

Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria

Teresa León Roldán

República de Cuba



Instituto Central de Ciencias Pedagógicas

**Concepción didáctica para la enseñanza y el
aprendizaje de la geometría con un enfoque
dinámico en la educación primaria**

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias
Pedagógicas

Teresa León Roldán

República de Cuba



Instituto Central de Ciencias Pedagógicas

**Concepción didáctica para la enseñanza y el
aprendizaje de la geometría con un enfoque
dinámico en la educación primaria**

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias
Pedagógicas

Teresa León Roldán

Tutor:

Dr. C. Celia Rizo Cabrera
Ciudad de La Habana, 2008

372-Leo-C

Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria / Teresa León Roldán; Celia Rizo Cabrera, tutor. -- Ciudad de La Habana : Editorial Universitaria, 2008. -- ISBN 978-959-16-0775-1. -- 172 pág. -- Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. -- Tesis (Doctor en Ciencias Pedagógicas).

1. León Roldán, Teresa
2. Rizo Cabrera, Celia, tutor
3. Ciencias Pedagógicas

Edición: Dr. C. Raúl G. Torricella Morales

Corrección: Luz María Rodríguez Cabral

Diseño de cubierta: Elisa Torricella Ramirez



Editorial Universitaria del Ministerio de Educación Superior de la República de Cuba, 2008

La *Editorial Universitaria* publica bajo licencia Creative Commons de tipo Reconocimiento No Comercial Sin Obra Derivada, se permite su copia y distribución por cualquier medio siempre que mantenga el reconocimiento de sus autores, no haga uso comercial de las obras y no realice ninguna modificación de ellas. La licencia completa puede consultarse en:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/legalcode>

Editorial Universitaria

Calle 23 entre F y G, No. 564,

El Vedado, Ciudad de La Habana, CP 10400, Cuba.

e-mail: torri@reduniv.edu.cu

Sitio Web: <http://revistas.mes.edu.cu>

Dedicatoria

A todos los que disfrutan
de enseñar y aprender.

A mis hijos.

Agradecimientos

A mi tutora por estimularme, acompañarme y adentrarme en el mundo fascinante de la didáctica de la enseñanza de la matemática desde hace mucho tiempo.

A las personas y las instituciones que han que han contribuido con mi formación profesional.

A mi consultante y amiga que no escatimó tiempo y esfuerzo para brindarme su siempre y oportuna ayuda.

A mi grupo de trabajo por compulsarme y apoyarme, en especial a mi jefe.

A todos mis colegas y amigos que desde distintas posiciones han colaborado para poner término a este proceso.

A mi familia toda, en especial mi hermano, mi madre y mis hijos.

A mi institución (ICCP) por los apoyos en el orden académico, material y sobre todo humano.

A todos, muchas gracias.

Teresa León Roldán.

Índice

Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria.....	1
Portadilla.....	2
Portada.....	3
Página legal.....	4
Dedicatoria.....	5
Agradecimientos.....	6
Índice general.....	7
Síntesis.....	10
Cuerpo del Texto.....	11
1- INTRODUCCIÓN.....	12
1.1- Problema Científico.....	16
1.2- Objeto de investigación.....	16
1.3- Campo de acción.....	16
1.4- Objetivo.....	16
1.5- Preguntas Científicas.....	16
1.6- Tareas de investigación.....	17
1.7- Métodos teóricos.....	17
1.8- Métodos empíricos.....	18
1.9- Métodos Estadísticos y Matemáticos.....	19
1.10- Contribución teórica.....	19
1.11- Contribución práctica.....	19
1.12- Novedad científica'.....	20
1.13- Estructura de la tesis.....	20
2- LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA: DESARROLLO HISTÓRICO Y SITUACIÓN ACTUAL.....	22
2.1- Algunos elementos del desarrollo histórico de la geometría como ciencia y de su enseñanza.....	22
2.2- Algunos elementos sobre el desarrollo de la enseñanza de la geometría en Cuba.....	25
2.3- Tendencias actuales acerca del tratamiento de la geometría.....	26
2.4- Algunas investigaciones que promueven cambios en la enseñanza de la geometría hacia un enfoque dinámico.....	27
2.5- La Geometría Dinámica como base del enfoque dinámico	30

2.6- El enfoque dinámico de tratamiento de la geometría y el aprendizaje de la geometría en los escolares.....	32
2.7- Caracterización del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria en Cuba en el currículo vigente.....	35
2.8- Estado del aprendizaje de la geometría con la aplicación del programa vigente en la educación primaria en Cuba.....	39
3- CONCEPCIÓN DIDÁCTICA. FUNDAMENTOS TEÓRICOS. EXIGENCIAS Y COMPONENTES.....	46
3.1- Fundamentos Teóricos.....	47
3.1.1- Fundamentos psicopedagógicos	47
3.1.2- Fundamentos didácticos.....	50
3.1.3- La dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico.....	52
3.2- Exigencias de la Concepción Didáctica.....	56
3.3- Componentes didácticos generales de la concepción.....	58
3.4- Las formas de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje.....	66
4- CONCEPCIÓN DIDÁCTICA. PROCEDIMIENTOS PARA SU IMPLEMENTACIÓN. FACTIBILIDAD PRÁCTICA.....	68
4.1- Elementos didácticos específicos de la concepción	68
4.1.1- Trabajo en la etapa intuitiva operativa.....	68
4.1.2- Procedimientos esenciales de trabajo y habilidades que se desarrollan.....	72
4.1.3- Tipo de actividades.....	75
4.1.4- Tareas para el establecimiento de las relaciones entre las figuras y sus propiedades.....	83
4.2- Elementos de factibilidad práctica.....	87
4.2.1- Sobre el criterio de los expertos.....	87
4.2.2- Criterio de especialistas.....	88
4.2.3- Intervenciones puntuales en la práctica.....	89
4.3- Conclusiones del capítulo.....	96
5- CONCLUSIONES.....	97
6- RECOMENDACIONES.....	99
7- BIBLIOGRAFÍA.....	100
8- ANEXOS.....	106
8.1- Anexo 1 Gráfico de la concepción actual.....	106
8.2- Anexo 2 Objetivos del tratamiento de la geometría relacionados con los conocimientos y las habilidades geométricas expresados en los Programas vigentes por grados.....	107
8.3- Anexo 3 Resumen de los conceptos y propiedades geométricas que se tratan en la enseñanza primaria.....	109

8.4- Anexo 4 Resumen de los conceptos, relaciones y procedimientos asociados a los conocimientos geométricos, según la concepción vigente.....	114
8.5- Anexo 5 Prueba de diagnóstico. Segundo Grado.....	116
8.6- Prueba de diagnóstico. Cuarto Grado.....	118
8.7- Anexo 7 Prueba de diagnóstico. Sexto Grado.....	122
8.8- Anexo 8 Cuestionario para los maestros.....	127
8.9- Anexo 8 Cuestionario para los directivos.....	131
8.10- Anexo 10 Dimensiones e indicadores para obtener información sobre la situación actual del tratamiento de la geometría en la Enseñanza Primaria.....	135
8.11- Anexo 11 Relación de expertos y determinación de coeficiente de competencias...	137
8.12- Anexo 12 Encuesta No 1. Evaluación de coeficiente de competencia de los expertos.	140
8.13- Anexo 13 Procesamiento estadístico de los datos de los expertos.....	142
8.14- Anexo 14 Encuesta a Especialistas.....	144
8.15- Anexo 15 Procesamiento de los datos de la encuesta a especialistas.....	147
8.16- Anexo 16 Cuestionario a maestros.....	149
8.17- Anexo 17 Talleres desarrollados con los docentes.....	151
8.18- Anexo 18 Encuesta a Docentes de Primaria.....	152
8.19- Anexo 19 Procesamiento de los datos de la encuesta a docentes.....	155
8.20- Anexo 20 Diagnóstico inicial para la experiencia en el aula.....	156
8.21- Anexo 21 Entrevista a los alumnos de la muestra participantes en la experiencia...	159
8.22- Anexo 22 Tareas utilizadas durante la experiencia práctica en el aula de tercer grado	164
8.23- Anexo 23 Procesamiento de los datos de la experiencia en el aula.....	166

Síntesis

Se exponen los resultados del estudio histórico lógico de la geometría como ciencia y como enseñanza en el mundo y en Cuba y en particular se analiza la concepción actual del tratamiento de la Geometría en la Educación Primaria cubana así como sus presupuestos teóricos y su concreción en el currículo y se hace una caracterización de la situación actual de su aprendizaje en ese nivel de enseñanza.

Se presenta además un estudio de la geometría denominada “geometría dinámica”, se analizan sus potencialidades como fundamento del enfoque dinámico para el tratamiento del contenido geométrico y las exigencias en cuanto a los recursos tecnológicos que requiere para su implementación.

Se fundamenta una Concepción Didáctica para el tratamiento del contenido geométrico en el primer ciclo de la escuela primaria cubana, con un enfoque dinámico, la cual requiere del empleo de determinados procedimientos y de un sistema de medios de enseñanza que caracterizan a dicho enfoque y que permiten preparar a los escolares de este nivel para el uso de software diseñados para el aprendizaje de la geometría.

Se muestran ejemplos de actividades en las que se emplean los mismos, como concreción del enfoque y se describe la organización, ejecución y resultados de la constatación empírica desarrollada para validar la solución teórica dada al problema científico. Además se presentan las conclusiones, en las que se generalizan los resultados más importantes de la Tesis; en las recomendaciones aparecen los aspectos sobre los cuales se debe seguir estudiando y profundizando; finalmente, se presenta la bibliografía consultada y los anexos

Todas las universidades de Cuba en una:

EDUNIV
Editorial Universitaria



1- Introducción

El aprendizaje de la Matemática resulta básico desde las primeras edades, no sólo por la posibilidad que brinda al hombre de aplicar los conocimientos adquiridos a la solución de problemas cotidianos y con ello a su mejor inserción en el mundo, sino además por los procesos y formas de pensamiento que desarrolla. Esto explica que sean considerables las investigaciones que se realizan en el campo de la didáctica de la enseñanza de esta disciplina con el objetivo de perfeccionar su enseñanza y su aprendizaje.

Múltiples son las propuestas de enfoques, metodologías generales y particulares, de introducción de medios y formas de organizar la enseñanza y evaluar el aprendizaje de esta asignatura en la escuela, las cuales han generado importantes transformaciones en los currículos en las últimas décadas.

Uno de los aspectos que ha ocupado a los investigadores en el área del aprendizaje de la matemática, tanto nacional como internacionalmente, es la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. En esa dirección, la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICMI), en 1995, centró su tema de estudio en las “perspectivas sobre la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI”. En el Documento de discusión para un estudio ICMI se destaca la necesidad de discutir sobre la identificación de los retos más importantes y las tendencias emergentes para el futuro; así como los impactos didácticos potenciales en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría a partir del aprovechamiento y la aplicación de nuevos métodos de enseñanza. Se destaca, además, el interés en el uso de materiales didácticos (manipulables y visuales) como un recurso importante para mejorar la calidad de la enseñanza de la geometría.¹

En relación con lo antes planteado, se han desarrollado varias investigaciones las cuales han puesto su atención tanto en los enfoques del tratamiento de los contenidos geométricos como en el papel que juegan los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta área del saber. En cuanto a los enfoques se observa una tendencia a considerar una geometría donde los objetos cambian respecto a los diferentes tipos de transformaciones en el espacio al ser considerados en una presentación “dinámica”. En cuanto al empleo de los medios se observa una tendencia a considerar cada vez más su uso así como el de los recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría desde los primeros grados.

Es casi imposible imaginarse una clase de Matemática en la que no se recurra a un medio didáctico para ilustrar un concepto, un procedimiento o una proposición, por cuanto “los medios de enseñanza y aprendizaje permiten la facilitación del proceso, a través de objetos reales, sus representaciones e instrumentos que sirven de apoyo material para la apropiación del contenido, complementando al método, para la consecución de los

¹ Documento de discusión para un estudio ICMI. En <http://www.xtec.es>. 2002

objetivos” (Addine, et. al, 2004; p. 76). Otro elemento que apunta a favor del empleo de los medios fundamentalmente en los primeros grados es los niveles de abstracción que alcanza esta disciplina, esencialmente en el tratamiento de la geometría por la naturaleza de su contenido.

En esta misma línea se ha investigado también sobre las posibilidades de introducción de las nuevas tecnologías al proceso de enseñanza-aprendizaje, en particular de las computadoras como una respuesta a la necesidad de contextualizarlas en este medio ya que su origen y destino inicial estuvo en otras áreas como la militar, empresarial y de entretenimiento.

Según G. Díaz “En los últimos años se han realizado investigaciones vinculadas a la computación como objeto de estudio, que contribuyen al perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de los sistemas de aplicación y de la programación (Bonne, 2003; Borrego, 2004; González, 2004), e investigaciones referidas a la utilización de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje en diferentes asignaturas (Machado, 1988; Valdés, 1996; Torres, 1997; Macías, 2000; Veloso, 2002; Rodríguez, 2003; González, 2004), estos estudios han estado dirigidos a la educación media y la educación superior.

En la educación primaria se han realizado estudios sobre todo en la década del 90 (Artiles, 1992; Valle, 1995; Ulloa, 1995; Trujillo, 1996; Díaz, 1997; Mazaira, 1997), relacionados con la factibilidad de introducir la computación en este nivel de educación, con el proceso de enseñanza aprendizaje del lenguaje de programación MSX-LOGO y con el uso de software educativos que estaban fundamentalmente diseñados para las asignaturas de Matemática y la Lengua Materna”.

Vale señalar también otros estudios realizados en los últimos años (Rizo y Campistrous, 2002; Bernabeu, 2005) relacionados con el empleo de otros medios como las calculadoras y “las supercalculadoras” para el desarrollo de habilidades en los procesos de cálculo de los escolares y sobre la introducción de las tecnologías para el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la escuela media cubana. Sobre este último tema se dispone de una Concepción General del tratamiento de la Geometría planteada por los autores sin embargo en el contexto y condiciones actuales de la escuela primaria, no ha sido este tema suficientemente abordado ni por consiguiente el empleo de los medios que garantizan la preparación de los alumnos para el uso de estas tecnologías.

Es cierto que las innovaciones tecnológicas tienen siempre un impacto más inmediato en el desarrollo de la ciencia, la técnica y la producción y un tanto más retardado en la educación. Como es cierto también que la incorporación de las herramientas tecnológicas en la enseñanza de la matemática no es un fenómeno nuevo. En este devenir histórico los matemáticos han utilizado desde las herramientas más clásicas (regla y compás), el ábaco, reglas de cálculo, hasta las más modernas (las computadoras) para operar con el contenido

matemático. El problema consiste entonces en poder determinar cómo utilizar estos recursos tecnológicos en contextos de aprendizaje.

En relación con esto refiriéndose a los impactos de la nueva tecnología en la enseñanza de la Matemática M. Guzmán, apunta que “el acento habrá que ponerlo en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la comprensión de ciertas rutinas que ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos”. (Guzmán, 1999; p.7)

La reflexión anterior es un llamado a considerar no sólo la didáctica del empleo de la tecnología relacionada con el conocimiento y las habilidades informáticas sino de una didáctica acerca del empleo de los medios en función de la comprensión del contenido matemático, y del desarrollo integral de los escolares.

En nuestro contexto, como resultado de un trabajo previo de diagnóstico sobre la implementación de los medios en la enseñanza el aprendizaje de la Geometría en la escuela primaria, se pudo constatar a través de los docentes encuestados que en el tratamiento de este complejo de materia se privilegia el empleo de los instrumentos de trazado y los libros de texto, no así de otros recursos y materiales concebidos en el currículo para estos fines. En cuanto a los softwares se aprecia una tendencia de su empleo básicamente para la ejercitación.

Sin embargo, se conocen programas específicos para aprender determinados contenidos matemáticos y que no se utilizan en la escuela, es el caso por ejemplo de los softwares para aprender geometría. Sin considerar que el empleo de estos programas sea la panacea ni la solución de los problemas que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría enfrentan tampoco se deben eludir pues constituye una realidad el hecho de la utilización de los recursos tecnológicos como mediadores de estos procesos cognitivos.

La oportunidad de trabajar con estos softwares de aprendizaje de la geometría desde la educación primaria no es nada despreciable desde el punto de vista didáctico por la contribución que hacen al desarrollo de la movilidad y flexibilidad del pensamiento así como a la visualización.

Es a través de los contenidos geométricos que los alumnos se ponen en contacto con los objetos del mundo real a fin de experimentar con ellos, descubrir propiedades y establecer relaciones. Las actividades orientadas y dirigidas hacia esos fines contribuyen no sólo al desarrollo de capacidades generales y específicas para operar con el conocimiento matemático sino con otras áreas del saber, potenciando el desarrollo intelectual general.

En el contexto escolar cubano se brinda un lugar importante al aprendizaje de este complejo de materia, es así que históricamente estos contenidos geométricos han formado parte del currículo de la escuela desde los primeros grados. Sin embargo se aprecian dificultades en su aprendizaje.

Como resultado de los Operativos Nacionales de Evaluación de la Calidad del Aprendizaje realizados por el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas entre 1999 y hasta la fecha se muestran bajos resultados en el aprendizaje de la geometría.

Las principales dificultades están asociadas fundamentalmente al reconocimiento de figuras y cuerpos a partir de sus propiedades, de sus propiedades, al establecimiento de relaciones entre ellas y a la solución de problemas geométricos, fundamentalmente cuando se requiere de aplicar o encontrar una vía novedosa para la solución de la situación planteada.

Así mismo los informes del “Estudio del currículo actuante en las escuelas primarias del Consejo Popular Cayo Hueso en el marco del Proyecto APTO” y los resultados de la “Caracterización del modelo actuante en las escuelas del Proyecto CEL”, ambos del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas muestran algunas regularidades acerca de la conducción proceso de enseñanza- aprendizaje que pueden ser elementos explicativos de alguna de estas dificultades.

Ambos informes muestran que los indicadores de la clase más afectados son los relacionados con la productividad de la clase y el empleo de los métodos y medios, expresadas en una tendencia por parte de los docentes al empleo de métodos que promueven la actividad reproductiva de los alumnos y en el poco aprovechamiento de los medios de enseñanza. Al respecto se plantea: “el inadecuado uso de los métodos y procedimientos, y los medios de enseñanza laceran significativamente el proceso de instrucción de los alumnos en este nivel”. Resultados de trabajos anteriores relacionados con esta tesis realizados por la propia autora revelan además una carencia en los docentes tanto en la disponibilidad como en el empleo de los medios propios para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. En una muestra de más de 90 docentes encuestados el 76% plantea sólo poseer los instrumentos clásicos de trabajo con la geometría y sólo el 30% se refiere al empleo de otros recursos didácticos; aún cuando la concepción curricular actual concibe el uso de un grupo de materiales didácticos que propician la elaboración y comprensión de los contenidos geométricos mediante los cuales los alumnos puedan desarrollar actividades de manipulación, observación, construcción, dibujo y trazado permitiendo esto una mejor comprensión y fijación del contenido.

Por otro lado, en la práctica educativa en el aprendizaje de la matemática, se observa una brecha importante entre el potencial que tiene la tecnología informática, para contribuir al aprendizaje, y el uso que se hace de estos recursos en las escuelas cubanas. Los informes de entrenamientos nacionales del MINED reflejan todavía como una insuficiencia metodológica el empleo que dan los maestros de la educación primaria a los medios de enseñanza y particularmente a la computadora fundamentalmente en su concepción sistémica e integral y su utilización oportuna y racional en el proceso de aprendizaje dirigido no sólo al desarrollo de habilidades informáticas sino a la obtención de conocimientos y el desarrollo de habilidades propias de cada asignatura.

Todo lo antes planteado ilustra que existen dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, en especial en el empleo de los medios y de recursos tecnológicos para operar con el contenido geométrico, lo cual no se corresponde con los enfoques actuales. De acuerdo a lo antes planteado, y considerando la necesaria elevación de la calidad del aprendizaje de la geometría y las posibilidades que ofrece el empleo de las tecnologías en este empeño desde la educación primaria, se plantea el siguiente **problema científico**:

1.1- Problema Científico

¿Cómo perfeccionar la concepción actual de la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en la escuela primaria cubana de modo que se ajuste a los enfoques actuales de dicho proceso?

1.2- Objeto de investigación

Como **Objeto de investigación** se tiene el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Geometría en lo escuela primaria.

1.3- Campo de acción

Como una concreción del objeto se asume como **Campo de acción** el proceso de enseñanza-aprendizaje con un enfoque dinámico de la Geometría en la escuela primaria.

En consecuencia con lo anterior, se reconoce en este trabajo el siguiente **Objetivo**:

1.4- Objetivo

Elaborar una concepción didáctica con un enfoque dinámico de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la escuela primaria cubana, sobre la base de la concepción actual.

1.5- Preguntas Científicas

Para solucionar el Problema Científico, se darán respuesta a las siguientes **Preguntas Científicas**:

1. ¿Cuál ha sido el camino histórico recorrido del desarrollo de la geometría como ciencia y como enseñanza y cómo se comporta en la actualidad en Cuba?
2. ¿Qué es la geometría dinámica y cuáles son las condiciones que han determinado su surgimiento y su evolución?
3. ¿Qué importancia tiene para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría este nuevo enfoque y qué papel pueden jugar los medios en el mismo?

4. ¿Cuáles deben ser los elementos que caractericen a una propuesta de una concepción didáctica con un enfoque dinámico de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, sobre la base de la concepción actual, y qué medios de enseñanza serían apropiados para dicho enfoque?
5. ¿Cómo concretar la concepción en tareas específicas en el caso del primer ciclo de la escuela primaria?
6. ¿Cuál es la factibilidad de la propuesta?

1.6- Tareas de investigación

1. Estudio histórico lógico del desarrollo de la geometría como ciencia y como enseñanza y de sus particularidades en el caso de la educación primaria en Cuba.
2. Análisis bibliográfico y de investigaciones relacionadas con el objeto de estudio, para precisar los principales momentos del desarrollo histórico en el mundo y en Cuba.
3. Precisión de los enfoques actuales en el mundo, profundizando en los más representativos de su enseñanza en la actualidad, a partir del desarrollo tecnológico existente, y de la situación de las investigaciones cubanas en esa dirección, especialmente en lo relativo al enfoque dinámico de la geometría.
4. Análisis sistémico de los resultados de las investigaciones sobre la calidad de la educación en Cuba en los últimos años, y pruebas pedagógicas alumnos y encuestas a docentes y directivos, que permitan hacer una caracterización de la situación actual de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la escuela primaria cubana.

1.7- Métodos teóricos

Estudio teórico acerca de las diferentes posiciones sobre el enfoque dinámico de la geometría y de sus sustentos teóricos acorde a nuestras posiciones filosóficas, psicopedagógicas y didácticas.

1. Precisión de su importancia y sus ventajas en el aprendizaje de la geometría.
2. Características de los medios que dicho enfoque requiere en su instrumentación escolar, especialmente en la escuela primaria.
3. Precisión de los fundamentos de la propuesta que se haga.
4. Elaboración de la propuesta de concepción didáctica sobre la base de los elementos teóricos precisados en las dos tareas anteriores.
5. Precisión de los principios, exigencias, componentes didácticos generales y específicos.

6. Tratamiento de la propuesta en el primer ciclo de la escuela primaria, precisión de las etapas y del sistema de medios.
7. Ejemplos de tareas o situaciones de aprendizaje que pueden ser utilizadas en el primer ciclo de la escuela primaria.
8. Determinación de algunos elementos empíricos que evidencien la factibilidad de la propuesta.
9. Intervenciones puntuales del sistema de tareas o situaciones de aprendizaje que pueden ser utilizadas en la práctica escolar.
10. Encuestas a docentes y a especialistas.
11. Criterio de expertos.

1.8- Métodos empíricos

Todo el trabajo investigativo se realizó bajo el enfoque **Dialéctico Materialista** como método general de las ciencias. Por su finalidad, puede considerarse como una investigación **aplicada**, con un enfoque teórico y con un componente empírico importante y se inscribe tanto en la perspectiva **cuantitativa** como **cualitativa**. Para el estudio científico del objeto de investigación, nos apoyamos en diferentes **métodos (teóricos, empíricos y matemáticos)**, que se señalarán a continuación.

Método histórico y lógico: Se utilizó para profundizar en los antecedentes y en las tendencias actuales del objeto que se investiga, al puntualizar los enfoques actuales de dicho objeto.

Enfoque sistémico: fue aplicado durante toda la investigación. Permitió establecer las relaciones entre los diferentes componentes de la concepción didáctica propuesta sobre la base de la concepción actual de la enseñanza de la geometría y de las condiciones actuales de la Educación Primaria.

Análisis documental: para la obtención de información contenida en documentos rectores relacionados con la Concepción vigente acerca del tratamiento de la geometría en la escuela primaria, el Modelo de Escuela Primaria, Programas y Orientaciones Metodológicas, lo que contribuyó a la sistematización de enfoques y concepciones, favoreciendo la objetividad de los análisis necesarias para el desarrollo del trabajo.

Se utilizaron métodos empíricos y estadísticos en el diagnóstico de la situación actual y en la comprobación de la factibilidad de la propuesta. Entre los métodos empíricos fueron utilizados:

Pruebas pedagógicas a una muestra de alumnos de segundo, cuarto y sexto grado de la Educación primaria para diagnosticar el estado del aprendizaje de la Geometría según la

implementación del currículo vigente y a un grupo de alumnos de tercer grado donde se aplicó la experiencia para determinar la factibilidad de la propuesta.

Encuestas a maestros y directivos de la Educación Primaria con el objetivo de valorar el estado de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en este nivel educativo.

Intervenciones en la práctica, a modo de estudio de casos, que se realizaron con docentes y con alumnos del Municipio Centro Habana.

Encuestas a docentes del Municipio Centro Habana para valorar la factibilidad de la propuesta.

Encuestas a especialistas de la Facultad de Educación Infantil del ISP "Enrique José Varona" para valorar la factibilidad de la propuesta.

Consulta a expertos: Para constatar pertinencia teórica de la propuesta en las condiciones actuales de la Educación Primaria.

Los procedimientos lógicos del pensamiento **análisis y síntesis**, así como la **inducción y deducción**, facilitaron la determinación de aspectos generales relacionados con el enfoque dinámico de tratamiento de la geometría y el empleo de medios en correspondencia con dicho enfoque. Estos procedimientos contribuyeron también a la sistematización de la información sobre el tema y la selección de los aspectos esenciales para la elaboración del marco teórico de referencia, así como la interpretación de los datos empíricos obtenidos que permitió arribar a conclusiones parciales y generales y diseñar la propuesta.

