2}$	1	0	$\boxed{1}$
$\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	10	$11\sqrt{2}$	
	2	$5\sqrt{2}$	11	$\boxed{11\sqrt{2}}$	
$\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$	14		
	2	$7\sqrt{2}$	$\boxed{25}$		
$\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$			
	2	$\boxed{9\sqrt{2}}$			

$$P_{\left(x-\sqrt{2}\right)} \equiv 2\left(x-\sqrt{2}\right)^4 + 9\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)^3 + 25\left(x-\sqrt{2}\right)^2 + 11\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right) + 1$$

6.- 1.- Dado $P_{(x)} = x^3 + (2-3a)x^2 + \left(3a^2 - 4a + 3\right)x - a^3 + 2a^2 - 3a + 1$

Determinar $P_{(x-a)}$.

	1	$(2-3a)$	$\left(3a^2-4a+3\right)$	$\left(-a^3+2a^2-3a+1\right)$
a		a	$2a-2a^2$	a^3-2a^2+2a
	1	$2-2a$	a^2-2a+3	$\boxed{1}$
a		a	$2a-a^2$	
	1	$2-a$	$\boxed{3}$	
a		a		
	1	$\boxed{2}$		

$$P_{(x-a)} \equiv (x-a)^3 + 2(x-a)^2 + 3(x-a) + 1$$

7.- Dado , d $P_{(x)}=x^3-(3m-1)x^2+(3m^2-2m+1)x-m^3+m^2-2$, determinar $P_{(x-m)}$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -(3m-1) & (3m^2-2m+1) & (-m^3+m^2-2) \\
m & & m & -2m^2+m & m^3-m^2+m \\
\hline
 & 1 & -2m+1 & m^2-m+1 & \boxed{m-2} \\
m & & m & -m^2+m & \\
\hline
 & 1 & -m+1 & \boxed{1} & \\
m & & m & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{1} & &
\end{array}
$$

$$P_{(x-m)}\equiv(x-m)^3+(x-m)^2+(x-m)+m-2.$$

8.- Dado $P_{(x)}=x^4+(2+4i)x^3-(6-6i)x^2-(8+4i)x+1-i$

Determinar: $P_{(x+i)}$

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & (2+4i) & -6+6i & -8-4i & 1-i \\
-i & & -i & 3-2i & 4+3i & -1+4i \\
 & 1 & 2+3i & -3+4i & -4-i & \boxed{3i} \\
-i & & -i & 2-2i & 2+i & \\
 & 1 & 2+2i & -1+2i & \boxed{-2} & \\
-i & & -i & 1-2i & & \\
\hline
 & 1 & 2+i & 0 & & \\
-i & & -i & & & \\
 & 1 & 2 & & &
\end{array}
$$

$$P_{(x+i)}\equiv(x+i)^4+2(x+i)^3-2(x+i)+3i$$

9.- Dado $P_{(x)}=x^3-(2+3i)x^2+(3+4i)x-2-5i$ .Determinar: $P_{(x-1-i)}$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & -(2+3i) & (3+4i) & -2-5i \\
1+i & & 1+i & 1-3i & 3+5i \\
\hline
 & 1 & -1-2i & 4+i & \boxed{1} \\
1+i & & 1+i & 1-i & \\
\hline
 & 1 & -i & \boxed{5} & \\
1+i & & 1+i & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{1} & &
\end{array}
$$

$$P_{(x-1-i)}\equiv(x-1-i)^3+(x-1-i)^2+5(x-1-i)+1$$

10.- Dado $P_{(x)} = x^{20} - 5x^{15} + 7x^{10} - 7x^{5} + 4$ Determinar: $P_{\left(x^5-2\right)}$

Hacer cambio de variable: $Z = x^5 \Rightarrow \left(Z^4 - 5Z^3 + 7Z^2 - 7Z + 4\right) \div \left(Z - 2\right) =$

	1	−5	7	−7	4
2		2	−6	2	−10
	1	−3	1	−5	$\boxed{-6}$
2		2	−2	−2	
	1	−1	−1	$\boxed{-7}$	
2		2	2		
	1	1	$\boxed{1}$		
2		2			
	1	$\boxed{3}$			

$$P_{(Z-2)} \equiv \left(Z-2\right)^4 + 3\left(Z-2\right)^3 + \left(Z-2\right)^2 - 7\left(Z-2\right) - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\left(x^5-2\right)} \equiv \left(x^5-2\right)^4 + 3\left(x^5-2\right)^3 + \left(x^5-2\right)^2 - 7\left(x^5-2\right) - 6$$

11.- Dado $P_{(x)} \equiv x^9 - 4x^6 + 5x^3 - 7,$ determinar $P_{\left(x^3-3\right)}$.

Hacer cambio de variable: $Z = x^3 \Rightarrow \left(Z^3 - 4Z^2 + 5Z - 7\right) \div \left(Z - 3\right) =$

	1	−4	5	−7
3		3	−3	6
	1	−1	2	$\boxed{-1}$
3		3	6	
	1	2	$\boxed{8}$	
3		3		
	1	$\boxed{5}$		

$$P_{(Z-3)} \equiv \left(Z-3\right)^3 + 5\left(Z-3\right)^2 + 8\left(Z-3\right) - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\left(x^3-3\right)} \equiv \left(x^3-3\right)^3 + 5\left(x^3-3\right)^2 + 8\left(x^3-3\right) - 1$$

12.- Dado $P_{(x)} \equiv 8x^3 + 4x^2 - 3,$ determinar $P_{(2x+1)}$

El valor de x que anula la expresión $2x+1$ es $-\frac{1}{2}$; entonces, encontraremos primero $P_{\left(x+\frac{1}{2}\right)}$.

	8	4	0	-3
$-\frac{1}{2}$		-4	0	0
	8	0	0	$\boxed{-3}$
$-\frac{1}{2}$		-4	2	
	8	-4	$\boxed{2}$	
$-\frac{1}{2}$		-4		
	8	$\boxed{-8}$		

$$P_{\left(x+\frac{1}{2}\right)} \equiv 8\left(x+\frac{1}{2}\right)^3 - 8\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(x+\frac{1}{2}\right) - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8\left(\frac{2x+1}{2}\right)^3 - 8\left(\frac{2x+1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{2x+1}{2}\right) - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(2x+1)} \equiv (2x+1)^3 - 2(2x+1)^2 + (2x+1) - 3$$

13.- Dado $P_x \equiv 8x^3 - 24x^2 + 28x - 11$, determinar $P_{(2x-3)}$.

El valor de x que anula la expresión $2x-3$ es $\frac{3}{2}$; entonces, encontraremos primero la expresión $P_{\left(x-\frac{3}{2}\right)}$.

	8	-24	28	-11
$\frac{3}{2}$		12	-18	15
	8	-12	10	$\boxed{4}$
$\frac{3}{2}$		12	0	
	8	0	$\boxed{10}$	
$\frac{3}{2}$		12		
	8	$\boxed{12}$		

$$P_{\left(x-\frac{3}{2}\right)} \equiv 8\left(x-\frac{3}{2}\right)^3+12\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+10\left(x-\frac{3}{2}\right)+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8\left(\frac{2x-3}{2}\right)^3+12\left(\frac{2x-3}{2}\right)^2+10\left(\frac{2x-3}{2}\right)+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(2x-3)} \equiv (2x-3)^3+3(2x-3)^2+5(2x-3)+4$$

14.- Dado $P_{(x)}=27x^3-27x^2+15x+2$, Determinar: $P_{(3x-1)}$

	27	-27	15	2
$\frac{1}{3}$		9	-6	3
	27	-18	9	$\boxed{5}$
$\frac{1}{3}$		9	-3	
	27	-9	$\boxed{6}$	
$\frac{1}{3}$		9		
	27	$\boxed{0}$		

$$P_{\left(x-\frac{1}{3}\right)} \equiv 27\left(x-\frac{1}{3}\right)^3+6\left(x-\frac{1}{3}\right)+5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(3x-1)} \equiv (3x-1)^3+2(3x-1)+5$$

15.- Dado $P_{(x)}=8x^3-48x^2+90x-3$.Determinar: $P_{(2x-5)}$.

	8	-48	90	-3
$\frac{5}{2}$		20	-70	50
	8	-28	20	$\boxed{47}$
$\frac{5}{2}$		20	-20	
	8	-8	$\boxed{0}$	
$\frac{5}{2}$		20		
	8	$\boxed{12}$		

$$P_{\left(x-\frac{5}{2}\right)} \equiv 8\left(x-\frac{5}{2}\right)^3 + 12\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + 47 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(2x-5)} \equiv (2x-5)^3 + 3\left(\frac{2x-5}{}\right)^2 + 47$$

16.- Dado $4x^3 - 22x^2 + 4x + 7$, determinar $P_{(2x-1)}$.

	4	-22	4	7
$\frac{1}{2}$		2	-10	-3
	4	-20	-6	$\boxed{4}$
$\frac{1}{2}$		2	-9	
	4	-18	-15	
$\frac{1}{2}$		2		
	4	$\boxed{-16}$		

$$P_{\left(x-\frac{1}{2}\right)} \equiv 4\left(x-\frac{1}{2}\right)^3 - 16\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - 15\left(x-\frac{1}{2}\right) + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(2x-1)} = \frac{1}{2}(2x-1)^3 - 4(2x-1)^2 - \frac{15}{2}(2x-1) + 4 \Rightarrow$$

17.- Dado $P_{(x)} \equiv 9x^4 + 24x^3 - 2x^2 + 15x + 7$, determinar $P_{(3x+1)}$.

	9	24	-2	15	7
$-\frac{1}{3}$		-3	-7	3	-6
	9	21	-9	18	1
$-\frac{1}{3}$		-3	-6	5	
	9	18	-15	$\boxed{23}$	
$-\frac{1}{3}$		-3	-5		
	9	15	$\boxed{-20}$		
$-\frac{1}{3}$		-3			
	9	$\boxed{12}$			

$$P_{\left(x-\frac{1}{3}\right)}=9\left(x+\frac{1}{3}\right)^{4}+12\left(x+\frac{1}{3}\right)^{3}-20\left(x+\frac{1}{3}\right)^{2}+23\left(x+\frac{1}{3}\right)+1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(3x+1)}=\frac{1}{9}(3x+1)^{4}+\frac{4}{9}(3x+1)^{3}-\frac{20}{9}(3x+1)^{2}+\frac{23}{3}(3x+1)+1$$

18.- Dado $P_{(x)}=8x^{4}-32x^{3}-42x^{2}+98x+330$

Determinar: $P_{(2x-7)}$

	8	−32	−42	98	330
$\frac{7}{2}$		28	−14	−196	−343
	8	−4	−56	−98	$\boxed{-13}$
$\frac{7}{2}$		28	84	98	
	8	24	28	$\boxed{0}$	
$\frac{7}{2}$		28	182		
	8	52	$\boxed{210}$		
$\frac{7}{2}$		28			
	8	$\boxed{80}$			

$$P_{\left(x-\frac{7}{2}\right)}=8\left(x-\frac{7}{2}\right)^{4}+80\left(x-\frac{7}{2}\right)^{3}+210\left(x-\frac{7}{2}\right)^{2}-13\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(2x-7)}=\frac{1}{2}(2x-7)^{4}+10(2x-7)^{3}+\frac{105}{2}(2x-7)^{2}-13$$

Determinar en cada ejercicio $P_{(x+a)}$ tal que carezca del término indicado entre paréntesis.

1.- $P_{(x)}\equiv x^{3}-6x^{2}+5x+1\Rightarrow(2do-grado)$

$x+a=y\Rightarrow x=y-a$

$$P_{(y-a)}=(y-a)^3-6(y-a)^2+5(y-a)+1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^3-3y^2a+3ya^2-a^3-6y^2+12ya+5y-5a+1$$

Como no debe tener término de segundo grado:

$-3y^2a-6y^2=0\Rightarrow y^2(-3a-6)=0\Rightarrow a=-2.$

Entonces, el problema se reduce a dividir $P_{(x)}$ por $(x-2)$:

	1	-6	5	1
2		2	-8	-6
	1	-4	-3	-5
2		2	-4	
	1	-2	-7	
2		2		
	1	0		

$$P_{(x-2)}=(x-2)^3-7(x-2)-5$$

2.- $P_{(x)}\equiv 3x^3+9x^2+5x+1\Rightarrow(2do-grado)$

$$x+a=y\Rightarrow x=y-a$$

$P_{(y-a)}\equiv 3(y-a)^3+9(y-a)^2+5(y-a)+1\Rightarrow$

$\Rightarrow 3(y^3-3y^2a+3ya^2-a^3)+9(y^2-2ya+a^2)+5y-5+1\Rightarrow$

$\Rightarrow 3y^3-9y^2a+9ya^2-3a^2+9y^2-18ya+9a^2+5y-5+1$

El ejercicio pide que no exista el término de segundo grado, entonces:

$-9y^2a+9y^2=0\Rightarrow y^2(-9a+9)=0\Rightarrow a=1$.Luego, debemos encontrar $P_{(x+1)}$

	3	9	5	1
-1		-3	-6	1
	3	6	-1	$\boxed{2}$
-1		-3	-3	
	3	3	$\boxed{-4}$	
-1		-3		
	3	$\boxed{0}$		

$$P_{(x+1)}=3(x+1)^3-4(x+1)+2$$

3.- . $P_{(x)} = 2x^3 - 30x^2 + 120x - 25 \Rightarrow (2do - grado)$

$x + a = y \Rightarrow x = y - a$

$P_{(y-a)} = 2(y-a)^3 - 30(y-a)^2 + 120(y-a) - 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\left(y^3 - 3y^2a + 3ya^2 - a^3\right) - 30\left(y^2 - 2ya + a^2\right) + 120(y-a) - 25 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow -6y^2a - 30y^2 = 0 \Rightarrow y^2(-6a - 30) = 0 \Rightarrow a = -5$

Se deberá encontrar $P_{(x-5)}$.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 2 & -30 & 120 & -25 \\
5 & & 10 & -100 & 100 \\
 & 2 & -20 & 20 & \boxed{75} \\
5 & & 10 & -100 & \\
 & 2 & -10 & \boxed{-80} & \\
5 & & 10 & & \\
 & 2 & \boxed{0} & &
\end{array}
$$

$$P_{(x-5)} = 2(x-5)^3 - 80(x-5) + 75$$

4.- $P_{(x)} \equiv 4x^3 - 12x^2 + 13x - 7 \Rightarrow (2do - grado)$

$x + a = y \Rightarrow x = y - a \Rightarrow$

$P_{(y-a)} = 4(y-a)^3 - 12(y-a)^2 + 13(y-a) - 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4\left(y^3 - 3y^2a + 3ya^2 - a^3\right) - 12\left(y^2 - 2ya + a^2\right) + 13(y-a) - 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow -12y^2a - 12y^2 = 0 \Rightarrow y^2(-12a - 12) = 0 \Rightarrow a = -1$

Se deberá encontrar $P_{(x-1)}$.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 4 & -12 & 13 & -7 \\
1 & & 4 & -8 & 5 \\
 & 4 & -8 & 5 & \boxed{-2} \\
1 & & 4 & -4 & \\
 & 4 & -4 & \boxed{1} & \\
1 & & 4 & & \\
 & 4 & \boxed{0} & &
\end{array}
$$

$$P_{(x-1)} = 4(x-1)^3 + (x-1) - 2$$

5.- $P_{(x)} \equiv x^3 - 9x^2 + 17x + 2 \Rightarrow (2do - grado)$

$x + a = y \Rightarrow x = y - a$

$P_{(y-a)} = (y-a)^3 - 9(y-a)^2 + 17(y-a) + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(y^3 - 3y^2a + 3ya^2 - a^3\right) - 9\left(y^2 - 2ya + a^2\right) + 17(y-a) + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow -3y^2a - 9y^2 = 0 \Rightarrow y^2(-3a - 9) = 0 \Rightarrow a = -3$

$\Rightarrow P_{(x-3)} =$

	1	-9	17	2
3		3	-18	-3
	1	-6	-1	$\boxed{-1}$
3		3	-9	
	1	-3	$\boxed{-10}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

$$P_{(x-3)} = (x-3)^3 - 10(x-3) - 1$$

6.-

GUIA DE TRABAJO # 61.

Materia: Matemáticas.

Tema: Raíces enteras de polinomios.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

Un polinomio tiene solo raíces enteras cuando el coeficiente del término de mayor grado es igual a 1.

Un valor* **a** *de x es raíz de un polinomio cuando el resíduo que se obtiene al dividir el polinomio en x entre* $(x+a)$ *es igual a cero. También, se puede decir, aplicando la teoría del resíduo, que una raíz es el valor de x que hace que el valor del polinomio sea cero.

Sugerencias para encontrar las raíces:

1.- Cerciorarse de que la ecuación esté debidamente ordenada en potencias decrecientes, simplificar los coeficientes (si es posible) y sacar factor común si no existe el término independiente (con lo cual ya se obtiene la raíz $x_1 = 0$).

2.- Construir la tabla de posibles raíces enteras con los divisores del término independiente (positivos y negativos).

3.- Realizar las divisiones sintéticas, ***Ruffini,*** comenzando por los números positivos, (de menor a mayor), hasta alcanzar la cota superior de la raíces enteras.

(a).- Si al realizar la división sintética en una ecuación con el número ***a*** todos los coeficientes del cociente resultante son positivos, entonces ***a*** es la cota o límite superior de las raíces reales de la ecuación.

(b).- Si al realizar la división sintética en una ecuación con el número ***b*** los coeficientes del cociente resultante son alternadamente positivos y negativos, entonces ***b*** es la cota o límite inferior de las raíces reales de la ecuación.

4.- Proseguir con las posibles raíces negativas (de mayor a menor) hasta alcanzar la cota inferior o hasta terminar el proceso, si la ecuación solo tiene raíces enteras.

5.- Cada vez que se obtiene resíduo distinto de cero, eliminar de la Tabla el número con que se probó la división.

6.- Cada vez que se obtiene un resíduo nulo, revisar la Tabla de posibles raíces para eliminar aquellas que ya no dividen el término independiente del polinomio restante o sean mayores que la cota superior, si ésta fue alcanzada.

7.- Si la ecuación original tiene todos los términos positivos, la ecuación solo puede tener raíces negativas. Si los términos de la ecuación original son alternadamente positivos y negativos, (y ningún coeficiente es nulo), ésta solo tiene raíces positivas.

8.- Un número puede ser raíz múltiple de la ecuación. Por consiguiente, no se debe eliminar un número de la Tabla hasta comprobar que, efectivamente, ya no es raíz del polinomio restante.

PROBLEMAS:

Encontrar las raíces enteras de los siguientes polinomios:

1.- $P_{(x)} \equiv x^3 - 3x^2 + 4 = 0$

Al ser 4 el término independiente, las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4$.

	1	-3	0	4
-1		-1	4	-4
	1	-4	4	$\boxed{0}$

Al ser el resíduo igual a cero, el valor -1 es raíz del polinomio dado.El procedimiento para resolver el ejercicio es:

	1	-3	0	4
2		2	-2	-4
	1	-1	-2	$\boxed{0}$
2		2	2	
	1	1	$\boxed{0}$	
-1		-1		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces son: $-1; 2; 2$. Nótese que 2 es raíz múltiple.

2.- $P_{(x)} \equiv 2x^3 + 4 - 6x = 0.$

Ordenando el polinomio: $P_{(x)} \equiv 2x^3 - 6x + 4 \Rightarrow 2\left(x^3 - 3x + 2\right) = 0.$

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	$\boxed{0}$
1		1	2	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces son: 1; 1; -2; siendo 1 raíz múltiple.

3.- $P_{(x)} \equiv 7x^3 + 7 - 7x - 7x^2 = 0$

$P_{(x)} \equiv 7\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) = 0$

	1	-1	-1	1
1		1	0	-1
	1	0	-1	$\boxed{0}$
1		1	1	
	1	1	$\boxed{0}$	
-1		-1		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces son: 1; 1 y -1.

4.- $P_{(x)} \equiv 3x^4 + 33x^2 - 18x - 18x^3 = 0$

Ordenando el polinomio: $P_{(x)} \equiv 3x^4 - 18x^3 + 33x^2 - 18x = 3x\left(x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right) = 0$

Es obvio que la primera raíz es cero; o sea: $x_1 = 0$.

Ahora, para el resto de las raíces:

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	$\boxed{0}$
2		2	-6	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces son: $0;1;2;3.$

5.- $P_{(x)} \equiv 6x - x^4 - 4x^3 - x^2 = 0$

Ordenando el polinomio: $P_{(x)} \equiv -x^4 - 4x^3 - x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x\left(x^3 + 4x^2 + x - 6\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow Q_{(x)} = x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$

Enconraremos ahora las raíces de $Q_{(x)}$. Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; 6$

	1	4	1	-6
1		1	5	6
	1	5	6	$\boxed{0}$
-2		-2	-6	
	1	3	$\boxed{0}$	
-3		-3		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces de $P_{(x)}$ son: $0;1-2;-3.$

6.- $P_{(x)} \equiv x^3 - 4x - 3x^2 + 12 = 0$

Se ordena el polinomio: $P_{(x)} \equiv x^3 - 3x^2 - 4x + 12.$ Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12.$

	1	-3	-4	12
2		2	-2	-12
	1	-1	-6	$\boxed{0}$
-2		-2	6	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces del polinomio $P_{(x)}$ son: $2; -2; 3.$

7.- $P_{(x)} \equiv 5x^3 - 10x^2 - 20x + 40 = 0$

Simplificando por 5: $5\left(x^3 - 2x^2 - 4x + 8\right) = 0.$ Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8.$

	1	-2	-4	8
2		2	0	-8
	1	0	-4	$\boxed{0}$
2		2	4	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces de $P_{(x)}$ son: $2; 2; -2.$

8.- $P_{(x)} \equiv x^4 - 3x^3 - 9x^2 - 5x = 0$

Simplificando por ***x***: $x\left(x^3 - 3x^2 - 9x - 5\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} = x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0$

Encontraremos ahora las raíces de $Q_{(x)}$. Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 5.$

	1	-3	-9	-5
-1		-1	4	5
	1	-4	-5	$\boxed{0}$
-1		-1	5	
	1	-5	$\boxed{0}$	
5		5		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces de $P_{(x)}$ son: $0; -1; -1; 5.$

9.- $P_{(x)} \equiv 10x^3 - 40x^2 - 30x + 180 = 0$

$P_{(x)} \equiv 10\left(x^3 - 4x^2 - 3x + 18\right) = 0 \Rightarrow$ Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18.$

	1	-4	-3	18
-2		-2	12	-18
	1	-6	9	$\boxed{0}$
3		3	-9	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces son: $-2;3;3.$

10.- $P_{(x)} \equiv x^3 - 22x - x^2 + 40 = 0$

Ordenando el polinomio: $P_{(x)} \equiv x^3 - x^2 - 22x + 40 = 0$. Las posibles raíces son:

$\pm1;\pm2;\pm4;\pm5;\pm8;\pm10;\pm20;\pm40.$

	1	-1	-22	40
2		2	2	-40
	1	1	-20	$\boxed{0}$
-5		-5	20	
	1	-4	$\boxed{0}$	
4		4		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces buscadas son: $-5;2;4.$

11.- $P_{(x)} \equiv 34x^2 - 2x^4 - 120x + 8x^3 = 0$

Ordenando el polinomio:
$P_{(x)} \equiv -2x^4 + 8x^3 + 34x^2 - 120x = 0 \Rightarrow 2x^4 - 8x^3 - 34x^2 + 120x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x\left(x^3 - 4x^2 - 17x + 60\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} \equiv x^3 - 4x^2 - 17x + 60.$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm5;\pm10;\pm12;\pm15;\pm20;\pm30;\pm60.$

	1	-4	-17	60
-4		-4	32	-60
	1	-8	15	$\boxed{0}$
5		5	-15	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Las raíces buscadas son: $-4;0;3;5.$

12.- $P_{(x)} \equiv 180 - 180x^2 - 20x + 20x^3 = 0.$

Ordenando el polinomio y simplificando:

$20x^3 - 180x^2 - 20x + 180 = 0 \Rightarrow 20\left(x^3 - 9x^2 - x + 9\right) = 0$. Las posibles raíces son: $\pm1;\pm3;\pm9.$

	1	-9	-1	9

-1		-1	10	-9	
	1	-10	9	$\boxed{0}$	
1		1	-9		
	1	-9	$\boxed{0}$		
9		9			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-1;1;9.$

13.- $P_{(x)} \equiv x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8 = 0.$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm4;\pm8.$

	1	2	-9	-2	8
1		1	3	-6	-8
	1	3	-6	-8	$\boxed{0}$
-1		-1	-2	8	
	1	2	-8	$\boxed{0}$	
2		2	8		
	1	4	$\boxed{0}$		
-4		-4			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-4;-1;1;2.$

14.- $P_{(x)} \equiv x^5 - 15x^3 + 10x^2 + 24x = 0.$

Simplificando: $P_{(x)} \equiv x\left(x^4 - 15x^2 + 10x + 24\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} = x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = 0.$

Las posibles raíces de $Q_{(x)}$ son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm8;\pm12;\pm24.$

	1	0	-15	10	24
-1		-1	1	14	-24
	1	-1	-14	24	$\boxed{0}$
2		2	2	-24	
	1	1	-12	$\boxed{0}$	
3		3	12		
	1	4	$\boxed{0}$		
-4		-4			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-4;-1;0;2;3.$

15.- $P_{(x)} \equiv 5x^3 - x^4 - 240 + 28x^2 - 92x = 0$

Ordenando el polinmio:

$$P_{(x)} \equiv -x^4 + 5x^3 + 28x^2 - 92x - 240 = 0 \Rightarrow x^4 - 5x^3 - 28x^2 + 92x + 240 = 0.$$

Las posibles raíces son:
$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 10; \pm 12; \pm 15; \pm 20; \pm 30; \pm 40; \pm 60; \pm 80; \pm 120; \pm 240.$

	1	-5	-28	92	240
-2		-2	14	28	-240
	1	-7	-14	120	$\boxed{0}$
-4		-4	44	-120	
	1	-11	30	$\boxed{0}$	
6		6	-30		
	1	-5	$\boxed{0}$		
5		5			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-4; -2; 5; 6.$

16.-
$P_{(x)} \equiv 5x^5 - 10x^4 - 60x^3 + 90x^2 + 135x = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv 5x\left(x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 18x + 27\right) = 0. \Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} \equiv x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 18x + 27 = 0.$$

Las posibles raíces restantes son: $\pm 1; \pm 3; \pm 9; \pm 27$.

	1	-2	-12	18	27
-1		-1	3	9	-27
	1	-3	-9	27	0
-3		-3	18	-27	
	1	-6	9	$\boxed{0}$	
3		3	-9		
	1	-3	$\boxed{0}$		
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-3; -1; 0; 3; 3.$

17.- $P_{(x)} \equiv x^4 + 12x^3 + 48x^2 + 80x + 48 = 0$

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 16; \pm 24; \pm 48.$

	1	12	48	80	48
-2		-2	-20	-56	-48

	1	10	28	24	$\boxed{0}$
-2		-2	-16	-24	
	1	8	12	$\boxed{0}$	
-2		-2	-12		
	1	6	$\boxed{0}$		
-6		-6			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-2;-2;-2;-6.$

18.-

$P_{(x)} \equiv x^5 - 3x^4 - 28x^3 + 36x^2 + 144x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_{(x)} \equiv x\left(x^4 - 3x^3 - 28x^2 + 36x + 144\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} \equiv x^4 - 3x^3 - 28x^2 + 36x + 144 = 0.$

Las posibles raíces restantes son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm8;\pm12;\pm18;\pm24;\pm36;\pm72;\pm144.$

	1	-3	-28	36	144
-2		-2	10	36	-144
	1	-5	-18	72	$\boxed{0}$
-4		-4	36	-72	
	1	-9	18	$\boxed{0}$	
3		3	-18		
	1	-6	$\boxed{0}$		
6		6			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-4;-2;0;3;6$

19.- $P_{(x)} \equiv x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225 = 0.$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm3;\pm5;\pm15;\pm25;\pm75;\pm225.$

	1	6	-16	-150	-225
-3		-3	-9	75	225
	1	3	-25	-75	$\boxed{0}$
-3		-3	0	75	
	1	0	-25	$\boxed{0}$	
5		5	25		
	1	5	$\boxed{0}$		
-5		-5			
	1	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-5;-3;-3;5.$

20.- $P_{(x)} \equiv x^5 - 11x^4 + 33x^3 + 11x^2 - 154x + 120 = 0$

Las posibles raíces son:

$\pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm5; \pm6; \pm8; \pm10; \pm12; \pm15; \pm20; \pm30; \pm60; \pm120.$

	1	-11	33	11	-154	120
1		1	-10	23	34	-120
	1	-10	23	34	-120	$\boxed{0}$
3		3	-21	6	120	
	1	-7	2	40	$\boxed{0}$	
-2		-2	18	-40		
	1	-9	20	$\boxed{0}$		
4		4	-20			
	1	-5	$\boxed{0}$			
5		5				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-2; 1; 3; 4; 5.$

21.- $P_{(x)} \equiv x^5 - 15x^3 + 5x^4 - 125x^2 - 226x - 120 = 0$

Se ordena el polinomio: $P_{(x)} \equiv x^5 + 5x^4 - 15x^3 - 125x^2 - 226x - 120 = 0.$

Las posibles raíces son:

$\pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm5; \pm6; \pm8; \pm10; \pm12; \pm15; \pm20; \pm30; \pm60; \pm120.$

	1	5	-15	-125	-226	-120
-1		-1	-4	19	106	120
	1	4	-19	-106	-120	$\boxed{0}$
-2		-2	-4	46	120	
	1	2	-23	-60	$\boxed{0}$	
-3		-3	3	60		
	1	-1	-20	0		
5		5	20			
	1	4	$\boxed{0}$			
-4		-4				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-4; -3; -2; -1; 5.$

22.- $P_{(x)} \equiv 2x^6 - 10x^5 - 22x^4 + 138x^3 + 36x^2 - 432x = 0$

Simplificando:

$$P_{(x)} \equiv 2x\left(x^5 - 5x^4 - 11x^3 + 69x^2 + 18x - 216\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} = x^5 - 5x^4 - 11x^3 + 69x^2 + 18x - 216 = 0.$$

Las posibles raíces restantes son:

$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 18; \pm 24; \pm 36; \pm 72; \pm 108; \pm 216.$

	1	−5	−11	69	18	−216
−2		−2	14	−6	−126	216
	1	−7	3	63	−108	$\boxed{0}$
−3		−3	30	−99	108	
	1	−10	33	−36	$\boxed{0}$	
3		3	−21	36		
	1	−7	12	$\boxed{0}$		
3		3	−12			
	1	−4	$\boxed{0}$			
4		4				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-3; -2; 0; 3; 3; 4.$

23.- $P_{(x)} \equiv 276x^2 + 25x^4 - x^6 - 144x - 160x^3 + 4x^5 = 0$

Ordenando el polinomio: $P_{(x)} \equiv -x^6 + 4x^5 + 25x^4 - 160x^3 + 276x^2 - 144x = 0$

Simplicando:

$$P_{(x)} \equiv (-x)\left(x^5 - 4x^4 - 25x^3 + 160x^2 - 276x + 144\right) = 0; \Rightarrow$$

$$: \Rightarrow x_1 = 0 : Q_{(x)} = x^5 - 4x^4 - 25x^3 + 160x^2 - 276x + 144 = 0.$$

Las posibles raíces restantes son:

$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 9; \pm 12; \pm 16; \pm 18; \pm 24; \pm 36; \pm 48; \pm 72; \pm 144$

	1	−4	−25	160	−276	144
1		1	−3	−28	132	−144

	1	−3	−28	132	−144	0
2		2	−2	−60	144	
	1	−1	−30	72	0	
3		3	6	−72		
	1	2	−24	0		
4		4	24			
	1	6	0			
−6		−6				
	1	0				

Las raíces buscadas son: $-6; 0; 1; 2; 3; 4.$

24.- $P_{(x)} \equiv 17x^3 + 684x - 8x^4 + 276x^2 + 432 - x^5 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^5 + 8x^4 - 17x^3 - 276x^2 - 684x - 432 = 0.$

Las posibles raíces son:

$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 18; \pm 24; \pm 36; \pm 72; \pm 108; \pm 216; \pm 432.$

	1	8	−17	−276	−684	−432
−1		−1	−7	24	252	432
	1	7	−24	−252	−432	0
−3		−3	−12	108	432	
	1	4	−36	−144	0	
−4		−4	0	144		
	1	0	−36	0		
6		6	36			
	1	6	0			
−6		−6				
	1	0				

Las raíces buscadas son: $-6; -4; -3; -1; 6.$

25.- $P_{(x)} \equiv 3x^6 + 18x^5 + 27x^4 - 36x^3 - 144x^2 - 144x - 48 = 0$

Simplificando:

$$P_{(x)} \equiv 3\left(x^6 + 6x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 48x^2 - 48x - 16\right) = 0$$

Las posibles raíce son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8; \pm 16.$

	1	6	9	−12	−48	−48	−16
−1		−1	−5	−4	16	32	16
	1	5	4	−16	−32	−16	0

-1		-1	-4	0	16	16
	1	4	0	-16	-16	$\boxed{0}$
-2		-2	-4	8	16	
	1	2	-4	-8	$\boxed{0}$	
-2		-2	0	8		
	1	0	-4	$\boxed{0}$		
-2		-2	4			
	1	-2	$\boxed{0}$			
2		2				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-2;-2;-2;-1;-1;2$

26.- $P_{(x)} \equiv x^7 - 6x^6 + 4x^5 + 30x^4 - 41x^3 - 24x^2 + 36x = 0$

$$P_{(x)} \equiv x\left(x^6 - 6x^5 + 4x^4 + 30x^3 - 41x^2 - 24x + 36 = 0\right); x_1 = 0;$$

$$Q_{(x)} \equiv x^6 - 6x^5 + 4x^4 + 30x^3 - 41x^2 - 24x + 36 = 0.$$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm9;\pm12;\pm18;\pm36.$

	1	-6	4	30	-41	-24	36
-1		-1	7	-11	-19	60	-36
	1	-7	11	19	-60	36	$\boxed{0}$
2		2	-10	2	42	-36	
	1	-5	1	21	-18	$\boxed{0}$	
-2		-2	14	-30	18		
	1	-7	15	-9	$\boxed{0}$		
3		3	-12	9			
	1	-4	3	$\boxed{0}$			
3		3	-3				
	1	-1	$\boxed{0}$				
1		1					
	1	$\boxed{0}$					

Las raíces buscadas son: $-2;-1;0;1;2;3;3.$

27.- $P_{(x)} \equiv x^6 - 3x^5 - 12x^4 + 24x^3 + 48x^2 - 48x - 64 = 0.$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;;\pm4;\pm8;\pm16;\pm32;\pm64.$

	1	-3	-12	24	48	-48	-64
2		2	-2	-28	-8	80	64
	1	-1	-14	-4	40	32	$\boxed{0}$

2		2	2	−24	−56	−32
	1	1	−12	−28	−16	$\boxed{0}$
4		4	20	32	16	
	1	5	8	4	$\boxed{0}$	
−1		−1	−4	−4		
	1	4	4	$\boxed{0}$		
−2		−2	−4			
	1	2	0			
−2		−2				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-2; -2; -1; 2; 2; 4.$

28.- $P_{(x)} \equiv x^6 - 20x^5 + 108x^4 - 142x^3 - 37x^2 + 162x - 72 = 0$

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 9; \pm 12; \pm 18; \pm 24; \pm 36; \pm 72.$

	1	−20	108	−142	−37	162	−72
1		1	−19	89	−53	−90	72
	1	−19	89	−53	−90	72	0
1		1	−18	71	18	−72	
	1	−18	71	18	−72	$\boxed{0}$	
1		1	−17	54	72		
	1	−17	54	72	$\boxed{0}$		
−1		−1	18	−72			
	1	−18	72	$\boxed{0}$			
6		6	−72				
	1	−12	$\boxed{0}$				
12		12					
	1	$\boxed{0}$					

Las raíces buscadas son: $-1; ; 1; 1; 1; 6; 12.$

29.- $P_{(x)} \equiv x^7 + 5x^6 - 4x^5 - 50x^4 - 51x^3 + 45x^2 + 54x = 0$

$$P_{(x)} \equiv x\left(x^6 + 5x^5 - 4x^4 - 50x^3 - 51x^2 + 45x + 54\right) = 0; x_1 = 0 : \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{(x)} \equiv x^6 + 5x^5 - 4x^4 - 50x^3 - 51x^2 + 45x + 54 = 0.$$

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18; \pm 27; \pm 54$

	1	5	−4	−50	−51	45	54
1		1	6	2	−48	−99	−54
	1	6	2	−48	−99	−54	$\boxed{0}$

3		1	27	87	117	54
	1	9	29	39	18	$\boxed{0}$
-3		-3	-18	-33	-18	
	1	6	11	6	$\boxed{0}$	
-3		-3	-9	-6		
	1	3	2	$\boxed{0}$		
-2		-2	-2			
	1	1	$\boxed{0}$			
-1		-1				
	1	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-3; -3; -2; -1; 0; 1; 3.$

30.- $P_{(x)} \equiv x^7 - 6x^6 - 20x^5 + 170x^4 - 161x^3 - 484x^2 + 900x - 400 = 0$

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 5; \pm 8; \pm 10; \pm 16; \pm 20; \pm 25; \pm 40; \pm 50; \pm 80; \pm 100; \pm 200; \pm 400$

	1	-6	-20	170	-161	-484	900	-400
1		1	-5	-25	145	-16	-500	400
	1	-5	-25	145	-16	-500	400	$\boxed{0}$
1		1	-4	-29	116	100	-400	
	1	-4	-29	116	100	-400	$\boxed{0}$	
2		2	-4	-66	100	400		
	1	-2	-33	50	200	$\boxed{0}$		
5		5	15	-90	-200			
	1	3	-18	-40	$\boxed{0}$			
-2		-2	-2	40				
	1	1	-20	$\boxed{0}$				
-5		-5	20					
	1	-4	$\boxed{0}$					
4		4						
	1	$\boxed{0}$						

Las raíces buscadas son: $-5; -2; 1; 1; 2; 4; 5.$

31.- $P_{(x)} \equiv x^8 - 4x^7 - 25x^6 + 92x^5 + 152x^4 - 544x^3 - 272x^2 + 960x = 0$

$$P_{(x)} \equiv x\left(x^7 - 4x^6 - 25x^5 + 92x^4 + 152x^3 - 544x^2 - 272x + 960\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 0; Q_{(x)} \equiv x^7 - 4x^6 - 25x^5 + 92x^4 + 152x^3 - 544x^2 - 272x + 960 = 0$$

Las posibles raíces son:

$\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; \pm 6; \pm 8; \pm 10; \pm 12; \pm 15; \pm 16; \pm 20; \pm 24; \pm 40; \pm 48; \pm 60; \pm 64; \pm 80 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pm 100; \pm 120; \pm 160; \pm 192; \pm 240; \pm 320; \pm 480; \pm 960.$

	1	-4	-25	92	152	-544	-272	960
2		2	-4	-58	68	440	-208	-960
	1	-2	-29	34	220	-104	-480	$\boxed{0}$
3		3	3	-78	-132	264	480	
	1	1	-26	-44	88	160	$\boxed{0}$	
-2		-2	2	48	-8	-160		
	1	-1	-24	4	80	$\boxed{0}$		
-2		-2	6	36	-80			
	1	-3	-18	40	$\boxed{0}$			
2		2	-2	-40				
	1	-1	-20	$\boxed{0}$				
5		5	20					
	1	4	$\boxed{0}$					
-4		-4						
	1	$\boxed{0}$						

Las raíces buscadas son: $-4; -2; -2; 0; 2; 2; 3; 5.$

GUIA DE TRABAJO # 62.