1.9- Métodos Estadísticos y Matemáticos

Se utilizaron los recursos de la estadística descriptiva.

1.10- Contribución teórica

Constituyen **contribuciones a la teoría** de la presente Tesis: La conceptualización de enfoque dinámico de tratamiento de la geometría y las indicaciones específicas para su concreción en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el primer ciclo de la Educación Primaria.

1.11- Contribución práctica

Mientras que su **contribución a la práctica** radica en:

Orientaciones metodológicas generales y específicas así como actividades y acciones para el empleo de un sistema de tareas en las que deben ser empleados los medios adecuados que favorezcan el aprendizaje de la geometría en condiciones cualitativas superiores bajo una concepción desarrolladora de su enseñanza en la educación primaria basadas en un nuevo enfoque.

1.12- Novedad científica'

La **Novedad Científica** consiste en la formulación de una concepción didáctica que perfecciona la concepción actual porque:

- Permite darle movilidad a las figuras y estudiar con más objetividad las relaciones entre ellas.
- Utiliza los medios existentes e introduce otros nuevos con nuevas formas de trabajo, aprovechando la movilidad, lo que promueve un aprendizaje más activo y significativo y en consecuencia un mayor desarrollo de los alumnos en la Educación Primaria.
- Favorece la creación de condiciones previas en los alumnos para el uso futuro de softwares educativos en ese campo de la geometría.

1.13- Estructura de la tesis

Esta Tesis consta de: introducción, tres capítulos, conclusiones y recomendaciones, además de anexos.

En la introducción se plantea una breve panorámica de la importancia del tema, así como los elementos del diseño teórico-metodológico de la investigación.

En el primer capítulo se exponen los resultados del estudio histórico lógico de la geometría como ciencia y como enseñanza en el mundo y en Cuba y en particular se analiza la concepción actual del tratamiento de la Geometría en la Educación Primaria cubana así como sus presupuestos teóricos y su concreción en el currículo y se hace una caracterización de la situación actual de su aprendizaje en ese nivel de enseñanza.

Se presenta además un estudio de la geometría denominada “geometría dinámica”, se analizan sus potencialidades como fundamento del enfoque dinámico para el tratamiento del contenido geométrico y las exigencias en cuanto a los recursos tecnológicos que requiere para su implementación.

En el capítulo 2 se fundamenta una Concepción Didáctica para el tratamiento del contenido geométrico en el primer ciclo de la escuela primaria cubana, con un enfoque dinámico, la cual requiere del empleo de determinados procedimientos y de un sistema de medios de enseñanza que caracterizan a dicho enfoque y que permiten preparar a los escolares de este nivel para el uso de software diseñados para el aprendizaje de la geometría.

En el tercer capítulo se muestran ejemplos de actividades en las que se emplean los mismos, como concreción del enfoque y se describe la organización, ejecución y resultados de la constatación empírica desarrollada para validar la solución teórica dada al problema científico.

Además se presentan las conclusiones, en las que se generalizan los resultados más importantes de la Tesis; en las recomendaciones aparecen los aspectos sobre los cuales se debe seguir estudiando y profundizando; finalmente, se presenta la bibliografía consultada y los anexos.

2- La enseñanza y el aprendizaje de la geometría: desarrollo histórico y situación actual

La geometría, considerada como una herramienta para el entendimiento, es tal vez la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Su enseñanza siempre ha sido considerada muy importante por la contribución que hace al desarrollo del pensamiento de los alumnos.

Por otra parte la geometría como una disciplina se apoya en un proceso extenso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad², y tiene por tanto una larga historia ligada a las actividades humanas, científicas y tecnológicas. Según Mammana y Villani (1998) esta relación ha permitido ir desarrollando la geometría tanto en sus aspectos puramente *visuales* como en los *conceptuales abstractos*.³

En este capítulo se hace un recorrido histórico del desarrollo de la geometría desde el punto de vista de la ciencia y de la enseñanza, y se concluye con una síntesis de los diferentes momentos que se pueden apreciar en Cuba en cuanto a su enseñanza y de las posiciones que más han impactado su aprendizaje en Cuba.

Se concluye el capítulo con un análisis de la situación actual de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la primaria cubana que permite comprender la novedad e importancia de la propuesta que se hace en la investigación.

2.1- Algunos elementos del desarrollo histórico de la geometría como ciencia y de su enseñanza

Según Mamman, C y Villani V. (1998), la geometría desde tiempos inmemoriales acompañó las producciones humanas en la forma más primitiva cuando en la prehistoria los antepasados del hombre utilizaron las figuras geométricas para reproducir en sus dibujos los objetos de la realidad, igualmente cuando empezaron a hacer sus primeras construcciones y las dispusieron de forma geométrica, a este primer momento lo caracteriza el aspecto *visual* de la geometría.

Con el surgimiento de las grandes civilizaciones en las que se exigía un mejoramiento en la estructura general y la organización de la vida social la geometría respondió principalmente a *necesidades utilitarias* básicamente de medición de longitudes, áreas y volúmenes

² Villani, Vinicio. (2201). En Por qué un estudio en Geometría. Documento de discusión para un estudio ICMI. Departamento de Matemática. Universidad de Pisa. Italia. Febrero, 2001.

³ MAMMANA, C. & VILLANI V. (1998) Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21stCentury. Kluwer Academic Publishers.

jugando un papel *instrumental* fundamentalmente. Como lo señalan los autores se percibe en esta etapa un primer intento de racionalización del conocimiento geométrico.

Con los griegos la geometría dejó su carácter empírico y dio paso a la constitución de una disciplina científica, al abarcar procesos de racionalización abstractos y globales. *Los elementos*, escrita por Euclides hacia el año 300 a. n. e recoge una sistematización de estos desarrollos en la geometría que se continúan después con Apolonio, Arquímedes y Tolomeo. Esta etapa se caracteriza por el estudio de los aspectos conceptuales de la geometría, por lo que comienza a verse esta como un sistema axiomático de carácter deductivo. Por muchos siglos la geometría de Euclides se enseñó en las escuelas como una de las disciplinas más importantes, subordinándose casi todo el conocimiento geométrico al esquema Euclidiano.

Más adelante entre los siglos XV y XVIII surgieron nuevas ideas en la investigación geométrica fuera del campo de la geometría de Euclides, por ejemplo la geometría proyectiva que surge de los trabajos de Leonardo da Vinci, interesado en la estética. Esta geometría nacida como un método artístico devino durante el siglo XVII en la base de una geometría que combinó métodos algebraicos con descripciones sintéticas de formas y transformaciones lo que dio origen a la geometría descriptiva. En estas áreas se combinan *aspectos visuales y conceptuales* del conocimiento. Sin embargo hay que señalar que ninguno de estos desarrollos interfirieron en el tratado de Euclides y su dimensión formal de la geometría.

Fue en el siglo XIX con el desarrollo de las geometrías de Bolyail- Lobachesky y Rieman que se libera a la geometría de su carácter de modelo del mundo real y del criterio de aplicabilidad de sus resultados a la vida cotidiana, dando paso a determinadas variantes de la geometría euclidiana y a otras geometrías llamadas no euclidianas, las cuales se alejaban cada vez más de consideraciones visuales.

En 1899 se publican los Fundamentos de la Geometría de Hilbert. Estos trabajos muestran un nuevo punto de vista de los conocimientos geométricos caracterizados por un alto nivel de abstracción y la pérdida por tanto de relaciones de la geometría con la realidad perceptible. En este caso la investigación en geometría se dirigió hacia la *fundamentación algebraica* de la misma.

El comienzo del siglo XX dio lugar a la creación de nuevas herramientas algebraicas para un estudio general de los objetos geométricos, a partir de la teoría de los espacios vectoriales lo que proporcionó una mayor abstracción y generalidad al conocimiento geométrico y un mayor distanciamiento de la intuición geométrica.

Hacia finales del siglo XX, en las últimas décadas el desarrollo tecnológico ha permitido y el análisis numérico y el tratamiento visual de la geometría a una mayor escala. Aunque estas investigaciones surgieron en un medio externo la comunidad matemática los resultados han devenido origen de nuevos campos de la investigación geométrica, por

ejemplo el estudio de las teselaciones y cenefas que tuvo su origen en las obras del artista holandés Maurits Escher entre 1937 y 1971 y que forma parte del contenido geométrico de los currículos de algunos países del área como México y Brasil, por citar algunos.

Otro desarrollo interesante es la geometría fractal, que consiste en el estudio de objetos geométricos “auto semejantes” de dimensiones fraccionarias. Estos desarrollos en la geometría han permitido realizar estudios en ciencias naturales relacionados con las nubes, las zonas costeras, las hojas de los helechos, las cadenas montañosas objetos que tienen propiedades fractales los cuales no pueden ser estudiados sin el apoyo de la tecnología computacional.

Otras teorías geométricas que se han desarrollado son: la teoría de nudos y sus aplicaciones a la biología, la geometría proyectiva para el diseño de realidad virtual, la teoría de códigos para el diseño de unidades de CD, incluso la geometría de pompas de jabón.

El desarrollo de paquetes computacionales de programas de geometría dinámica ha despertado el interés por el estudio de la geometría euclidiana, por ejemplo se han investigado nuevas posibilidades de construcción de teorías alrededor de la geometría del triángulo así como nuevas relaciones entre puntos de concurrencia asociados a líneas notables de los triángulos.

A modo de resumen tomando como criterio según Mammana y Villani I(1998) los aspectos que prevalecen en los desarrollos geométricos, se pueden apreciar cinco momentos en estos desarrollos:

1. Predominio del aspecto *visual* y las *necesidades utilitarias* del conocimiento geométrico. (Prehistoria y surgimiento de las primeras civilizaciones)
2. Predominio de los aspectos *conceptuales*. Procesos de racionalización abstractos y globales. (Entre los siglos V y I a. n. e, en Grecia)
3. Combinación de los aspectos *visuales* y *conceptuales*. (Siglos XV al XVIII).
4. Predominio de los aspectos *conceptuales*. Fundamentación algebraica. (Siglos XIX y XX)
5. *Renacer* de los aspectos *visuales*. (Ultimas décadas del siglo XX hasta la actualidad)

Aunque no puede establecerse exactamente una relación lineal entre los desarrollos de la geometría como ciencia y su enseñanza, esta de alguna manera se ha visto influenciada por los desarrollos operados en esta ciencia en diferentes períodos históricos. Los desarrollos alcanzados tanto en la ciencia como en la enseñanza han estado determinados por los adelantos científicos y técnicos en las diferentes etapas socioeconómicas por las que ha atravesado la sociedad.

2.2- Algunos elementos sobre el desarrollo de la enseñanza de la geometría en Cuba

El desarrollo histórico de la enseñanza de la geometría en Cuba puede resumirse según las siguientes etapas (Rizo, Cabrera. 1987)

1. **Etapa tradicional que concluye en el siglo XIX.** Caracterizada por la enseñanza de la geometría basada exclusivamente en las ideas euclidianas.
2. **Primera mitad del siglo XX.** Inicio de una primera reforma de carácter internacional de la enseñanza de la geometría expresadas en la reestructuración de la axiomática de Euclides realizada por Hilbert, las primeras ideas acerca de la algebrización de la geometría con la introducción de algunos elementos de la Geometría Analítica, las ideas de Klein sobre las transformaciones geométricas, entre otras.
3. **Segunda mitad del siglo XX hasta la actualidad.** En este período se pueden distinguir dos momentos: En la primera década fundamentalmente se plantean grandes reformas en la enseñanza de la geometría en la que se distinguen dos posiciones muy radicales una que aboga por “eliminar a Euclides” y desarrollar la geometría a partir de números reales y vectores, y otra en las que se incorporan elementos nuevos pero conservan un núcleo clásico en la enseñanza de la geometría. Hacia finales del siglo, con el desarrollo de la tecnología y el diseño de software específicos para aprender geometría su enseñanza se ha ido enmarcando en un enfoque dinámico para su aprendizaje, donde si bien se mantienen los contenidos clásicos de los currículos la manera de aprender ofrece otras posibilidades con el uso de los medios computacionales.

Antes de 1959 y hasta 1961, en que se inician los cambios de los programas educacionales, la enseñanza de la geometría en Cuba en este nivel no estuvo influenciada en ningún momento por las reformas que se habían producido o estaban produciendo en el mundo. Esta enseñanza, “al principio con más información desde el primer grado se fue empobreciendo paulatinamente y alejándose hacia los últimos grados”.

“Los cursos no estaban avalados por ninguna concepción científica en su estructuración, eran cursos intuitivos, carentes de rigor en los que se trataban los conceptos geométricos clásicos euclidianos de una forma mecánica y practicista dirigidos fundamentalmente al dibujo formal y al trabajo con magnitudes”.⁴

Las transformaciones realizadas a partir de 1968 con la adaptación de los Planes de la República Democrática Alemana significaron un salto cualitativo en la enseñanza de la

⁴ Rizo Cabrera, Celia. (1987). Investigación sobre la estructuración del curso de geometría de 4to. a 6to. grados, basada en las transformaciones y la congruencia. Tesis doctoral. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. Ministerio de Educación de Cuba.

matemática en Cuba, con ellas se rompió con los criterios clásicos que se habían heredado del período de coloniaje español y que se habían matizado por las concepciones practicistas introducidas por los Estados Unidos. Estos planes avalados por una concepción científica y metodológica muy superior a la hasta ese momento había sustentado nuestros planes significaron un gran paso de avance en la experiencia pedagógica cubana.

En la década del 80 se producen nuevas transformaciones en los planes y programas escolares. En este momento se producen transformaciones que marcan un viraje en la concepción de la enseñanza de la geometría en Cuba y que se mantienen hasta la actualidad.

La concepción vigente de la enseñanza de la geometría en la educación primaria asume como fundamento matemático y metodológico el concepto de movimiento. La elaboración de las nociones sobre las propiedades de las figuras planas y las relaciones entre ellas se realiza tomando como base al mismo. Otro concepto esencial como el de *igualdad geométrica* se define a partir de la superposición de figuras a partir de un movimiento y la comprobación de su coincidencia. Esto hace que desde los primeros grados se aprenda la geometría básicamente por una vía intuitiva y experimental, como base para una posterior construcción axiomática formalizada.

Esta concepción asume además el uso de un sistema de medios que propicia la apropiación del contenido de la forma antes expuesta y el desarrollo de habilidades generales y específicas, así como de diferentes formas de pensamiento.

De esta investigación de corte histórico se han derivado resultados teóricos que aportan elementos como fundamento de la necesidad de realizar cambios en el enfoque actual que se le debe dar a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

2.3- Tendencias actuales acerca del tratamiento de la geometría

En el plano internacional se evidencia un avance en las investigaciones en el campo de la Didáctica de la Enseñanza de la Geometría, y de forma puntual en la introducción de la tecnología al proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este sentido, existen en la actualidad muchas interrogantes con respecto a cómo se debe enseñar la matemática y, en particular, se plantea con mucha fuerza que es necesario discutir cómo se ha estado enseñando la Geometría durante miles de años y cómo se puede iniciar un proceso de cambio en ello.

Haciendo énfasis en la necesidad de reconsiderar las formas en que se enseña la geometría el NCTM (National Council of teachers of mathematics) considera en los *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Evaluación Matemática* desde 1989, nuevas tendencias en la enseñanza de dicho contenido, destacando que deben propiciarse situaciones de aprendizaje para que los niños puedan: Hacer, examinar, predecir,

comprobar, generalizar, preguntarse ¿por qué? ¿Qué ocurriría si...?, idear sus propias pruebas.

Según Rizo y Campistrous (2003)⁵, en esta discusión se está manifestando con profundidad, el antagonismo entre la forma clásica de enseñar la **geometría de una manera estática** y la necesidad de cambiar esta concepción hacia una forma de enseñar la **geometría de una manera dinámica**.

Estas discusiones que se han venido desarrollando desde las últimas décadas del siglo pasado, asociado el desarrollo de la tecnología y, en especial, con la creación del software Cabri-géomètre cuyo nombre responde a un anagrama de “Charier de BRouillon Interactive”, es decir “Cuaderno de Dibujo Interactivo” creado desde 1987. El “Cabri es una herramienta basada en la metáfora del dibujo en papel con regla y compás, pues la mayor parte de las construcciones básicas se pueden hacer de la misma manera como se harían con una regla y un compás reales, salvando las diferencias entre estos instrumentos y la pantalla de un ordenador con sus menús y un ratón”.⁶ Surge alrededor de ellos **una posibilidad de enseñar y aprender la geometría de una manera dinámica**, revolucionando con ello miles de años de enseñanza estática de la misma.

No es este el único software que en la última década del siglo pasado surgió para dinamizar la geometría, y en su conjunto se le denominan **programas SGD** (Software de Geometría Dinámica).

A continuación se analizarán algunas posiciones teóricas que han servido como referentes teóricos para posibles cambios en el tratamiento de la geometría en la escuela.

2.4- Algunas investigaciones que promueven cambios en la enseñanza de la geometría hacia un enfoque dinámico

Varios artículos e investigaciones han puesto su atención no sólo en la introducción de las nuevas tecnologías sino específicamente de estos **programas SGD**, unos encaminados hacia planteamientos generales, otros a planteamientos más específicos, a contenidos concretos, a tipos de software y a los diferentes papeles del profesor y los alumnos en el proceso de enseñanza - aprendizaje con el empleo de estos programas. Algunos trabajos han encaminado más sus esfuerzos hacia los aspectos didácticos, hacia el estudio de las modificaciones que habría que introducir en el trabajo en el aula y a la búsqueda de una didáctica de enseñanza y aprendizaje de la geometría con enfoque dinámico. Entre ellos

⁵ Rizo Cabrera, Celia R. y Luis Campistrous (2003). Geometría dinámica en la escuela, mito o realidad? Ponencia Primer Congreso de aplicaciones tecnológicas en la Didáctica de las Ciencias y la Matemática. Instituto Nacional Tecnológico de Santo Domingo. República Dominicana.

⁶ Gutierrez, Angel. Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos. Módulo optativo del Plan de Estudios de Maestro. Curso 2005-06. Universidad de Valencia. Departamento de Matemática.

pueden citarse: *La gestión de la clase de geometría utilizando Sistemas de Geometría Dinámica*. M. J. González-López. Universidad de Cantabria. España.

Este trabajo hace referencia a que en un marco general de aprendizaje donde los alumnos construyen el conocimiento en la interacción con el ordenador, la geometría no se concibe como un cuerpo codificado de conocimientos a transmitir sino como el resultado de una actividad de los sujetos sobre determinados objetos de su entorno. El aprendizaje se enmarca así en una lógica de recreación o reconstrucción de conocimientos, que es impulsada por las interacciones del profesor con los alumnos. Se destaca que algunos autores (Laborde, 1998; Noos y Hoyles, 1996; Hoyles, 1992) sugieren que se desarrollen *resortes de aprendizaje nuevos*, más allá de la exploración constructivista en la que se interprete el papel del profesor y los alumnos como co-exploradores que adquieren conocimientos a partir de las relaciones alumno-profesor y alumno-alumno, influenciadas estas ideas por los postulados de Vigotsky sobre la construcción social del conocimiento.

Se subraya además que la **enseñanza** de la geometría utilizando un SGD está **basada en la solución de problemas** donde los alumnos ejercen el papel de investigadores sobre cada contenido que se pretende adquirir. *Algunos desarrollos en la enseñanza de la geometría*. de Villiers, Michael (1999). La lettre de la preuve, Novembre-Décembre 1999. Francia.

Este autor destaca entre los resultados de sus análisis que “Probablemente la característica más preciada de la geometría dinámica es su potencial para estimular (re-introducir) la experimentación y esa clase de “investigación” orientada a los alumnos descrita por Luthuli (1996) y otros. En un **enfoque de tipo de investigación**, se introduce tempranamente a los alumnos en el arte de proponer problemas y se les dan suficientes oportunidades para explorar, conjeturar, refutar, reformular y explicar”.

Subraya además que los softwares de geometría dinámica estimulan en gran medida esta clase de pensamiento ya que no solamente constituye un medio poderoso para verificar conjeturas verdaderas, sino también es en extremo útil para construir contraejemplos de conjeturas falsas. *Cognición y computación: el caso de la geometría y la visualización*. Luis Moreno Armella. Seminario Nacional Calculadoras y computadoras en Educación Matemática. Panamá. (<http://www.eduteca.org>).

Este autor, refiriéndose a la geometría y los modelos computacionales señala que a su juicio si bien el impacto de las computadoras y las calculadoras en la práctica cotidianas no ha sido tan fuerte, el **impacto epistemológico** ha sido mayor de lo que se esperaba. Esto, apunta, se debe al proceso de reificación de los objetos matemáticos y a las relaciones entre ellos que los estudiantes pueden activar en los entornos interactivos computacionales. Este nuevo *realismo matemático* hace indispensable la extensión de la *transposición didáctica* a los contextos computacionales dando lugar a una *transposición informática*.

Destaca igualmente que mediante este trabajo, donde se potencia la visualización a través de las representaciones externas, se puede entender un problema medular del aprendizaje y

de la enseñanza de las matemáticas: *La validación de los enunciados matemáticos. Capacitación docente para la aplicación de las tecnologías de la información en el aula de geometría*. Herminia Azinian. Universidad de Buenos Aires.

En este trabajo se destaca que los programas de geometría dinámica tienen como elementos distintivos su **carácter holístico** pues permiten ver una situación en forma global, visualizando configuraciones con relaciones entre diversos elementos y el dinamismo a partir de que permite animar las configuraciones y observar los cambios. Se plantea además que la prueba, más que por su función tradicional de verificación, es percibida como útil y necesaria por los alumnos como actividad explicativa de la evidencia experimental.

Como se puede apreciar, estos autores antes referidos de una manera u otra destacan las potencialidades que tienen las nuevas posiciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el cambio sustancial en la forma de dirigir el proceso de su enseñanza y su aprendizaje, y los cambios sustanciales en el papel de alumnos y docentes en dicho proceso.

De igual modo se destaca el papel renovador que esta nueva forma impacta fundamentalmente al desarrollo del pensamiento reflexivo de los alumnos, a las potencialidades de la visualización en la formación significativa de conceptos y de relaciones entre ellos, al cambio sustancial en cuanto a la verificación tradicional de las propiedades geométricas hacia una actividad explicativa de la evidencia experimental que es mucho más útil y significativa para los alumnos.

Por último se asumen posiciones también en cuanto a la necesidad de capacitar a los docentes para el empleo de la tecnología en estos nuevos caminos que están tomando la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

En este trabajo se comparten esas posiciones que en cierta medida fundamentan la necesidad de ir conformando una didáctica que satisfaga las nuevas exigencias en la enseñanza de la matemática en la escuela, desde los niveles inferiores, en la que el papel de la tecnología juegue un papel esencial. Investigaciones sobre la concepción dinámica del tratamiento de la geometría en la escuela primaria cubana.

En nuestro país, los desarrollos obtenidos en el orden didáctico acerca de la introducción de la geometría dinámica en la escuela de educación general básica y media son fundamentalmente el resultado de los trabajos realizados por Rizo, C. y Campistrous, L. Estos investigadores han trabajado en una concepción sobre el uso de la tecnología en la enseñanza de la geometría con un enfoque dinámico desde el primer grado de la escuela primaria.

Los referidos autores, acerca de las ventajas de la geometría dinámica destacan que permite aprovechar plenamente las **estrategias heurísticas**, en especial la estrategia de “**mover la**

figura” la cual resulta muy difícil de aplicar en la solución de problemas geométricos si no se dispone de medios adecuados para ello⁷.

De igual modo analizan el **potencial del empleo de las estrategias heurísticas** para la elaboración de los conceptos y las relaciones geométricas a través del planteo de **situaciones de aprendizaje** que representen problemas para los alumnos⁸.

2.5- La Geometría Dinámica como base del enfoque dinámico

La geometría dinámica surge con la tecnología en un ambiente computacional a partir de la construcción de softwares diseñados para aprender geometría.

El término “geometría dinámica” fue introducido por Nick Jackin y Steve Rasmussen⁹. A partir de ese momento se empezó a generalizar el uso de ese término pero sin precisar de qué se trataba, o sea si era una nueva geometría o un nuevo enfoque para su tratamiento en la escuela. En general, en estas primeras etapas este término estuvo ligado a los nuevos software y sobre esa línea se movieron las investigaciones y publicaciones.

Los programas de geometría dinámica tienen su origen en la creación del software Cabri-géomètre cuyo nombre responde a un anagrama de “Charier de Brouillon Interactive”, es decir “Cuaderno de Dibujo Interactivo”. “Cabri es una herramienta basada en la metáfora del dibujo en papel con regla y compás, pues la mayor parte de las construcciones básicas se pueden hacer de la misma manera como se harían con una regla y un compás reales, salvando las diferencias entre estos instrumentos y la pantalla de un ordenador con sus menús y un ratón”.¹⁰

Este uso para las construcciones fue bastante generalizado, por ejemplo, Goldenberg y Cuoco refiriéndose a los programas de geometría dinámica, plantean que los mismos permiten a los usuarios, después de haber hecho una construcción, mover ciertos elementos

⁷ Rizo Cabrera, Celia R. y Luis Campistrous (2003). Geometría dinámica en la escuela, mito o realidad? Ponencia Primer Congreso de aplicaciones tecnológicas en la Didáctica de las Ciencias y la Matemática. Instituto Nacional Tecnológico de Santo Domingo. República Dominicana.

⁸ Rizo Cabrera, Celia y Luis A. Campistrous (2006). Elementos de una didáctica para el tratamiento de las situaciones de aprendizaje en el empleo de la tecnología en la escuela. Resumen de la XX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa realizada en Cuba en Julio del 2006, y en proceso de edición en la Revista UNO. Competencias Matemáticas..Editorial Grao. Barcelona. España.

⁹ Goldenberg E. P. y Cuoco A. A.(1.998): What is Dynamic Geometry?En Lehrer y Chazan D. (Edtrs) Designing Learning Environments for Developing of Geometry and Space. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah.