Materia: Matemáticas.

Tema: Raíces fraccionarias de polinomios.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

Un polinomio tiene solo raíces enteras cuando el coeficiente del término de mayor grado es igual a 1.

Un valor* a *de x es raíz de un polinomio cuando el resíduo que se obtiene al dividir el polinomio en x entre $(x+a)$ ***es igual a cero. También, se puede decir, aplicando la teoría del resíduo, que una raíz es el valor de x que hace que el valor del polinomio sea cero.***

Observaciones para encontrar las raíces fraccionarias:

1.- Es obvio que una ecuación de corficientes enteros sólo puede tener raíces fraccionarias (racionales) si el coeficiente del primer término (el de mayor grado) es distinto de 1.

2.- Al resolver una ecuación es conveniente buscar primero las raíces enteras, si las tiene, y posteriormente las fraccionarias.

3.- Para buscar las raíces fraccionarias conviene probar con las fracciones positivas (desde de las de menor denominador) y proseguir con las negativas (desde de las de menor denominadror también).

4.- Al realizar la división sintética con una fracción $\frac{M}{N}$ los coeficientes del cociente resultante serán siempre divisibles por ***N***, por lo que es conveniente simplificar por este valor y trabajar con números menores.

PROBLEMAS:

Encontrar las raíces fraccionarias de los siguientes polinomios:

1.- $P_{(x)} \equiv 60x^2 - 5x + 20x^3 - 15 = 0$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$$20x^3 + 60x^2 - 5x - 15 = 0 \Rightarrow 4x^3 + 12x^2 - x - 3 = 0$$

Componentes de las posibles raíces fraccionarias son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 3}{\pm 1; \pm 2; \pm 4}$

	4	12	-1	-3
-3		-12	0	3
	4	0	-1	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		2	1	
	4	2	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{2}$		-2		
	4	$\boxed{0}$		

Las raíces buscadas son: $-3; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$.

$$P_{(x)} \equiv 20(x+3)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) = 5(x+3)(2x+1)(2x-1).$$

2.- $P_{(x)} \equiv 19x^3 + 6x^4 + 14x^2 - x - 2 = 0.$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$P_{(x)} \equiv 6x^4 + 19x^3 + 14x^2 - x - 2 = 0.$

Los componentes de las posibles raíces fraccionarias son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1; \pm2}{\pm1; \pm2; \pm3; \pm6}$

	6	19	14	-1	-2
-1		-6	-13	-1	2
	6	13	1	-2	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-3	-5	2	
	6	10	-4	$\boxed{0}$	

	3	5	-2
$\frac{1}{3}$		1	2
	3	6	$\boxed{0}$

	1	2
-2		-2
	1	$\boxed{0}$

Las raíces busdcadas son: $-2; -1; -\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{3}.$

$$P_{(x)} \equiv 6(x+1)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot(x+2) = (x+1)\cdot(2x+1)\cdot(3x-1)\cdot(x+2) = 0$$

3.- $P_{(x)} \equiv 18x^4 - 18x + 18x^3 - 14x^2 - 4 = 0.$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)} \equiv 18x^4 + 18x^3 - 14x^2 - 18x - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x^4 + 9x^3 - 7x^2 - 9x - 2 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces fraccionarias son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1; \pm2}{\pm1; \pm3; \pm9}$

9	9	-7	-9	-2

-1		-9	0	7	2
	9	0	-7	-2	$\boxed{0}$
1		9	9	2	
	9	9	2	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{3}$		-3	-2		
	9	6	$\boxed{0}$		
	3	2			
$-\frac{2}{3}$		-2			
	3	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-\frac{2}{3};-1;-\frac{1}{3};1.$

$$P_{(x)} \equiv 18(x+1)\cdot(x-1)\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right)=2(x+1)\cdot(x-1)\cdot(3x+2)\cdot(3x+1)=0.$$

4.- $P_{(x)} \equiv 32x^2-8x^4-13x^3-12x+4x^5=0$

Solución: Ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)} \equiv 4x^5-8x^4-13x^3+32x^2-12x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\left(4x^4-8x^3-13x^2+32x-12\right)=0 \Rightarrow x_1=0.$$

Los componentes de las posibles raíces fraccionarias son: $\frac{M}{N}=\frac{\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 4;\pm 6;\pm 12}{\pm 1;\pm 2;\pm 4}$

	4	-8	-13	32	-12
2		8	0	-26	12
	4	0	-13	6	$\boxed{0}$
$\frac{3}{2}$		6	9	-6	
	4	6	-4	$\boxed{0}$	
	2	3	-2		
$\frac{1}{2}$		1	2		
	2	4	$\boxed{0}$		
-2		-4			
	2	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-2;0;\frac{1}{2};\frac{3}{2};2.$

$$P_{(x)} \equiv 4x\cdot(x+2)\cdot(x-2)\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right) = x\cdot(x+2)\cdot(x-2)\cdot(2x-3)\cdot(2x-1).$$

5.- $P_{(x)} \equiv 12x^4 - 32x^3 + 13x^2 + 8x - 4 = 0.$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces fraccionarias son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1;\pm2;\pm4}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12}$

	12	-32	13	8	-4
2		24	-16	-6	4
	12	-8	-3	2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		6	-1	-2	
	12	-2	-4	$\boxed{0}$	
	6	-1	-2		
$\frac{2}{3}$		4	2		
	6	3	$\boxed{0}$		
	2	1			
$-\frac{1}{2}$		-1			
	2	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3};2.$

$$P_{(x)} \equiv 12(x-2)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{2}{3}\right) = (x-2)\cdot(2x-1)\cdot(2x+1)\cdot(3x+2).$$

6.- $P_{(x)} \equiv 30x^4 - 29x^3 - 7x^2 + 5x + 1 = 0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces fraccionarias son:

$$\frac{M}{N} = \frac{\pm1}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm5;\pm6;\pm10;\pm15;\pm30}$$

	30	-29	-7	5	1
1		30	1	-6	-1
	30	1	-6	-1	$\boxed{0}$

$\frac{1}{2}$		15	8	1
	30	16	2	$\boxed{0}$

	15	8	1
$-\frac{1}{3}$		-5	-1
	15	3	$\boxed{0}$

	5	1
$-\frac{1}{5}$		-1
	5	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{5}; \frac{1}{2}; 1.$

$$P_{(x)} \equiv 30(x-1)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{5}\right) = (x-1)\cdot(2x-1)\cdot(3x-1)\cdot(5x-1).$$

7.- $P_{(x)} \equiv 144x^5 + 36x^4 - 28x^3 - 3x^2 + x = 0.$

Solución:

Simplificando: $P_{(x)} \equiv x\cdot\left(144x^4 + 36x^3 - 28x^2 - 3x + 1\right) = 0; x_1 = 0.$

Los componentes dee las posibles raíces son:

$$\frac{M}{N} = \frac{\pm 1}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 9; \pm 12; \pm 16; \pm 18; \pm 24; \pm 36; \pm 48; \pm 72; \pm 144}$$

	144	36	-28	-3	1
$\frac{1}{3}$		48	28	0	-1
	144	84	0	-3	$\boxed{0}$
$\frac{1}{6}$		24	18	3	
	144	108	18	$\boxed{0}$	

	8	6	$\boxed{1}$
$-\frac{1}{2}$		-4	-1
	8	2	$\boxed{0}$
	4	1	
$-\frac{1}{4}$		-1	

	4	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-\frac{1}{4};-\frac{1}{2};0;\frac{1}{6};\frac{1}{3}.$

$$P_{(x)} \equiv 144(x)\cdot\left(x-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{4}\right) = x\cdot(6x-1)\cdot(3x-1)\cdot(2x+1)\cdot(4x+1).$$

8.- $P_{(x)} \equiv 225+16x^4-136x^2=0$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio: $P_{(x)} \equiv 16x^4-136x^2+225=0$

Los componentes de las posibles ríces son: $\frac{M}{N}=\frac{\pm1;\pm5;\pm15;\pm25;\pm75;\pm225}{\pm1;\pm2;\pm4;\pm8;\pm16}$

	16	0	-136	0	225
$\frac{3}{2}$		24	36	-150	-225
	16	24	-100	-150	$\boxed{0}$
	8	12	-50	-75	
$\frac{5}{2}$		20	80	75	
	8	32	30	$\boxed{0}$	
	4	16	15		
$-\frac{3}{2}$		-6	-15		
	4	10	$\boxed{0}$		
$-\frac{5}{2}$		-10			
	4	$\boxed{0}$			

Las raícesd buscadas son: $-\frac{5}{2};-\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{5}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv \left(x+\frac{5}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{5}{2}\right) = (2x+5)\cdot(2x+3)\cdot(2x-3)\cdot(2x-5).$$

9.- $P_{(x)} \equiv 120x^5+154x^4+71x^3+14x^2+x=0.$

Solución:

$$P_{(x)} \equiv x \cdot \left(120x^4 + 154x^3 + 71x^2 + 14x + 1\right) = 0; x_1 = 0;$$

$$Q_{(x)} \equiv 120x^4 + 154x^3 + 71x^2 + 14x + 1 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces son:

$$\frac{M}{N} = \frac{\pm 1}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 10; \pm 12; \pm 20; \pm 30; \pm 40; \pm 60; \pm 120}$$

	120	154	71	14	1
$-\frac{1}{2}$		-60	-47	-12	-1
	120	94	24	2	$\boxed{0}$

	60	47	12	1
$-\frac{1}{3}$		-20	-9	-1
	60	27	3	$\boxed{0}$

	20	9	1
$-\frac{1}{5}$		-4	-1
	20	5	$\boxed{0}$

	4	1
$-\frac{1}{4}$		-1
	4	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; 0.$

$$P_{(x)} \equiv 120 \cdot (x) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{5}\right) = \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv x \cdot (2x+1) \cdot (3x+1) \cdot (4x+1) \cdot (5x+1),$$

10.- $P_{(x)} \equiv 20x^4 + 62x^3 + 70x^2 + 34x + 6 = 0$

Solución:

$$P_{(x)} \equiv 2 \cdot \left(10x^4 + 31x^3 + 35x^2 + 17x + 3\right) = 0.$$

Los componentes de las posibles raíces son:

$$\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 3}{\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10}$$

	10	31	35	17	3

-1		-10	-21	-14	-3
	10	21	14	3	$\boxed{0}$
-1		-10	-11	-3	
	10	11	3	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{2}$		-5	-3		
	10	6	$\boxed{0}$		
	5	3			
$-\frac{3}{5}$		-3			
	5	$\boxed{0}$			

Las raíces buscadas son: $-1:-1;-\dfrac{3}{5};-\dfrac{1}{2}$.

$$P_{(x)}=20\left(x+1\right)\cdot\left(x+1\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{3}{5}\right)=2\cdot\left(x+1\right)^2\cdot\left(2x+1\right)\cdot\left(5x+3\right).$$

11.- $P_{(x)}\equiv 140x^2-490x^4-10+360x^6=0$

Solución:

Ordenando los términos del p[olinomio:

$$P_{(x)}\equiv 360x^6-490x^4+140x^2-10=0\Rightarrow 10\left(36x^6-49x^4+14x^2-1\right)=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm9;\pm12;\pm18;\pm36}$

	36	0	-49	0	14	0	-1
1		36	36	-13	-13	1	1
	36	36	-13	-13	1	1	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		18	27	7	-3	-1	
	36	54	14	-6	-2	$\boxed{0}$	
	18	27	7	-3	-1		
$-\frac{1}{2}$		-9	-9	1	1		
	18	18	-2	-2	$\boxed{0}$		
	9	9	-1	-1			
(1/3)		3	4	1			
	9	12	3	$\boxed{0}$			
	3	4	1				
$-\frac{1}{3}$		-1	-1				

	3	3	$\boxed{0}$
-1		-3	
	3	$\boxed{0}$	

Las raíces son: $-1; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 1.$

$$P_{(x)} \equiv 360 \cdot (x+1) \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot (x-1) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv 10(x+1) \cdot (3x+1) \cdot (2x+1) \cdot (3x-1) \cdot (2x-1) \cdot (x-1).$$

12.- $P_{(x)} \equiv 16x^6 - 112x^5 + 216x^4 - 8x^3 - 247x^2 + 105x = 0$

Solución:

$$P_{(x)} \equiv x \cdot \left(16x^5 - 112x^4 + 216x^3 - 8x^2 - 247x + 105\right) = 0; x_1 = 0.$$

$$Q_{(x)} \equiv 16x^5 - 112x^4 + 216x^3 - 8x^2 - 247x + 105 = 0$$

Los componentes de las raíces posibles son:

$$\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 7; \pm 15; \pm 21; \pm 35; \pm 105}{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8; \pm 16}$$

	16	-112	216	-8	-247	105	
-1		-16	128	-344	352	-105	
	16	-128	344	-352	105	$\boxed{0}$	
$\frac{1}{2}$		8	-60	142	-105		
	16	-120	284	-210	$\boxed{0}$		
	8	-60	142	-105			
$\frac{3}{2}$		12	-72	105			
	8	-48	70	$\boxed{0}$			
	4	-24	35				
$\frac{5}{2}$		10	-35				

	4	-14	$\boxed{0}$

	2	-7
$\frac{7}{2}$		7
	2	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-1; 0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv 16x \cdot (x+1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{7}{2}\right) = \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (x+1) \cdot (2x-1) \cdot (2x-3) \cdot (2x-5) \cdot (2x-7).$$

13.- $30x^4 + 49x^3 - 106x^2 + 49x - 6 = 0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 15; \pm 30}$

	30	49	-106	49	-6
-3		-90	123	-51	6
	30	-41	17	-2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		15	-13	2	
	30	-26	4	$\boxed{0}$	

	15	-13	2
$\frac{2}{3}$		10	-2
	15	-3	$\boxed{0}$

	5	-1
$\frac{1}{5}$		1
	5	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-3; \frac{1}{5}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}$

$$P_{(x)} \equiv 30\cdot(x+3)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{5}\right) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv (x+3)\cdot(2x-1)\cdot(3x-2)\cdot(5x-1).$$

14.- $P_{(x)} \equiv 10x^5+21x^4-35x^3-15x^2+25x-6=0$.

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6}{\pm1;\pm2;\pm5;\pm10}$

	10	21	−35	−15	25	−6
1		10	31	−4	−19	6
	10	31	−4	−19	6	$\boxed{0}$
−1		−10	−21	25	−6	
	10	21	−25	6	$\boxed{0}$	
−3		−30	27	−6		
	10	−9	2	$\boxed{0}$		
$\frac{1}{2}$		5	−2			
	10	−4	$\boxed{0}$			
	5	−2				
$\frac{2}{5}$		2				
	5	$\boxed{0}$				

Las raíces buscadas son: $-3;-1;\dfrac{2}{5};\dfrac{1}{2};1.$

$$P_{(x)} \equiv 10\cdot(x+1)\cdot(x+3)\cdot\left(x-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(x-1) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv (x+1)\cdot(x+3)\cdot(5x-2)\cdot(2x-1)\cdot(x-1).$$

15.- $P_{(x)} \equiv 36x^5+12x^4-71x^3-48x^2+5x+6=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm9;\pm12;\pm18;\pm36}$

	36	12	−71	−48	5	6

-1		-36	24	47	1	-6
	36	-24	-47	-1	6	$\boxed{0}$

$\frac{1}{3}$		12	-4	-17	-6
	36	-12	-51	-18	$\boxed{0}$

	12	-4	-17	-6
$\frac{3}{2}$		18	21	6
	12	14	4	$\boxed{0}$

	6	7	2
$-\frac{1}{2}$		-3	-2
	6	4	$\boxed{0}$

	3	2
$-\frac{2}{3}$		-2
	3	$\boxed{0}$

Las raíces buscadas son: $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{3}; \frac{3}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv 36 \cdot \left(x+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right) \cdot (x+1) \cdot \left(x-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(x-\frac{3}{2}\right) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv (3x+2) \cdot (2x+1) \cdot (x+1) \cdot (3x-1) \cdot (2x-3).$$

16.- $P_{(x)} \equiv 18x^5 - 33x^4 - 22x^3 + 33x^2 - 4 = 0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 2; \pm 4}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18}$

	18	-33	-22	33	0	-4
-1		-18	51	-29	-4	4
	18	-51	29	4	-4	$\boxed{0}$

	18	-51	29	4	-4
$\frac{1}{2}$		9	-21	4	4
	18	-42	8	8	$\boxed{0}$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 9 & -21 & 4 & 4 \\
\frac{2}{3} & & 6 & -10 & -4 \\
\hline
 & 9 & -15 & -6 & \boxed{0}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & 3 & -5 & -2 \\
-\frac{1}{3} & & -1 & 2 \\
\hline
 & 3 & -6 & \boxed{0}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|cc}
 & 1 & -2 \\
2 & & 2 \\
\hline
 & 1 & \boxed{0}
\end{array}
$$

Las raíces buscadas son: $-1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 2.$

$$P_{(x)} \equiv 18 \cdot (x+1) \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(x-\frac{2}{3}\right) \cdot (x-2) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv (x+1) \cdot (3x+1) \cdot (2x-1) \cdot (3x-2) \cdot (x-2).$$

GUIA DE TRABAJO # 63.

Materia: Matemáticas.

Tema: Ecuaciones con dos raíces complejas o dos raíces irracionales.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

PROBLEMAS:

1.- $P_{(x)} \equiv 17x + x^4 - 4x^3 - 14 = 0$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)} \equiv x^4 - 4x^3 + 17x - 14 = 0$$

Las posibles raíces racionales son: $\pm 1; \pm 2; \pm 7; \pm 14.$

	1	−4	0	17	−14
1		1	−3	−3	14
	1	−3	−3	14	$\boxed{0}$
−2		−2	10	−14	
	1	−5	7	$\boxed{0}$	

El último cociente obtenido es: $x^2 - 5x + 7 = 0$. Aplicando la resolvente para esta ecuación:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-28}}{2} = \frac{5 \pm 3i}{2}$$

Entonces, las raíces buscadas son: $-2; 1; \dfrac{5 \pm 3i}{2}$.

$$P_{(x)} \equiv (x+2) \cdot (x-1) \cdot \left[x - \left(\frac{5+3i}{2}\right)\right] \cdot \left[x - \left(\frac{5-3i}{2}\right)\right].$$

2.- $P_{(x)} \equiv x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 37x - 38 = 0$

Solución:

Posibles raíces racionales: $\pm 1; \pm 2; \pm 19; \pm 38.$

	1	8	8	−37	−38
−1		−1	−7	−1	38
	1	7	1	−38	$\boxed{0}$
2		2	18	38	
	1	9	19	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es: $x^2 + 9x + 19 = 0;$ donde aplicamos la resolvente:

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81-76}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Entonces, las raíces buscadas son: $-1; 2; \dfrac{-9 \pm \sqrt{5}}{2}$.

$$P_{(x)} \equiv (x+1) \cdot (x-2) \cdot \left[x - \left(\frac{-9+\sqrt{5}}{2}\right)\right] \cdot \left[x - \left(\frac{-9-\sqrt{5}}{2}\right)\right].$$

3.- $P_{(x)} \equiv 4x^4 + 22x^3 + 12x^2 - 8x - 2 = 0.$

Solución:

$P_{(x)} \equiv 2 \cdot \left(2x^4 + 11x^3 + 6x^2 - 4x - 1\right) = 0.$

Los componentes de las posibles raíces racionales son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1;}{\pm 1; \pm 2}$

	2	11	6	-4	-1
-1		-2	-9	3	1
	2	9	-3	-1	0
$\frac{1}{2}$		1	5	1	
	2	10	2	$\boxed{0}$	
	1	5	1		

El cociente remanente es: $x^2+5x+1=0;$ entonces, se plica la resolvente:

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}.$$

Las raíces buscadas son: $-1;\frac{1}{2};\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}.$

$$P_{(x)}\equiv 4(x+1)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left[x-\left(\frac{-5+\sqrt{21}}{2}\right)\right]\cdot\left[x-\left(\frac{-5-\sqrt{21}}{2}\right)\right]\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)}\equiv(x+1)\cdot\left(\frac{2x-1}{2}\right)\cdot\left(2x+5-\sqrt{21}\right)\cdot\left(2x-5+\sqrt{21}\right).$$

4.- $P_{(x)}\equiv 9x^4+123x^2-60x^3-42x-30=0.$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)}\equiv 9x^4-60x^3+123x^2-42x-30=0.$$

Los componentes de las posibles raíces racionales son:

$$\frac{M}{N}=\frac{\pm1;\pm3;\pm9.}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm5;\pm6;\pm10;\pm15;\pm30}$$

	9	-60	123	-42	-30
1		9	-51	72	30
	9	-51	72	30	$\boxed{0}$
	3	-17	24	10	
$-\frac{1}{3}$		-1	6	-10	
	3	-18	30	$\boxed{0}$	
	1	-6	10		

El cociente remanente es: $x^2-6x+10=0;$ entonces, se paplica la resolvente:

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36-40}}{2}=\frac{6\pm 2i}{2}=3\pm i$$

Las raíces buscadas son: $-\frac{1}{3};1;3\pm i.$

$$P_{(x)}\equiv 9\cdot(x-1)\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right)\cdot\left[x-(3+i)\right]\cdot\left[x-(3-i)\right]\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)}\equiv 3(x-1)\cdot(3x+1)\cdot\left[x-3-i\right]\cdot\left[x-3+i\right].$$

5.- $P_{(x)}\equiv x^4+3x^3-26x^2-75x+25=0.$

Solución:

Los componentes de las raíces racionales son: $\pm1;\pm5;\pm25.$

	1	3	−26	−75	25
−5		−5	10	80	−25
	1	−2	−16	5	$\boxed{0}$
5		5	15	−5	
	1	3	−1	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es: $x^2+3x-1=0$; entonces, se aplica la resolvente:

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}=$$

Las raíces buscadas son: $-5:5;\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}.$

$$P_{(x)}\equiv(x+5)\cdot(x-5)\cdot\left[x-\left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)\right]\cdot\left[x-\left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\right].$$

6.- $P_{(x)}\equiv x^5-15x^3+16x^2+2x^4-4x=0.$

Solución:

Factorizando y ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)}\equiv x\cdot\left(x^4+2x^3-15x^2+16x-4\right)=0;x_1=0:\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{(x)}\equiv x^4+2x^3-15x^2+16x-4=0.$$

Las posibles raíces racionales de $Q_{(x)}$ son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4.$

	1	2	-15	16	-4
1		1	3	-12	4
	1	3	-12	4	$\boxed{0}$
2		2	10	-4	
	1	5	-2	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es: $x^2 + 5x - 2 = 0;$ se aplica entonces la resolvente:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

Las raíces buscadas son entonces: $0; 1; 2; \dfrac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv (x) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot \left[x - \left(\frac{-5+\sqrt{33}}{2} \right) \right] \cdot \left[x - \left(\frac{-5-\sqrt{33}}{2} \right) \right].$$

7.- $P_{(x)} \equiv 18x^4 - 24x^3 + 6x^2 - 12x + 12 = 0.$

Solución:

$$P_{(x)} \equiv 6\left(3x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2\right) = 0$$

Los componentes de las posibles raíces racionales son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 3}$

	3	-4	1	-2	2
1		3	-1	0	-2
	3	-1	0	-2	$\boxed{0}$
1		2	2	2	
	2	1	2	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es: $2x^2 + x + 2 = 0;$ donde se debe aplicar la resolvente:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-16}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{5}}{2}.$$

Las raíces buscadas son: $1; 1; \dfrac{-1 \pm i\sqrt{5}}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv 18 \cdot (x-1)^2 \cdot \left[x - \left(\frac{-1+i\sqrt{5}}{2} \right) \right] \cdot \left[x - \left(\frac{-1-i\sqrt{5}}{2} \right) \right].$$

8.- $P_{(x)} \equiv 24x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 8 - 20x = 0.$

Solución:

Simplificando y ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)} \equiv 4\left(6x^4 - x^3 + x^2 - 5x + 2\right) = 0$$

Los componentes de las raíces racionales son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}$

	6	-1	1	-5	2
$\frac{1}{2}$		3	1	1	-2
	6	2	2	-4	$\boxed{0}$

$x^2 + x + 1 = 0;$

	3	1	1	-2
$\frac{2}{3}$		2	2	2
	3	3	3	$\boxed{0}$

El cociente remanente es; donde se aplica la resolvente:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}.$$

$$P_{(x)} \equiv 24\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \left[x - \left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)\right] \cdot \left[x - \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)\right].$$

9.- $P_{(x)} \equiv 9x^5 + 4x^3 - 2x + 5x^2 - 6x^4 = 0$

Solución:

Ordenando los términos del polinomio:

$$P_{(x)} \equiv 9x^5 - 6x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 2x = 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{(x)} \equiv x\left(9x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 5x - 2\right) = 0; x_1 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{(x)} \equiv 9x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces racionales son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 3; \pm 9}$

	9	-6	4	5	-2
$-\frac{2}{3}$		-6	8	-8	2
	9	-12	12	-3	$\boxed{0}$

	3	-4	4	-1
$\frac{1}{3}$		1	-1	1
	3	-3	3	$\boxed{0}$

El cociente remanente es: $x^2 - x + 1 = 0;$ donde se aplica la resolvente:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

Las raíces buscadas son: $-\frac{2}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}.$

$$P_{(x)} \equiv 9x \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left[x - \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)\right] \cdot \left[x - \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)\right] \cdot.$$

10.- $P_{(x)} \equiv 6x^6 + 5x^5 + 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 3x + 2 = 0.$

Solución:

Los componentes de las ppsibles raíces racionales son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}$

	6	5	4	-8	-12	3	2
-1		-6	1	-5	13	-1	-2
	6	-1	5	-13	1	2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		3	1	3	-5	-2	
	6	2	6	-10	-4	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{3}$		-2	0	-2	4		
	6	0	6	-12	$\boxed{0}$		

	1	0	1	-2
1		1	1	2
	1	1	2	$\boxed{0}$

El cociente remanente es: $x^2 + x + 2 = 0$; donde se aplica la resolvente:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{7}}{2}.$$

$$P_{(x)} \equiv 6 \cdot (x+1)(x-1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left[x - \left(\frac{-1+i\sqrt{7}}{2}\right)\right] \cdot \left[x - \left(\frac{-1-i\sqrt{7}}{2}\right)\right] =$$

GUIA DE TRABAJO # 64.

Materia: Matemáticas.

Tema: Ecuaciones trascendentes de grado superior.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

PROBLEMAS:

Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $4sen^4x - 12sen^3x + 7sen^2x + 3senx - 2 = 0$

Soilución:

Solución:Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 4}$

	4	-12	7	3	-2
1		4	-8	-1	2
	4	-8	-1	2	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-2	5	-2	
	4	-10	4	$\boxed{0}$	
	2	-5	2		
$\frac{1}{2}$		1	-2		
	2	-4	$\boxed{0}$		

	1	-2
2		2
	1	$\boxed{0}$

Factorizando:

$$4\left(sex-1\right)\cdot\left(sen+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(sex-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(senx-2\right)=0$$

Para $senx=1\Rightarrow x=\pi k+\dfrac{\pi}{2}$

Para $senx=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=\pi k+\dfrac{\pi}{6};x=2k\pi-\dfrac{\pi}{6}$

Para $senx=\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=2\pi k+\dfrac{\pi}{6};x=\left(2k+1\right)\pi-\dfrac{\pi}{6}$

Para $senx=2\Rightarrow Inadmisible.$

2.- $tg^4x+tg^3x-5tg^2x-3tgx+6=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm6$

	1	1	-5	-3	6
1		1	2	-3	-6
	1	2	-3	-6	$\boxed{0}$
-2		-2	0	6	
	1	0	-3	$\boxed{0}$	
3		3	3		
	1	3	$\boxed{0}$		
-3		-3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $\left(tgx-1\right)\cdot\left(tgx+2\right)\cdot\left(tgx-3\right)\cdot\left(tgx+3\right).$

Para $tgx=1$ $x=2\pi k+\dfrac{\pi}{4};x=\left(2k+1\right)\pi+\dfrac{\pi}{4}$

Para $tgx=-2\Rightarrow x=116,57^{o};\ x=360^{o}-63,43^{o}=296,57^{o}$

Para $tgx=-3\Rightarrow x=288,435^{o};x=108,435^{o}$

Para $tgx=71,565^{o};x=251,565^{o}.$

3.- $2\cos^3x+2\cos^2x-\cos x-1=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1}{\pm 1;\pm 2}$

	2	2	-1	-1
-1		-2	0	1
	2	0	-1	$\boxed{0}$

El resíduo remanente es: $2\cos^2 x-1=0 \Rightarrow \cos^2 x=\pm\dfrac{1}{2}$

Factorizando: $2\left(\cos x+1\right)\cdot\left(\cos x+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(\cos x-\dfrac{1}{2}\right)$

Para $\cos x=-1 \Rightarrow x=\left(2k+1\right)\pi$

Para $\cos x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=\left(2k+1\right)\pi\pm\dfrac{\pi}{3}$

Para $\cos x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=2\pi k\pm\dfrac{\pi}{3}.$

4.- $2\sec^4 x+9\sec^3 x-18\sec^2 x-71 secx-30=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 5;\pm 6;\pm 10;\pm 15;\pm 30}{\pm 1;\pm 2}$

	2	9	-18	-71	-30
$-\dfrac{1}{2}$		-1	-4	11	30
	2	8	-22	-60	$\boxed{0}$
	1	4	-11	-30	
3		3	21	30	
	1	7	10	$\boxed{0}$	
-2		-2	-10		
	1	5	$\boxed{0}$		
-5		-5			
	1	$\boxed{0}$			

Para $\sec x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ *Inadmisible.*

Para $\sec x=3 \Rightarrow x=k\cdot 360^{\circ}\pm 70,52^{\circ}$

Para $\sec x=-2 \Rightarrow \cos x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=\left(2k+1\right)\pi\pm\dfrac{\pi}{3}$

Para $\sec x=-5 \Rightarrow \cos x=-\dfrac{1}{5} \Rightarrow x=k\cdot 360^{\circ}\pm 101,54^{\circ}$

5.- $2sen^3x+3sen^2x-3senx-2=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1;\pm2}{\pm1;\pm2}$

	2	3	-3	-2
1		2	5	2
	2	5	2	$\boxed{0}$
-2		-4	-2	
	2	1	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{2}$		-1		
	2	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$2(senx-1)\cdot(senx+2)\cdot\left(senx+\frac{1}{2}\right).$$

Para $senx = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{2}$

Para $senx = -2 \Rightarrow x = Inadmisible.$

Para $senx = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{6}$

6.- $10sen^3x + 13sen^2x + 2senx - 1 = 0.$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1}{\pm1;\pm2;\pm5;\pm10}$

	10	13	2	-1
-1		-10	-3	1
	10	3	-1	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-5	1	
	10	-2	$\boxed{0}$	
	5	-1		
$\frac{1}{5}$		1		
	5	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$10(senx+1)\cdot\left(senx+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(senx-\frac{1}{5}\right).$$

Para $senx = -1 \Rightarrow x = 2\pi k + \dfrac{3\pi}{2}$

Para $senx = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{6}$

Para $senx = -\dfrac{1}{5}; x = 180^{\circ} \pm 11{,}53^{\circ}$

7.- $8sen^4x + 4sen^3x + 10\cos^2 x - 3senx - 7 = 0$

Solución:

Haciendo transformaciones trigonométricas:

$$8sen^4x + 4sen^3x + 10\left(1 - sen^2x\right) - 3senx - 7 \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow 8sen^4x + 4sen^3x - 10sen^2x - 3senx + 3 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 3}{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8}$

	8	4	-10	-3	3
$\frac{1}{2}$		4	4	-3	-3
	8	8	-6	-6	$\boxed{0}$

	4	4	-3	-3
-1		-4	0	3
	4	0	-3	$\boxed{0}$

La ecuación remanente es: $4sen^2 - 3 = 0 \Rightarrow 4sen^2 = 3 \Rightarrow senx = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Factorizando: $8\left(senx - \dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(senx+1\right)\cdot\left(senx - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(senx + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Para $senx = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{6}; 2k\pi + \dfrac{2\pi}{3}$

Para $senx = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \dfrac{3}{2}\pi$

Para $senx = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2\pi k + \dfrac{\pi}{3}; x = 2\pi k + \dfrac{2\pi}{3}$

Para $senx = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi - \dfrac{\pi}{3}; x = 2k\pi - \dfrac{2\pi}{3}$

8.- $2tg^4x + \sec^4 x - 3tg^3x - 5\sec^2 x - 4tg^2x + tgx + 6 = 0$

Solución:

Primero se deben hacer las transformaciones trigonométricas requeridas:

$$sen^2x+\cos^2 x=1\Rightarrow \frac{sen^2x}{\cos^2 x}+\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^{2x}}\Rightarrow tg^2x+1=\sec^2 x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sec^4 x=\left(tg^2x+1\right)^2=tg^4x+2tg^2x+1.$$

Entonces, el polinomio original se transforma en:

$$2tg^4x+\left(tg^4x+2tg^2x+1\right)-3tg^3x-5\left(tg^2x+1\right)-4tg^2x+tgx+6=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3tg^4x-3tg^3x-7tg^2x+tgx+2=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2}{\pm1;\pm2;\pm3}$

	3	−3	−7	1	2
−1		−3	6	1	−2
	3	−6	−1	2	$\boxed{0}$
2		6	0	−2	
	3	0	−1	$\boxed{0}$	

La ecuación remanente es: $3tg^2x-1=0$; la cual se resuelve así:

$$3tg^2x=1\Rightarrow tg^2x=\frac{1}{3}\Rightarrow tgx=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Factorizando: $3\left(tgx+1\right)\cdot\left(tgx-2\right)\cdot\left(tgx-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\cdot\left(tgx+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right).$

Para $tgx=-1\Rightarrow k\cdot360^{o}+135^{o},k\cdot360^{o}-45^{o}$

Para $tgx=2\Rightarrow k\cdot360^{o}+63,434^{o};180^{o}+63,434^{o}$

Para $tgx=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\pi k+\dfrac{\pi}{6}$

Para $tgx=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\pi k-\dfrac{\pi}{6}$

9.- $12sen^2x-25senx+2\cos ecx+1=0$

Solución:

$$12sen^2x-25senx+\frac{2}{senx}+1=0\Rightarrow 12sen^3x-25sen^2x+2+senx=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12sen^3x-25sen^2x+senx+2=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12}$

	12	−25	1	2
2		24	−2	−2
	12	−1	−1	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{4}$		−3	1	
	12	−4	$\boxed{0}$	
	3	−1		
$\frac{1}{3}$		1		
	3	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$12\left(senx-2\right)\cdot\left(senx+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(senx-\frac{1}{3}\right).$$

Para $senx=2\Rightarrow Inadmisible.$

Para $senx=\frac{1}{4}\Rightarrow x=k\cdot180^{o}-\left(-1\right)^{k}\cdot\left(14,4775^{o}\right)$

Para $senx=-\frac{1}{3}\Rightarrow k\cdot180^{o}+\left(-1\right)^{k}\left(19,47^{o}\right)$