¹⁰ Gutierrez, Angel. Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos. Módulo optativo del Plan de Estudios de Maestro. Curso 2005-06. Universidad de Valencia. Departamento de Matemática.

arrastrándolos libremente y observando cómo otros elementos responden dinámicamente al alterar las condiciones.¹¹

El surgimiento de este software educativo data desde 1985, cuando Jean Marie Laborde (francés) propone la creación del borrador de un libro de Geometría que permitiera la exploración de las propiedades e interrelaciones de los cuerpos geométricos. La propuesta inicial hecha por Laborde a la compañía Apple fue: *Especificación y realización de un prototipo con un ambiente que sirva de ayuda a la enseñanza de la Geometría*. Como investigación fue llevada a cabo inicialmente a través de dos proyectos uno por estudiantes y otro como proyecto de doctorado por Frank Bellemain.

Para lograr este empeño Laborde reunió en Grenoble, ciudad francesa, a investigadores computistas, matemáticos didácticos, matemáticos especialistas en inteligencia artificial, psicólogos y maestros en un proyecto de IMAG, lo que realza el carácter interdisciplinario de este producto.

En 1987 este programa fue presentado por primera vez a los estudiantes. La compañía Apple le otorgó el año siguiente un trofeo nacional de educación y así se colocó en el mercado educativo francés con el apoyo del Ministerio de Educación de ese país, y a partir de entonces se generalizó su uso en muchos países.

Estos programas de geometría dinámica tuvieron como objetivo principal la simulación de la geometría euclídea que están presentes en casi todos los currículos de diferentes países.

Al respecto Villiers, M (1996) *en Algunos desarrollos en enseñanza de la geometría*, declara: “El desarrollo del software de geometría dinámica en los últimos años constituye ciertamente el desarrollo más excitante en geometría desde Euclides. Además de reavivar interés en algunas investigaciones básicas en geometría, ha revitalizado la enseñanza de la geometría en muchos países donde la geometría euclidiana estaba en peligro de ser arrojada a la caneca de la historia”.¹²

El desarrollo de estos software educativos han devenido un sistema conocido como SGD (Software de Geometría Dinámica), entre los que se pueden nombrar el Cabri-Géomètre, Géomètre's Sketchpad, The Geometry Inventor, The Geometric Supposer, Cinderella (1999) los cuales se han diseñado y difundido internacionalmente con el propósito de emplearse como recursos útiles para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

“La principal característica de los programas de SGD (Software Geometría Dinámica) es su dinamismo. Poseen la característica de mantener las propiedades matemáticas de una figura cuando, con la ayuda de ratón se desplazan sobre la pantalla los objetos (puntos, rectas,

¹¹ Jackiw, N. (1997). *El Geómetra, la geometría dinámica para el siglo XXI*. Ver. 3.1. Berkeley, CA: Key Curriculum Press. Software.

¹² de Villiers, Michael (1996). *En Algunos desarrollos en enseñanza de la geometría (3) La lettre de la preuve*, Novembre-Décembre 1999.

etc). Así, es posible recorrer de manera instantánea una infinitud de posiciones y configuraciones diferentes de una figura geométrica, logrando una visión dinámica de esa figura mucho más rica, interesante y atractiva que la obtenida en el contexto tradicional de de la pizarra o el papel".¹³

En este trabajo se asumirán las posiciones de Rizo y Campistrous (2006) en cuanto a que:

- Uno de los campos más notorios para la aplicación de la tecnología en la escuela, aunque no el único, es la geometría. En la actualidad, un enfoque de la geometría susceptible de ser trabajado con recursos tecnológicos lo es la denominada **geometría dinámica**, concebida esta como un enfoque de la Geometría, es decir, no es una Geometría en el sentido de propiedades invariantes a un grupo de transformaciones.
- En el anterior enfoque, los objetos geométricos elementales se desplazan respecto a otros objetos con lo que la integridad de las figuras, así como su forma y otras propiedades puede afectarse. En esta forma de enseñar y aprender la geometría interesa la variación de propiedades al desplazarse los objetos y no sólo las propiedades invariantes.
- Desde el punto de vista didáctico la geometría dinámica contribuye a potenciar el desarrollo del pensamiento matemático fundamentalmente el pensamiento reflexivo a partir de las posibilidades del empleo de métodos que promuevan la actividad productiva de los alumnos, especialmente los procedimientos heurísticos y del empleo de medios que potencien las actividades dirigidas al desarrollo de los procesos de visualización, considerando la introducción del trabajo con los recursos tecnológicos.

De este modo consideramos que la instrumentación didáctica de este nuevo enfoque pasa a ser un problema importante para la planificación y desarrollo de la actividad pedagógica en Cuba, especialmente en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, y que de algún modo también va a impactar otras áreas de la enseñanza de la matemática como ya se ha estado produciendo con el empleo de la calculadora desde los primeros grados de la escuela primaria.¹⁴

2.6- El enfoque dinámico de tratamiento de la geometría y el aprendizaje de la geometría en los escolares

El desarrollo del pensamiento matemático ha sido estudiado desde distintos puntos de vista. De esas investigaciones en los últimos cinco años en Cuba, se han derivado resultados teóricos en los que se ofrece una Concepción General para el tratamiento de la geometría

¹³ Gutierrez, Angel. (2005) Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos. Módulo optativo del Plan de Estudios de Maestro. Curso 2005-06. Universidad de Valencia. Departamento de Matemática. P. 2

¹⁴ Rizo Cabrera, Celia y Luis A. Campistrous (2002). La calculadora en la escuela primaria, ¿Amiga o enemiga? Revista UNO. Competencias Matemáticas. No. 29. Editorial Grao. Barcelona. España.

dinámica en la educación primaria, marcando de esta forma un viraje en la manera de concebir la enseñanza y el aprendizaje de este complejo de materia.

En esta dirección es que se enmarca este trabajo de tesis, en el cual se entenderá por enfoque dinámico de la geometría a la postura o manera de concebir la enseñanza de este contenido desde el supuesto de que las figuras pueden adquirir la cualidad del dinamismo a partir del movimiento de sus puntos o lados manteniendo alguno de ellos fijos, lo cual origina transformaciones en las mismas.

Un cambio de visión del tratamiento de la geometría de forma estática, como tradicionalmente se ha venido haciendo, a una en la que las figuras adquieran dinamismo y no sólo puedan moverse en el plano o unas sobre otras, sino que se trasformen ellas mismas a partir del movimiento de sus puntos o lados, implica un cambio en el trabajo de los maestros y los alumnos. Este trabajo, orientado fundamentalmente a lograr una mayor activación en el aprendizaje a través de los recursos tecnológicos actuales o de medios que simulen las acciones que pueden realizarse con ellos en función de estos fines, debe propiciar una participación más activa y productiva en los procesos de búsqueda, en la solución de problemas, el planteo de conjeturas y la comprobación experimental, todo lo cual tiene una gran incidencia en el desarrollo de un pensamiento reflexivo, crítico, valorativo y con mayores posibilidades del trabajo con conceptos, relaciones y procedimientos propios de esta área de la matemática que tiene una estructura lógica muy fuerte.

Este enfoque de tratamiento de la geometría permite a los alumnos explorar relaciones geométricas de manera dinámica propiciando ver cambios en las figuras geométricas a medida que las van manipulando, además les permite cometer ciertos errores, los cuáles en alguna medida contribuyen a la toma de conciencia de la forma en que se razona para lograr alcanzar una meta, en este caso la comprensión de los conceptos geométricos y de las propiedades de las figuras.

Así por ejemplo, desde primer grado los alumnos podrán formar diferentes figuras geométricas y reconocerlas en el medio aún cuando no sea éste un conocimiento formalizado a partir de la definición de sus conceptos. De la misma manera, podrán “descubrir” algunas propiedades, y lo que resulta más interesante, algunos se acercarán a generalizaciones sobre las características de las figuras y algunas propiedades de las mismas.

En síntesis, esta forma de trabajo ofrece algunas ventajas para tratamiento de la geometría todas las cuales favorecen el desarrollo del pensamiento. Entre ellas:

- Permite a los alumnos **formarse conceptos mucho más generales** acerca de las figuras geométricas y comprender de una forma más completa sus propiedades a partir del trabajo con varios ejemplos.

- Permite **aprovechar plenamente una de las estrategias heurísticas** en la solución de problemas que resulta muy difícil de desarrollar con los medios convencionales: la de “mover la figura” (mover en ella misma).
- Se propicia igualmente **el empleo de las estrategias heurísticas** de “considerar casos particulares”, “considerar casos límite”, “medir y comparar”, así como la “búsqueda de relaciones y dependencias” en las cuales al darle movilidad a las figuras se hacen visibles de una manera muy natural, lo cual contribuye al análisis de lo que ocurre al hacer variaciones, determinar qué varía y que se mantiene y qué dependencia hay entre los elementos analizados formándose una idea de cual puede ser la solución del problema.
- Permite **fixar las propiedades básicas esenciales** de las figuras porque para moverla y garantizar que siga siendo lo que es, dígame por ejemplo un cuadrado, un rombo, un trapecio, un polígono en general, hay que saber que se puede mover y cómo se puede mover.
- **Potencia el desarrollo de la vista geométrica** no solo en lo referido a la percepción de la figura y sus propiedades sino a la percepción de su invariancia al moverlas.
- **La visualización** se manifiesta más como proceso a partir de poder dar movilidad a las figuras. Este proceso propicia a partir de la manipulación y la observación y el análisis llegar a conclusiones, poder hacer conjeturas sobre lo que se observa, analizar qué pasa si se cambian las condiciones y sentir la necesidad de probar los resultados así obtenidos. Esto da un cambio en el aprendizaje de la geometría en la que los alumnos puedan de alguna manera sentir que “descubren” las propiedades, sus relaciones y encuentran vías para solucionar problemas.

Es importante también cuanto ganan los alumnos al poder visualizar el comportamiento de las propiedades de las figuras en un mismo espacio de tiempo para la comprensión de cómo se cumplen las relaciones para cualquier tipo de figuras, aunque nunca ve todas, y no solo para las que él ha podido representar en una situación dada.

- **Permite** no solo considerar los resultados en el aprendizaje sino en los procesos involucrados como **la observación, la reflexión, corrección y prueba**.
- Posibilita, en poco tiempo, **trabajar con una multiplicidad de casos** que sería imposible presentar con la forma clásica de trabajo de la geometría en la escuela y que el da **mayor nivel de generalidad** al pensamiento de los escolares. Esta posibilidad de presentar varios casos y llegar a generalizaciones empleando menos tiempo y esfuerzos permite por un emplearse más a fondo en tareas y problemas interesantes en los cuales se pongan en juego los conocimientos adquiridos estableciendo las relaciones entre ellos.
- **Propicia la incorporación de la tecnología al proceso de enseñanza- aprendizaje** a través de software diseñados para aprender geometría, ya sean programas o aplicaciones

y de medios que simulan tanto las acciones que puedan realizarse con ellos como todas las que posibiliten dotar de dinamismo a las figuras.

- Contribuye de manera importante **al desarrollo de la imaginación espacial**. Las transformaciones en las figuras pueden ser vistas en su configuración. Se puede apreciar en ese movimiento cómo unas figuras pueden dar origen a otras y determinar qué es lo esencial o distintivo en cada una, qué conservan para seguir siendo lo que son y en que varía para convertirse en otras.

2.7- Caracterización del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria en Cuba en el currículo vigente

Para lograr una caracterización de la concepción actual del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria se realizó un análisis teórico y metodológico de los resultados presentados por Rizo Cabrera, C. (1985) en su tesis doctoral y de los Programas y Orientaciones Metodológicas de cada grado de la Educación Primaria, lo que permitió precisar los elementos que en este orden han servido de antecedentes a la conformación de la concepción que se presenta en esta trabajo (Ver anexos 1, 2, 3 y 4.)

En la concepción actual para la fundamentación matemática del tratamiento de la geometría en la enseñanza primaria se tuvo en cuenta la relación entre tres vías. Una, que considera la estructura métrica del plano o del espacio axiomatizando el *concepto de congruencia de segmentos y ángulos* (Hilbert), otra que asume como fundamental (no definido) el *concepto de movimiento* (Pieri siguiendo a Peano) y la última, que parte del *concepto de distancia entre dos puntos* (Kagan).

Desde el punto de vista matemático estas vías son equivalentes para la construcción métrica del plano o del espacio, pues escogiendo una cualquiera de ellas es posible obtener las otras dos y demostrar todas las propiedades del plano o del espacio. Sin embargo, por razones metodológicas, y teniendo en cuenta fundamentalmente la edad y el desarrollo de los niños, ésta construcción no se concibe en la educación primaria siguiendo un único camino, sino que se combinan, haciendo una adecuación didáctica que propicie la comprensión del contenido por parte de los niños y con ello el desarrollo de habilidades y hábitos de trabajo propios de éste complejo de materia.

Esta concepción tiene como características fundamentalmente las siguientes:

- Se introduce desde primer grado de forma intuitiva el concepto de **longitud** que es **equivalente** al de “**distancia entre dos puntos**”. Este concepto de longitud se asocia a la medición de segmentos, procedimiento que se utiliza después para comprobar de forma experimental la igualdad de segmentos. De esta manera los conceptos de congruencia y longitud se relacionan mutuamente desde el principio y se utilizan indistintamente las

denominaciones de **igualdad** (en el sentido geométrico) y **congruencia** para la propiedad de las figuras que **superpuestas coinciden**.

- Para la elaboración de los conceptos de figuras y cuerpos geométricos se parte del conocimiento que los alumnos poseen sobre ellas y su reconocimiento en objetos del medio con los que ellos se relacionan y que tienen formas similares.
- Las propiedades de estas figuras y cuerpos se sugiere obtenerlas paulatinamente por vía intuitiva- operativa en la medida que se estudien los conceptos de punto, recta, segmento, ángulo, entre otras y las relaciones entre estos conceptos. Básicamente este trabajo se concibe realizarlo a través de representaciones y con el empleo de medios auxiliares.
- Se sugiere ampliar gradualmente el número de figuras que se presentan inicialmente y al final del cuarto grado completarlas y sistematizarlas así como sus propiedades fundamentales obtenidas experimentalmente.
- Las actividades como: dibujo, modelado, manipulación, composición y descomposición, están concebidas para que los alumnos puedan percibir por vía experimental las formas de las figuras y cuerpos geométricos estudiados y las puede reconocer tanto en el medio ambiente como en modelos o en situaciones más complejas.
- Se conciben actividades para desarrollar habilidades en el dibujo, en la realización de trazados sencillos con instrumentos y en las mediciones.
- Las tareas y actividades están diseñadas con el objetivo de que los alumnos los puedan desarrollar sus capacidades de observación, imaginación, comparación, y expresión oral, la capacidad de “ver” los conceptos geométricos en diferentes situaciones, así como la “movilidad” del pensamiento.
- El tratamiento de este complejo de materia en 5to grado constituye una transición entre el tratamiento intuitivo–operativo que se hace en el primer ciclo y el deductivo que se inicia en 6to grado.
- En el último grado se alcanza determinado grado de formalización en el contenido, se presentan los teoremas y se inician los procedimientos de búsqueda de ideas de las demostraciones.

Los conceptos geométricos y sus denominaciones inicialmente se introducen por una vía intuitiva y perceptual, siguiendo un proceso de análisis y síntesis en el cual las propiedades de las figuras y los cuerpos se van completando a partir de la introducción paulatina ellas. Se parte del conocimiento sensorial, perceptual que tienen los alumnos sobre las figuras y los cuerpos, sin el apoyo de propiedades y se obtiene un concepto primario de ellos con alguna de sus propiedades características. En la medida que se introducen las distintas relaciones (igualdad geométrica, paralelismo, perpendicularidad) se van precisando las propiedades de cada figura y las relaciones existentes entre ellas. Este trabajo se realiza

siguiendo los pasos del proceso de abstracción por las vías inductiva y deductiva, según la naturaleza del concepto y el nivel de conocimiento de los alumnos.

El trabajo con las habilidades geométricas está concebido de manera que comiencen a formarse desde que se elaboran los primeros conceptos y se continúan desarrollando durante todos los grados de la enseñanza primaria. Estas son:

- Habilidades de reconocimiento (en objetos del medio, a través de modelos, a través de un concepto y a través de figuras incluidas)
- Habilidades de trazado (en papel cuadriculado, con plantillas, con instrumentos de trazado)
- Habilidades de modelación (formación de figuras mediante recorte y trazado, desarrollo y composición de modelos, modelación con plastilina)

De igual manera se concibe la formación y desarrollo de las capacidades como:

- Capacidades para percibir, imaginarse, y representar mental y gráficamente figuras y cuerpos, así como las relaciones entre ellas.
- Capacidades lógico-verbales.

Como síntesis del análisis realizado sobre la concepción actual de la enseñanza de la geometría se obtienen los siguientes criterios.

En esta concepción se distinguen como elementos esenciales:

- La consideración del movimiento como concepto geométrico para la fundamentación de la propiedad de igualdad geométrica o “igualdad por superposición”, la cual se emplea para la elaboración de las propiedades de las figuras.
- El trabajo intuitivo-operativo y experimental en el trabajo con los objetos geométricos.
- El énfasis en el desarrollo de actividades dirigidas al desarrollo de la visualización.
- La consideración de la “movilidad” como una forma de pensamiento a desarrollar a partir de las actividades sobre todo de reconocimiento de figuras incluidas.
- Propuesta de tareas encaminadas al desarrollo de las habilidades de reconocimiento.
- Consideración del tratamiento de la geometría por etapas: una **intuitiva** y otra **racional**, atendiendo a los momentos del desarrollo.

La **etapa intuitiva** se caracteriza por:

- Estudio intuitivo operativo de los conceptos y relaciones geométricas elementales, a partir de los objetos del medio y modelos, sobre una base concreta sensorial y algunos elementos racionales del pensamiento (análisis, síntesis y primeras generalizaciones).

- La construcción se basa en la idea intuitiva de la igualdad geométrica o congruencia de figuras por superposición (transporte de una sobre otra).
- No se incluir inferencias del orden lógico formal de la matemática, aunque sí procedimientos lógicos asociados a conceptos y juicios, incluso razonamientos, pero con argumentos basados en su experiencia práctico concreta.
- Propiciar que todo lo que aprenden los alumnos lo utilicen de nuevo en la práctica para identificar las figuras y sus propiedades en objetos del medio.

La **etapa racional** se caracteriza por:

- Estudio racional de los conceptos y relaciones geométricas elementales, incluyendo el inicio de la deducción matemática.
- La construcción se basa en los movimientos como vía para justificar la igualdad por superposición.
- Concebir el trabajo con un mayor nivel de abstracción y generalización, tomando como base las relaciones que se dan en el mundo material y en modelos que lo representan, y después regresar a la práctica con las aplicaciones de lo aprendido.
- Incluir inferencias de la matemática formal y procedimientos lógicos asociados a conceptos, juicios y razonamientos, con un nivel más elevado del pensamiento.

En esta concepción se considera la movilidad en el sentido de “mover una figura sobre otra” para demostrar la igualdad geométrica o la congruencia de ellas o de los elementos geométricos que las componen. De igual manera para reconocer figuras incluidas, y argumentar propiedades de los movimientos.

Desde los primeros grados se concibe una serie de actividades que tributan al sentido de “movilidad” en la dirección antes planteada. Así por ejemplo se sugieren actividades de orientación en el espacio a partir de la descripción de relaciones entre objetos del medio y de representación de estos movimientos o relaciones en el papel cuadriculado, todo esto como condiciones previas para el trazado de figuras. El trabajo con el papel cuadriculado en todos los grados tiene un lugar muy importante en esta concepción tanto para las actividades de trazado como para la descripción por parte de los alumnos del procedimiento seguido y la argumentación de las propiedades.

Están diseñadas además actividades de composición y descomposición así como de trazado de figuras utilizando plantillas y los instrumentos de trazado teniendo en cuenta las etapas de trabajo y los momentos del desarrollo.

No obstante a que esta manera de enfocar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría supera las formas más clásicas que asumían una construcción formal desde los primeros grados, aún no resuelve algunas limitaciones en su tratamiento relacionadas

fundamentalmente con las posibilidades de desarrollar en los escolares la “vista geométrica”, así como de establecer relaciones, plantear conjeturas, experimentar, probar, y sentir la necesidad de realizar demostraciones en dependencia del nivel de conocimiento y el desarrollo alcanzado por los escolares, a partir de la dirección del proceso por parte del maestro.

Por otro lado, la propia naturaleza del contenido geométrico dificulta la visualización de algunas propiedades y relaciones que se deben establecer para su mejor comprensión, dadas también por las limitaciones de los medios que han prevalecido hasta casi finales del siglo pasado que no posibilitan ver a las figuras en movimiento, sino de una manera estática. Esto ha traído como consecuencia una limitación en cuanto al tratamiento de las figuras y de sus propiedades características así como, en ocasiones, ha estado limitado el trabajo con las construcciones geométricas para las cuales se necesita un profundo conocimiento de esta área del saber o simplemente que no pueden ser representados con los medios convencionales.

Producto de estas limitantes, entre otras posibles causas, se observa todavía un déficit en el aprendizaje de este complejo de materia. Hasta estos momentos con esta forma de trabajo se ha logrado desarrollar algunas habilidades de trazado y de reconocimiento de figuras a partir de sus propiedades y de figuras incluidas, aspectos que se han comprobado en las diferentes evaluaciones realizadas en los últimos años, sin embargo subsisten dificultades en la comprensión de los conceptos y sobre todo en la posibilidad de establecer relaciones entre ellos.

Evidencias empíricas dan fe de la existencia actual en nuestra práctica educativa de un grupo de dificultades que perduran en el aprendizaje de la geometría, particularmente de los contenidos expresados en los programas escolares, que van desde el reconocimiento de figuras y cuerpos y sus propiedades hasta la aplicación de estos conocimientos a la solución de problemas.

2.8- Estado del aprendizaje de la geometría con la aplicación del programa vigente en la educación primaria en Cuba

El análisis que se presenta a continuación expone los resultados de la constatación realizada sobre el estado del aprendizaje de algunos conocimientos geométricos. El diagnóstico del aprendizaje se realizó a una muestra de 484 niños de segundo, cuarto y sexto grados (seleccionados por grupos completos) en seis escuelas del municipio Centro Habana de Ciudad de la Habana.

Los objetivos y contenidos geométricos evaluados se corresponden con los que se han concebido en los Programas de Matemática vigentes para cada grado.

En la constatación aplicada se tomaron de entre los objetivos expresados en los Programas los relacionados con el desarrollo alcanzado por los alumnos en cuanto a:

- Reconocimiento de figuras y cuerpos por percepción visual a partir de su denominación.
- Reconocimiento de figuras y cuerpos a partir de sus propiedades.
- Reconocimiento de figuras incluidas unas en otras.
- Establecimiento de relaciones tomando como base las propiedades de las figuras.

Las pruebas aplicadas a los alumnos aparecen en los anexos 5, 6 y 7 de este trabajo.

Los resultados más significativos se muestran a continuación.

De un total 2157 posibles respuestas correctas de 27 preguntas distribuidas entre las pruebas de **segundo, cuarto y sexto grado**, se obtuvieron sólo 846 respuestas correctas, lo que representa un 39,2%, significa que sólo se respondieron correctamente un aproximado de 2 de cada 5 preguntas del total de las correspondientes a las pruebas aplicadas en los tres grados. Es significativo el hecho de que en la medida que avanzan los grados los porcentajes de respuestas correctas disminuyen, es así que, en cuarto grado se disminuye aproximadamente en un 24% en relación con segundo que obtuvo un 65,3% de respuestas correctas y sexto grado disminuye en aproximadamente un 29% en relación con segundo aunque muestra un ligero ascenso en relación con cuarto grado en un 5%.

Las mayores dificultades en general se constataron en la identificación de los conceptos, específicamente en el reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas y de las relaciones entre ellas, así como en la solución de problemas en los que se requería la aplicación de dichas propiedades.

En **segundo grado** se aprecian las mayores dificultades en el **reconocimiento del rectángulo** cuando entre las figuras dadas aparece un paralelogramo, en este caso es significativo que el 66%, es decir más de 3 por cada 5 alumnos de los examinados identificó al paralelogramo como un rectángulo. Esta situación no se da con el reconocimiento del cuadrado, en un ejercicio donde se dan sus propiedades fue identificado por el 73,4% de los alumnos. De igual manera un poco más de 3 de cada 5 alumnos de los examinados (62,6%) pudieron identificar en una ilustración donde se presentan figuras incluidas la que más se repite, en este caso el triángulo, en esta pregunta no sólo era necesario identificar las que aparecen sino la condición de que esté más representada.

Una pregunta en la cual debían identificar a la vez cuántos triángulos y cuadrados hay en una figura sólo el 16,8% pudo identificar correctamente cuántos habían de cada figura, el resto señalaron unos u otros. En este ejercicio era interesante no sólo reconocer las figuras sino darse cuenta que eran dos tipos diferentes.

En **cuarto grado** se apreciaron dificultades en el **reconocimiento de las propiedades del rectángulo** asociadas a los conceptos de paralelo y perpendicular. En una pregunta donde los alumnos deben reconocer qué lados de un rectángulo son paralelos o perpendiculares a partir de reconocer si son opuestos o consecutivos, casi el 20% de la muestra no la respondió y un poco menos de esa cantidad confunde la relación de paralelismo con perpendicularidad.

En el caso del **reconocimiento de cuerpos** es significativo que un poco más de la tercera parte de los alumnos examinados (37,5%) identificaron como opción correcta la denominación de una figura plana, aún cuando en el enunciado se dice “dicho cuerpo es”, se refieren al cuadrado por el cubo.

En las preguntas donde se evalúa el **reconocimiento de figuras incluidas** más de la mitad de los alumnos examinados alrededor de un 52% señalan sólo las figuras que se “ven” directamente, por percepción visual, lo que hace pensar que no han desarrollado esta capacidad ni los procedimientos para identificar las figuras incluidas.

Las preguntas que muestran más bajos resultados son aquellas en las que se requiere de **establecer relaciones entre los datos a partir del reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas**. En una pregunta donde se pedía las longitudes del largo y del ancho de un terreno de forma rectangular conocida la longitud en metros de una cerca que lo cercaba, sólo un 16% de la muestra contestó acertadamente, es decir aproximadamente sólo 1 de cada 6 alumnos de los examinados muestran conocer las propiedades del rectángulo y poder aplicar estos conocimientos a la solución de un problema.