10.- $10\cos^2x-17\cos x-7\sec x+3tg^2x-34=0$

Solución:

Haciendo transformaciones trigonométricas:

$$10\cos^2x-17\cos x-7\cdot\frac{1}{\cos x}+3\cdot\frac{sen^2x}{\cos^2x}-34=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10\cos^4x-17\cos^3x-7\cos x+3\left(1-\cos^2x\right)-34\cos^2x=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10\cos^4x-17\cos^3x-37\cos^2x-7\cos x+3=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10}$

	10	-17	-37	-7	3
-1		-10	27	10	-3
	10	-27	-10	3	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-5	16	-3	
	10	-32	6	$\boxed{0}$	
	5	-16	3		
$\frac{1}{5}$		1	-3		
	5	-15	$\boxed{0}$		
	1	-3			
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$10 \cdot (\cos x + 1) \cdot \left(\cos x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\cos x - \frac{1}{5}\right) \cdot (\cos x - 3).$$

Para $\cos x = -1 \Rightarrow x = (2k+1)\pi$

Para $\cos x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{3}$

Para $\cos x = \dfrac{1}{5} \Rightarrow x = 360^{\circ} k \pm 78{,}46^{\circ}$

Para $\cos x = 3 \Rightarrow$ *Inadmisible.*

11.- $\lg^3 x - 6\lg^2 x + 11\lg x - 6 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6.$

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	$\boxed{0}$
2		2	-6	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $(\lg x - 1) \cdot (\lg x - 2) \cdot (\lg x - 3).$

Para $\lg x = 1 \Rightarrow x = 10.$

Para $\lg x = 2 \Rightarrow x = 100.$

Para $\lg x = 3 \Rightarrow x = 1.000.$

12.- $7\lg^3 x - 23\lg^2 x + 20\lg x - 4 = 0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2; \pm 4}{\pm 1; \pm 7}$

	7	-23	20	-4
1		7	-16	4
	7	-16	4	$\boxed{0}$
2		14	-4	
	7	-2	$\boxed{0}$	
$\frac{2}{7}$		2		
	7	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$7(\lg x - 1)\cdot(\lg x - 2)\cdot\left(\lg x - \frac{2}{7}\right).$$

Para $\lg x = 1 \Rightarrow x = 10.$

Para $\lg x = 2 \Rightarrow x = 100$

Para $\lg x = \dfrac{2}{7} \Rightarrow x = 1{,}93.$

13.- $7\lg^3 x - 8\lg^2 x - 41\lg x + 6 = 0$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}{\pm 1; \pm 7}$

	7	-8	-41	6
3		21	39	-6
	7	13	-2	$\boxed{0}$
-2		-14	2	
	7	-1	$\boxed{0}$	
$\frac{1}{7}$		1		
	7	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$7\left(\lg x+2\right)\cdot\left(\lg x-3\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{7}\right).$$

Para $\lg=-2 \Rightarrow x=0,01.$

Para $\lg x=3 \Rightarrow x=1.000.$

Para $\lg x=\frac{1}{7} \Rightarrow x=1,389.$

14.- $\lg_2^4 x-8\lg_2^3 x+17\lg_2^2 x+2\lg_2 x-24=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24.$

	1	-8	17	2	-24
2		2	-12	10	24
	1	-6	5	12	$\boxed{0}$
-1		-1	7	-12	
	1	-7	12	$\boxed{0}$	
4		4	-12		
	1	-3	$\boxed{0}$		
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$\left(\lg_2 x+1\right)\cdot\left(\lg_2 x-2\right)\cdot\left(\lg_2 x-3\right)\cdot\left(\lg_2 x-4\right)$$

Para $\lg_2 x=-1 \Rightarrow x=2^{-1}=\frac{1}{2}$

Para $\lg_2 x=2 \Rightarrow x=2^2=4$

Para $\lg_2 x=3 \Rightarrow x=2^3=8$

Para $\lg_2 x=4 \Rightarrow x=2^4=16$

15.- $6\lg^3 x-11\lg^2 x+6\lg x+co\log 10=0$

Solución:

Transformando el cologarítmo: $co\log z=\lg\left(\frac{1}{z}\right)=-\lg z$

$$6\lg^3 x-11\lg^2 x+6\lg x-1=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1}{\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 6}$

	6	-11	6	-1
1		6	-5	1
	6	-5	1	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		3	-1	
	6	-2	$\boxed{0}$	
	3	-1		
$\frac{1}{3}$		1		
	3	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$6(\lg x-1)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{3}\right).$$

Para $\lg x=1\Rightarrow x=10.$

Para $\lg x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=\sqrt{10}$

Para $\lg x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow x=\sqrt[3]{10}$

16.- $3\lg^3 x+2\log^2 x+7co\log x+\lg 100=0$

Solución:

Transformando: $3\lg^3 x+2\lg^2 x-7\lg x+2=0$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1;\pm 2}{\pm 1;\pm 3}$

	3	2	-7	2
1		3	5	-2
	3	5	-2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{3}$		1	2	
	3	6	$\boxed{0}$	
	1	2		
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$3(\lg x-1)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{3}\right)\cdot(\lg x+2).$$

Para $\lg x=1\Rightarrow x=10$

Para $\log x=\frac{1}{3}\Rightarrow x=2{,}154$

Para $\lg x=-2\Rightarrow x=0{,}01$

17.- $\lg_3^5 x+2\lg_3^4 x-16\lg_3^3 x-2\lg_3^2 x+15\lg_3 x=0$

Solución:

$$\lg_3 x\left(\lg_3^4 x+2\lg_3^3 x-16\lg_3^2 x-2\lg_3 x+15\right)=0;\lg x_1=0.$$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm3;\pm5;\pm15.$

	1	2	−16	−2	15
1		1	3	−13	−15
	1	3	−13	−15	$\boxed{0}$
−1		−1	−2	15	
	1	2	−15	$\boxed{0}$	
3		3	15		
	1	5	$\boxed{0}$		
−5		−5			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$(\lg_3 x)\cdot(\lg_3 x-1)\cdot(\lg_3 x+1)\cdot(\lg_3 x-3)\cdot(\lg_3 x+5)$$

Para $\lg_3 x=0;x=1$

Para $\lg_3 x=1\Rightarrow x=3$

Para $\lg_3 x=-1\Rightarrow x=3^{-1}=\frac{1}{3}$

Para $\lg_3 x=3\Rightarrow x=3^3=27$

Para $\lg_3 x=-5\Rightarrow x=3^{-5}=\frac{1}{243}$

18.- $6\lg^4 x-\lg^3 x-24\lg^2 x+4\lg x=0$

Solución:

$$(\lg x)\cdot\left(6\lg^3 x-\lg^2 x-24\lg x+4\right)=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2;\pm4}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6}$

	6	-1	-24	4
-2		-12	26	-4
	6	-13	2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{6}$		1	-2	
	6	-12	$\boxed{0}$	
	1	-2		
2		2		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$6(\lg x)\cdot(\lg x+2)\cdot(\lg x-2)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{6}\right).$$

Para $\lg x=0\Rightarrow x=1$

Para $\lg x=-2\Rightarrow x=\dfrac{1}{100}=0,01$

Para $\lg x=\dfrac{1}{6}\Rightarrow x=10^{\left(\frac{1}{6}\right)}=1,4675$

Para $\lg x=2\Rightarrow x=10^2=100$

19.- $2^{3x}-7\cdot2^{2x}+14\cdot2^{x}-8=0$

Solución:

Hacer $2^x=Z;$ entonces, el polinomio puede escribirse como:

$$Z^3-7Z^2+14Z-8=0$$

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm4;\pm8$

	1	-7	14	-8
2		2	-10	8
	1	-5	4	$\boxed{0}$
4		4	-4	
	1	-1	$\boxed{0}$	
1		1		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $(Z-2)\cdot(Z-4)\cdot(Z-1)=(2^x-1)\cdot(2^x-4)\cdot(2^x-1).$

Para $2^x=1\Rightarrow x\cdot\lg2=0\Rightarrow x=0$

Para $2^x = 2 \Rightarrow x \cdot \lg 2 = \lg 2 \Rightarrow x = 1$

Para $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

20.- $2^{3x} - 6 \cdot 2^{2x} + 11.2^x - 6 = 0$

Solución:

Cambio de variables: $Z = 2^x$; entonces: $Z^3 - 6Z^2 + 11Z - 6 = 0$.

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$.

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	$\boxed{0}$
2		2	-6	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Cambiando variables en el otro sentido y factorizando:

$\left(2^x - 1\right) \cdot \left(2^x - 2\right) \cdot \left(2^x - 3\right)$.

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$.

Para $2^x = 2 \Rightarrow x = 1$

Para $2^x = 3 \Rightarrow x \cdot \lg 2 = \lg 3 \Rightarrow x = \dfrac{\lg 3}{\lg 2}$

21.- $3^{4x} - 12 \cdot 3^{3x} + 26 \cdot 3^{2x} + 12 \cdot 3^x - 27 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 3; \pm 9; \pm 27$

	1	-12	26	12	-27
1		1	-11	15	27
	1	-11	15	27	$\boxed{0}$
-1		-1	12	-27	
	1	-12	27	$\boxed{0}$	
3		3	-27		
	1	-9	$\boxed{0}$		
9		9			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $\left(3^x - 1\right) \cdot \left(3^x + 1\right) \cdot \left(3^x - 3\right) \cdot \left(3^x - 9\right)$.

Para $3^x = 1 \Rightarrow x = 0$.

Para $3^x = -1 \Rightarrow$ *Inadmisible.*

Para $3^x = 3 \Rightarrow x = 1$.
Para $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

22.- $2^{4x} - 10 \cdot 2^{3x} + 35 \cdot 2^{2x} - 50 \cdot 2^x + 24 = 0$

Solución: Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24$

	1	-10	35	-50	24
1		1	-9	26	-24
	1	-9	26	-24	$\boxed{0}$
2		2	-14	24	
	1	-7	12	$\boxed{0}$	
3		3	-12		
	1	-4	$\boxed{0}$		
4		4			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $\left(2^x - 1\right) \cdot \left(2^x - 2\right) \cdot \left(2^x - 3\right) \cdot \left(2^x - 4\right)$.

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$
Para $2^x = 2 \Rightarrow x = 1$
Para $2^x = 3 \Rightarrow x = \dfrac{\lg 3}{\lg 2}$
Para $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

23.- $8^x - 4^x - 2^{x+1} + 2 = 0$

Solución:

$$2^{3x} - 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Posibles raíces: $\pm 1; \pm 2$.

	1	-1	-2	2
1		1	0	-2
	1	0	-2	$\boxed{0}$

El cociente remanente es: $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{2}$
Factorizando:

$$\left(2^x - 1\right) \cdot \left(2^x - \sqrt{2}\right) \cdot \left(2^x + \sqrt{2}\right).$$

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$

Para $\quad 2^x = \sqrt{2} \Rightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Para $\quad 2^x = -\sqrt{2} \Rightarrow Inadmisible$

24.- $2^{3x} - 2^{2x+3} - 5 \cdot 2^x + 84 = 0$

Solución:

$$2^{3x} - 8 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 84 = 0$$

Posibles raíces: $\pm 1; \pm 2 : \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 7; \pm 14; \pm 21; \pm 42; \pm 84$

	1	-8	-5	84
-3		-3	33	-84
	1	-11	28	$\boxed{0}$
4		4	-28	
	1	-7	0	
7		7		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(2^x + 3\right) \cdot \left(2^x - 4\right) \cdot \left(2^2 - 7\right).$

Para $\quad 2^x = -3 \Rightarrow Inadmisible.$

Para $\quad 2^x = 4 \Rightarrow x = 2.$

Para $\quad 2^x = 7 \Rightarrow x = \frac{\lg 7}{\lg 2} = 2,807$

25.- $e^{3x} - 13e^{2x} + 47e^x - 35 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 5; \pm 7; \pm 35$

	1	-13	47	-35
1		1	-12	35
	1	-12	35	$\boxed{0}$
5		5	-35	
	1	-7	$\boxed{0}$	
7		7		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(e^x - 1\right) \cdot \left(e^x - 5\right) \cdot \left(e^x - 7\right).$

Para $\quad e^x = 1 \Rightarrow x = 0.$

Para $e^{x}=5\Rightarrow x=\ln 5=1,6094$

Para $e^{x}=7\Rightarrow x=\ln 7=1,9459$

26.- $4^{3x}-9\cdot 4^{2x}+26\cdot 4^{x}-24=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6\pm8;\pm12;\pm24$

	1	-9	26	-24
2		2	-14	24
	1	-7	12	$\boxed{0}$
3		3	-12	
	1	-4	$\boxed{0}$	
4		4		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(4^{x}-2\right)\cdot\left(4^{x}-3\right)\cdot\left(4^{x}-4\right).$

Para $4^{x}=1\Rightarrow x=0.$

Para

$$4^{x}=3\Rightarrow x=\frac{\lg 3}{\lg 4}=\frac{0,4771}{0,6020}=0,7925$$

Para

$$4^{x}=4\Rightarrow 4^{x}=4^{1}\Rightarrow x=1$$

27.- $4\cdot 2^{4x+3}-14\cdot 2^{3x+2}-92\cdot 2^{2x}+43\cdot 2^{x+1}-15=0$

Solución:

$$4\cdot\left(2^{3}\right)\cdot 2^{4x}-14\cdot\left(2^{2}\right)\cdot 2^{3x}-92\cdot 2^{2x}+43\cdot\left(2\right)\cdot 2^{x}-15=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 32\cdot 2^{4x}-56\cdot 2^{3x}-92\cdot 2^{2x}+86\cdot 2^{x}-15=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm3;\pm5;\pm15}{\pm1;\pm2;\pm4;\pm8;\pm16;\pm32}$

	32	-56	-92	86	-15
$\frac{1}{2}$		16	-20	-56	15
	32	-40	-112	30	$\boxed{0}$

	16	-20	-56	15
$\frac{5}{2}$		40	50	-15
	16	20	-6	$\boxed{0}$

	8	10	-3
$\frac{1}{4}$		2	3
	8	12	$\boxed{0}$

	2	3
$-\frac{3}{2}$		-3
	2	$\boxed{0}$

Factorizando: $32\cdot\left(2^x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(2^x-\frac{5}{2}\right)\cdot\left(2^x-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(2^x+\frac{3}{2}\right)$

Para $2^x=\frac{1}{2}\Rightarrow 2^x=2^{-1}\Rightarrow x=-1$

Para $2^x=\frac{5}{2}\Rightarrow x\cdot\lg 2=\lg 5-\lg 2\Rightarrow x=\frac{\lg 5-\lg 2}{\lg 2}=\frac{0,6989-0,301}{0,301}=1,321$

Para $2^x=\frac{1}{4}\Rightarrow 2^x=2^{-2}\Rightarrow x=-2$

Para $2^x=-\frac{3}{2}\Rightarrow$ *Inadmisible.*

28.- $m^{3x}-(a+b+1)\cdot m^{2x}+(a+ab+b)\cdot m^x-ab=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1;\pm a;\pm b.$

	1	$-a-b-1$	$a+ab+b$	$-ab$
1		1	$-a-b$	ab
	1	$-a-b$	ab	$\boxed{0}$
a		a	$-ab$	
	1	$-b$	$\boxed{0}$	
b		b		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(m^x-1\right)\cdot\left(m^x-a\right)\cdot\left(m^x-b\right).$

Para $m^x=1\Rightarrow x=0.$

Para los siguientes casos se considera $a>0;b>0$.

Para $m^x=a\Rightarrow x=\lg_m a$

Para $m^x=b\Rightarrow x=\lg_m b$

GUIA DE TRABAJO # 64.

Materia: Matemáticas.

Tema: Ecuaciones trascendentes de grado superior.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

PROBLEMAS:

Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $4sen^4x - 12sen^3x + 7sen^2x + 3senx - 2 = 0$

Soilución:

Solución:Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 4}$

	4	-12	7	3	-2
1		4	-8	-1	2
	4	-8	-1	2	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-2	5	-2	
	4	-10	4	$\boxed{0}$	
	2	-5	2		
$\frac{1}{2}$		1	-2		
	2	-4	$\boxed{0}$		

	1	−2
2		2
	1	$\boxed{0}$

Factorizando:

$$4\left(sex-1\right)\cdot\left(sen+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(sex-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(senx-2\right)=0$$

Para $senx=1\Rightarrow x=\pi k+\frac{\pi}{2}$

Para $senx=-\frac{1}{2}\Rightarrow x=\pi k+\frac{\pi}{6};x=2k\pi-\frac{\pi}{6}$

Para $senx=\frac{1}{2}\Rightarrow x=2\pi k+\frac{\pi}{6};x=\left(2k+1\right)\pi-\frac{\pi}{6}$

Para $senx=2\Rightarrow Inadmisible.$

2.- $tg^4x+tg^3x-5tg^2x-3tgx+6=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm6$

	1	1	−5	−3	6
1		1	2	−3	−6
	1	2	−3	−6	$\boxed{0}$
−2		−2	0	6	
	1	0	−3	$\boxed{0}$	
3		3	3		
	1	3	$\boxed{0}$		
−3		−3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $\left(tgx-1\right)\cdot\left(tgx+2\right)\cdot\left(tgx-3\right)\cdot\left(tgx+3\right).$

Para $tgx=1$ $x=2\pi k+\frac{\pi}{4};x=\left(2k+1\right)\pi+\frac{\pi}{4}$

Para $tgx=-2\Rightarrow x=116{,}57^{\circ};\ x=360^{\circ}-63{,}43^{\circ}=296{,}57^{\circ}$

Para $tgx=-3\Rightarrow x=288{,}435^{\circ};x=108{,}435^{\circ}$

Para $tgx=71{,}565^{\circ};x=251{,}565^{\circ}.$

3.- $2\cos^3x+2\cos^2x-\cos x-1=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N}=\frac{\pm 1}{\pm 1;\pm 2}$

	2	2	-1	-1
-1		-2	0	1
	2	0	-1	$\boxed{0}$

El resíduo remanente es: $2\cos^2 x-1=0\Rightarrow \cos^2 x=\pm\frac{1}{2}$

Factorizando: $2(\cos x+1)\cdot\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)$

Para $\cos x=-1\Rightarrow x=(2k+1)\pi$

Para $\cos x=-\frac{1}{2}\Rightarrow x=(2k+1)\pi\pm\frac{\pi}{3}$

Para $\cos x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=2\pi k\pm\frac{\pi}{3}.$

4.- $2\sec^4 x+9\sec^3 x-18\sec^2 x-71 secx-30=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N}=\frac{\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 5;\pm 6;\pm 10;\pm 15;\pm 30}{\pm 1;\pm 2}$

	2	9	-18	-71	-30
$-\frac{1}{2}$		-1	-4	11	30
	2	8	-22	-60	$\boxed{0}$
	1	4	-11	-30	
3		3	21	30	
	1	7	10	$\boxed{0}$	
-2		-2	-10		
	1	5	$\boxed{0}$		
-5		-5			
	1	$\boxed{0}$			