Mucho más significativo resultan los resultados de las preguntas en las que los alumnos deben **desarrollar y mostrar alguna vía o estrategia de solución para un problema**. En este caso sólo 3 de 152 alumnos contestaron correctamente la pregunta, aproximadamente un 6% de los examinados muestran un procedimiento parcial correcto y un 69% aproximadamente, es decir, casi 4 de cada 5 alumnos resuelven incorrectamente el problema mostrando procedimientos erróneos e inconsistentes, de igual manera casi la cuarta parte (23%) dejó en blanco la respuesta lo cual puede indicar que no tienen ni ideas acerca del contenido de la misma.

En **sexto grado** las preguntas que más bajo resultados muestran son las referidas al **reconocimiento de ángulos formados entre dos rectas que se cortan entre sí y entre rectas cortadas por secantes**. En una pregunta donde se debía seleccionar la afirmación verdadera acerca de la relación entre ángulos alternos formados entre paralelas sólo un 18,6% de la muestra la pudo identificar correctamente. En el reconocimiento de ángulos opuestos por el vértice también se aprecian dificultades, el 32,1% de la muestra los reconoce incorrectamente.

Por otro lado en un ejercicio donde se dan las longitudes de los lados y las amplitudes de los ángulos para **identificar las propiedades de los triángulos isósceles**, algunos alumnos

se dejan llevar por lo que perceptualmente parece cumplir estas propiedades y no se orientan por los datos, aunque aproximadamente la tercera parte de la muestra (60,9%) contestó correctamente la pregunta.

De igual manera se aprecian dificultades en el reconocimiento de las **relaciones entre las amplitudes de dos ángulos complementarios**. En un ejercicio donde se da la amplitud de uno de los ángulos para calcular la amplitud de su complementario casi la mitad de los alumnos (48,8%) selecciona la opción de la amplitud del ángulo que hace la suma 180° , lo cual indica que aplican irreflexivamente la propiedad más conocida acerca de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Otra dificultad se centra en el **reconocimiento de cuerpos**. Esta pregunta en la que se presentan cuerpos en los cuáles algunos tienen superficies curvas y otros no y se debe reconocer al cubo es significativo que aproximadamente la quinta parte de los alumnos examinados selecciona al cilindro, quizá porque la referencia que tengan sea la de su homónimo: objeto cubo.

Se aprecian también dificultades en la comprensión del **significado de los conceptos área y perímetro de figuras planas** a partir del cálculo de los mismos por conteo de cuadraditos unidad y el establecimiento de relaciones de comparación. En el caso de las preguntas referidas al cálculo del perímetro los alumnos cuentan los cuadrados enteros y no las longitudes de todos los lados y viceversa, en los ejercicios de cálculo de área algunos alumnos cuentan las longitudes de los lados y no los cuadrados unidad.

Una de las razones que puede explicar porqué no se logra un buen desempeño de los alumnos con de la geometría es que no logren desarrollar la *visualización* como un prerrequisito para el éxito en el aprendizaje de este contenido. Puede ser porque, aunque así no está concebido en el currículo actual, se les introduzca de manera prematura en la geometría formal sin permitirles una suficiente exploración experimental de las propiedades y no se haga una introducción gradual de la terminología formal apropiada.

Entre otros problemas pudiera citarse que, generalmente, cuando se elaboran los conceptos sobre las figuras geométricas y sus propiedades no se presente la suficiente cantidad de casos que propicie una adecuada formación de los procesos de generalización. Otro elemento que puede ser considerado es que las figuras se representen habitualmente en una posición estándar lo que trae como consecuencia que si se cambia dicha posición los alumnos no las reconozcan o no reconozcan la invarianza de sus propiedades.

Por otro lado, en la práctica resulta muy difícil para el maestro aunque se lo proponga, poder presentar toda la variedad de casos o de ejemplos para elaborar y fijar un concepto, en ocasiones porque para ello se requiere de conocimientos y habilidades que no poseen los alumnos en el grado, o porque los medios de que se dispone no son adecuados para hacerlo. Esto hace que por un lado no se logren los niveles de generalización necesarios sobre las figuras y sus propiedades, y por otro que se desaproveche la oportunidad para desarrollar

verdaderas actividades de búsquedas, planteo de conjeturas y comprobación experimental para la determinación de las relaciones.

Un elemento que permitió hipotetizar sobre las causas de las dificultades en el aprendizaje de la geometría por parte de los alumnos fue la opinión que tienen maestros y directivos sobre el proceso que en este sentido se desarrolla en la escuela. La información sobre el tratamiento de los contenidos geométricos se obtuvo de las opiniones brindadas por maestros y directivos a través de los cuestionarios (Ver anexos 8 y 9.)

En total se encuestaron 43 maestros de los cuales 14 poseen menos de 10 años de experiencia, 18 entre 10 y 20 años, y 11 tienen más de 20 años de experiencia docente.

La mayor parte de la muestra de maestros (65,1%) se encuentra cursando estudios de Licenciatura y el 34,8% son Licenciados.

El 74,4% de los encuestados refiere poseer conocimientos sobre la concepción actual de tratamiento de la geometría en la Educación Primaria, y de estos menos de la mitad sólo en el ciclo donde se desempeñan como docentes. Es significativo que un 25,5%, es decir, 1 de cada 4 maestros de los encuestados manifiesten que no dominan la concepción de trabajo con este contenido. Esta situación se corrobora con las respuestas dadas a la preguntas 9 y 15. En la primera en la cual se pedía nombrar al menos dos elementos que caractericen la concepción sólo 3 encuestados dieron dar respuestas acertadas, 25 se refirieron a contenidos y 12 no la contestaron. En la segunda casi un 35% de los encuestados considera como verdadera una proposición acerca de un aspecto esencial de la concepción de trabajo, siendo esta falsa.

Resulta significativo además que el 37,2% de los maestros encuestados se autoevalúan entre los niveles bajo y muy bajo en cuanto a la preparación que poseen para tratar el contenido geométrico. De igual manera el 74,4% sitúa entre los niveles medio y muy bajo el gusto que siente por el trabajo con este complejo de materia.

La totalidad de los docentes opina que planifica e imparte siempre las clases en las que se trata el contenido geométrico. En cuanto a las actividades que se realizan en estas clases, los maestros refieren realizar con más frecuencia las de reconocimiento, trazado y construcción de figuras, no así las de reconocimiento de propiedades y solución de problemas.

Sobre el empleo de los métodos para el tratamiento del contenido resulta significativo que el 66,9% de la muestra (casi 3 de cada 5 maestros encuestados) seleccionan aquellos que tienden a promover la actividad reproductiva de los alumnos (Demostración, Ilustración, Exposición y Ejemplificación) por encima de los que promueven la actividad productiva (Conversación Heurística, Exposición Problémica, Discusión, Preguntas y respuesta, Trabajo Independiente).

Sobre los medios de enseñanza para el tratamiento del contenido geométrico se obtuvo la siguiente información:

El 81,3% de la muestra manifiesta poseer y utilizar con relativa frecuencia medios como: la regla, el cartabón el semicírculo y el compás y sólo el 19% refiere poseer y utilizar medios y materiales como: papel cuadriculado y de calcar, varillas, escuadra, plastilina, plantillas y modelos de cuerpos geométricos. El 83,7% de los maestros expresan poseer y utilizar con más frecuencia el Libro de texto y el Cuaderno de Trabajo.

En relación con el conocimiento y empleo de los softwares, sólo aproximadamente un 28% de los encuestados refiere conocer y utilizar los que pueden ser utilizados para abordar estos contenidos y están a disposición en las escuelas. El resto no los conoce. Sobre el geoplano, sólo cuatro maestros manifiestan conocerlo pero no lo utilizan en las clases.

Una encuesta similar se aplicó a 14 directivos de Ciudad de la Habana, entre los que se encuentran 6 directores, 2 jefes de ciclo, 3 metodólogos y 3 subdirectores, de los cuales 3 tienen menos de 20 años de experiencia, 5 hasta 30 años y 6 entre 30 y 40. Todos son Licenciados.

Acerca del conocimiento que poseen sobre la concepción de trabajo con el contenido geométrico el 57,1% de los encuestados refiere tener conocimientos de todos los grados y el resto sólo de uno de los dos ciclos.

Acerca de la preparación de los docentes para dar tratamiento a los contenidos geométricos el 71,4% de los directivos encuestados la valoran entre bajo y muy bajo, así mismo consideran entre medio y bajo el gusto de los docentes por el trabajo con este complejo de materia, cuestión que se aprecia en sintonía con lo planteado por los docentes.

A diferencia de los docentes encuestados, los cuales refieren impartir siempre las clases donde se tratan los contenidos geométricos, el 71,4% de los directivos que informaron al respecto tienen la percepción de que no se imparten con esa regularidad.

Resulta significativo que, teniendo en cuenta las opiniones anteriores sólo el 42, 8% reconozca abordar siempre la preparación de los maestros en este sentido en las actividades metodológicas.

En cuanto a los métodos utilizados en las clases aproximadamente el 41% de los directivos encuestados opina que prevalecen los métodos que promueven la actividad reproductiva sobre los que promuevan la productiva. Sólo una cuarta parte aprecia el empleo de alguno de estos últimos.

Sobre las actividades que se realizan en las clases donde se trata el contenido geométrico, los directivos consideran que las menos realizadas son las de trazado y construcción en contradicción con la opinión de los docentes en este sentido.

En relación con el empleo de los medios y materiales que sirven de soporte al tratamiento del contenido se aprecia una coincidencia con las opiniones de los maestros pues los directivos aprecian en su totalidad que los estos privilegian el uso del Libro de texto y los Cuadernos de trabajo, utilizan con mucha frecuencia la regla y el cartabón y con menos frecuencia el compás y el semicírculo. De la misma refieren que los maestros no poseen materiales como: papel cuadriculado y de calar, plastilina, modelos de cuerpos, varillas, escuadras y plantillas.

Es significativo que sólo ocho de los directivos reconozca conocer algún software que propicie el trabajo con el contenido geométrico y que lo haya empleado alguna vez en la preparación metodológica de los docentes.

En cuanto al geoplano sólo dos directivos refieren tener alguna información sobre el mismo, pero no haberlo utilizado nunca.

A manera de conclusión y a partir del estudio teórico realizado en este capítulo acerca del desarrollo y la evolución de la enseñanza de la geometría a lo largo de la historia y en el contexto en que se desarrolla esta investigación se ha podido determinar como una tendencia actual para el tratamiento de este contenido, un enfoque al que se ha denominado dinámico que tiene su base en el surgimiento de la geometría dinámica y en el empleo de nuevas tecnologías.

Se puede concluir además como parte del estado actual del objeto de investigación que existen dificultades tanto en el aprendizaje como en la enseñanza de los contenidos geométricos. Estas dificultades en el aprendizaje se centran fundamentalmente en la comprensión del significado de los conceptos geométricos, el reconocimiento de las propiedades, el establecimiento de las relaciones entre ellas y la aplicación a situaciones prácticas. En la enseñanza puede decirse que se centran en lo fundamental en una todavía inadecuada comprensión de la concepción de trabajo con el contenido geométrico, así como en el empleo de métodos y medios que favorezcan una actividad más productiva de los alumnos, incluyendo las nuevas tecnologías.

Por lo que es necesario pensar en una concepción de trabajo con el contenido geométrico para la escuela de educación básica cubana la cual, a partir de la existente se proponga perfeccionar los procedimientos de trabajo de los alumnos en post de una actividad mucho más productiva que incluya la preparación para el uso de nuevas tecnologías desde edades tempranas.

3- Concepción didáctica. fundamentos teóricos. exigencias y componentes

La Concepción Didáctica que se presenta producto de esta investigación tiene sus antecedentes en la concepción vigente del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria y en los presupuestos teóricos y metodológicos acerca de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje bajo una concepción desarrolladora.

Se entiende en esta tesis por *concepción* al conjunto de ideas generales que orientan hacia la comprensión de un proceso completo, y por *Concepción Didáctica* las ideas generales que se tienen acerca de las relaciones que se establecen entre las categorías del proceso de enseñanza aprendizaje para el tratamiento de un contenido de enseñanza sobre la base de una teoría de aprendizaje. Es por ello que la misma se considera una **concepción didáctica** pues concibe una nueva forma dirigir el **proceso de enseñanza aprendizaje, categorías esenciales de la didáctica**, en la cual todos los componentes de dicho proceso están considerados, especialmente las categorías **método** y **medio de enseñanza**. Estas categorías forman una unidad dialéctica y la concepción comprende el diseño de las nuevas relaciones que se establecen entre dichas categorías (objetivos, contenidos, métodos, medios de enseñanza y formas de organización de la enseñanza) en el tratamiento de la geometría en la educación primaria cubana.

La propuesta de concepción que se hace en este trabajo se basa en los postulados del enfoque histórico cultural, adaptados a las posturas teóricas asumidas por la autora de este trabajo y ampliados a partir de las características específicas del problema que dio origen a la investigación. Dicha propuesta se estructura teniendo en cuenta:

- Los fundamentos teóricos
- Las exigencias para su desarrollo
- Los componentes didácticos generales
- Los elementos didácticos específicos para su implementación

Se destaca especialmente el tratamiento de los contenidos geométricos con un **enfoque dinámico, la función heurística y desarrolladora del sistema de medios y de métodos** y se explican las relaciones entre todas las categorías haciendo énfasis en los contenidos, los métodos, los medios, las formas de organización y la evaluación por el significado que estas cobran a partir de la posibilidad de introducción de un sistema de medios que facilita la comprensión del contenido geométrico a través de un enfoque dinámico de la geometría con el empleo de métodos y procedimientos heurísticos.

3.1- Fundamentos Teóricos

3.1.1- Fundamentos psicopedagógicos

Este trabajo se basa en el materialismo dialéctico e histórico en su interpretación específica para la educación. En este contexto, el proceso de asimilación del contenido de la enseñanza está sujeto a los principios metodológicos fundamentales de la pedagogía y la didáctica marxista leninista que se basan en leyes generales entre las que se encuentra, en primer lugar, la **Teoría del Conocimiento** que considera al conocimiento como el reflejo en el cerebro del hombre de la realidad objetiva, así todo conocimiento tiene su origen en el mundo objetivo que rodea al hombre y que es independiente de él. Este proceso fue descrito brevemente por Lenin cuando expresó: “De la observación viva al pensamiento abstracto y de éste a la práctica, ese es el camino dialéctico de la verdad, del conocimiento de la realidad objetiva”.¹⁵

La vía del conocimiento, según la teoría del conocimiento del materialismo dialéctico, antes referida, **comienza en la práctica y culmina en la práctica**, en condiciones cualitativamente superiores, después que ha sido enriquecida por un proceso de elaboración intelectual del hombre. Este regreso de nuevo a la práctica constituye, además, el único criterio de verdad.

Desde el **punto de vista psicológico** se asumen los fundamentos del enfoque Histórico-Cultural, en el que a partir de la teoría del conocimiento antes expresada, se reconoce el papel de lo social y la interiorización del aprendizaje sin desconocer su carácter personal, subjetivo, único e intransferible y en la teoría de la actividad.

La teoría desarrollada por L.S. Vigotsky acerca del condicionamiento histórico social de la psiquis humana destaca que su estructura y desarrollo puede entenderse sólo en relación con el análisis del medio social. De lo que puede inferirse que en un sentido filogenético las funciones psíquicas cambian, se transforman en los distintos períodos de la historia de la sociedad. Este proceso de transformación según el propio autor se da a través y como resultado del proceso de mediatización del hombre con los instrumentos creados por él mismo sobre la base del trabajo como son: el habla, los signos matemáticos, los recursos mnemotécnicos, y yendo un poco más hacia estos tiempos podrían agregarse también los medios que han surgido del trabajo del hombre en el contexto tecnológico actual.

L. S. Vigotsky concluyó, además, como resultado de sus investigaciones, que el desarrollo psicológico está determinado por una secuencia de transformaciones cualitativas, relacionadas con cambios en el empleo de herramientas psicológicas. Estas transformaciones cualitativas producen cambios en las formas de mediación, propiciando que los sujetos realicen operaciones cada vez más complejas con los objetos. En esta

¹⁵ Rizo Cabrera, C y L. Campistrous (2003). Artículo Sobre la estructura didáctica y metodología de las clases. ICCP. La Habana. Cuba. En soporte digital.

concepción la actividad y la comunicación juegan un papel esencial en el proceso de socialización en general y en especial en el aprendizaje.

Estas ideas son muy importantes desde el punto de vista psicopedagógico para explicar y comprender cómo se produce en los niños la formación de conceptos, actividad fundamental de aprendizaje de las asignaturas escolares y para poder organizar de forma racional y efectiva la actividad cognoscitiva de los escolares tomando en consideración el desarrollo y evolución de las formas de mediación.

Sobre el tratamiento de los conceptos en la escuela el mismo autor refiere “que la enseñanza directa de los conceptos es imposible y estéril. Un maestro que haga esto generalmente no logra más que un verbalismo hueco, una repetición de palabras por el niño, que simulan el conocimiento de los conceptos correspondientes pero que en realidad sólo encubren un vacío”. Esta afirmación confirma la importancia del empleo de métodos y medios de enseñanza que potencien un aprendizaje más activo y significativo para el alumno, de manera que se garantice la solidez en el aprendizaje de los conceptos para su aplicación consecuente a la solución de problemas y a la comprensión del mundo.

Un fundamento importante para el aprendizaje lo constituye la categoría la Zona de Desarrollo Próximo planteada por Vigotsky para fundamentar la relación entre el aprendizaje y el desarrollo, entendida esta como “El espacio de interacción entre los sujetos que como parte del desarrollo de una actividad, le permite al maestro operar con lo potencial en el alumno, en el plano de acciones externas, sociales, de comunicación, que se convierten en las condiciones mediadoras culturalmente que favorecen el paso de las acciones internas individuales(paso de lo intersíquico a un nivel intrapsíquico)” (Rico, 2003).

Desde esta posición se entiende entonces la asimilación de los conocimientos y en general el aprendizaje como un proceso en el cual las acciones externas modeladas en ese plano devienen acciones internas a través de la actividad y la comunicación “cada individuo hará suya esa cultura pero lo hará en un proceso activo, aprendiendo de forma gradual acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, de pensar...” (Rico, 2003).

En tal sentido Vigotsky considera que “Con ayuda, todo niño puede hacer más de lo que puede por sí solo, aunque sólo dentro de los límites establecidos por su estado de desarrollo”. Reconoce el papel fundamental que desempeñan la imitación y la instrucción en el desarrollo infantil enfatizando que éstas “descubren las cualidades específicamente humanas de la mente y conducen al niño a nuevos niveles de desarrollo”.

A partir de este análisis pueden resumirse como esenciales para esta investigación las siguientes consideraciones psicológicas sobre el aprendizaje escolar:

- El proceso de aprendizaje es en última instancia un proceso esencialmente social donde juega un papel importante la orientación de los adultos y la interrelación con los otros niños.
- La elaboración de conceptos es un acto de pensamiento complejo.
- En el proceso de aprendizaje se dan los procesos de interiorización del conocimiento del plano externo al interno y este ocurre por etapas en las cuales hay que considerar el paso de lo interpsicológico a lo intrapsicológico del sujeto que aprende.
- A través la actividad y la comunicación se producen los procesos de interiorización y socialización del conocimiento.

Desde el **punto de vista pedagógico** se asumen las posiciones actuales acerca del aprendizaje desarrollador. Entender el aprendizaje desde esta perspectiva supone concebir la actividad de apropiación de los contenidos de la enseñanza en contextos donde el maestro juegue un papel fundamental como guía y mediador en la selección y orientación de las actividades y donde éstas propicien la interacción tanto entre el maestro y los alumnos como entre los alumnos mismos. Así mismo, conlleva a considerar la enseñanza como guía del desarrollo.

En consecuencia con lo antes planteado se asumen como fundamento del proceso de enseñanza-aprendizaje, en particular del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, los principios que sustentan al Modelo de Educación Primaria Cubana actual.

Los principios son los siguientes:

- Del diagnóstico integral de la preparación del alumno para las exigencias del proceso de enseñanza- aprendizaje, nivel de logros y potencialidades en el contenido del aprendizaje, desarrollo intelectual y afectivo valorativo.
- De la estructuración del proceso de enseñanza- aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento para el alumno, teniendo en cuenta las acciones a realizar donde están los momentos de orientación, ejecución y control de la actividad y los medios de enseñanza que favorezcan la actividad independiente y la búsqueda de información.
- De la concepción de un sistema de actividades para la búsqueda y exploración del conocimiento por el alumno, desde posiciones reflexivas, que estimulen propiciar el desarrollo del pensamiento y la independencia del escolar.
- De la orientación hacia el objeto de la actividad de estudio, de la necesidad de aprender y del entrenamiento en cómo hacerlo.
- De la estimulación hacia la formación de conceptos, el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento y el alcance del nivel teórico, en la medida en que se produce la apropiación de los conocimientos y se eleva la capacidad de resolver problemas.

- Del desarrollo de formas de actividad y de comunicación colectiva, que favorezcan el desarrollo intelectual, logrando la adecuada interacción entre lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje, así como la adquisición de estrategias de aprendizaje por el alumno.
- De la atención a las diferencias individuales en el desarrollo de los escolares en el tránsito del nivel logrado hacia el que se aspira.
- De la vinculación del contenido de aprendizaje con la práctica social y la valoración por el alumno en el plano educativo y los procesos de formación cultural general. (Dra. Rico Montero, Dra. Edith Miriam Santos)

Por la especificidad del trabajo con el sistema de medios que se proponen en esta concepción y el papel que juegan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría para la interiorización de los contenidos a través de la visualización se considera además el principio: *Del carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto* (G. Labarrere y G. Valdivia, 1988).

3.1.2- Fundamentos didácticos

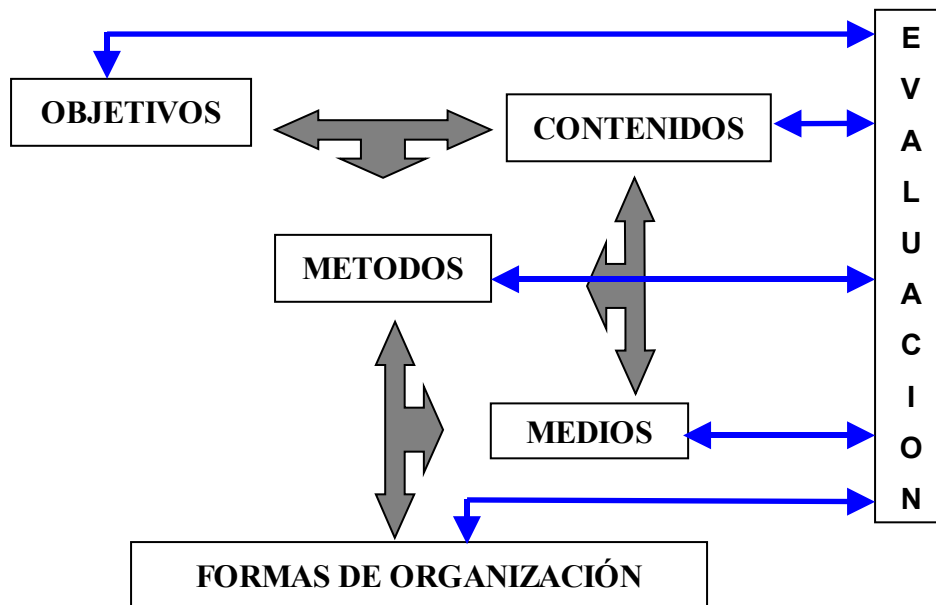
Desde el punto de vista didáctico se asume el carácter sistémico de las categorías didácticas del proceso de enseñanza aprendizaje en función del fin de la Educación Primaria en Cuba referido a *“la formación integral de la personalidad de los escolares fomentando desde los primeros grados la interiorización de conocimientos y orientaciones valorativas que se reflejen gradualmente en sus sentimientos, formas de pensar y comportamiento, acorde con el sistema de valores e ideales de la sociedad cubana”*.¹⁶

Las categorías del proceso de enseñanza aprendizaje consideradas en este trabajo son los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas de organización y la evaluación.

El proceso de enseñanza aprendizaje se caracteriza por la relación dialéctica entre esas categorías, y aunque hasta el momento se asume una categoría rectora o principal que es el **objetivo**, las restantes no tienen un carácter pasivo pues de ellas parten impulsos retroactivos que enriquecen la determinación y el cumplimiento de los objetivos de la educación. Las relaciones que existen entre ellas se ilustran en el cuadro siguiente.¹⁷

¹⁶ Rico, Pilar, Et al. 1999. Modelo Proyectivo de Escuela Primaria. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP). Ministerio de Educación de la República de Cuba.

¹⁷ Rizo Cabrera, C. y L. Campistrous (2003). Resumen realizado para el examen de la Especialidad (Pedagogía). Intercambio Académico Universidad Autónoma de Santo Domingo. Agosto-Octubre 2003. En soporte magnético.



La tríada **objetivo**, **contenido** y **método** se puede considerar la más importante del proceso de enseñanza aprendizaje y la más conocida históricamente. Como antes se dijo, desde la teoría pedagógica actual, los **objetivos** se consideran la **categoría rectora**, que determina todas las demás, no obstante se reconoce también que cualquiera de las otras dos puede influir considerablemente en los objetivos y producir transformaciones en los mismos a partir de las características específicas que asuman en un momento concreto del desarrollo del proceso. Por ejemplo, los **métodos**, en un momento dado, pueden determinar los objetivos, y también el contenido. Digamos que un maestro (escuela o nivel educacional) decida considerar la enseñanza problémica como una vía metodológica en su actividad. Un cambio en esa dirección exige que el sistema de actividades previstos para una asignatura (**contenido**) se modifique en función de esta nueva forma de trabajo. De igual modo, los **objetivos** deben ser también ajustados a esta nueva situación pues, entre otras modificaciones, las exigencias para el desempeño intelectual de los alumnos se elevan con respecto a otras formas metódicas no productivas y esto tiene que ser contemplado en los mismos.