Para $\sec x=-\frac{1}{2}\Rightarrow$ *Inadmisible.*

Para $\sec x=3\Rightarrow x=k\cdot 360^{\circ}\pm 70,52^{\circ}$

Para $\sec x=-2\Rightarrow \cos x=-\frac{1}{2}\Rightarrow x=(2k+1)\pi\pm\frac{\pi}{3}$

Para $\sec x=-5\Rightarrow \cos x=-\frac{1}{5}\Rightarrow x=k\cdot 360^{\circ}\pm 101,54^{\circ}$

5.- $2sen^3x+3sen^2x-3senx-2=0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1;\pm 2}{\pm 1;\pm 2}$

	2	3	-3	-2
1		2	5	2
	2	5	2	$\boxed{0}$
-2		-4	-2	
	2	1	$\boxed{0}$	
$-\frac{1}{2}$		-1		
	2	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$2\left(senx-1\right)\cdot\left(senx+2\right)\cdot\left(senx+\frac{1}{2}\right).$$

Para $senx=1\Rightarrow x=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$

Para $senx=-2\Rightarrow x=Inadmisible.$

Para $senx=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=\left(2k+1\right)\pi\pm\dfrac{\pi}{6}$

6.- $10sen^3x+13sen^2x+2senx-1=0.$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1}{\pm 1;\pm 2;\pm 5;\pm 10}$

	10	13	2	-1
-1		-10	-3	1
	10	3	-1	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-5	1	
	10	-2	$\boxed{0}$	
	5	-1		
$\frac{1}{5}$		1		
	5	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$10\left(senx+1\right)\cdot\left(senx+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(senx-\frac{1}{5}\right).$$

Para $senx = -1 \Rightarrow x = 2\pi k + \dfrac{3\pi}{2}$

Para $senx = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{6}$

Para $senx = -\dfrac{1}{5}; x = 180^{o} \pm 11{,}53^{o}$

7.- $8sen^4x + 4sen^3x + 10\cos^2 x - 3senx - 7 = 0$

Solución:

Haciendo transformaciones trigonométricas:

$$8sen^4x + 4sen^3x + 10\left(1 - sen^2x\right) - 3senx - 7 \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow 8sen^4x + 4sen^3x - 10sen^2x - 3senx + 3 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm1; \pm3}{\pm1; \pm2; \pm4; \pm8}$

	8	4	-10	-3	3
$\frac{1}{2}$		4	4	-3	-3
	8	8	-6	-6	$\boxed{0}$

	4	4	-3	-3
-1		-4	0	3
	4	0	-3	$\boxed{0}$

La ecuación remanente es: $4sen^2 - 3 = 0 \Rightarrow 4sen^2 = 3 \Rightarrow senx = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Factorizando: $8\left(senx - \dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(senx + 1\right)\cdot\left(senx - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(senx + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Para $senx = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{6}; 2k\pi + \dfrac{2\pi}{3}$

Para $senx = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \dfrac{3}{2}\pi$

Para $senx = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2\pi k + \dfrac{\pi}{3}; x = 2\pi k + \dfrac{2\pi}{3}$

Para $senx = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi - \dfrac{\pi}{3}; x = 2k\pi - \dfrac{2\pi}{3}$

8.- $2tg^4x + \sec^4 x - 3tg^3x - 5\sec^2 x - 4tg^2x + tgx + 6 = 0$

Solución:

Primero se deben hacer las transformaciones trigonométricas requeridas:

$$sen^2x+\cos^2 x=1\Rightarrow \frac{sen^2x}{\cos^2 x}+\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^{2x}}\Rightarrow tg^2x+1=\sec^2 x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sec^4 x=\left(tg^2x+1\right)^2=tg^4x+2tg^2x+1.$$

Entonces, el polinomio original se transforma en:

$$2tg^4x+\left(tg^4x+2tg^2x+1\right)-3tg^3x-5\left(tg^2x+1\right)-4tg^2x+tgx+6=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3tg^4x-3tg^3x-7tg^2x+tgx+2=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2}{\pm1;\pm2;\pm3}$

	3	−3	−7	1	2
−1		−3	6	1	−2
	3	−6	−1	2	$\boxed{0}$
2		6	0	−2	
	3	0	−1	$\boxed{0}$	

La ecuación remanente es: $3tg^2x-1=0$; la cual se resuelve así:

$$3tg^2x=1\Rightarrow tg^2x=\frac{1}{3}\Rightarrow tgx=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Factorizando: $3\left(tgx+1\right)\cdot\left(tgx-2\right)\cdot\left(tgx-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\cdot\left(tgx+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right).$

Para $tgx=-1\Rightarrow k\cdot360^{\circ}+135^{\circ},k\cdot360^{\circ}-45^{\circ}$

Para $tgx=2\Rightarrow k\cdot360^{\circ}+63,434^{\circ};180^{\circ}+63,434^{\circ}$

Para $tgx=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\pi k+\dfrac{\pi}{6}$

Para $tgx=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\pi k-\dfrac{\pi}{6}$

9.- $12sen^2x-25senx+2\cos ecx+1=0$

Solución:

$$12sen^2x-25senx+\frac{2}{senx}+1=0 \Rightarrow 12sen^3x-25sen^2x+2+senx=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12sen^3x-25sen^2x+senx+2=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm1;\pm2}{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12}$

	12	-25	1	2
2		24	-2	-2
	12	-1	-1	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{4}$		-3	1	
	12	-4	$\boxed{0}$	
	3	-1		
$\frac{1}{3}$		1		
	3	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$12\left(senx-2\right)\cdot\left(senx+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(senx-\frac{1}{3}\right).$$

Para $senx=2 \Rightarrow Inadmisible.$

Para $senx=\frac{1}{4} \Rightarrow x=k\cdot180^{o}-\left(-1\right)^{k}\cdot\left(14,4775^{o}\right)$

Para $senx=-\frac{1}{3} \Rightarrow k\cdot180^{o}+\left(-1\right)^{k}\left(19,47^{o}\right)$

10.- $10\cos^2x-17\cos x-7\sec x+3tg^2x-34=0$

Solución:

Haciendo transformaciones trigonométricas:

$$10\cos^2x-17\cos x-7\cdot\frac{1}{\cos x}+3\cdot\frac{sen^2x}{\cos^2x}-34=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10\cos^4x-17\cos^3x-7\cos x+3\left(1-\cos^2x\right)-34\cos^2x=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10\cos^4x-17\cos^3x-37\cos^2x-7\cos x+3=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2}{\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10}$

	10	-17	-37	-7	3
-1		-10	27	10	-3
	10	-27	-10	3	$\boxed{0}$
$-\frac{1}{2}$		-5	16	-3	
	10	-32	6	$\boxed{0}$	
	5	-16	3		
$\frac{1}{5}$		1	-3		
	5	-15	$\boxed{0}$		
	1	-3			
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$10 \cdot (\cos x + 1) \cdot \left(\cos x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\cos x - \frac{1}{5}\right) \cdot (\cos x - 3).$$

Para $\cos x = -1 \Rightarrow x = (2k+1)\pi$

Para $\cos x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\pi \pm \dfrac{\pi}{3}$

Para $\cos x = \dfrac{1}{5} \Rightarrow x = 360^{\circ} k \pm 78{,}46^{\circ}$

Para $\cos x = 3 \Rightarrow$ *Inadmisible.*

11.- $\lg^3 x - 6\lg^2 x + 11\lg x - 6 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6.$

	1	-6	11	-6
1		1	-5	6
	1	-5	6	$\boxed{0}$
2		2	-6	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $(\lg x - 1) \cdot (\lg x - 2) \cdot (\lg x - 3).$

Para $\lg x = 1 \Rightarrow x = 10.$

Para $\lg x = 2 \Rightarrow x = 100.$

Para $\lg x = 3 \Rightarrow x = 1.000.$

12.- $7\lg^3 x - 23\lg^2 x + 20\lg x - 4 = 0$

Solución:

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 2; \pm 4}{\pm 1; \pm 7}$

	7	-23	20	-4
1		7	-16	4
	7	-16	4	$\boxed{0}$
2		14	-4	
	7	-2	$\boxed{0}$	
$\frac{2}{7}$		2		
	7	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$7(\lg x - 1)\cdot(\lg x - 2)\cdot\left(\lg x - \frac{2}{7}\right).$$

Para $\lg x = 1 \Rightarrow x = 10.$

Para $\lg x = 2 \Rightarrow x = 100$

Para $\lg x = \frac{2}{7} \Rightarrow x = 1,93.$

13.- $7\lg^3 x - 8\lg^2 x - 41\lg x + 6 = 0$

Los componentes de las posibles raíces son: $\frac{M}{N} = \frac{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}{\pm 1; \pm 7}$

	7	-8	-41	6
3		21	39	-6
	7	13	-2	$\boxed{0}$
-2		-14	2	
	7	-1	$\boxed{0}$	
$\frac{1}{7}$		1		
	7	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$7\left(\lg x+2\right)\cdot\left(\lg x-3\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{7}\right).$$

Para $\lg = -2 \Rightarrow x = 0{,}01.$

Para $\lg x = 3 \Rightarrow x = 1.000.$

Para $\lg x = \frac{1}{7} \Rightarrow x = 1{,}389.$

14.- $\lg_2^4 x - 8\lg_2^3 x + 17\lg_2^2 x + 2\lg_2 x - 24 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24.$

	1	-8	17	2	-24
2		2	-12	10	24
	1	-6	5	12	$\boxed{0}$
-1		-1	7	-12	
	1	-7	12	$\boxed{0}$	
4		4	-12		
	1	-3	$\boxed{0}$		
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$\left(\lg_2 x+1\right)\cdot\left(\lg_2 x-2\right)\cdot\left(\lg_2 x-3\right)\cdot\left(\lg_2 x-4\right)$$

Para $\lg_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

Para $\lg_2 x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$

Para $\lg_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$

Para $\lg_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$

15.- $6\lg^3 x - 11\lg^2 x + 6\lg x + co\log 10 = 0$

Solución:

Transformando el cologarítmo: $co\log z = \lg\left(\frac{1}{z}\right) = -\lg z$

$$6\lg^3 x - 11\lg^2 x + 6\lg x - 1 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1}{\pm 1;\pm 2;\pm 3;\pm 6}$

	6	-11	6	-1
1		6	-5	1
	6	-5	1	$\boxed{0}$
$\frac{1}{2}$		3	-1	
	6	-2	$\boxed{0}$	
	3	-1		
$\frac{1}{3}$		1		
	3	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$6\left(\lg x-1\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{3}\right).$$

Para $\lg x=1\Rightarrow x=10.$

Para $\lg x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=\sqrt{10}$

Para $\lg x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow x=\sqrt[3]{10}$

16.- $3\lg^3 x+2\log^2 x+7co\log x+\lg 100=0$

Solución:

Transformando: $3\lg^3 x+2\lg^2 x-7\lg x+2=0$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N}=\dfrac{\pm 1;\pm 2}{\pm 1;\pm 3}$

	3	2	-7	2
1		3	5	-2
	3	5	-2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{3}$		1	2	
	3	6	$\boxed{0}$	
	1	2		
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$3\left(\lg x-1\right)\cdot\left(\lg x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\lg x+2\right).$$

Para $\lg x=1\Rightarrow x=10$

Para $\log x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow x=2{,}154$

Para $\lg x=-2\Rightarrow x=0{,}01$

17.- $\lg_3^5 x+2\lg_3^4 x-16\lg_3^3 x-2\lg_3^2 x+15\lg_3 x=0$

Solución:

$$\lg_3 x\left(\lg_3^4 x+2\lg_3^3 x-16\lg_3^2 x-2\lg_3 x+15\right)=0;\lg x_1=0.$$

Las posibles raíces son: $\pm 1;\pm 3;\pm 5;\pm 15.$

	1	2	−16	−2	15
1		1	3	−13	−15
	1	3	−13	−15	$\boxed{0}$
−1		−1	−2	15	
	1	2	−15	$\boxed{0}$	
3		3	15		
	1	5	$\boxed{0}$		
−5		−5			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando:

$$\left(\lg_3 x\right)\cdot\left(\lg_3 x-1\right)\cdot\left(\lg_3 x+1\right)\cdot\left(\lg_3 x-3\right)\cdot\left(\lg_3 x+5\right)$$

Para $\lg_3 x=0;x=1$

Para $\lg_3 x=1\Rightarrow x=3$

Para $\lg_3 x=-1\Rightarrow x=3^{-1}=\dfrac{1}{3}$

Para $\lg_3 x=3\Rightarrow x=3^3=27$

Para $\lg_3 x=-5\Rightarrow x=3^{-5}=\dfrac{1}{243}$

18.- $6\lg^4 x-\lg^3 x-24\lg^2 x+4\lg x=0$

Solución:

$$\left(\lg x\right)\cdot\left(6\lg^3 x-\lg^2 x-24\lg x+4\right)=0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 2; \pm 4}{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6}$

	6	-1	-24	4
-2		-12	26	-4
	6	-13	2	$\boxed{0}$
$\frac{1}{6}$		1	-2	
	6	-12	$\boxed{0}$	
	1	-2		
2		2		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando:

$$6(\lg x)\cdot(\lg x + 2)\cdot(\lg x - 2)\cdot\left(\lg x - \frac{1}{6}\right).$$

Para $\lg x = 0 \Rightarrow x = 1$

Para $\lg x = -2 \Rightarrow x = \dfrac{1}{100} = 0,01$

Para $\lg x = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x = 10^{\left(\frac{1}{6}\right)} = 1,4675$

Para $\lg x = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$

19.- $2^{3x} - 7\cdot 2^{2x} + 14\cdot 2^x - 8 = 0$

Solución:

Hacer $2^x = Z;$ entonces, el polinomio puede escribirse como:

$$Z^3 - 7Z^2 + 14Z - 8 = 0$$

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$

	1	-7	14	-8
2		2	-10	8
	1	-5	4	$\boxed{0}$
4		4	-4	
	1	-1	$\boxed{0}$	
1		1		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $(Z-2)\cdot(Z-4)\cdot(Z-1) = (2^x - 1)\cdot(2^x - 4)\cdot(2^x - 1).$

Para $2^x = 1 \Rightarrow x\cdot\lg 2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Para $2^x = 2 \Rightarrow x \cdot \lg 2 = \lg 2 \Rightarrow x = 1$

Para $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

20.- $2^{3x} - 6 \cdot 2^{2x} + 11.2^x - 6 = 0$

Solución:

Cambio de variables: $Z = 2^x$; entonces: $Z^3 - 6Z^2 + 11Z - 6 = 0$.

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6.$

	1	−6	11	−6
1		1	−5	6
	1	−5	6	$\boxed{0}$
2		2	−6	
	1	−3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

Cambiando variables en el otro sentido y factorizando:

$(2^x - 1) \cdot (2^x - 2) \cdot (2^x - 3)$.

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0.$

Para $2^x = 2 \Rightarrow x = 1$

Para $2^x = 3 \Rightarrow x \cdot \lg 2 = \lg 3 \Rightarrow x = \dfrac{\lg 3}{\lg 2}$

21.- $3^{4x} - 12 \cdot 3^{3x} + 26 \cdot 3^{2x} + 12 \cdot 3^x - 27 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 3; \pm 9; \pm 27$

	1	−12	26	12	−27
1		1	−11	15	27
	1	−11	15	27	$\boxed{0}$
−1		−1	12	−27	
	1	−12	27	$\boxed{0}$	
3		3	−27		
	1	−9	$\boxed{0}$		
9		9			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $(3^x - 1) \cdot (3^x + 1) \cdot (3^x - 3) \cdot (3^x - 9)$.

Para $3^x = 1 \Rightarrow x = 0.$

Para $3^x = -1 \Rightarrow$ *Inadmisible.*

Para $3^x = 3 \Rightarrow x = 1$.
Para $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

22.- $2^{4x} - 10 \cdot 2^{3x} + 35 \cdot 2^{2x} - 50 \cdot 2^x + 24 = 0$
Solución: Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24$

	1	-10	35	-50	24
1		1	-9	26	-24
	1	-9	26	-24	$\boxed{0}$
2		2	-14	24	
	1	-7	12	$\boxed{0}$	
3		3	-12		
	1	-4	$\boxed{0}$		
4		4			
	1	$\boxed{0}$			

Factorizando: $\left(2^x - 1\right) \cdot \left(2^x - 2\right) \cdot \left(2^x - 3\right) \cdot \left(2^x - 4\right)$.

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$
Para $2^x = 2 \Rightarrow x = 1$
Para $2^x = 3 \Rightarrow x = \frac{\lg 3}{\lg 2}$
Para $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

23.- $8^x - 4^x - 2^{x+1} + 2 = 0$

Solución:

$$2^{3x} - 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Posibles raíces: $\pm 1; \pm 2$.