En la tríada **contenido**, **métodos** y **medios**, de igual modo se relacionan sus componentes entre sí, tal como se explicó con la tríada anterior. Aquí aparecen como nuevos **los medios de enseñanza**. Esta categoría siempre ha sido de gran importancia, pero en los últimos tiempos, **con el desarrollo que ha alcanzado la tecnología y su implementación escolar**,

ha pasado a ocupar un lugar privilegiado y ya hay investigadores que la consideran integrada a la tríada anterior, pudiendo ser la categoría rectora del proceso.¹⁸

No de menos importancia es la tríada **métodos, medios y formas de organización**. La importancia actual de las formas de organización está directamente relacionada con la concepción del desarrollo de la personalidad desde un enfoque histórico cultural ¹⁹ donde las formas de organización de la enseñanza, desde el punto de vista de su estructura didáctica y metodológica y desde el punto de vista de la organización de los alumnos dentro de la clase, juegan un papel esencial. En realidad, la tríada objetivo, contenido y método se concreta mediante las formas de organización de la enseñanza.

Por último, no por ser menos importante, **la evaluación** penetra todas las restantes categorías y éstas a su vez la determinan a ella.

3.1.3- La dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico

Este enfoque de trabajo didáctico permite en particular hacer la introducción de la tecnología, en este caso el empleo de calculadoras, supercalculadoras y computadoras en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, pues con un software adecuado existe la posibilidad de mover las figuras, es decir, variarlas de modo que adquieren **dinamismo**, aunque esta concepción de trabajo no centra su atención en softwares específicos sino en un **sistema de medios que permitan crear condiciones previas** para el trabajo con las nuevas tecnologías en el contexto de tratamiento de la Geometría en la educación primaria, de manera que estos potencien la participación activa de los estudiantes en la obtención de los conocimientos geométricos y la preparación para el empleo de los citados softwares en grados y niveles posteriores.

Esto marca diferencias esenciales en el tratamiento de los contenidos geométricos pues durante siglos, la enseñanza de la Geometría fundamentalmente consistió en la repetición de cadenas deductivas que “demostraban” teoremas sin que los estudiantes supiesen por qué lo demostraban ni cuál era el origen de esa afirmación que “supuestamente” habían demostrado. En particular, con esta concepción se **pone en primer plano el empleo de los**

¹⁸ El Dr. Pastor Torres Lima (Vicerrector de del Instituto Superior Pedagógico de la provincia de Villa Clara), en su trabajo de tesis doctoral, defendió que al introducir la computación en la enseñanza de la Matemática se deben producir cambios en las categorías principales del sistema didáctico: objetivos-contenidos-métodos y que, en este caso, la computadora como medio se integra al sistema didáctico con lo que resulta un sistema más complejo: **objetivos-contenidos-métodos-medios**. En este sistema las relaciones son mutuas ya que las categorías fundamentales, a su vez, actúan sobre la utilización de la computación modificando las formas y alcances de la misma.

¹⁹ Ver Algunos principios teóricos que sirven de base al perfeccionamiento de la escuela primaria actual en Hacia el Perfeccionamiento de la Escuela Primaria de Pilar Rico y otros. Editorial Pueblo y Educación. 2000. Ciudad de la Habana, Cuba. Páginas 1 a 5.

recursos heurísticos, especialmente el trabajo con los procedimientos heurísticos los cuales deben ser reconocidos por los alumnos y utilizados en los **procesos de búsqueda propios de este nuevo enfoque de trabajo con el contenido.**

Mediante el empleo de los recursos heurísticos se les plantea a los alumnos por parte del profesor, **preguntas, sugerencias e indicaciones a modo de impulsos** que facilitan la búsqueda o solución del problema planteado. Con éste método, la actividad del maestro consiste en conducir al alumno a la búsqueda del conocimiento objeto de estudio, estimular la reflexión, guiarlo para que indague, investigue y llegue a conclusiones para lo cual los impulsos que se plantea al estudiante deben ser elaborados con claridad e inteligencia (Albarrán, 2004)

Los procedimientos heurísticos “Constituyen recursos mentales de búsqueda que permiten orientarse y obtener la vía de solución durante el proceso de resolución de un problema matemático” (Torres, 2000). Se entiende en esta concepción “problema” en el sentido amplio, en este caso situaciones que ponen al alumno en una posición reflexiva y analítica sobre el contenido que se trata.

Dichos procedimientos se utilizan en los procesos de búsqueda y solución de tareas. Incluyen la utilización y elaboración de principios, reglas y estrategias heurísticas y contribuyen al adiestramiento del escolar en estas formas de trabajo.

Para la dirección del proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico se asumen en esta concepción como procedimientos heurísticos principios generales y específicos que se derivan de la clasificación ofrecida por Müller (1987), en este caso especialmente procedimientos de:

- Búsqueda de relaciones y dependencias.
- Analogía.
- Reducción.
- Medir, probar y comparar.
- Análisis de casos particulares y límites.
- Movilidad y
- Variación de condiciones.

Se reconoce en estos principios su carácter como procedimientos generales y se asume como procedimiento rector el de Movilidad el cual **consiste en dejar fijos algunos elementos y móviles otros, en el proceso de búsqueda de relaciones.**

Las actividades y tareas que se deriven de este enfoque de trabajo deben concretarse tomando como base los procedimientos anteriormente analizados en consecuencia con el

procedimiento considerado rector. Deben propiciar que los estudiantes sientan que han “encontrado” el conocimiento, en una actividad de búsqueda individual y colectiva donde se den los procesos de interiorización y socialización del mismo a través de la interacción con la tarea, los medios, el maestro y los demás estudiantes.

Con respecto a lo anterior, Rizo y Campistrous (2006) han planteado que un medio adecuado para trabajar en la escuela con este enfoque es el diseño de **situaciones de aprendizaje**. Las **situaciones de aprendizaje**, tal como se conciben en este trabajo, **son actividades de exploración para el alumno, que en el caso de la geometría se concretan en un sistema de tareas sobre figuras geométricas, que representan una situación lo suficientemente abierta para no inhibir la búsqueda por parte del mismo, y en la que es posible realizar transformaciones con el fin de explorar cómo cambian dichas figuras y sus propiedades y que les permite analizar el nuevo objeto de aprendizaje.**

Algunas propuestas de introducción de la tecnología al proceso de enseñanza aprendizaje defienden la idea de que estas actividades de exploración requieren incluso ambientes adecuados como los laboratorios, reduciendo desde este punto de vista el problema del método de obtención del conocimiento a una situación puramente ambiental o físico.²⁰

En esta concepción **el ambiente** que propicia la búsqueda, la experimentación y en general la actividad de aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico, se concibe a través de: **la forma en que se presentan las tareas, los medios que se utilizan, así como las formas de interacción de los sujetos en el proceso.**

Estas situaciones de aprendizaje tienen carácter de impulso. Como Impulso Didáctico se asume en este trabajo “El nivel de ayuda que de acuerdo al diagnóstico del desarrollo real de cada escolar, debe ser la que realmente él necesite, en el transcurso de la realización de una tarea con carácter de problema, con el propósito de mover su pensamiento hacia los contenidos que ya posee y que pueden ser útiles para vencer el obstáculo en el aprendizaje y activar su participación de manera independiente” (Albarrán, 2004).

Según la citada autora “Esta ayuda se traduce en indicaciones, exhortaciones, sugerencias que ofrece el maestro (u otro) y que como norma no debe estar dirigida a la vía de solución de la tarea dada sino a los recursos que el alumno necesita para encontrar dicha vía (o comprobarla), por ello cuando se da no debe contener el próximo paso a seguir para solucionar la tarea dada”.

En relación con lo antes planteado, Godino, Juan (2005) ha planteado con respecto a los recursos didácticos que: “En general, los recursos, tanto manipulativos como virtuales, son inertes en sí mismos. Para que desempeñen un papel en el aprendizaje es necesario **formular tareas que inciten la actividad y reflexión matemática.** Un análisis detallado de los conocimientos puestos en juego revela el papel esencial del profesor en los distintos

²⁰ Ibidem 10.

momentos del proceso de estudio para que la actividad no quede bloqueada por los conflictos de significados y los conocimientos adquieran el nivel de generalidad pretendido.

El grado de pertinencia de un recurso depende del uso que el profesor haga del mismo, y por tanto de los conocimientos didácticos específicos que tenga el profesor sobre su uso. El recurso puede ayudar a crear un contexto rico para apoyar el diálogo del profesor con los alumnos a propósito de unas tareas que son específicas, y que ponen en juego los conocimientos matemáticos pretendidos”.²¹

La introducción de las nuevas tecnologías ha tenido un impacto considerable en el ámbito educativo especialmente en el proceso de enseñanza aprendizaje. En este sentido, en la dirección de este proceso con un enfoque dinámico y en el cual los medios juegan un papel fundamental en la elaboración y fijación de los conocimientos, resulta necesario considerar además de la forma de su empleo, la forma en que se presentarán las tareas en dependencia de los objetivos, teniendo en cuenta los contenidos geométricos que se tratarán así como la forma en que interactuarán los maestros y los alumnos, y los alumnos entre sí durante la clase.

La comprensión acerca del papel que juegan los medios en el tratamiento del contenido con este enfoque en el que se resalta su empleo conlleva a asumir una posición ante el aprendizaje. La mayoría de los autores de artículos y trabajos de investigación consultados explican el fenómeno de la incorporación de las tecnologías al ámbito educativo desde un referente teórico basado en las teorías constructivistas donde se privilegia el aprendizaje por descubrimiento. En este sentido Solanilla, J (1996) considera que “El método por descubrimiento es el recomendado, donde el alumno explore sus conjeturas a través de preguntas orientadas hacia un concepto o relación específica y tenga la oportunidad de explorar patrones y no sólo memorizar fórmulas”.²²

Esta posición es compartida en esta investigación si esa actividad de “descubrimiento” en el proceso de enseñanza-aprendizaje es guiada por el maestro a partir de objetivos precisos y si ésta conduce siempre a la obtención de un conocimiento que pueda después utilizarse para resolver nuevos problemas de la práctica o la obtención de nuevos conocimientos.

En este sentido apunta J. Godino (2005) que... “es ingenuo pensar, como se supone en ciertas posiciones constructivistas sobre el aprendizaje, que el alumno aprende interactuando con los recursos y resolviendo problemas, sin tener en cuenta el papel tanto de las interacciones entre los estudiantes como el papel del profesor”. Añade que... “los recursos didácticos, sean manipulativos o virtuales, pueden ser el soporte para el

²¹ Godino, Juan D., et al.: *Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas*. Proyecto de Investigación “Edumat-Maestros”, Universidad de Granada, España, 2005.

²² Solanilla, J. et al.: *Aprendizajes de conceptos y principios matemáticos a través del ambiente de Programación y la computación simbólica*. En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de Profesores e Investigación Matemática, Puerto Rico, 1996.

planteamiento de problemas y situaciones didácticas que promuevan la actividad y reflexión matemática”. Este mismo autor reconoce que esta actividad y reflexión matemática no se logra sólo por el empleo de los medios, y en esta línea de análisis tiene en cuenta que los recursos didácticos o medios para la enseñanza y el aprendizaje por sí mismos no asegura los procesos de interiorización del conocimiento.

En relación con lo planteado en el párrafo anterior, en este trabajo se considera que el paso de lo externo a lo interno en el proceso de apropiación de los conocimientos se da mediado por los objetos y los sujetos que intervienen en el proceso. Los alumnos aprenden de la interacción con los medios resolviendo problemas pero en interacción con los maestros y los otros alumnos.

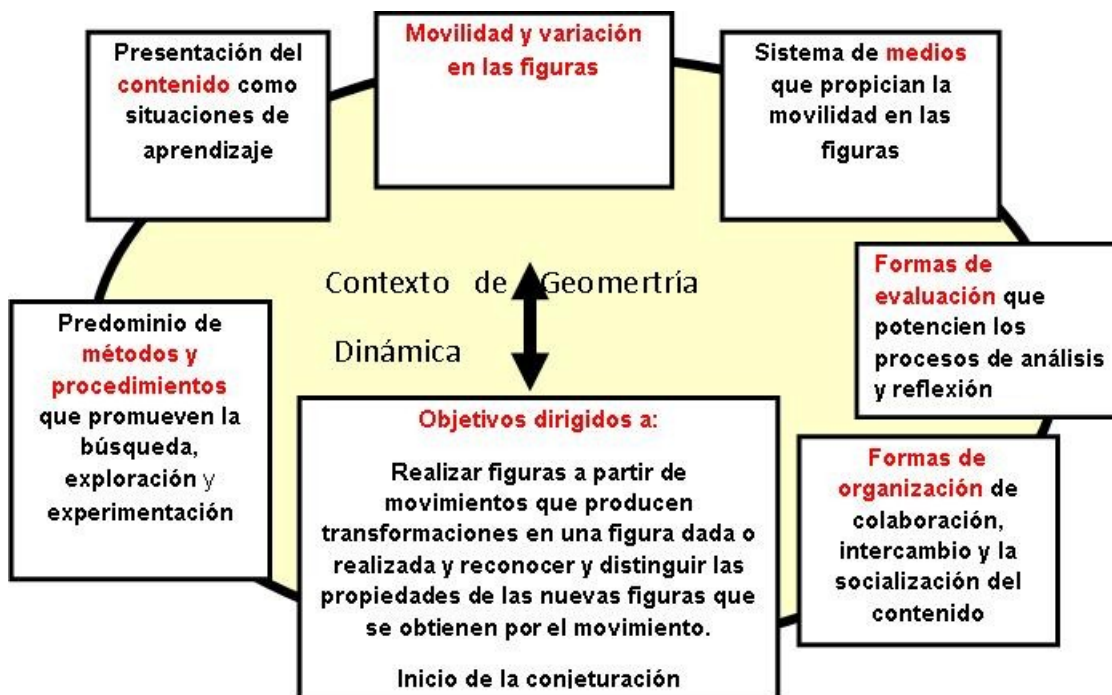
3.2- Exigencias de la Concepción Didáctica

Con esta concepción se debe:

1. **Mantener y reforzar todo el aparato conceptual, las habilidades y las capacidades** que se han concebido y que se han desarrollado con la concepción vigente.
2. **Preservar** con este nuevo enfoque **todos los medios previstos** para el tratamiento de los contenidos geométricos y las habilidades que con ellos se desarrollan según la concepción vigente.
3. Desarrollar en un **contexto de geometría dinámica** el tratamiento de los conceptos sobre las figuras y sus propiedades así como las actividades de fijación de manera que las figuras adquieran **dinamismo** y donde los alumnos *investiguen sobre un problema y descubran determinadas propiedades geométricas y sus relaciones*, a partir de la exploración, y la experimentación.
4. Lograr **que las actividades de exploración e investigación aporten** a la obtención de conocimientos y la sistematización de los mismos.
5. **Utilizar los métodos y procedimientos heurísticos** para el tratamiento de los contenidos geométricos. Considerar fundamentalmente la **movilidad** para la variación de las condiciones de las figuras, como aspecto esencial en el trabajo con la geometría con este enfoque.
6. Considerar **el empleo de los otros principios heurísticos** como la *generalización (a partir de casos particulares)*, *medir y comparar sistemáticamente*, *búsqueda de relaciones y dependencias*, *consideración de casos especiales y casos límite*, en el tratamiento de los diferentes conceptos que se tratan.
7. Promover el interés por el aprendizaje de la geometría, **manteniendo la motivación y elevando el nivel de complejidad** en la presentación de las actividades.

8. Lograr un **equilibrio entre la orientación y las actividades de búsqueda** de manera que no se pierdan las verdaderas posibilidades de experimentación.
9. Exigir **gradualmente la elevación de la actividad cognoscitiva** de los alumnos a través del tratamiento del contenido y la realización de tareas.
10. **Favorecer** a través de las tareas el **desarrollo del pensamiento lógico**, el trabajo con juicios y razonamientos asociados especialmente a conceptos y relaciones.
11. Atender al desarrollo de las **habilidades geométricas y las habilidades informáticas** necesarias para acceder al empleo de softwares para aprender geometría.
12. Considerar los **nuevos medios como un sistema integrado a su vez al sistema de medios ya establecidos** en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría.
13. Poner el sistema de medios en función de todas sus potencialidades para **favorecer la visualización a partir del enfoque dinámico**.
14. **Mantener el uso de cada medio introducido en una etapa anterior**, aún cuando se introduzcan otros que cumplan otras funciones en el proceso de aprendizaje de los contenidos geométricos.
15. Considerar la **función heurística y desarrolladora** del sistema de medios en el tratamiento de los conceptos geométricos.
16. Concebir el **trabajo con el sistema de medios y las actividades por etapas** en correspondencia con los momentos del desarrollo de los escolares.
17. Propiciar la **vinculación entre el contenido** geométrico y el resto de los contenidos matemáticos que se tratan como las magnitudes y el cálculo a través del trabajo con el sistema de medios y con las tareas.
18. Potenciar las **formas de trabajo colectivo y de colaboración** en la búsqueda del conocimiento, respetando las diferencias individuales de cada educando y sus ritmos de aprendizaje.
19. Desarrollar **tareas encaminadas al desarrollo de las capacidades** especialmente para caracterizar, definir, argumentar, demostrar, en correspondencia con las etapas de desarrollo de los escolares.
20. Propiciar un cambio en los modos de actuación de los maestros, logrando que puedan emplear **impulsos heurísticos y medios tecnológicos actuales** al tratar el contenido de manera que con acciones concretas pongan a los alumnos en situación activa de aprendizaje.
21. Lograr que los docentes entiendan los elementos esenciales de la concepción y comprendan cómo implementarla para que la puedan aplicar adecuadamente.

3.3- Componentes didácticos generales de la concepción



Concepción didáctica para el tratamiento de la geometría en el primer ciclo de la educación primaria

Con respecto a los **objetivos**. En esta concepción al elaborar los objetivos referidos al aprendizaje de la geometría con el empleo de procedimientos y medios que promuevan su aprendizaje con un enfoque dinámico es necesario considerar en cada etapa o momento del desarrollo cuál será la exigencia al empleo de los procedimientos, del sistema de medios y de las tareas en función de los contenidos se tratan.

En su **dimensión cognitiva** los objetivos deben orientar hacia el papel de la **movilidad** y la **visualización** como elementos esenciales del contenido para el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico así como el alcance de los niveles de generalización en la obtención de los conceptos geométricos en cada etapa o momento del desarrollo. En este caso se asume la **Movilidad** como un principio heurístico especial (Müller, s/f) que permite variar las condiciones en el ejercicio propiciando el trabajo con una multiplicidad de ejemplos con lo que se facilitan y enriquecen los procesos de elaboración de conceptos y el trabajo con los procedimientos. De igual modo se entenderá la **visualización** como un proceso en el que se integran aquellos mediante los cuales se obtienen conclusiones, a partir de la representación de los objetos y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones (Clemenst y Battista, 1992)

Hay que considerar los conocimientos precedentes que sobre las figuras, sus propiedades y relaciones poseen los escolares, así como el desarrollo de habilidades alcanzadas, para poder determinar las exigencias del tratamiento del contenido geométrico en cada grado y las posibilidades reales y potenciales que los alumnos tienen de poder obtener el conocimiento a partir del establecimiento de relaciones entre las propiedades como resultado del movimiento en las figuras y el cambio de condiciones en éstas haciendo uso de los medios previstos. En la precisión de los objetivos es esencial según esta concepción atender al principio de **proyección futura** (G. Labarrere) al considerar en el trabajo con el sistema de medios de enseñanza lo que éstos aportan en cada etapa al aprendizaje de la geometría, así como la contribución que hacen a la preparación de los alumnos para el empleo de software específicos para el aprendizaje de este contenido.

Las **dimensiones reflexivo reguladoras y afectivo motivacional de los objetivos** deben estar dirigidas a que los alumnos sientan placer por el aprendizaje de la geometría a través de las actividades que desarrollarán con los medios y con las tareas. Lo anterior debe posibilitar que pierdan el temor que en ocasiones genera el aprendizaje de estos contenidos por su carácter abstracto a partir de que se promueva la actividad práctica e intelectual y el paso de un aprendizaje intuitivo a un aprendizaje formal de la geometría, así como de comprender la utilidad que tiene lo que aprenden para la comprensión y solución de problemas relativos a su entorno, en correspondencia con el momento del desarrollo. Deben estar dirigidas, además, a la consideración del trabajo individual y colectivo tanto con los medios como con las tareas y al empleo de procedimientos de búsqueda activa del conocimiento donde esté presente la orientación, la ejecución y el control y una estructuración correcta de las funciones didácticas.

Para concluir, los objetivos deben precisar claramente la necesidad de que los alumnos desarrollen la flexibilidad y la movilidad del pensamiento como capacidades esenciales en el aprendizaje de la geometría.

El **contenido**” (...) *es la parte de la cultura y experiencia social que debe ser adquirida por los estudiantes y se encuentra en dependencia de los objetivos propuestos*” (F. Addines, el. at, 1998). Por contenido se entiende, como parte de esa cultura al sistema de conocimientos, habilidades y hábitos, relaciones con el mundo y experiencias de la actividad creadora.

En esta concepción se entiende por **contenido geométrico** los conocimientos sobre las figuras y los cuerpos geométricos y las relaciones que se pueden establecer entre ellos, así como los procedimientos, hábitos y habilidades que permiten operar con ese conocimiento.

Una idea esencial en el trabajo con el contenido es que las transformaciones que se deriven del movimiento en las figuras propicien siempre la obtención de un conocimiento geométrico y con ello su sistematización.

En particular en esta concepción se deben considerar los conocimientos sobre:

- Características de las figuras geométricas
- Propiedades de las figuras geométricas
- Relaciones entre las propiedades de las figuras
- Ideas sobre algunos teoremas y sobre las vías para sus demostraciones
- Algunas construcciones geométricas
- Ideas intuitivas sobre algunos movimientos del plano

Dentro de los hábitos y habilidades se deben considerar trazar, medir, superponer, comparar, probar, realizar construcciones y cálculos geométricos. y otras de mayor peso intelectual como definir, argumentar, conjeturar, demostrar.

Es necesario considerar también en esta concepción la inclusión de otras habilidades que son necesarias como condiciones previas para el empleo del sistema de medios y métodos propuestos los cuales propician el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico. Entre las que se encuentran (Rizo y Campistrous, 2002):

- Construir figuras (rectas, rectas paralelas perpendiculares, segmentos, ángulos, polígonos, circunferencias) a partir de puntos.
- Determinar puntos libres y variar las figuras a partir de ellos (habilidad rectora).
- Trazar puntos y figuras simétricas.
- Inscribir figuras en otras figuras dadas.

Estas habilidades deben formar parte del contenido del aprendizaje de la geometría desde las primeras edades en la Educación Primaria utilizando los medios adecuados para su correcto desarrollo.

Con esta concepción de trabajo se debe promover un aprendizaje desarrollador de la geometría desde un enfoque dinámico, se ha de poner a los alumnos en situación activa de aprendizaje donde se enfrenten continuamente a procesos de búsqueda, comprobación experimental y planteo de conjeturas, que posibiliten sus procesos de generalización de conceptos y de solución de problemas geométricos.

Una vía adecuada para trabajar en la escuela con este enfoque dinámico es el diseño de **situaciones de aprendizaje** antes referidas, mediante las cuales se pueden realizar transformaciones que les facilite identificar los diferentes casos que se pueden presentar ante una misma orden, así como formular hipótesis sobre el comportamiento de los elementos nuevos que pueden aparecer, en los casos que se están presentando, así como la presencia de nuevas relaciones entre dichos elementos. Dichas situaciones favorecen en los

alumnos las actividades de exploración y búsqueda de nuevas propiedades de las figuras dadas, convirtiéndose su proceso de aprendizaje en una actividad rica en experiencias personales, que deben ser socializadas en el grupo”. (C. Rizo, 2006)

Estas situaciones de aprendizaje deben adaptarse a las características de los alumnos y al tratamiento del contenido de la enseñanza en cada etapa del desarrollo. Una idea esencial en el trabajo con el contenido es **determinar qué saben los alumnos** como condiciones previas para desarrollar actividades de este tipo, **qué deben aprender** según el currículo y **que es posible que aprendan** a través del proceso de búsqueda y exploración.

En esta concepción se debe dar relevancia a la **movilidad** de las figuras, considerando todas las posibilidades de movimiento en la propia figura especialmente a partir de sus puntos, como el procedimiento que permitirá y guiará el análisis de las características esenciales o invariantes durante el proceso de elaboración de los conceptos geométricos y que tendrá su sostén en el empleo del sistema de medios. La movilidad permite de esta manera cambiar las condiciones de las figuras para el análisis de una suficiente cantidad de ejemplos propiciando una mayor generalización de las propiedades de las mismas.

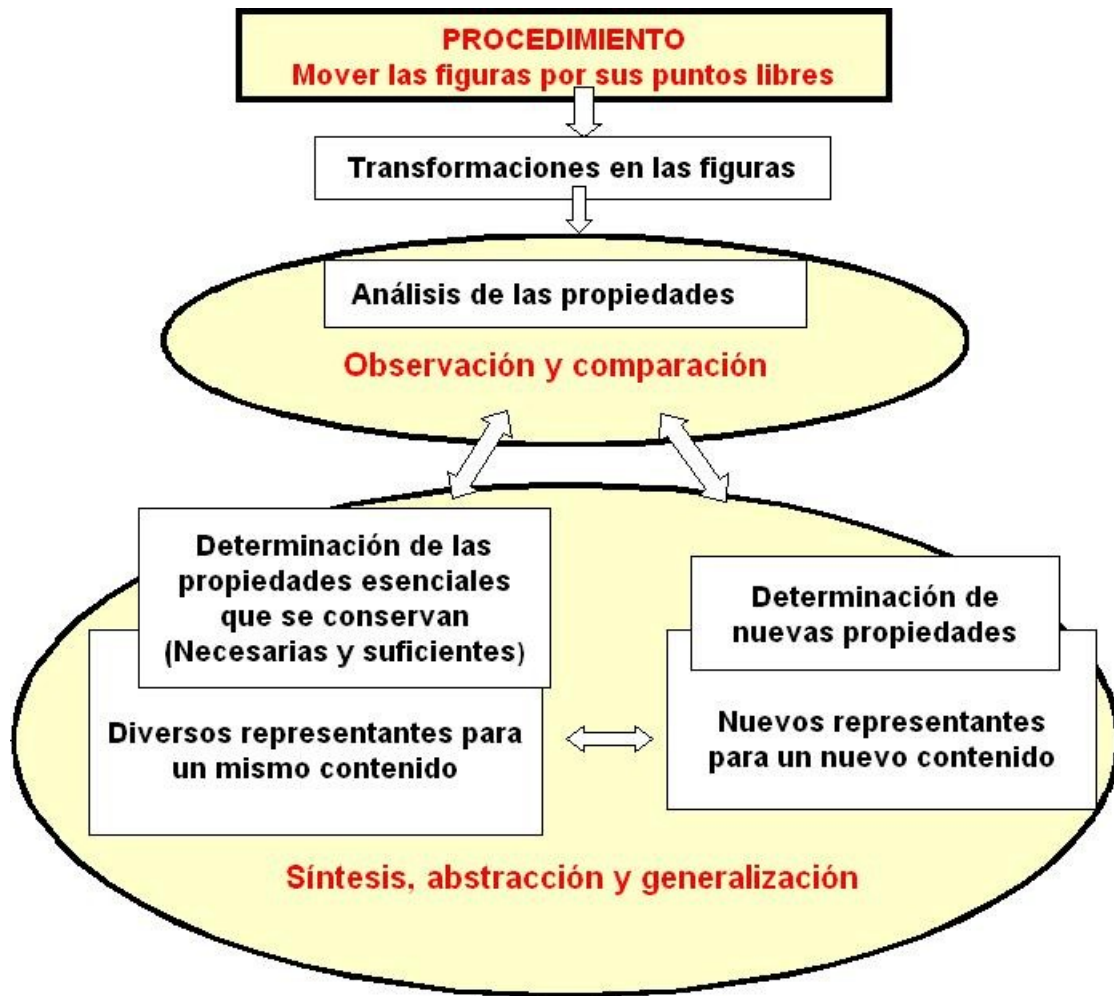
Bajo esta concepción se deben presentar las figuras en **dinamismo**, es decir, en movimiento y utilizar las potencialidades de cada medio del sistema para el logro de los fines propuestos, en este caso dirigidos a la obtención y análisis de las propiedades de las figuras y las relaciones entre ellas, así como al desarrollo de hábitos y habilidades generales y específicos del tratamiento de este contenido.