	1	-1	-2	2
1		1	0	-2
	1	0	-2	$\boxed{0}$

El cociente remanente es: $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \pm\sqrt{2}$
Factorizando:

$$\left(2^x - 1\right) \cdot \left(2^x - \sqrt{2}\right) \cdot \left(2^x + \sqrt{2}\right).$$

Para $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$

Para $2^x = \sqrt{2} \Rightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Para $2^x = -\sqrt{2} \Rightarrow \textit{Inadmisible}$

24.- $2^{3x} - 2^{2x+3} - 5 \cdot 2^x + 84 = 0$

Solución:

$$2^{3x} - 8 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 84 = 0$$

Posibles raíces: $\pm 1; \pm 2 : \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 7; \pm 14; \pm 21; \pm 42; \pm 84$

	1	-8	-5	84
-3		-3	33	-84
	1	-11	28	$\boxed{0}$
4		4	-28	
	1	-7	0	
7		7		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(2^x + 3\right) \cdot \left(2^x - 4\right) \cdot \left(2^2 - 7\right).$

Para $2^x = -3 \Rightarrow \textit{Inadmisible.}$

Para $2^x = 4 \Rightarrow x = 2.$

Para $2^x = 7 \Rightarrow x = \dfrac{\lg 7}{\lg 2} = 2{,}807$

25.- $e^{3x} - 13e^{2x} + 47e^x - 35 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 5; \pm 7; \pm 35$

	1	-13	47	-35
1		1	-12	35
	1	-12	35	$\boxed{0}$
5		5	-35	
	1	-7	$\boxed{0}$	
7		7		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(e^x - 1\right) \cdot \left(e^x - 5\right) \cdot \left(e^x - 7\right).$

Para $e^x = 1 \Rightarrow x = 0.$

Para $e^x = 5 \Rightarrow x = \ln 5 = 1,6094$

Para $e^x = 7 \Rightarrow x = \ln 7 = 1,9459$

26.- $4^{3x} - 9 \cdot 4^{2x} + 26 \cdot 4^x - 24 = 0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6 \pm 8; \pm 12; \pm 24$

	1	-9	26	-24
2		2	-14	24
	1	-7	12	$\boxed{0}$
3		3	-12	
	1	-4	$\boxed{0}$	
4		4		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(4^x - 2\right) \cdot \left(4^x - 3\right) \cdot \left(4^x - 4\right).$

Para $4^x = 1 \Rightarrow x = 0.$

Para

$$4^x = 3 \Rightarrow x = \frac{\lg 3}{\lg 4} = \frac{0,4771}{0,6020} = 0,7925$$

Para

$$4^x = 4 \Rightarrow 4^x = 4^1 \Rightarrow x = 1$$

27.- $4 \cdot 2^{4x+3} - 14 \cdot 2^{3x+2} - 92 \cdot 2^{2x} + 43 \cdot 2^{x+1} - 15 = 0$

Solución:

$$4 \cdot \left(2^3\right) \cdot 2^{4x} - 14 \cdot \left(2^2\right) \cdot 2^{3x} - 92 \cdot 2^{2x} + 43 \cdot \left(2\right) \cdot 2^x - 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 32 \cdot 2^{4x} - 56 \cdot 2^{3x} - 92 \cdot 2^{2x} + 86 \cdot 2^x - 15 = 0$$

Los componentes de las posibles raíces son: $\dfrac{M}{N} = \dfrac{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15}{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8; \pm 16; \pm 32}$

	32	−56	−92	86	−15
$\frac{1}{2}$		16	−20	−56	15
	32	−40	−112	30	$\boxed{0}$

	16	−20	−56	15
$\frac{5}{2}$		40	50	−15
	16	20	−6	$\boxed{0}$

	8	10	-3
$\frac{1}{4}$		2	3
	8	12	$\boxed{0}$

	2	3
$-\frac{3}{2}$		−3
	2	$\boxed{0}$

Factorizando: $32\cdot\left(2^x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(2^x-\frac{5}{2}\right)\cdot\left(2^x-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(2^x+\frac{3}{2}\right)$

Para $2^x=\frac{1}{2}\Rightarrow 2^x=2^{-1}\Rightarrow x=-1$

Para $2^x=\frac{5}{2}\Rightarrow x\cdot\lg 2=\lg 5-\lg 2\Rightarrow x=\frac{\lg 5-\lg 2}{\lg 2}=\frac{0,6989-0,301}{0,301}=1,321$

Para $2^x=\frac{1}{4}\Rightarrow 2^x=2^{-2}\Rightarrow x=-2$

Para $2^x=-\frac{3}{2}\Rightarrow$ *Inadmisible.*

28.- $m^{3x}-(a+b+1)\cdot m^{2x}+(a+ab+b)\cdot m^x-ab=0$

Solución:

Las posibles raíces son: $\pm1;\pm a;\pm b.$

	1	$-a-b-1$	$a+ab+b$	$-ab$
1		1	$-a-b$	ab
	1	$-a-b$	ab	$\boxed{0}$
a		a	$-ab$	
	1	$-b$	$\boxed{0}$	
b		b		
	1	$\boxed{0}$		

Factorizando: $\left(m^x-1\right)\cdot\left(m^x-a\right)\cdot\left(m^x-b\right).$

Para $m^x=1 \Rightarrow x=0.$

Para los siguientes casos se considera $a>0; b>0$.

Para $m^x=a \Rightarrow x=\lg_m a$

Para $m^x=b \Rightarrow x=\lg_m b$

GUIA DE TRABAJO # 65.

Materia: Matemáticas.

Tema: Factorización y simplificación de fracciones.

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

PROBLEMAS:

Factorizar las siguientes fracciones y simplificarlas:

1.- $\dfrac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3-7x-6}$

Solución:

$$\frac{N}{D}=\frac{x^3+6x^2+11x+6}{x^3-7x-6}=$$

Factorización de *N*:

	1	6	11	6
-1		-1	-5	-6
	1	5	6	$\boxed{0}$
-2		-2	-6	
	1	3	$\boxed{0}$	
	1	3		

-3		-3
	1	$\boxed{0}$

$$N_{(x)} \equiv (x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)$$

Factorización de ***D***:

	1	0	-7	-6
-2		-2	4	6
	1	-2	-3	$\boxed{0}$
-1		-1	3	
	1	-3	$\boxed{0}$	
3		3		
	1	$\boxed{0}$		

$$D_{(x)} \equiv (x+1)\cdot(x+2)\cdot(x-3)$$

Simplicando:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)}{(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x-3)} = \frac{(x+3)}{(x-3)}$$

2.- $$\frac{N}{D} = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6}$$

Solución:

$$N \equiv x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2-1)\cdot(x^2-4) = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x-2)$$

Factorización de D:

	1	-1	-7	1	6
1		1	0	-7	-6
	1	0	-7	-6	$\boxed{0}$
-1		-1	1	6	
	1	-1	-6	$\boxed{0}$	
-2		-2	6		
	1	-3	$\boxed{0}$		
3		3			
	1	$\boxed{0}$			

$$D \equiv (x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x-3)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-3)} = \frac{(x-2)}{(x-3)}$$

3.- $\dfrac{N}{D}=\dfrac{2x^3+3x^2-18x+8}{4x^4-17x^2+4}$

Solución:

Factorizando N:

	2	3	-18	8
2		4	14	-8
	2	7	-4	$\boxed{0}$
-4		-8	4	
	2	-1	$\boxed{0}$	
$\frac{1}{2}$		1		
	2	$\boxed{0}$		

$$N\equiv 2\left(x-2\right)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+4\right)$$

Factorizando D:

$$D\equiv 4x^4-17x^2+4=\frac{4\left(4x^4-17x+4\right)}{4}=\frac{\left(2x\right)^2-17\left(2x\right)+16}{4}\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left(4x^2-1\right)\cdot\left(4x^2-16\right)}{4}=\frac{\left(2x-1\right)\cdot\left(2x+1\right)\cdot\left(2x+4\right)\left(2x-4\right)}{4}\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow\left(2x-1\right)\cdot\left(2x+1\right)\cdot\left(x+2\right)\cdot\left(x-2\right)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D}=\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-2\right)\cdot\left(x+4\right)}{\left(2x+1\right)\left(2x-1\right)\cdot\left(x+2\right)\cdot\left(x-2\right)}=\frac{\left(2x-1\right)\cdot\left(x-2\right)\cdot\left(x+4\right)}{\left(2x+1\right)\cdot\left(2x-1\right)\cdot\left(x+2\right)\cdot\left(x-2\right)}\Longrightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left(x+4\right)}{\left(2x+1\right)\cdot\left(x+2\right)}$$

4.- $\dfrac{N}{D}=\dfrac{x^5-21x^3+16x^2+108x-144}{x^4+2x^3-17x^2-18x+72}$

Solución:

Factorizando N:

	1	0	-21	16	108	-144
3		3	9	-36	-60	144
	1	3	-12	-20	48	$\boxed{0}$
2		2	10	-4	-48	

	1	5	-2	-24	0
2		2	14	24	
	1	7	12	0	
-3		-3	-12		
	1	4	0		
-4		-4			
	1	0			

$$N \equiv (x-2)^2 \cdot (x-3) \cdot (x+3) \cdot (x+4)$$

Factorizando D:

	1	2	-17	-18	72
3		3	15	-6	-72
	1	5	-2	-24	0
2		2	14	24	
	1	7	12	0	
-3		-3	-12		
	1	4	0		
-4		-4			
	1	0			

$$D \equiv (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+3) \cdot (x+4)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x-2)^2 \cdot (x-3) \cdot (x+3) \cdot (x+4)}{(x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+3) \cdot (x+4)} = x-2$$

5.- $\dfrac{N}{D} = \dfrac{6x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 1}{6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2} =$

Solución:

Factorizando N:

	6	1	2	-4	1
$\frac{1}{2}$		3	2	2	-1
	6	4	4	-2	0
	3	2	2	-1	
$\frac{1}{3}$		1	1	1	
	3	3	3	0	
	1	1	1		

$$N \equiv 6\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x^2 + x + 1\right).$$

Factorizando D:

	6	7	5	-1	-2
$\frac{1}{2}$		3	5	5	2
	6	10	10	4	$\boxed{0}$

	3	5	5	2
$-\frac{2}{3}$		-2	-2	-2
	3	3	3	$\boxed{0}$
	1	1	1	

$$D \equiv 6\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(x^2+x+1\right)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D}=\frac{6\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x^2+x+1\right)}{6\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(x^2+x+1\right)}=\frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\left(x+\frac{2}{3}\right)}=\frac{3x-1}{3x+2}$$

6.- $\frac{N}{D}=\frac{60x^4+16x^3-21x^2-3x+2}{60x^4-104x^3+7x^2+25x-6}=$

Solución:

Factorizando N:

	60	16	-21	-3	2
$\frac{1}{3}$		20	12	-3	-2
	60	36	-9	-6	$\boxed{0}$

	20	12	-3	-2
$-\frac{1}{2}$		-10	-1	2
	20	2	-4	$\boxed{0}$

	10	1	-2
$-\frac{1}{2}$		-5	2
	10	-4	$\boxed{0}$
	5	-2	
$\frac{2}{5}$		2	
	5	$\boxed{0}$	

$$N \equiv 60\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{2}{5}\right) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow N \equiv (3x-1)\cdot(2x+1)^2\cdot(5x-2)$$

Factorizando D:

	60	-104	7	25	-6
$\frac{1}{3}$		20	-28	-7	6
	60	-84	-21	18	$\boxed{0}$
	20	-28	-7	6	
$-\frac{1}{2}$		-10	19	-6	
	20	-38	12	$\boxed{0}$	
	10	-19	6		
$\frac{3}{2}$		15	-6		
	10	-4	$\boxed{0}$		
	5	-2			
$\frac{2}{5}$		2			
	5	$\boxed{0}$			

$$D \equiv 60\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(x-\frac{2}{5}\right) \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow D = (3x-1)\cdot(2x+1)\cdot(3x-2)\cdot(5x-2)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D} = \frac{(3x-1)\cdot(2x+1)^2\cdot(5x-2)}{(3x-1)\cdot(2x+1)\cdot(2x-3)\cdot(5x-2)} = \frac{(2x+1)}{(2x-3)}$$

7.- $\dfrac{N}{D} = \dfrac{x^4+6x^3+3x+140}{x^4-4x^3-10x^2+53x-140} =$

Solución:

Factorizar N:

	1	6	0	3	140
-5		-5	-5	25	-140
	1	1	-5	28	$\boxed{0}$
-4		-4	12	-28	
	1	-3	7	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es $x^2 - 3x + 7$ y no tiene raíces reales; entonces, la factorización de N es: $N \equiv (x+4)\cdot(x+5)\cdot(x^2-3x+7)$.

Factorización de D:

	1	-4	-10	53	-140
5		5	5	-25	140
	1	1	-5	28	$\boxed{0}$
-4		-4	12	-28	
	1	-3	7	$\boxed{0}$	

$$D \equiv (x-5)\cdot(x+4)\cdot(x^2-3x+7).$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x+4)\cdot(x+5)\cdot(x^2-3x+7)}{(x-5)\cdot(x+4)\cdot(x^2-3x+7)} = \frac{(x+5)}{(x-5)}$$

8.- $\dfrac{N}{D} = \dfrac{2x^6+3x^5-32x^4+9x^3-9x^2+96x-45}{x^5+2x^4-15x^3-3x^2-6x+45}$

Solución:

Factorizando N:

	2	3	-32	9	-9	96	-45
3		6	27	-15	-18	-81	45
	2	9	-5	-6	-27	15	$\boxed{0}$
-5		-10	5	0	30	-15	
	2	-1	0	-6	3	$\boxed{0}$	
$\frac{1}{2}$		1	0	0	-3		
	2	0	0	-6	$\boxed{0}$		

El cociente remanente es: $2x^3 - 6 = 2(x^3-3)$.

$$N \equiv 2(x^3-3)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(x-3)\cdot(x+5) = (x^3-3)\cdot(2x-1)\cdot(x-3)\cdot(x+5)$$

Factorizando D:

	1	2	-15	-3	-6	45
3		3	15	0	-9	-45
	1	5	0	-3	-15	$\boxed{0}$
-5		-5	0	0	15	
	1	0	0	-3	$\boxed{0}$	

El cociente remanente es: x^3-3;luego:

$$D \equiv (x-3)\cdot(x+5)\cdot(x^3-3)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D}=\frac{(x^3-3)\cdot(2x-1)\cdot(x-3)\cdot(x+5)}{(x^3-3)\cdot(x-3)\cdot(x+5)}=2x-1$$

9.- $\dfrac{N}{D}=\dfrac{2x^4+6x^3-56x^2}{x^4+2x^3-31x^2+28x}$

Solución:

Factorizando el N:

$$N=2x^2\cdot(x^2+3x-28)=2x^2(x+7)\cdot(x-4);x_1=x_2=0$$

Factorizando D:

$$D\equiv x(x^3+2x^2-31x+28);x_1=0$$

	1	2	-31	28
1		1	3	-28
	1	3	-28	$\boxed{0}$
4		4	28	
	1	7	$\boxed{0}$	
-7		-7		
	1	$\boxed{0}$		

$$D=x(x-1)\cdot(x-4)\cdot(x+7)$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D}=\frac{2x^2\cdot(x-4)\cdot(x+7)}{x\cdot(x-1)\cdot(x-4)\cdot(x+7)}=\frac{2x}{x-1}$$

10.- $\dfrac{N}{D}=\dfrac{6x^4+11x^3+18x^2+11x+2}{9x^4+9x^3+17x^2-x-2}=$

Solución:

Factorizando N:

	6	11	18	11	2
$-\frac{1}{2}$		-3	-4	-7	-2
	6	8	14	4	$\boxed{0}$
	3	4	7	2	
$-\frac{1}{3}$		-1	-1	-2	
	3	3	6	$\boxed{0}$	
	1	1	2		

El cociente remanente es: $x^2 + x + 2;$ el cual no tiene raíces reales. Luego:

$$N \equiv 6\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x^2+x+2\right) = \left(2x+1\right)\cdot\left(3x+1\right)\cdot\left(x^2+x+2\right)$$

Factorizando D:

	9	9	17	-1	-2
$-\frac{1}{3}$		-3	-2	-5	2
	9	6	15	-6	$\boxed{0}$
	3	2	5	-2	
$\frac{1}{3}$		1	1	2	
	3	3	6	$\boxed{0}$	
	1	1	2		

El cociente remanente es: $x^2 + x + 2$; el cual no tiene raíces reales. Entonces:

$$D \equiv 9\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x^2+x+2\right) = \left(3x+1\right)\cdot\left(3x-1\right)\cdot\left(x^2+x+2\right).$$

Simplificando:

$$\frac{N}{D} = \frac{\left(2x+1\right)\cdot\left(3x+1\right)\cdot\left(x^2+x+2\right)}{\left(3x-1\right)\cdot\left(3x+1\right)\cdot\left(x^2+x+2\right)} = \frac{\left(2x+1\right)}{\left(3x-1\right)}$$

GUIA DE TRABAJO # 70.

Materia: Matemáticas.

Tema: División de polinomios (santillana).

Fecha: _______________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**
- **No pueden hablar; se debe guardar silencio mientras se trabaja.**

MARCO TEORICO:

PROBLEMAS:

1.- Ejercicios de página # 185.

a.- $\left(3x^3+2x^2-7x+2\right)\div\left(x+2\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
3x^3 & +2x^2 & -7x & +2 & x+2 \\ \cline{5-5}
-3x^3 & -6x^2 & & & 3x^2-4x+1 \\ \cline{1-2} \cline{5-5}
 & -4x^2 & -7x & & \\
 & 4x^2 & +8x & & \\ \cline{2-3}
 & & x & +2 & \\
 & & -x & -2 & \\ \cline{3-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Exacta.

b.- $\left(9x^4-x^5-24x^3-3x^2+8x\right)\div\left(x^2-1\right)=$

Solución:

$$\left(-x^5+9x^4-24x^3-3x^2+8x\right)\div\left(x^2-1\right)=$$

$$\begin{array}{llllll|l}
-x^5 & +9x^4 & -24x^3 & -3x^2 & +8x & & x^2-1 \\ \cline{7-7}
x^5 & & -x^3 & & & & -x^3+9x^2-25x+6 \\ \hline
 & 9x^4 & -25x^3 & -3x^2 & & & \\
 & -9x^4 & & +9x^2 & & & \\ \cline{2-4}
 & & -25x^3 & +6x^2 & +8x & & \\
 & & +25x^3 & & -25x & & \\ \cline{3-5}
 & & & 6x^2 & -17x & & \\
 & & & -6x^2 & & +6 & \\ \cline{4-7}
 & & & & -17x & +6 & \text{Inexacta}
\end{array}$$

c.- $\left(z^3-1\right)\div\left(z^2-1\right)=$

Solución:

$$\begin{array}{llll|l}
z^3 & +0z^2 & +0z & -1 & z^2-1 \\ \cline{5-5}
-z^3 & & +z & & z \\ \hline
 & & z & -1 & \text{Inexacta}
\end{array}$$

d.- $\left(8b^4-5b^3+2b^7+7b^2-b+2\right)\div\left(b^2-b+1\right)=$

Solución:

$$\left(2b^7+0b^6+0b^5+8b^4-5b^3+7b^2-b+2\right)\div\left(b^2-b+1\right)=$$

$$\begin{array}{llllllll|l}
2b^7 & +0b^6 & +0b^5 & +8b^4 & -5b^3 & +7b^2 & -b & +2 & b^2-b+1 \\ \cline{9-9}
-2b^7 & +2b^6 & -2b^5 & & & & & & 2b^5+2b^4+6b^2+b+2 \\ \cline{1-3} \cline{9-9}
 & 2b^6 & -2b^5 & +8b^4 & & & & & \\
 & -2b^6 & +2b^5 & -2b^4 & & & & & \\ \cline{2-4}
 & & & 6b^4 & -5b^3 & +7b^2 & & & \\
 & & & -6b^4 & +6b^3 & -6b^2 & & & \\ \cline{4-6}
 & & & & b^3 & +b^2 & -b & & \\
 & & & & -b^3 & +b^2 & -b & & \\ \cline{5-7}
 & & & & & 2b^2 & -2b & +2 & \\
 & & & & & -2b^2 & +2b & -2 & \\ \cline{6-8}
 & & & & & & & 0 & \text{Exacta}
\end{array}$$

e.- $\left(x^6-x^4-3x^3-2x^5-1\right)\div\left(x^4-1\right)=$

Solución:

$$\left(x^6-2x^5-x^4-3x^3-1\right)\div\left(x^4-1\right)=$$

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & -x^4 & -3x^3 & +0x^2 & +0x & -1 & x^4-1 \\ \cline{8-8}
-x^6 & & & & +x^2 & & & x^2-2x-1 \\ \cline{1-5} \cline{8-8}
 & -2x^5 & -x^4 & -3x^3 & +x^2 & +0x & & \\
 & 2x^5 & & & & -2x & & \\ \cline{2-6}
 & & -x^4 & -3x^3 & +x^2 & -2x & -1 & \\
 & & x^4 & & & & -1 & \\ \cline{3-7}
 & & & -3x^3 & +x^2 & -2x & -2 & \text{Inexacta.}
\end{array}$$

f.- $\left(10m^8-20m^6-m^2+2\right)\div\left(m^2-2\right)=$

Solución:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr|l}
10m^8 & +0m^7 & -20m^6 & +0m^5 & +0m^4 & +0m^3 & -m^2 & +0m & +2 & m^2-2 \\ \cline{10-10}
-10m^8 & & +20m^6 & & & & & & & 10m^6-1 \\ \cline{1-10}
 & & & & & & -m^2 & +0m & +2 & \\
 & & & & & & +m^2 & & -2 & \\ \cline{7-9}
 & & & & & & & & 0 & \text{Exacta}
\end{array}$$

g.- $\left(8x^2-9x^5+x^4-3\right)\div\left(x^2-3\right)=$

Solución:

$$\left(-9x^5+x^4+8x^2-3\right)\div\left(x^2-3\right)=$$

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
-9x^5 & +x^4 & +0x^3 & +8x^2 & +0x & -3 & x^2-3 \\ \cline{7-7}
+9x^5 & & -27x^3 & & & & -9x^3+x^2-27x+11 \\ \cline{1-5} \cline{7-7}
 & x^4 & -27x^3 & 8x^2 & +0x & & \\
 & -x^4 & & +3x^2 & & & \\ \cline{2-5}
 & & -27x^3 & 11x^2 & +0x & -3 & \\
 & & +27x^3 & & -81x & & \\ \cline{3-6}
 & & & +11x^2 & -81x & -3 & \\
 & & & -11x^2 & & +33 & \\ \cline{4-6}
 & & & & -81x & +30 & \text{Inexacta}
\end{array}$$

h.- $\left(x^2-1\right)\div\left(x+1\right)=$

Solución: Se sabe que la solución es $(x-1)$, exacta. Se comprobará con el método de división que estamos utilizando.

x^2	$+0x$	-1	$x+1$
$-x^2$	$-x$		$x-1$
	$-x$	-1	
	$+x$	$+1$	
		0	Exacta

i.- $(6z^6 - z^3 + 2z^5 - 3z) \div (z^4 - z) =$

Solución:

$$z \cdot (6z^5 + 2z^4 - z^2 - 3) \div z \cdot (z^3 - 1) \Rightarrow (6z^5 + 2z^4 - z^2 - 3) \div (z^3 - 1) =$$

$6z^5$	$+2z^4$	$+0z^3$	$-z^2$	$+0z$	-3	z^3-1
$-6z^5$			$+6z^2$			$6z^2+2z$
	$2z^4$	$+0z^3$	$5z^2$	$+0z$		
	$-2z^4$			$+2z$		
			$+5z^2$	$+2z$		Inexacta

j.- $(3y^6 + 5y^4 - y^2 + y^3 + 1) \div (y^4 + y^2 + 1) =$

Solución:

$$(3y^6 + 5y^4 + y^3 - y^2 + 1) \div (y^4 + y^2 + 1) =$$

$3y^6$	$+0y^5$	$+5y^4$	$+y^3$	$-y^2$	$+0y$	$+1$	y^4+y^2+1
$-3y^6$		$-3y^4$		$-3y^2$			$3y^2+2$
		$2y^4$	$+y^3$	$-4y^2$	$+0y$	$+1$	
		$-2y^4$		$-2y^2$		-2	
			$+y^3$	$-6y^2$		-1	Inexacta

k.- $(4x^3 + x - 5x^2 + 7) \div (x+5) =$

Solución:

$$(4x^3 - 5x^2 + x + 7) \div (x+5) =$$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
4x^3 & -5x^2 & +x & +7 & x+5 \\ \cline{5-5}
-4x^3 & -20x^2 & & & 4x^2-25x+126 \\ \cline{1-4}
 & -25x^2 & +x & & \\
 & +25x^2 & +125x & & \\ \cline{2-4}
 & & 126x & +7 & \\
 & & -126x & -630 & \\ \cline{3-4}
 & & & -623 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

l.- $\left(p+p^6+p^3+1\right)\div\left(p^3+p^4+p+1\right)=$

Solución:

$\left(p^6+p^3+p+1\right)\div\left(p^4+p^3+p+1\right)=$

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
p^6 & +0p^5 & +0p^4 & +p^3 & +0p^2 & +p & +1 & p^4+p^3+p+1 \\ \cline{8-8}
-p^6 & -p^5 & & -p^3 & -p^2 & & & p^2-p+1 \\ \cline{1-5}
 & -p^5 & 0 & 0 & 0 & +p & & \\
 & +p^5 & +p^4 & & +p^2 & +p & & \\ \cline{2-6}
 & & p^4 & 0 & +p^2 & +2p & +1 & \\
 & & -p^4 & -p^3 & & -p & -1 & \\ \cline{3-7}
 & & & -p^3 & +p^2 & +p & 0 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

m.- $\left(3x^3+x-6x^2+1\right)\div\left(x+2\right)=$

Solución:

$\left(3x^3-6x^2+x+1\right)\div\left(x+2\right)=$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
3x^3 & -6x^2 & +x & +1 & x+2 \\ \cline{5-5}
-3x^3 & -6x^2 & & & 3x^2-12x+25 \\ \cline{1-2}
 & -12x^2 & +x & & \\
 & +12x^2 & +24x & & \\ \cline{2-3}
 & & 25x & +1 & \\
 & & -25x & -50 & \\ \cline{3-4}
 & & & -49 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

n.- $\left(3p+2p^6+4p^3-1\right)\div\left(p^3+p^4+p+1\right)=$

Solución:

$$\left(2p^6+4p^3+3p-1\right)\div\left(p^4+p^3+p+1\right)=$$

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
2p^6 & +0p^5 & +0p^4 & +4p^3 & +0p^2 & +3p & -1 & p^4+p^3+p+1 \\ \cline{8-8}
-2p^6 & -2p^5 & & -2p^3 & -2p^2 & & & \multicolumn{1}{|l|}{2p^2-2p+2} \\ \cline{1-5} \cline{8-8}
 & -2p^5 & 0 & +2p^3 & -2p^2 & +3p & & \\
 & +2p^5 & +2p^4 & 0 & +2p^2 & +2p & & \\ \cline{2-6}
 & & 2p^4 & +2p^3 & 0 & +5p & -1 & \\
 & & -2p^4 & -2p^3 & 0 & -2p & -2 & \\ \cline{3-7}
 & & & & & +3p & -3 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

ñ.- $\left(x^6-x^4-3x^3-2x^5-1\right)\div\left(x^4-1\right)=$

Solución:

$$\left(x^6-2x^5-x^4-3x^3-1\right)\div\left(x^4-1\right)=$$

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -2x^5 & -x^4 & -3x^3 & +0x^2 & +0x & -1 & x^4-1 \\ \cline{8-8}
-x^6 & & & & +x^2 & & & \multicolumn{1}{|l|}{x^2-2x-1} \\ \cline{1-5} \cline{8-8}
 & -2x^5 & -x^4 & -3x^3 & +x^2 & +0x & & \\
 & +2x^5 & & & & -2x & & \\ \cline{2-6}
 & & -x^4 & -3x^3 & +x^2 & -2x & -1 & \\
 & & x^4 & & & & -1 & \\ \cline{3-7}
 & & & -3x^3 & +x^2 & -2x & -2 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

o.- $\left(10m^8-20m^6-m^2+2\right)\div\left(m^4-2\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{rrrrrrrrr|l}
10m^8 & +0m^7 & -20m^6 & +0m^5 & +0m^4 & +0m^3 & -m^2 & +0m & +2 & m^4-2 \\ \cline{10-10}
-10m^8 & & & & 20m^4 & & & & & \multicolumn{1}{|l|}{10m^4-20m^2+20} \\ \cline{1-6} \cline{10-10}
 & & -20m^6 & & +20m^4 & +0m^3 & -m^2 & & & \\
 & & +20m^6 & & & & -40m^2 & & & \\ \cline{3-8}
 & & & & +20m^4 & +0m^2 & -41m^2 & +0m & +2 & \\
 & & & & -20m^4 & & & & +40 & \\ \cline{5-9}
 & & & & & & -41m^2 & +0m & +42 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

p.- $\left(3x^6-2x^4-3x^3-1\right)\div\left(x^3-1\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{llllllll|l}
3x^6 & +0x^5 & -2x^4 & -3x^3 & +0x^2 & +0x & -1 & & x^3-1 \\
-3x^6 & & & +3x^3 & & & & & \boxed{3x^3-2x} \\
\hline
 & & -2x^4 & 0 & 0 & 0 & -1 & & \\
 & & +2x^4 & & & -2x & & & \\
\hline
 & & & & & -2x & -1 & & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

q.- $\left(5m^8-4m^6-3m^2+2\right)\div\left(m^2-2\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{lllllllll|l}
5m^8 & +0m^7 & -4m^6 & +0m^5 & +0m^4 & +0m^3 & -3m^2 & +0m & +2 & m^2-2 \\
-5m^8 & & 10m^6 & & & & & & & \boxed{5m^6+6m^4+12m^2+21} \\
\hline
 & & 6m^6 & +0m^5 & +0m^4 & & & & & \\
 & & -6m^6 & & +12m^4 & & & & & \\
\hline
 & & & & 12m^4 & +0m^3 & -3m^2 & & & \\
 & & & & -12m^4 & & +24m^2 & & & \\
\hline
 & & & & & & +21m^2 & +0m & +2 & \\
 & & & & & & -21m^2 & & +42 & \\
\hline
 & & & & & & & & +44 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

r.- $\left(x^4-x^3-x^2-2x-1\right)\div\left(x^2-2\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{lllll|l}
x^4 & -x^3 & -x^2 & -2x & -1 & x^2-2 \\
-x^4 & & +2x^2 & & & \boxed{x^2-x+1} \\
\hline
 & -x^3 & +x^2 & -2x & & \\
 & +x^3 & & -2x & & \\
\hline
 & & x^2 & -4x & -1 & \\
 & & -x^2 & & +2 & \\
\hline
 & & & -4x & +1 & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

s.- $\left(10m-20m^6-m^2+2\right)\div\left(m^3-2\right)=$

Solución:

$$\left(-20m^6 - m^2 + 10m + 2\right) \div \left(m^3 - 2\right) =$$

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
-20m^6 & +0m^5 & +0m^4 & +0m^3 & -m^2 & +10m & +2 & m^3 - 2 \\
\cline{8-8}
+20m^6 & & & -40m^3 & & & & \multicolumn{1}{|l|}{-20m^3 - 40} \\
\cline{1-4}\cline{8-8}
 & & & -40m^3 & -m^2 & +10m & +2 & \\
 & & & +40m^3 & & & -80 & \\
\cline{4-7}
 & & & & -m^2 & +10m & -78 & \text{Inexacta}
\end{array}$$

Ejercicios de página # 186.

a.- $\left(\frac{5}{4}z^5 - \frac{1}{4}z^4 + 3z^2 + z - \frac{1}{4}\right) \div \left(z^2 - \frac{1}{4}\right) =$

Solución:

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
\frac{5}{4}z^5 & -\frac{1}{4}z^4 & +0z^3 & +3z^2 & +z & -\frac{1}{4} & z^2 - \frac{1}{4} \\
\cline{7-7}
-\frac{5}{4}z^5 & & +\frac{5}{16}z^3 & & & & \multicolumn{1}{|l|}{\frac{5}{4}z^3 - \frac{1}{4}z^2 + \frac{5}{16}z + \frac{47}{16}} \\
\cline{1-3}\cline{7-7}
 & -\frac{1}{4}z^4 & +\frac{5}{16}z^3 & +3z^2 & & & \\
 & +\frac{1}{4}z^4 & & -\frac{1}{16}z^2 & & & \\
\cline{2-4}
 & & \frac{5}{16}z^3 & +\frac{47}{16}z^2 & +z & & \\
 & & -\frac{5}{16}z^3 & & \frac{5}{64}z & & \\
\cline{3-5}
 & & & \frac{47}{16}z^2 & +\frac{69}{64}z & -\frac{1}{4} & \\
 & & & -\frac{47}{16}z^2 & & +\frac{47}{64} & \\
\cline{4-6}
 & & & & +\frac{69}{64}z & +\frac{31}{64} & \text{Inexacta}
\end{array}$$

b.- $\left(y^2 + y^5 - \frac{1}{7}y^3 - \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2}y^4 - \frac{1}{7}\right) =$

Solución:

$$\left(y^5-\frac{1}{7}y^3+y^2-\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{1}{2}y^4-\frac{1}{7}\right)=$$

$$\begin{array}{cccccc|l}
y^5 & +0y^4 & -\frac{1}{7}y^3 & +y^2 & +0y & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2}y^4-\frac{1}{7} \\
\cline{7-7}
-y^5 & & & & \frac{2}{7}y & & \boxed{2y} \\
\cline{1-5}
 & & -\frac{1}{7}y^3 & +y^2 & +\frac{2}{7}y & -\frac{1}{3} & \text{Inexacta}
\end{array}$$

c.- $\left(x^4-\frac{1}{2}x^6+\frac{1}{3}x^2+x-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}\right)=$

Solución:

$$\left(-\frac{1}{2}x^6+x^4+\frac{1}{3}x^2+x-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}\right)=$$

$$\begin{array}{ccccccc|l}
-\frac{1}{2}x^6 & +0x^5 & +x^4 & +0x^3 & +\frac{1}{3}x^2 & +x & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3} \\
\cline{8-8}
+\frac{1}{2}x^6 & & & -\frac{x^3}{3} & & & & \boxed{-x^3+2x-\frac{2}{3}} \\
\cline{1-4}
 & & x^4 & -\frac{x^3}{3} & +\frac{1}{3}x^2 & +x & & \\
 & & -x^4 & & & \frac{2}{3}x & & \\
\cline{3-6}
 & & & -\frac{x^3}{3} & +\frac{1}{3}x^2 & +\frac{5}{3}x & -\frac{1}{2} & \\
 & & & +\frac{1}{3}x^3 & & & -\frac{2}{9} & \\
 & & & & \frac{1}{3}x^2 & +\frac{5}{3}x & -\frac{13}{18} & \text{Inexacta}
\end{array}$$

d.- $\left(\frac{4}{3}m^5-m^6+\frac{1}{2}m+1\right)\div\left(\frac{4}{3}m^6-m+\frac{1}{3}\right)=$

Solución:

$$\left(-m^6+\frac{4}{3}m^5+\frac{1}{2}m+1\right)\div\left(\frac{4}{3}m^6-m+\frac{1}{3}\right)=$$

$$
\begin{array}{ccccccc|l}
-m^6 & +\frac{4}{3}m^5 & +0m^4 & +0m^3 & +0m^2 & +\frac{1}{3}m & +1 & \frac{4}{3}m^6-m+\frac{1}{3} \\ \cline{8-8}
+m^6 & & & & & -\frac{3}{4}m & +\frac{1}{4} & \multicolumn{1}{|l|}{-\frac{3}{4}} \\ \hline
 & \frac{4}{3}m^5 & & & & -\frac{5}{12}m & +\frac{5}{4} & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

e.- $\left(\frac{3}{4}z^5-\frac{7}{4}z^4+3z^2-z-\frac{3}{4}\right)\div\left(z^3-\frac{1}{4}\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{cccccc|l}
\frac{3}{4}z^5 & -\frac{7}{4}z^4 & +0z^3 & +3z^2 & -z & -\frac{3}{4} & z^3-\frac{1}{4} \\ \cline{7-7}
-\frac{3}{4}z^5 & & & +\frac{3}{16}z^2 & & & \multicolumn{1}{|l|}{\frac{3}{4}z^2-\frac{7}{4}z} \\ \cline{1-4}
 & -\frac{7}{4}z^4 & & +\frac{51}{16}z^2 & -z & & \\
 & +\frac{7}{4}z^4 & & & -\frac{7}{16}z & & \\ \cline{2-5}
 & & & \frac{51}{16}z^2 & -\frac{23}{16}z & -\frac{3}{4} & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

f.- $\left(x^3-\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{3}x^2+x-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}\right)=$

Solución:

$\left(-\frac{1}{2}x^4+x^3+\frac{1}{3}x^2+x-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}\right)=$

$$
\begin{array}{ccccc|l}
-\frac{1}{2}x^4 & +x^3 & +\frac{1}{3}x^2 & +x & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3} \\ \cline{6-6}
+\frac{1}{2}x^4 & & -\frac{1}{3}x^2 & & & \multicolumn{1}{|l|}{-x^2+2x} \\ \cline{1-3}
 & x^3 & & +x & & \\
 & -x^3 & & +\frac{2}{3}x & & \\ \cline{2-4}
 & & & \frac{5}{3}x & -\frac{1}{2} & \text{Inexacta}
\end{array}
$$

g.- $\left(-\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{9}x^4+\frac{4}{3}x^2+\frac{3}{4}x\right)\div\left(x-\frac{3}{2}\right)=$

Solución:

$$\left(-\frac{1}{9}x^4-\frac{1}{6}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{3}{4}x\right)\div\left(x-\frac{3}{2}\right)=$$

$$\begin{array}{cccccc|l}
-\frac{1}{9}x^4 & -\frac{1}{6}x^3 & \frac{4}{3}x^2 & +\frac{3}{4}x & +0 & & x-\frac{3}{2} \\ \hline
+\frac{1}{9}x^4 & -\frac{1}{6}x^3 & & & & & \boxed{-\frac{1}{9}x^3-\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{6}x+2} \\ \cline{1-2}
 & -\frac{1}{3}x^3 & +\frac{4}{3}x^2 & & & & \\
 & +\frac{1}{3}x^3 & -\frac{1}{2}x^2 & & & & \\ \cline{2-3}
 & & \frac{5}{6}x^2 & +\frac{3}{4}x & & & \\
 & & -\frac{5}{6}x^2 & +\frac{5}{4}x & & & \\ \cline{2-4}
 & & & +2x & +0 & & \\
 & & & -2x & +3 & & \\
 & & & & +3 & \text{Inexacta} &
\end{array}$$

h.- $\left(\frac{1}{3}x^5+\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{2}x^3+\frac{3}{4}x^6\right)\div\left(\frac{3}{5}x\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{3}{4}x^6+\frac{1}{3}x^5+\frac{5}{2}x^3+\frac{2}{3}x^2\right)\div\left(\frac{3}{5}x\right)\Rightarrow\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{5}}x^5+\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}}x^4+\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{5}}x^2+\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}}x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{5}{4}x^5+\frac{5}{9}x^4+\frac{25}{6}x^2+\frac{10}{9}x\left(Exacta\right).$$