Estos procedimientos de trabajo deben devenir también en esta concepción contenido de aprendizaje de manera que puedan ser transferidos a la obtención de conceptos y la solución de problemas.

En esta concepción el **procedimiento de trabajo con el contenido geométrico** puede ilustrarse según el esquema que se presenta a continuación.

Los **métodos** se entienden como secuencia de actividades del profesor y de los alumnos dirigida a lograr los objetivos de la enseñanza (M. A. Danilov y M. N. Skatkin, 1981). Los métodos permiten revelar el camino lógico- metodológico que habrán de utilizar los alumnos para alcanzar las metas y aprender el contenido (M. Santos, 2004)

En esta propuesta se asume la utilización de métodos que promueven la actividad productiva de los alumnos sin desconocer la necesaria utilización de los métodos que promueven la actividad reproductiva como premisa para la utilización de los primeros. En este sentido se hace necesario destacar la utilización de **métodos y procedimientos heurísticos** que propicien la intervención directa de los alumnos en la *elaboración del conocimiento y reflejen la naturaleza interna del proceso del pensamiento mediante las tareas que ellos deben realizar* (M. Santos, 2004) así como el apoyo que brinda el sistema de medios de enseñanza propuestos para el logro de estos fines.



Desde una concepción desarrolladora del proceso de enseñanza-aprendizaje los métodos deben convertirse en:

“(...) herramientas indispensables en manos de los propios alumnos, en vínculo necesario y directo con la naturaleza y la sociedad que estudian, observando, analizando directamente los objetos y fenómenos; realizando experimentos y actividades demostrativas; investigando, solucionando y planteando suposiciones e hipótesis; orientándose en la búsqueda de lo esencial, de los nexos de esencia y de las relaciones causa- efecto en las fuentes que analizan y consultan, elaborando conclusiones, valorando y enjuiciando lo que aprenden (...)”. (Rico, et.al: 2004)

Desde esta perspectiva los métodos además de constituir vías para la obtención y fijación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades, hábitos y valores deben constituir parte del contenido de enseñanza y de aprendizaje.

Se debe retomar la idea de tener en cuenta tanto el aspecto **externo como interno** de los métodos. No basta con la determinación únicamente de las formas de interacción que se utilizarán entre el maestro y el alumno y entre los alumnos para la elaboración y fijación del contenido geométrico; resulta imprescindible profundizar en el aspecto interno del método de manera que estos en el proceso revelen las vías que permiten encontrar las propiedades de las figuras y las relaciones entre ellas así como procedimientos para la solución de problemas. En el aspecto interno del método se tendrá en cuenta las posibilidades que ofrece el sistema de medios propuestos para el trabajo heurístico en el aprendizaje de la geometría, en la búsqueda de los conocimientos y el desarrollo de habilidades y hábitos.

En esta concepción se considera al alumno participe activo en la búsqueda del conocimiento en interacción y colaboración con el maestro y con los otros alumnos.

Los métodos que se utilicen por parte del maestro para la dirección de la actividad cognoscitiva de los alumnos, en esta concepción, deben dirigirse no solo a la obtención de conocimientos y al desarrollo de habilidades matemáticas específicas sino a convertirlos en formas y procedimientos de trabajo para la obtención de otros conocimientos y la solución de problemas. Los métodos deben englobar tanto la experiencia intelectual como emocional del alumno.

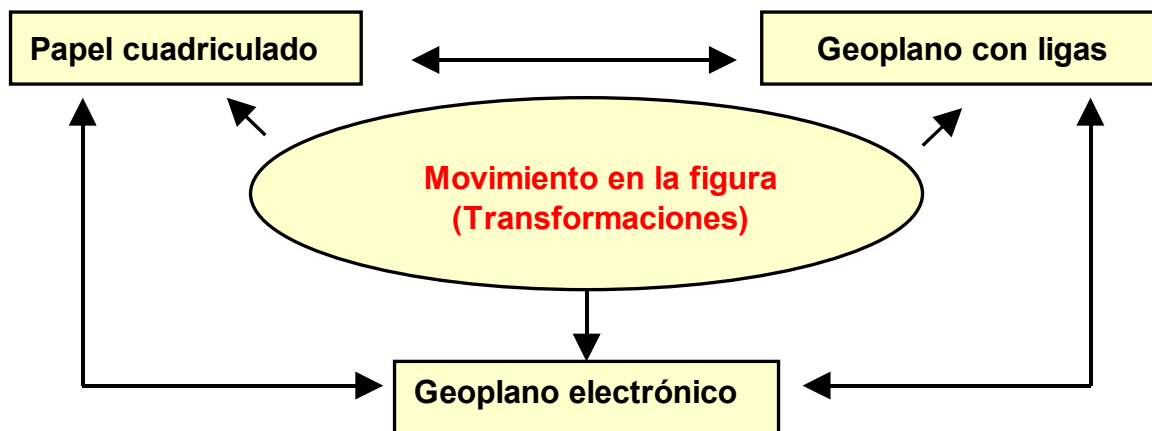
Los **medios** del proceso de enseñanza- aprendizaje son todos los medios didácticos necesarios para el maestro o el alumno para una estructuración y conducción efectiva y racional del proceso de educación e instrucción (L. Klingberg, 1972), constituyen el soporte material para ejecutar el método, para posibilitar el logro de los objetivos (V. González, s/f). Los medios de enseñanza y aprendizaje permiten la facilitación del proceso, a través de objetos reales, sus representaciones e instrumentos que sirven de apoyo material para la apropiación del contenido, complementando al método, para a la consecución de los objetivos (Addines, el. at, 1998)

A partir de los criterios anteriores y teniendo en cuenta la estrecha vinculación que tiene este componente con los restantes del sistema, en esta concepción los medios de enseñanza y de aprendizaje que se propone para el tratamiento de la geometría en la Educación Primaria se conciben como un sistema dentro del sistema de medios como componente del proceso de enseñanza- aprendizaje. Los medios **esenciales** que se consideran, para complementar los que se utilizan clásicamente para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el primer ciclo son:

- El **papel cuadriculado**: permite una correcta orientación en el plano al realizar los movimientos de los puntos de las figuras, básicamente por el conteo de los *cuadraditos unidad*. Permite además el empleo de procedimientos como medir y superponer para comprobar y argumentar las propiedades de las figuras y las relaciones entre ellas.

- El **geoplano con ligas**: facilita los procedimientos de variación de condiciones en las figuras a través de la manipulación. Propicia la obtención de representantes de figuras geométricas en un sentido más intuitivo, acudiendo a las características propias del medio sin que intervengan otros instrumentos de trazado. Y facilita el trabajo en equipos, para la búsqueda de soluciones a las situaciones planteadas en las tareas.
- El **geoplano electrónico**: logra una mejor visualización de los representantes de las figuras geométricas y de las variaciones que estas sufren como resultado del movimiento de sus puntos. De esta forma se puede trabajar con la superficie poligonal, e incluso, se fija y destaca la diferencia entre los conceptos: polígono y superficie poligonal.

La relación sistémica entre los medios puede ilustrarse según el siguiente esquema:



En esta propuesta todos los medios se consideran necesarios y adquieren entre sí un carácter sistémico y complementario. Este carácter está dado porque cada uno cumple una función específica y a su vez todos cumplen la misma función. Propiciar la visualización y el análisis de la conservación o no de las propiedades de las figuras, a partir de las transformaciones que se producen en las mismas, como resultado del movimiento en ellas por sus puntos, **es la función común**.

En el segundo ciclo de la escuela primaria este sistema de medios puede ser complementado con otros recursos tecnológicos como los **applets en particular**, que son determinados recursos que tienen los software de geometría dinámica que permiten construir “a conveniencia” actividades que sirven de base a las situaciones de aprendizaje, y que pueden ser transportadas fácilmente en cualquier soporte magnético (diskette,

memorias flash, discos compactos, entre otros) y ser utilizados por los docentes y los alumnos en las clases ²³.

En el trabajo con el sistema de medios que se propone también es necesario considerar su relación sistémica a partir de la introducción gradual de cada uno. Esto significa que en el primer grado se introduce el papel cuadriculado, incluso manteniendo las actividades previstas en la concepción vigente, y una vez que los alumnos hayan desarrollado ciertas habilidades se comienza el trabajo con el geoplano con ligas. A partir de entonces, estos se utilizan indistintamente y en el orden que se requiera según el objetivo de la actividad y el contenido que se trate. De igual manera se procede con la introducción del geoplano electrónico, teniendo en cuenta los medios anteriormente introducidos.

Garantizar en esta concepción el empleo de los medios propuestos para el aprendizaje de la geometría con un carácter de sistema potencia el carácter desarrollador del proceso. El carácter de sistema está dado por la posibilidad que tienen de complementarse entre sí cuando algunos no pueden cumplir completamente las funciones para lo que están destinados por sus características estructurales y por la información de que son portadores.

En esta concepción, se asume un enfoque integral del proceso de enseñanza aprendizaje que sin dejar de considerar el carácter rector de los objetivos cobran significación los medios, como antes se planteó. No obstante, no se considera que los demás componentes del sistema didáctico a los **medios** sino que a partir del presupuesto de que éstos ofrecen nuevas posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje del contenido geométrico, se tomarán como referente, para explicar y comprender las diferencias entre la manera clásica de enseñar y aprender la geometría con los medios e instrumentos clásicos de trabajo y la forma de hacerlo a partir de la posibilidad que adquieren las figuras de moverse con el empleo de un sistema de medios integrado por los juegos de Tangram, Juegos de figuras para actividades de composición y descomposición, el papel cuadriculado, el geoplano en sus variantes de clavijero con ligas y como geoplano electrónico y applets o softwares de geometría dinámica.

El geoplano, antes referido, es un recurso usado para la enseñanza de los conceptos básicos de geometría, de fácil acceso, ya que puede ser construido por los alumnos usando materiales y herramientas comunes (un trozo de madera, clavos y martillo). Con el mismo, se pueden plantear en clase situaciones problemáticas auténticas, de contexto geométrico y espacial, que permitan al estudiante focalizar entornos de aprendizaje que los habitúen a experimentar y probar a partir de sus propias acciones, tanto experimentales como mentales, compartiendo su práctica y mentalización con sus propios compañeros y el docente.

²³ En esta propuesta general, en su concepción específica el uso de los medios, se limitará al primer ciclo de la escuela primaria.

Los medios propuestos en esta concepción se emplearán fundamentalmente para:

- Explorar, desarrollar y reforzar conceptos y relaciones geométricas.
- La búsqueda de relaciones y planteo de conjeturas, dando paso a otras formas de pensamiento más flexibles.
- Objetivar las vías de argumentación y/o demostración de propiedades de las figuras geométricas o la búsqueda de éstas según el momento del desarrollo de los alumnos.
- Trabajar más en el proceso de solución de problemas geométricos, buscando vías y procedimientos a partir de las relaciones que en cálculo clásico formal de perímetros, áreas y volúmenes.

Los medios de enseñanza y de aprendizaje en esta concepción didáctica deben revelar constantemente el aspecto interno del método, destacar su función heurística y desarrolladora en la obtención del conocimiento, en este caso en la búsqueda de las características invariantes a través del “movimiento en la figura”, el trabajo con una multiplicidad de casos para la generalización de sus características, el trabajo con casos límites y extremos en la elaboración de conceptos, aspecto que en la concepción actual se dificulta por limitaciones que poseen los medios que comúnmente se emplean y que se propicia en gran medida con los medios propuestos por la flexibilidad y plasticidad de la cual son portadores.

Estas características del sistema de medios no sólo posibilitan el movimiento físico de las representaciones de las figuras sino que propician, a través de un proceso organizado y debidamente estructurado que esas acciones se conviertan en acciones internas, intelectuales y devengan procedimientos de trabajo para la solución de problemas y lo más importante para el desarrollo de un pensamiento flexible y creador, como expresión de un aprendizaje desarrollador.

3.4- Las formas de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje

Las formas de concebir las relaciones maestro-alumno y alumno-alumno en el proceso de enseñanza aprendizaje resultan de vital importancia, puesto que estas expresan la dinámica que se establece entre los componentes personales de dicho proceso. En particular las formas de organización de la enseñanza previstas en esta concepción potencian el trabajo grupal sin dejar de considerar las formas de trabajo individuales y frontales.

El trabajo con el sistema de medios propuestos para la realización de las tareas concibe tanto la actividad individual como colectiva en ambientes que propicien la comunicación como un proceso que permita el intercambio de ideas y la socialización del conocimiento como expresión de un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador.

En este sentido se debe considerar que no porque los alumnos se ubiquen formando equipos produce siempre una relación diferente que no sea la de centrar la atención en la información del maestro y realizar las tareas desde sus puestos.

En esta concepción no sólo se trata de cómo disponer la organización de los alumnos, si de a dos o en equipos sino de lograr que estas formas propicien que los alumnos se comuniquen, dialoguen, busquen conocimientos y estrategias de acción, contrasten sus estrategias de aprendizaje, lo que a su vez influye en el crecimiento personal de cada uno.

Las formas de organización y trabajo grupal con este sistema de medios y con las tareas deben permitir en todo momento la interacción mutua sobre la base del respeto, considerar toda idea como válida e interesante para reflexionar sobre ella, de manera que unos las producen, otros las ordenan y otros las transforman. Estas consideraciones deben ser tenidas en cuenta al elaborar los conceptos geométricos, sobre todo en el proceso de búsqueda de las propiedades y las relaciones entre ellas y en los procesos de búsqueda de procedimientos para la solución de problemas geométricos y de ideas o vías para argumentar o demostrar proposiciones según el momento o etapa del desarrollo.

La **evaluación** es el componente del sistema de categorías didácticas a través del cual se determina en qué medida se alcanzan los objetivos. Se reconocen diferentes funciones de la evaluación. En esta concepción las funciones diagnóstica e instructiva deben ir encaminadas a poder analizar las posibles causas que incidan en las deficiencias en el aprendizaje de los conocimientos geométricos, es necesario al elaborar las actividades de evaluación que permitan hacer un análisis por elementos del conocimiento y de los diferentes niveles de desempeño que pueden alcanzar los alumnos en la solución de las tareas, de manera que acerque lo más posible al maestro a la determinación de las causas del error o a la determinación de estrategias interesantes utilizadas por los alumnos al operar con el contenido. En este sentido la evaluación debe servir de estímulo a los alumnos por los resultados alcanzados o hacerlos conscientes de lo que no han aprendido suficientemente. Esto debe permitir al maestro también reflexionar sobre el proceso de enseñanza que ha llevado a cabo, ¿Cómo lo organizó? ¿Qué métodos y cómo los empleó? ¿Qué medios utilizó? ¿En qué medida promueve o no la actividad productiva de los alumnos la forma en que se ha diseñado el proceso?

Como conclusiones de este capítulo puede plantearse que los elementos que deben caracterizar una concepción didáctica basada en el enfoque dinámico para el tratamiento de la geometría son: el dinamismo (expresado en la posibilidad de movimiento de los puntos que determinan las figuras geométricas y las transformaciones que se producen en ellas), la presentación del contenido como situaciones de aprendizaje, la utilización de medios de enseñanza y aprendizaje que propicien la movilidad de las figuras, el empleo de métodos y procedimientos que promuevan la búsqueda y la exploración, y las formas de organización donde predomine la colaboración intercambio y la socialización del contenido.

4- Concepción didáctica. procedimientos para su implementación. factibilidad práctica

4.1- Elementos didácticos específicos de la concepción

El tratamiento de la geometría desde este enfoque se concibe en **dos etapas** que se corresponden con los momentos del desarrollo de los escolares según el Modelo de Escuela Primaria y con las etapas concebidas para su tratamiento en la concepción vigente. Nos referimos a las **etapa: intuitiva operativa y racional** de la concepción vigente de la enseñanza de la geometría en la escuela básica según anexo 1.

La **etapa intuitiva operativa** que es la que se va a ilustrar en esta concepción, se caracteriza por el trabajo en el que se deben iniciar las primeras ideas sobre la movilidad y dirigir estas básicamente a la comprobación experimental de las propiedades y las relaciones geométricas, con el empleo de un sistema de medios que promueva el sentido de la movilidad en las mismas.

En la **etapa racional** se continúa el desarrollo de las ideas sobre la movilidad y la comprobación experimental de las propiedades de las figuras y las relaciones entre ellas y se de paso a las actividades de planteamiento de conjeturas y a la realización de pruebas, en el que se continúan utilizando los medios de la etapa anterior y se introducen algunas actividades con el empleo de software, utilizando los applets o programas como el Cabri o el Geómetra Sketchpad. En esta etapa se concibe mantener el trabajo de la etapa anterior e introducir actividades con software de geometría dinámica a partir de las adecuaciones necesarias en cuanto al contenido geométrico y las habilidades informáticas.

4.1.1- Trabajo en la etapa intuitiva operativa

Como se ha venido presentando desde los capítulos anteriores, para iniciar las primeras ideas sobre la *movilidad* en la primera etapa es necesario el empleo de un sistema de medios que permita dotar de *dinamismo* a las figuras.

En un **primer momento** (primero y segundo grados) es conveniente la **introducción del geoplano** en su variante de clavijero y ligas pues él es portador por sus características de la plasticidad y la flexibilidad que se requiere para el aprendizaje de la geometría con enfoque dinámico. (Ver anexo 10).

El trabajo con el geoplano debe estar acompañado, y generalmente antecedido, de actividades en el papel cuadriculado, donde los alumnos modelen con anterioridad las acciones que realizarán en el geoplano y reproduzcan con posterioridad las acciones realizadas en el geoplano, mediante el uso del lápiz y el papel cuadriculado.

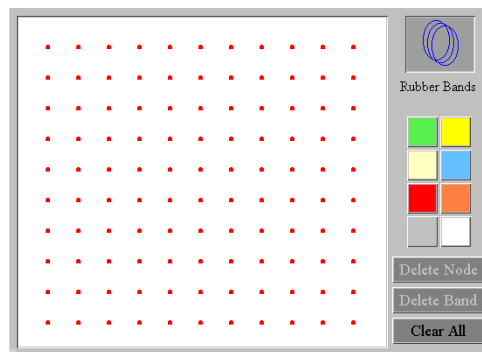
Este trabajo previo con el papel cuadriculado debe también aprovecharse para realizar actividades en las que los alumnos reconozcan las propiedades de las figuras que conforman las unidades de base para la construcción en el mismo y las relaciones que pueden establecerse. De igual modo se debe aprovechar esta etapa inicial de trabajo para realizar actividades como las previstas en la concepción vigente, entre ellas: representar segmentos y figuras conocidas, medir longitudes de segmentos a través del conteo de los cuadrados unidad o a través de la superposición de segmentos utilizando tirillas si estos no pasan por los lados de los cuadraditos unidad, comparar, establecer relaciones.

Todas estas acciones que los alumnos realicen en el papel cuadriculado deben crear las condiciones para realizar las actividades en el geoplano el cual facilita el movimiento físico de los puntos pero limita las posibilidades de realización de las anteriores que son muy importantes para plantear ideas sobre “lo que ocurre” y con ello poder llegar a establecer conjeturas.

Las ideas acerca de la *movilidad* en una figura pueden ser obtenidas también a través del **empleo del tangram**. Estas actividades deben ser consideradas inicialmente en cada etapa como preparatorias para familiarizar a los alumnos con las formas de trabajo colectivo, la búsqueda de diferentes vías para la solución de estos rompecabezas, para potenciar la discusión, el intercambio sobre las soluciones encontradas, para la obtención de diferentes figuras y en diferentes posiciones.

Este sistema de medios se propone en esta concepción como soporte de los métodos heurísticos que caracterizan al aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico, sobre todo para la obtención de conocimientos a partir de lo que fundamentalmente potencian: la *movilidad y la visualización*.

En un **segundo momento** (tercero y cuarto grado) se concibe la **introducción del geoplano electrónico** y mantener las mismas formas de trabajo con el resto del sistema de medios. Este medio, que se muestra a continuación, se puede utilizar desde el principio en la escuela, pero es más conveniente respetar la secuencia (o etapas) que hemos propuesto para este trabajo para poder garantizar todas las habilidades que son necesarias desarrollar.



Con este medio, además de las posibilidades reales de ver la variación de una manera más cercana a cómo se verá posteriormente cuando se usen los programas de geometría dinámica, y de incrementar el desarrollo de las habilidades de construir y variar figuras, se desarrollan también habilidades en el uso del mouse y manejo general de la computadora que son útiles, en sentido general, para el trabajo con este medio.

Una vez que se comience a trabajar con el geoplano se deben considerar tres momentos que se explican a continuación.

4.1.1.1- Manipulación o trabajo libre

En un primer momento, durante algunos minutos los alumnos pueden realizar diferentes representaciones en el geoplano (en cualquiera de sus versiones) y luego registrar lo hecho en el geoplano en el papel cuadriculado. En este momento lo que se quiere es que se familiaricen con el medio y con la manera de registrar el trabajo en el papel cuadriculado. Siempre que se vaya a utilizar el geoplano es recomendable pasar por esta etapa, sobre todo en los primeros grados donde no solo es necesario el análisis del contenido sino la posibilidad de interactuar eficientemente con el medio para la comprensión de la actividad.

4.1.1.2- Trabajo con la tarea. Representaciones o construcciones en el geoplano. en el papel cuadriculado o en la libreta

Se trabaja con la tarea propuesta. Se plantea sobre qué se quiere indagar. Por lo que juega un papel esencial aquí la orientación acerca de las acciones que se realizarán. Es necesario buscar un equilibrio entre la guía hacia las acciones y la posibilidad de los alumnos para que estos descubran sus propias estrategias, para que puedan vivir la experiencia de descubrir por sí mismos algunas cosas.

Este es el momento en que de acuerdo con el objetivo de reconocer las propiedades esenciales de las figuras y las relaciones entre ellas, se deben dar los impulsos para que se sienta la necesidad de “mover en la figura”, es necesario determinar “qué mover”, e indagar sobre ¿qué varía? y ¿por qué?, ¿qué no varía? y ¿por qué?, producto de esa transformación. Es un momento para reflexionar acerca de ¿qué pasa si se cambian determinadas condiciones? Todo esto a partir de la flexibilidad y plasticidad de la que es portador el medio y que debe devenir procedimientos mentales en los alumnos.

Se debe propiciar que los alumnos planteen todo lo que observan, fundamentalmente las relaciones que se establecen partir de los movimientos que realizan con las figuras y las transformaciones que se producen en ellas. El maestro debe ir guiando la observación sin adelantarse a los resultados. Es necesario también escuchar todas las ideas y encaminar el análisis hacia el objetivo propuesto inicialmente. Los resultados de los movimientos ejecutados y de las representaciones deben irse registrando en el papel cuadriculado, de manera que puedan realizarse otras actividades complementarias como las de medir y

comparar o superponer para determinar relaciones de igualdad y congruencia y poder argumentar las mismas.

Pueden también registrar en tablas datos como longitudes de lados o amplitudes de ángulos si lo que se pretende es determinar las relaciones entre ellos en una figura.

Se puede concluir y concretar las ideas a través de conceptualizaciones como: caracterizaciones, definiciones, proposiciones, teoremas, según el grado. Los alumnos pueden escribir sus conclusiones o más formalmente leer o tomar nota de sus libros de texto.

Finalmente pueden obtener libremente otras figuras sobre la base de las que han estado trabajando, pueden referirse a su denominación si la conocen de lo contrario a las características que observan siempre es recomendable que expliquen cómo las obtuvieron.

4.1.1.3- Actividades independientes y nuevamente de manipulación libre

Consiste en la realización de diferentes actividades de fijación del contenido, de búsqueda o de solución de problemas. También pueden ser actividades de carácter lúdico y de manipulación libre pero aplicando lo que aprendieron.

A partir de la construcción de figuras en el geoplano también pueden realizarse actividades de argumentación y justificación, para lo cual es necesario que los alumnos investiguen previamente cuáles son las características del medio a partir de las propiedades de las figuras planas que sirven de base como unidades de medida.

Este análisis debe realizarse tomando como base el papel cuadriculado. En él deben reconocer que la unidad de medida de longitud **es la distancia más corta que se recorre entre un punto de intersección y otro**. Como se originan así dos unidades de longitud diferentes es recomendable que los alumnos identifiquen cuáles entre sí son iguales, a través de actividades de búsqueda y exploración. En los dos primeros grados en los cuales los alumnos no han sistematizado todas las propiedades de los cuadriláteros estas relaciones pueden verificarse utilizando como procedimiento la superposición de figuras, auxiliándose de las tirillas de papel. A partir de tercer grado la argumentación se basa en el conocimiento de las propiedades esenciales de las figuras y de las relaciones entre ellas.

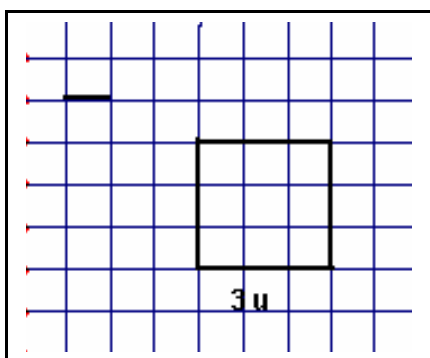
Así por ejemplo se reconoce que:

- Si las unidades de base son cuadradas se recorren longitudes iguales entre sí en sentido vertical y horizontal; sin embargo las longitudes en sentido diagonal son iguales entre sí, pero diferentes de las horizontales y verticales.

Un trabajo similar se debe realizar para definir el cuadrado más pequeño de las cuadrículas como la unidad de área o superficie.

Con el empleo del geoplano deben conocer que la unidad de medida de longitud en el geoplano es la distancia más corta entre clavo y clavo y como unidad de superficie se reconoce el cuadrado más pequeño que queda determinado por cuatro clavos.

Para justificar por ejemplo que la figura geométrica que se construyó en el geoplano es un cuadrado, se tiene que mostrar un argumento que justifique que los cuatro lados son iguales (que miden lo mismo). Por otro lado se tienen que dar argumentos que justifiquen que los lados consecutivos son perpendiculares cuatro ángulos que se forman en el cuadrado que se construyó, son ángulos rectos (de 90°), a partir de los conocimientos que los alumnos posean según el grado y el Programa.



Representando en el papel cuadriculado puede verificarse que:

Los cuatro lados del cuadrado miden tres unidades lineales iguales.

Por construcción los ángulos que se forman de esta manera (con segmentos verticales y horizontales), son ángulos de 90° .

De esta manera pueden realizarse variadas actividades en las que se representen las figuras geométricas y se argumenten sus propiedades.

En el **geoplano electrónico** se puede y debe continuar realizando todas las actividades que los alumnos realicen en el papel cuadriculado y en el geoplano con ligas. Cuando este medio se introduzca se debe tener en cuenta que se requiere no sólo del conocimiento y adiestramiento en la representación de las figuras y en las actividades de búsqueda y establecimiento de relaciones, sino del desarrollo de algunas habilidades informáticas. En esta versión el geoplano deviene un medio incorporado en otro medio: la computadora. Es por ello que al introducirlo se deben asegurar como condiciones previas las habilidades básicas que permiten interactuar con ella, como son el manejo de las herramientas propias del sistema y el manejo del Mouse.

4.1.2- Procedimientos esenciales de trabajo y habilidades que se desarrollan

Desde el punto de vista geométrico esta concepción considera dos procedimientos de trabajo esenciales:

- El trazado de figuras a partir de puntos.

El procedimiento para trazar figuras a partir de puntos resulta esencial en esta concepción. Es a través del movimiento de los puntos de las figuras que pueden ser transformadas éstas para la búsqueda y el análisis de sus propiedades esenciales, invariantes y de aquellas que varían al realizar el movimiento de los mismos. La obtención de figuras se puede realizar a partir de los puntos que la determinan (los vértices) o cualquier otro punto que esté situado en los lados.

- El trabajo con los puntos libres.

Se consideran **puntos libres** aquellos puntos mediante los cuales se puede realizar un movimiento en la figura provocando una transformación de la misma. Generalmente se toman como puntos libres aquellos que determinan las figuras es decir sus vértices. Si en la situación planteada lo que se pretende es encontrar otras figuras a partir de una dada, entonces se liberan puntos que están entre los vértices, es decir en los lados y estos una vez son los que determinan la nueva figura y se convierten por tanto en sus puntos libres.

De esta precisión se deriva la idea de que los puntos libres que se determinen al realizar los movimientos, tienen cierta dependencia del objetivo del análisis de la transformación en la figura.

¿Cómo determinarlos y trabajar con ellos?

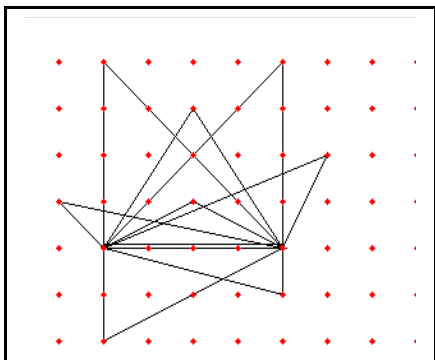
El trabajo con los puntos libres forma parte importante del trabajo para el desarrollo de la habilidad de “**mover en la figura**”. Este debe propiciar que los alumnos realicen en las figuras transformaciones que conduzcan al análisis y sobre todo a la exploración de las propiedades y de las relaciones que se establecen entre ellas dando paso al planteamiento de ideas y de conjeturas. Este enfoque de trabajo asegura **ir fijando constantemente las características esenciales** de las figuras geométricas a través de actividades en las que los alumnos determinen **qué puntos habría que mover y cómo moverlos** para mantener determinadas propiedades en las figuras y sobre todo que en cada etapa puedan **argumentar por qué**, en relación con los conocimientos geométricos que poseen.

Ejemplo:

1. Traza un triángulo a partir de este segmento.

Observa qué sucede si mueves uno de sus vértices y los otros se mantienen fijos. ¿A qué conclusión puedes llegar?

¿Cuántos puntos se pueden mover para que la figura siga siendo un triángulo?



En una actividad como esta los alumnos reconocen que al mover los puntos se mantiene la característica esencial del triángulo, tener tres vértices que determinan sus tres lados. Poder determinar cuántos puntos mover y cómo para mantener la propiedad exige un mayor nivel de generalización y conocimiento de las propiedades

Con estas actividades se dirige la atención a fijar **qué es lo esencial** para que sea esa figura y no otra. Mediante este trabajo a través del movimiento de los puntos y de la observación de los diferentes casos y de las nuevas condiciones que se originan los alumnos no sólo fijan la propiedad esencial sino que obtienen otras figuras que les resultarán interesantes, lo que se conoce como casos particulares en el tratamiento de los conceptos, así como los casos límites y extremos.

Las **habilidades fundamentales** que se desarrollan **están relacionadas con:**

- El contenido geométrico
- El trabajo con el sistema de medios

Las **habilidades relacionadas con el contenido geométrico** que se trabajan para su desarrollo en esta etapa son fundamentalmente:

- De determinación de las características de las figuras.
- De búsqueda y exploración de las propiedades de las figuras geométricas
- De establecimiento de relaciones entre las propiedades.
- De establecimiento de proposiciones y búsqueda de las ideas para probar su veracidad.
- De determinación de las propiedades de los movimientos.
- De de búsqueda de los procedimientos para la construcción de imágenes.

Las **habilidades asociadas específicamente al trabajo con el sistema de medios** son:

- Representación o construcción de las figuras según las características del medio.
- Mover en una figura a partir de la determinación de los puntos libres.

4.1.3- Tipo de actividades

Estas actividades constituyen una concreción de la instrumentación de la teoría que sustenta la propuesta y, aunque pueden servir de guía para la instrumentación en la práctica de esta propuesta, son factibles de ajuste y enriquecimiento por parte de los docentes y especialistas que laboran en este nivel de enseñanza.

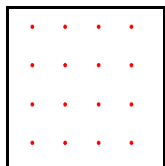
1. Tareas para representar las figuras y reconocer sus propiedades.
2. Tareas para la verificación de la conservación de las propiedades.
3. Tareas para el establecimiento de las relaciones entre las figuras y sus propiedades.
4. Tareas para la aplicación de los conceptos y sus relaciones.

A continuación se ejemplifica cada unas de estos grupos de tareas.

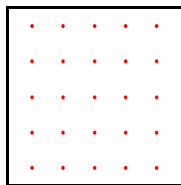
4.1.3.1- Tareas para representar las figuras y reconocer sus propiedades

Para la realización de todas estas tareas en el geoplano los alumnos deben auxiliarse del trabajo en el papel cuadriculado.

1. En un geoplano de 3 x 3:
 - Representa segmentos que sólo toquen dos clavos.
 - Representa segmentos que toquen tres clavos.
 - Encuentra todos los segmentos posibles.
2. Representa en un geoplano de 4 x 4 todos los segmentos posibles a partir de un punto dejándolo fijo. ¿Cuántos se obtienen? (Puedes utilizar varias ligas)



3. En el geoplano la distancia de un clavo a otro es de una unidad. En un geoplano de 5 x 5. Representa:

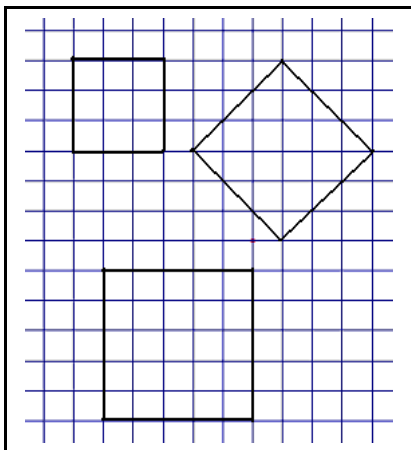


- Segmentos de longitud 2 unidades. ¿Todos son iguales? Determina de los que representaste cuáles resultan iguales.

- Segmentos de longitud 3 unidades. Determina de los que representaste cuáles son iguales.
- De longitud mayor que 3 unidades. ¿Puede representarse segmentos de longitud 5 unidades?
- Con dos ligas dos segmentos que en total toquen 9 clavos.
- Con dos ligas dos segmentos paralelos que en total toquen 9 (8, 10) clavos.
- Con dos ligas dos segmentos perpendiculares que toquen 8, 9 clavos.
- Dos segmentos que se intercepten pero que no sean perpendiculares y que toquen 8, 9 clavos en total.
- Dos segmentos congruentes que en total toquen 9 clavos.

4. Representa en el geoplano:

- Cuadrados cuyos lados toquen cuatro clavos (y sólo cuatro clavos) ¿Cuál es la longitud de los lados en cada caso?
- Triángulos que toquen sólo tres clavijas, que toquen cinco clavos, etc.
- Rectángulos en los que el lado que representa el largo toque un clavo más que el que representa al ancho. ¿Cuál es la longitud de los lados en cada caso?

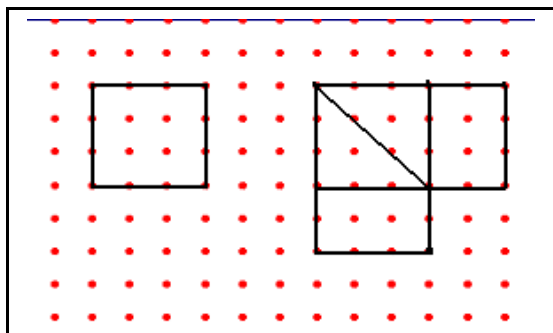


La ilustración representa cómo pueden trazarse algunas de las figuras en el papel cuadriculado, antes y/o después del trabajo en el geoplano. La actividad en el geoplano debe propiciar que los alumnos representen las figuras en diversas posiciones, que se discuta si se conservan o no sus propiedades y se muestren todos los casos así obtenidos.

5. Representa en el geoplano figuras geométricas que conozcas. Nómbralas.

- Mueve uno o más de los puntos que la determinan. Muestra que figuras haz obtenido. Nómbrala si la conoces, si no di como la obtuviste y cuáles características observas. Compruébalas.

6. Representa un cuadrado en el geoplano (si esta actividad se propone en primer grado los alumnos pueden representarlo por percepción y si es en los grados sucesivos a partir de las propiedades que se van incorporando):



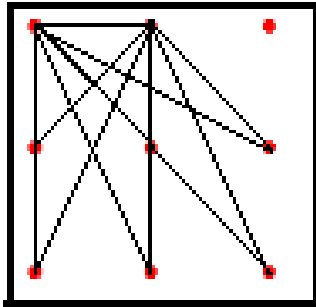
Esta actividad puede realizarse utilizando una o varias ligas

Si los alumnos representan el cuadrado como se ilustra en la figura se puede proponer:

- Dejando fijo el lado de arriba o de abajo del cuadrado original, forma un rectángulo (no cuadrado).
- Dejando fijo el lado izquierdo o derecho del cuadrado original formen un rectángulo diferente al anterior.
- Conviertan el cuadrado original en un triángulo, dejando fijos el lado izquierdo y el lado de abajo.
- A partir del cuadrado original formen diferentes figuras. Nómbrala si las conoces. Si no sabes nombrarla di como la obtuviste y cuáles características tiene.

Si el cuadrado se representa en otra posición, por ejemplo tomando como unidades de longitud de los lados a las diagonales de los cuadrados unidad, la actividad se puede ajustar refiriéndose sin especificar el lado que debe quedar fijo.

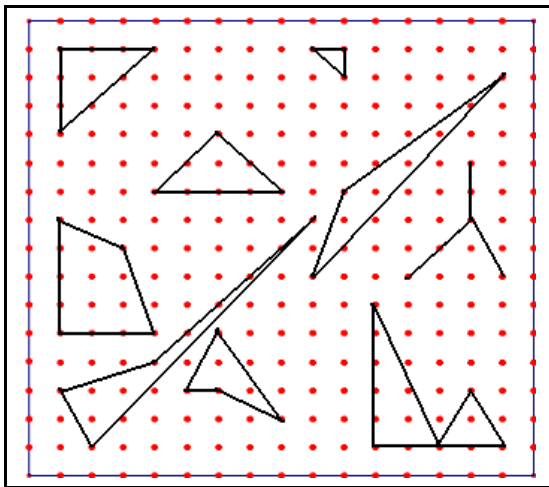
7. Representa en un geoplano de 7 x 7 un rectángulo, sin tocar los puntos del borde. Dejando sólo un punto fijo y a partir de él representa otros rectángulos utilizando otras ligas. Cuenta las figuras que obtienes y los otros rectángulos que puedes reconocer.
8. En un geoplano de 3 x 3, representa todos los triángulos posibles dejando cada vez un lado fijo. ¿Cuántos triángulos se pueden obtener cada vez? ¿Y en total?



La figura muestra como pudiera procederse en esta actividad, utilizando una sola liga o varias. Es recomendable que en cada caso los alumnos muestren como procedieron para la solución del ejercicio. También se puede representar la solución en el papel cuadriculado y reconocer además otros triángulos que quedan representados.

Esta actividad realizada en el segundo ciclo permite a los alumnos encontrar una regularidad y una estrategia de solución. En este caso basta con multiplicar la cantidad de segmentos determinados cada dos puntos por los triángulos que se determinan a partir de ellos.

9. Representa diferentes triángulos en el geoplano. Reproduce en el papel cuadriculado los triángulos que obtuviste.
10. Señala cuales de las siguientes figuras trazadas en el geoplano son triángulos.
 - Representa en tu geoplano las que no lo son.
 - Prueba a obtener de ellas figuras que sean triángulos. ¿Cuál es la característica esencial para que estas figuras sean triángulos?



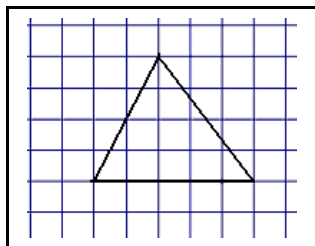
Una actividad como esta debe propiciar que los alumnos reconozcan como triángulos figuras que habitualmente no son representadas como tal por ser casos extremos y representar a partir de aquí una variedad de las mismas a partir del reconocimiento de sus características esenciales. Permite también distinguir algunas que por su forma pudieran confundirse lo que se resuelve recurriendo al reconocimiento de las propiedades esenciales y su conservación.

11. Representa en el geoplano una figura cualquiera de cuatro lados.

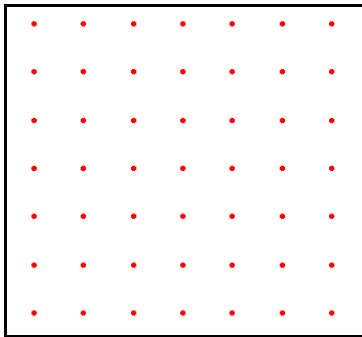
- Denomínala si la conoces. Expresa sus propiedades y verificalas usando el papel cuadriculado.
- Mueve alguno (o algunos) de sus puntos. ¿Se obtienen nuevas figuras? ¿Qué figura reconoces ahora? ¿Puedes nombrarla o enunciar sus propiedades? Si no sabes su nombre expresa cómo la obtuviste.

4.1.3.2- Tareas para la verificación de la conservación de las propiedades

1. Representa un triángulo. Con ligas diferentes representa otros triángulos, dejando un lado fijo. Después dejando un punto fijo. ¿Cuántos triángulos has podido representar? ¿Qué propiedades del triángulo se mantienen? ¿Cambian los triángulos que se obtienen? ¿En qué se diferencian?
2. Observa la siguiente figura representada en papel cuadriculado.



- Representala en tu papel cuadriculado y en el geoplano manteniendo la posición, forma y el tamaño.
 - Representala en tu papel cuadriculado y en el geoplano manteniendo la forma y variando su tamaño.
 - ¿Qué más se puede variar de esta figura manteniendo su forma y tamaño? Prueba a hacerlo.
3. Representa un rectángulo (triángulo o cuadrado) en el geoplano. Para que siga siendo un rectángulo (triángulo o cuadrado) ¿Cuántos puntos se pueden mover? De qué forma. Realiza las transformaciones y comenta lo que observas.
 4. Representa en un geoplano de 7 x 7 un rectángulo, sin tocar los puntos del borde. Dejando sólo un punto fijo y a partir de él representa utilizando otras ligas otros rectángulos.
- Completa la siguiente tabla con los datos de los rectángulos obtenidos. ¿Qué observas? ¿Qué se pudiera concluir acerca de la longitud de sus lados?



Rectángulos	Longitud de los lados			
	1	2	3	4

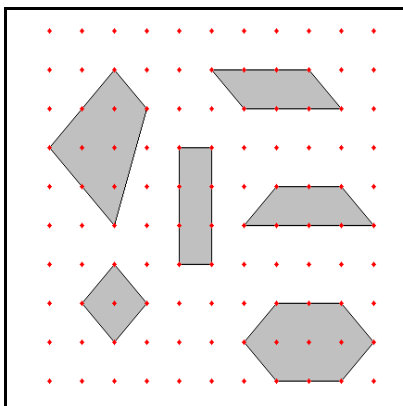
5. Representa en un geoplano como el del ejercicio anterior un rectángulo cuyos lados sean de dimensiones $5u$ y $3u$. Transforma ese rectángulo de manera que obtengas cuadrados.

- ¿Cómo habría que mover los puntos para obtener los cuadrados?
- ¿Cuáles son las dimensiones de los cuadrados obtenidos?

6. Representa en el geoplano un triángulo rectángulo.

- Mueve los puntos que representan los vértices del triángulo de manera que siga siendo un triángulo rectángulo.
- Representa en el papel cuadriculado cómo procediste y los triángulos que obtienes. ¿Son rectángulos? ¿Por qué?
- ¿Cuántos puntos se pueden mover para que el triángulo siga siendo rectángulo? ¿Cómo habría que moverlos?

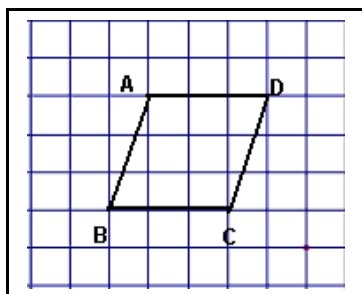
7. Observa las siguientes figuras:



- Determina las que son paralelogramos. ¿Cuáles son sus características? Representalos en el geoplano con ligas o en el electrónico. ¿Cómo puedes mover sus puntos para que sigan siendo paralelogramos? Di en cada caso cuántos puntos tuviste que mover y en qué forma procediste.

–Representa en el geoplano las figuras que no son paralelogramos. ¿Se podrán transformar en paralelogramos? Si es posible muestra cómo puedes mover algunos de sus puntos para que eso suceda.

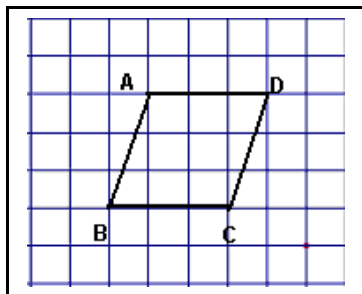
8. Observa la siguiente figura:



–Reprodúcela en tu papel cuadriculado. Clasifica la figura y comprueba sus propiedades.

–Representala en el geoplano conservando su forma y posición. Considera a D como punto libre y muévelo sobre el lado AD una unidad cada vez ¿Qué figuras nuevas vas obteniendo? ¿Qué propiedades se conservan de la figura original? ¿cuáles se pierden?

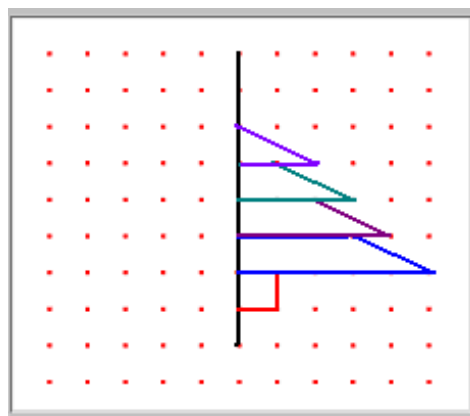
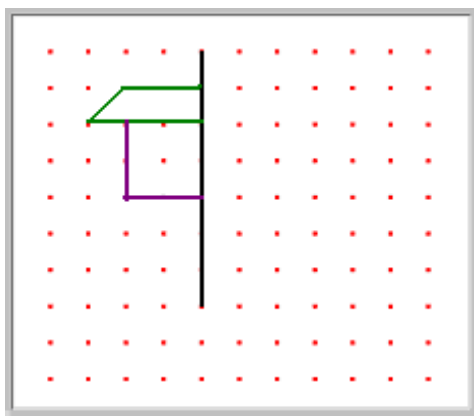
9. Observa la siguiente figura.



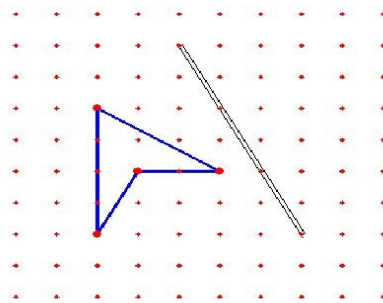
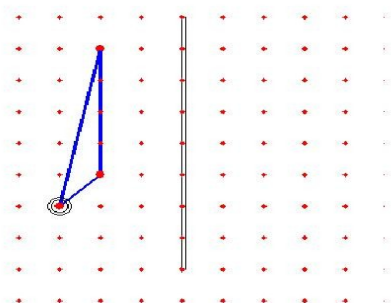
–Reprodúcela en tu papel cuadriculado. Clasificala y comprueba sus propiedades.

–¿Cuántos puntos deben considerarse libres para transformar la figura en un cuadrado? ¿Cómo habría que moverlos? Al mover los puntos, ¿se conservan o se pierden propiedades de la figura original? ¿Se obtienen nuevas propiedades? ¿Cuáles?

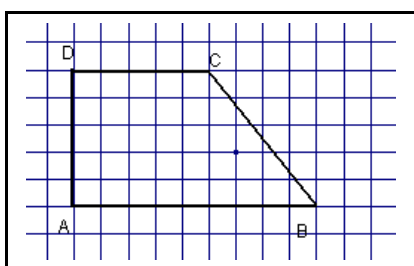
10. Termina de trazar con las ligas en el geoplano las figuras siguientes haciendo que lo dibujado en un lado concuerde con el otro lado. (Puede estimularse a los alumnos a utilizar las mismas o varias ligas)



11. Representa en el geoplano en el lado contrario al de las figuras dadas otra figura igual a la que se presenta y en la misma posición. Utiliza otras ligas.



12. En la siguiente figura ABCD es un trapecio. Para que se convierta en un cuadrado se puede:

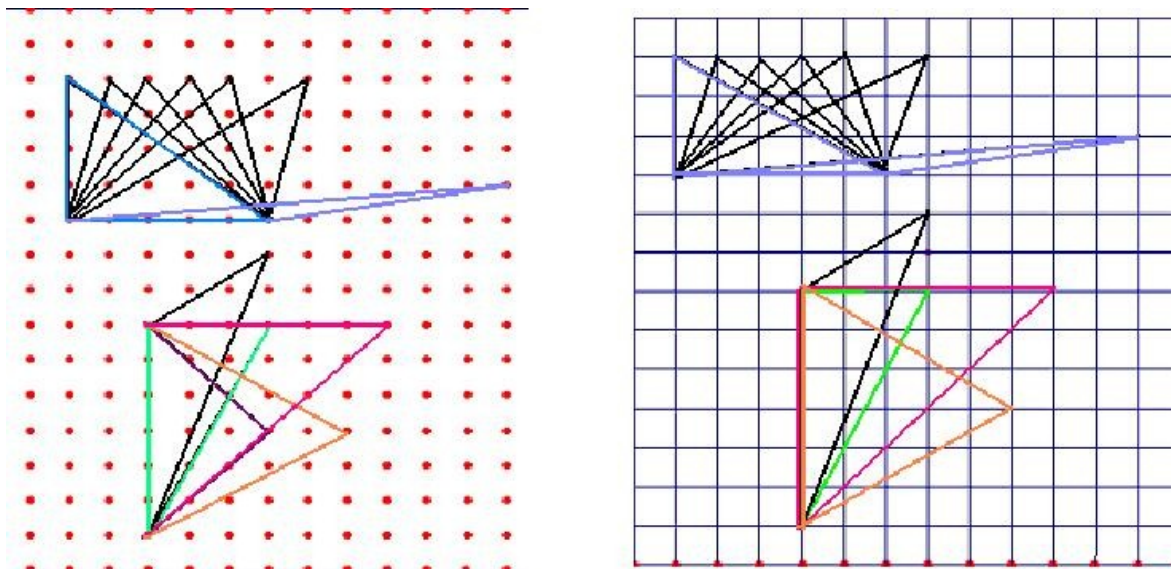


- ____ mover 4 unidades hacia la derecha al punto C.
- ____ mover 4 unidades hacia la derecha al punto A.

- _____ mover 4 unidades hacia la izquierda al punto B.
- _____ mover 5 unidades hacia la izquierda al punto B.

4.1.4- Tareas para el establecimiento de las relaciones entre las figuras y sus propiedades.

1. Representa un triángulo en el geoplano. Dibújalo en el papel cuadriculado conservando su forma y tamaño.
 - Mueve uno de sus puntos (vértices) de modo que con el lado que se queda fijo puedas formar otros muchos triángulos. Reproduce los trazos en el papel cuadriculado.
 - Compara los lados de los triángulos obtenidos en cada caso (Puedes hacerlo midiendo sus longitudes o por superposición). ¿Todos los triángulos que obtienes tienen las mismas características atendiendo a la longitud de los lados? ¿En qué se diferencian? Prueba a agruparlos atendiendo a la cantidad de lados iguales o diferentes que tengan. Si es necesario denomínalos.



Esta actividad se puede realizar desde el primer ciclo aún cuando el objetivo no sea clasificar los triángulos según la longitud de sus lados.

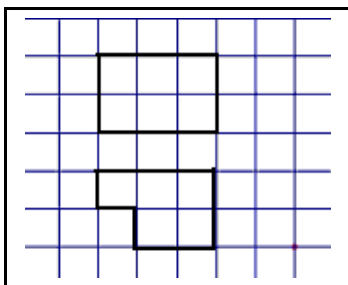
Los alumnos reconocen que aunque se mantiene como característica esencial que estas figuras están formadas por tres lados, también se diferencian por la relación que existe entre sus longitudes.

Tareas como esta permiten ir obteniendo casos especiales de triángulos como: rectángulos, isósceles, equiláteros; así como establecer algunas relaciones como que un triángulo

rectángulo a lo sumo puede ser isósceles, y hasta anticipar un procedimiento de construcción de triángulos isósceles y equiláteros a partir de la construcción de la mediatriz del lado que se considere base.

Nótese como se han ilustrado dos posibles posiciones de los triángulos. Aunque por lo general los niños de los primeros grados tienden a representarlos partiendo de un lado en posición horizontal es necesario estimular las diversas posibilidades de representación. Preferentemente debe **realizarse con varias ligas para visualizar el procedimiento y el rastro que dejan las transformaciones que va sufriendo la figura**. También esta actividad permite obtener casos límite de triángulos cuando “parece que se pierde”.

2. Observa las figuras representadas en el papel cuadriculado.

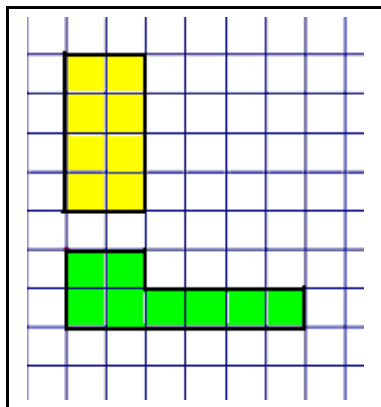


Si consideramos como unidad de medida la longitud del lado de cada cuadradito, la suma de las longitudes de los lados de cada figura es 10 unidades.

- Representa otras figuras diferentes en el geoplano y en el papel cuadriculado en las que la suma de las longitudes de todos sus lados también sea 10 unidades.

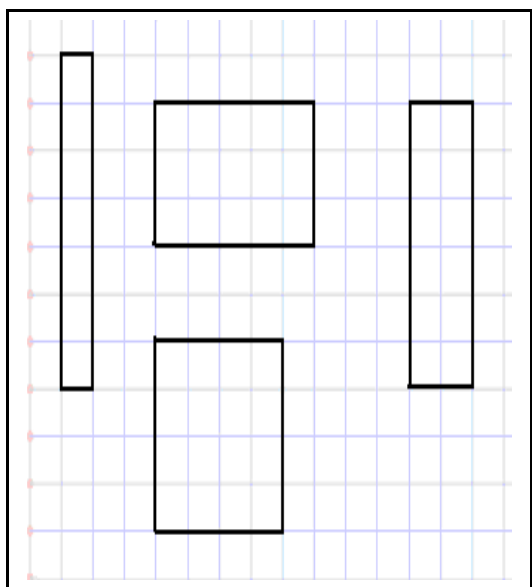
Cuando los alumnos dominan el concepto perímetro las actividades pueden ser como la siguiente:

3. Usando varias ligas representa en el geoplano rectángulos distintos cuyo perímetro sea 14 unidades. ¿Puedes obtener otras figuras con el mismo perímetro y que no sean rectángulos? Prueba.
4. Representa en el geoplano y en el papel cuadriculado figuras cuyo perímetro sea 13 unidades. Siguiendo el mismo procedimiento ¿puedes obtener rectángulos con este valor de perímetro? (En tercer y cuarto grado puede hacerse esta misma actividad sin utilizar el término “perímetro” y referirse a la suma de la longitud de los lados o al total de la distancia que se obtiene al recorrer el contorno de la figura).
5. Observa que las figuras que aparecen representadas en el papel cuadriculado están formadas por la misma cantidad de cuadraditos unidad.



- Prueba a obtener en tu geoplano otras figuras con las mismas características.
- Di a tu maestro y a tus otros compañeritos cómo las obtuviste. ¿Moviste algunos puntos? ¿Cuáles? ¿Cómo?

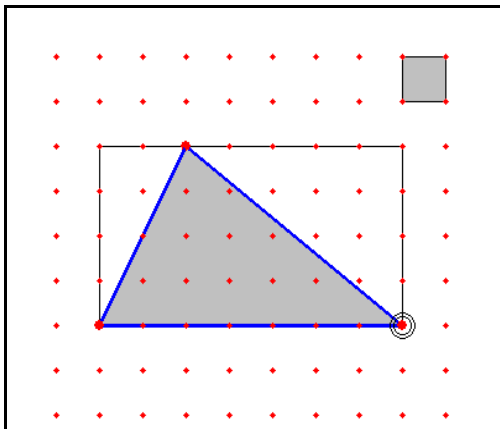
6. Traza tres figuras diferentes que tengan como perímetro 16 unidades. Determina el área de cada una de las figuras representadas. ¿Observas alguna relación entre el perímetro y el área de estas figuras?
7. Usando varias ligas construye en el geoplano rectángulos distintos cuyo perímetro sea 16 unidades.
 - Determina de ellos el que tenga la mayor área posible. ¿Qué característica tiene el rectángulo obtenido?
 - Representa ahora en tu geoplano rectángulos distintos cuyos perímetros sean 10, 6, 4 unidades. En todos los casos determina para los que tienen igual perímetro el que resultó de mayor área. ¿Qué característica tiene? ¿Qué relación se pudiera establecer entre el perímetro de un rectángulo y las características del de mayor área?



Esta actividad debe estar precedida del trabajo en el papel cuadriculado como se ilustra en la figura de la izquierda, de manera que los alumnos puedan probar a representar diferentes casos que cumplan las condiciones dadas tomando unidades enteras. La actividad debe propiciar que cada alumno represente las figuras y establezcan las relaciones, de manera que puedan expresar los resultados obtenidos.

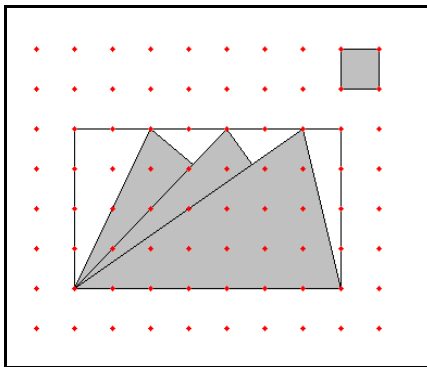
El ejercicio se puede realizar también con varias ligas trazando cada nueva figura sobre la anterior dejando un lado fijo. Utilizar varias ligas ofrece la ventaja de visualizar el “rastros” que va dejando cada trazo, lo cual contribuye a establecer mejor las relaciones entre las figuras obtenidas.

I. Tareas para la aplicación de los conceptos y sus relaciones.



El cuadrado gris representa una unidad cuadrada.

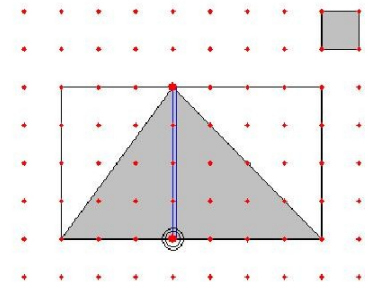
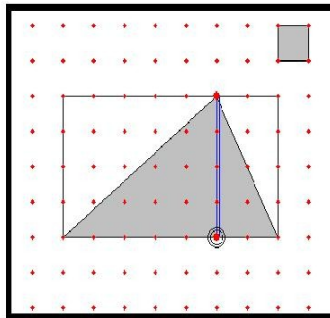
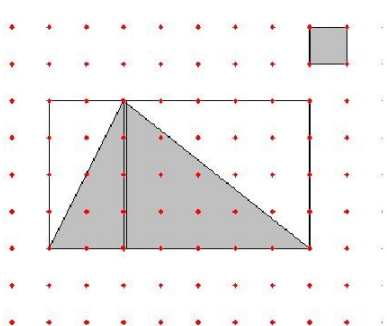
- Representa un rectángulo cuyos lados midan 7 y 4 unidades respectivamente.
- Representa un triángulo que tenga como vértices dos de los del rectángulo y otro en uno de los lados (ejemplo como en la figura)
- Determina el área de cada figura.



- Mueve el vértice superior del triángulo a lo largo del borde superior del rectángulo y determina el área de cada triángulo en cada paso.

- ¿Qué relación existe entre el área del rectángulo y el área del triángulo?

- Arrastra una liga nueva hasta el vértice superior del triángulo. Coloca el otro extremo de la liga a la base del triángulo formando una línea vertical.



A modo de conclusión de este capítulo, y sobre la base de las características que tiene la concepción que se propone, se puede afirmar que la misma es desarrolladora²⁴ porque:

- Centra su atención en el docente y en el alumno, por lo que su objeto de estudio lo constituye el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Considera la dirección científica por parte del maestro de la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa de los alumnos, teniendo en cuenta el nivel de desarrollo alcanzado por éstos y sus potencialidades para lograrlo.
- Asume que mediante procesos de socialización y comunicación se propicie la independencia cognoscitiva y la apropiación del contenido de enseñanza (conocimientos, habilidades, valores).
- Forma un pensamiento reflexivo y creativo, que permita al alumno "llegar a la esencia", establecer nexos y relaciones y aplicar el contenido a la práctica social.
- Propicia la valoración personal de lo que se estudia, de modo que el contenido adquiera sentido para el alumno y este interiorice su significado.
- Estimula el desarrollo de estrategias que permiten regular los modos de pensar y actuar, que contribuyan a la formación de acciones de orientación, búsqueda sistemática de lo nuevo, valoración y control.

4.2- Elementos de factibilidad práctica

4.2.1- Sobre el criterio de los expertos

Los elementos teóricos que en esta investigación se consideran fundamentales en la concepción didáctica fueron sometidos al criterio de expertos, para ello se empleó el método Delphy, para lo cual se seleccionaron 24 expertos. El instrumento para determinar el nivel de competencia de los expertos, la relación de los mismos, así como el coeficiente de competencia de cada uno aparecen en el anexo 11, lo que se determinó según la fórmula:

$$K = 0,5(kc + ka)$$

siendo Kc , el coeficiente de conocimiento del experto y ka , el coeficiente de argumentación o fundamentación. De los expertos que participaron en las encuestas 17 obtuvieron puntuaciones entre 0,8 y 1 ($0,8 < K < 1$) lo que los acredita con un coeficiente alto de competencia y 7 obtuvieron puntuaciones entre 0,7 y 0,8 ($0,7 < K < 0,8$) los que se pueden considerar con un coeficiente de competencia medio, no obstante fueron considerados por

²⁴ Rico, Pilar, Et al. 1999. Modelo Proyectivo de Escuela Primaria. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP). Ministerio de Educación de la República de Cuba.

su experiencia como docentes y atendiendo además al intervalo que se encuentran las puntuaciones obtenidas.

Se realizaron en total 7 preguntas a los expertos con el objetivo de constatar la pertinencia teórica de la propuesta en las condiciones actuales de la Educación Primaria. (Ver anexos 12 y 13)

Los resultados más significativos fueron los siguientes:

- De los 7 elementos teóricos valorados 5 obtuvieron la categoría de muy adecuados y 2 de bastante adecuados.
- En el caso de los elementos teóricos que fueron evaluados como bastante adecuados se obtuvo de los expertos los siguientes criterios:
- Sobre la definición o caracterización de enfoque dinámico algunos plantearon que era aconsejable mejorar su redacción aunque la misma recogía lo que parece ser esencial de la propuesta.
- Sobre las habilidades se planteó que efectivamente las referidas al trabajo con los puntos libres son características de la nueva concepción pero que las referidas al trazado de puntos y figuras simétricas así como inscribir figuras ya son habilidades definidas en una concepción anterior por lo que era igualmente aconsejable que se explicitara en qué se diferencian o cómo se manifiestan según esta nueva propuesta.

Los resultados de la aplicación del método Delphy en esta investigación evidenciaron la pertinencia de los aspectos teóricos de la concepción, lo cual permitió corroborar a partir de la visión y la opinión de un grupo de personas competentes en el tema lo que durante el proceso de elaboración de esta concepción, en el cual se tuvieron en cuenta tanto los conocimientos teóricos como prácticos la autora consideró como esenciales para su estructuración.

Las observaciones realizadas fueron tenidas en cuenta en ambos casos, por lo que se replanteó otra formulación para la caracterización del enfoque dinámico y se plantea de forma explícita lo relacionado con las habilidades.

4.2.2- Criterio de especialistas

En esta investigación se consideraron como especialistas los 13 profesores del colectivo de la disciplina Matemática y su metodología de la Facultad de Educación Infantil del Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona” de Ciudad de la Habana.

La encuesta se aplicó con el objetivo de valorar la factibilidad de la propuesta. (Ver anexo 14).

Para evaluar la factibilidad se tomó como indicador la posibilidad.

La recepción del criterio de estos especialistas estuvo antecedida de tres sesiones de trabajo.

Primera sesión: Presentación de los elementos teóricos y metodológicos de la investigación.

Segunda sesión: Presentación de los elementos didácticos generales y específicos de la Concepción Didáctica.

Tercera sesión: Taller de trabajo con las situaciones de aprendizaje y los medios de enseñanza previstos en la Concepción.

Después de conocer los detalles de la propuesta a través del intercambio directo y de la una síntesis de la misma los especialistas opinaron en términos de **aspectos positivos, negativos y de duda y/o cuestionamiento** sobre las posibilidades de implementación de la propuesta. Además realizaron una valoración de la misma en una escala de 1 a 5, como síntesis de los aspectos analizados.

Los resultados de la encuesta aplicada a los especialistas son los siguientes.

En el orden cuantitativo.

Los especialistas de la muestra valoran de muy alta la posibilidad de aplicación de la concepción. La mediana de los datos ofrecidos por los mismos explica la tendencia a dar este criterio.

En el orden cualitativo se señalaron aspectos relevantes (Ver anexo 15) que fueron tenidos en cuenta por un lado para reafirmar aspectos planteados en el orden teórico como exigencias para implementación de la concepción, y por otro para ajustar algunos elementos. De igual forma algunos fueron entendidos como recomendaciones de este trabajo.

4.2.3- Intervenciones puntuales en la práctica

4.2.3.1- Primera intervención en la práctica escolar

Esta primera intervención en la práctica se llevó a cabo con un grupo de 10 maestros del Consejo Popular Cayo Hueso del Municipio Centro Habana.

Los objetivos previstos para esta etapa fueron:

- Determinar el nivel de comprensión de los maestros acerca de los procedimientos propuestos en la Concepción Didáctica para el tratamiento de los contenidos geométricos y del empleo de los medios de enseñanza.
- Valorar con los docentes el nivel de factibilidad de la misma.

Estas sesiones de trabajo permitieron el intercambio con los docentes para analizar con ellos las ventajas del enfoque dinámico en el trabajo con el contenido geométrico y de la

presentación de este contenido a través de situaciones de aprendizaje que propician el empleo de los procedimientos heurísticos, así como del empleo del geoplano como un medio didáctico para el tratamiento del contenido con este enfoque.

Antes de realizar los talleres se aplicó un instrumento que permitió diagnosticar por un lado el nivel de conocimiento geométrico de los docentes y sus posibilidades para acceder a las tareas propuestas con este nuevo enfoque. (Ver anexo 16)

Los resultados de este diagnóstico evidenciaron una carencia en los maestros de los procedimientos de trabajo para operar con los conocimientos geométricos. A partir de aquí se desarrollaron los talleres (Ver anexo 17)

En estos talleres se trabajó de forma individual y colectiva con las actividades propuestas utilizando los medios de enseñanza, de manera que se modelaba cómo debía transcurrir ésta nueva propuesta en situación de clase con los alumnos.

Durante la realización de los mismos se destacó la preparación adquirida por la maestra de tercer grado de la escuela “Salvador Cisneros”, lo cual determinó su selección para realizar a través de ella una segunda intervención en la práctica en el proceso docente que conduce. El resto de los docentes participantes en los talleres lograron comprender la esencia de los procedimientos previstos y realizar algunas actividades, así como emplear los medios de enseñanza. Esto hizo que pudieran ofrecer algunos elementos sobre la factibilidad de implementación práctica de la concepción didáctica.

Las opiniones sobre la factibilidad de la propuesta fueron ofrecidas por los docentes a través de una encuesta (Ver anexo 18) Los resultados son los siguientes:

Se valora en sentido general por parte de los docentes de muy alta la posibilidad de aplicación de la concepción. La mediana de los datos ofrecidos por los mismos explica la tendencia a dar este criterio. (Ver tabla anexo 19)

En particular se valora entre alta y muy alta la posibilidad de utilización por los alumnos de este estilo de trabajo.

En cuanto al análisis cualitativo se obtuvieron las opiniones que se sintetizan a continuación:

Aspectos positivos señalados:

- Posibilita mayor dominio de los contenidos por parte de los alumnos y los docentes.
- Desarrolla las capacidades geométricas.
- Se pueden trabajar mejor los conceptos geométricos.
- El trabajo con los medios posibilita comprender mejor las figuras.

- Este trabajo permite que las mentes de los niños se “liberen” al poder darles movilidad a las figuras.
- Proporciona más el desarrollo de la flexibilidad en el pensamiento.
- Se desarrollan mejor las habilidades.
- Permite una clase más integradora.

Dudas o cuestionamientos:

- Se puede aplicar si los maestros se preparan bien.
- Se puede aplicar si se dispone de los medios y se prepara a los maestros para elaborar las tareas.

Elementos estos que sirvieron para corroborar las exigencias que se plantean para la implementación de la concepción.

4.2.3.2- Segunda intervención en la práctica: Validación empírica.

Este proceso se lleva a cabo en un aula de tercer grado de la escuela: Salvador Cisneros”, del Consejo Popular Cayo Hueso en el Municipio Centro Habana.

El objetivo previsto para esta etapa consistió en:

- Validar las actividades concebidas como **situaciones de aprendizaje** para el tratamiento del contenido geométrico en el primer ciclo y el empleo del **geoplano** como un medio didáctico previsto en la concepción, ambos bajo las condiciones del currículo actual.

Para ello se realizaron las siguientes actividades:

- Capacitación a la maestra que aplicaría la experiencia en su aula.
- Dosificación de las actividades a trabajar, primero en turnos de apoyo a la docencia y después en algunas clases.
- Aplicación de algunos elementos de la propuesta en el cuarto período del curso. Registro de los logros más significativos de la etapa.

La capacitación a la maestra se inició en los talleres que se ejecutaron desde la primera intervención en la práctica donde se dieron a conocer los aspectos básicos de la concepción didáctica y se trabajaron algunas actividades.

Se elaboró la dosificación de las actividades y sesiones de trabajo, se intercambió acerca de cómo trabajar teniendo en cuenta la nueva dosificación y qué proceder metodológico emplear en estas clases para trabajar con el contenido geométrico y cómo emplear los medios de enseñanza.

Antes de comenzar la experiencia se aplicó un diagnóstico para determinar el estado del aprendizaje de los contenidos geométricos que poseían los escolares del grupo seleccionado.

4.2.3.3- Diagnóstico del aprendizaje de la Geometría

Se diagnosticaron 18 alumnos. La edad promedio es de 8 años. Según la opinión de la maestra 4 niños del total (26,6%) son de rendimiento alto en el aprendizaje de la matemática. Un 53,3% (8), son de rendimiento medio, y 6 (40%) de bajo rendimiento.

La maestra refiere además que se han tratado hasta ahora todos los contenidos que corresponden según el Programa de Matemática para el grado.

Este diagnóstico consistió en una prueba de 3 preguntas y 11 ítems (Ver anexo 20) que evaluaron los siguientes aspectos:

- Orientación espacial.
- Reconocimiento de figuras geométricas a partir de sus propiedades.
- Clasificación de figuras geométricas.
- Establecimiento de relaciones entre las propiedades de las figuras geométricas.
- Reconocimiento de figuras geométricas.

Los resultados del diagnóstico son los siguientes:

Sobre la orientación espacial de los 18 alumnos 9 (50%) resolvieron correctamente la actividad 1, lo que demuestra que pueden orientarse correctamente en el espacio, reconocen los términos “derecha”, “izquierda”, “arriba” y “abajo”. Del resto de los alumnos, 4 de ellos demuestran algún nivel de orientación pues resolvieron parcialmente la actividad y 5 (27,7%) muestran dificultades no sólo en cuanto a la orientación sino en el trazado y en el control muscular.

La segunda tarea la resolvieron correctamente 7 alumnos, el resto fundamentalmente no pudo orientarse correctamente en la determinación del punto inicial, o se desorientaba en alguna de las partes de la orientación sobre todo “hacia la izquierda”, “hacia la derecha”.

En cuanto a identificar la figura geométrica que se obtenía en la actividad 1, de los 18 alumnos evaluados sólo 8 pudieron hacerlo correctamente, del resto 8 la identificaron como cuadrado y 1 alumno incluso la identifica como “bandera”.

En relación con la representación de una figura conocida todos pudieron hacerlo correctamente.

4.2.3.4- Sobre el trabajo con las figuras geométricas y sus propiedades

En este caso participaron de la prueba diagnóstico 15 de los 18 alumnos de la matrícula del grupo.

En la primera pregunta, compuesta de 7 ítems los alumnos debían reconocer de un grupo de figuras geométricas cuáles eran cuadriláteros, triángulos, paralelogramos, rectángulos y cuadrados. Resultó significativo que la mayoría de los alumnos antes de resolver los ejercicios manifestaran no reconocer los términos cuadrilátero ni paralelogramo.

A continuación aparece de cada ítem sus resultados y algunas valoraciones acerca de éstos.

De los 15 alumnos examinados sólo 2 reconocen correctamente todos los cuadriláteros. El 40%(6) reconocen como cuadrilátero a la figura 3, uno sólo a la figura 7, uno a las figuras 1,4 y 7, uno a la figura 1, uno a las figuras 1 y 6, y tres no contestaron. Como se observa la mayoría de los alumnos no dominan el concepto de cuadrilátero. En general asocian el nombre a las figuras que tienen características especiales como a los representantes de paralelogramos, trapecios y rombos.

En cuanto al reconocimiento del representante de los triángulos los resultados fueron mejores. De los 15 alumnos examinados 13 lo reconocieron correctamente, uno consideró la figura 9 y uno lo dejó en blanco. Es significativo que de los que contestaron bien un alumno reconoce además la figura 7 como triángulo y otro a la figura 4 y la 7, quizás se guían porque se diferencian más del resto de las figuras dadas.

El reconocimiento de los representantes de paralelogramos resultó con más dificultades. De los 15 alumnos evaluados seis dejaron en blanco el ítem, sólo un alumno identificó correctamente cinco de las seis figuras que correspondían a esta denominación. Un alumno señala sólo la figura 4, quizás porque se diferencia del resto que conoce o identifica mejor. De igual manera uno identifica sólo dos figuras, pero correctamente (la 9 y la 6). Dos alumnos identifican sólo 1 figura, pero de forma correcta y tres identifican correctamente la figura 1 como paralelogramo pero consideran también la 4 y la 7. Estos resultados evidencian que al no dominar el concepto los alumnos tienden a clasificar las figuras buscando la diferencia con las que conoce y no acudiendo a las características esenciales.

En el caso de los rectángulos ningún alumno logró identificar todas las figuras de las dadas que corresponden a esta denominación. De los 15 examinados seis identifican las que corresponden a las representaciones clásicas, pero no logran reconocer los cuadrados como rectángulos, así mismo dos reconocen sólo la figura 8 y tres alumnos sólo a la figura 9. Dos alumnos reconocen además de la 8 y la 9 a la figura 1, y un alumno reconoce la figura 5, este último es una manifestación de no tener la menor idea del concepto.

En relación con los cuadrados, sólo 4 alumnos (26,6%) identificaron correctamente los representantes, la misma cantidad identifica correctamente sólo dos de las figuras que cumplen las condiciones. La tercera parte de la muestra sólo identifica la figura 6 y uno las

figuras 3 y 6. Como se observa los alumnos en este caso muestran mejores posibilidades de reconocer los cuadrados en relación con los demás polígonos dados. Un alumno señala como cuadrados, excepto a la figura 8, a todas las demás figuras dadas.

En la pregunta 2 donde se debían establecer relaciones entre las propiedades de las figuras y demostrar dominio del concepto **cuadrado** sólo tres alumnos de los 15 evaluados, es decir la quinta parte logró contestar correctamente. El resto casi a partes iguales optaron por los incisos c) y d) lo cual evidencia que confunden las relaciones de paralelismo y perpendicularidad así como que no reconocen estas relaciones en los lados opuestos y los consecutivos.

En la pregunta 3 además de reconocer figuras incluidas, los alumnos debían denotarlas. En este caso 4 de los 15 reconocen y nombran bien dos de los tres cuadrados que se forman. La misma cantidad de alumnos reconocen y nombran bien sólo uno de los cuadrados que se forman, tres reconocen y nombran todas las figuras que se forman dentro de la figura dada sean o no cuadrados y dos nombran incorrectamente las figuras pues utilizan sólo tres letras.

De estos resultados se puede concluir que los alumnos de la muestra presentaban dificultades en el reconocimiento de las figuras geométricas, en el dominio de las propiedades y por lo tanto de los conceptos que se relacionan con ellas, así como en el reconocimiento de figuras incluidas.

Para determinar con más certeza cuáles eran las carencias en el conocimiento se realizó una entrevista a cada niño examinado (ver anexo 21) la cual permitió concluir que los alumnos operaban con una percepción global de las figuras y no haciendo uso de las propiedades características pues no las dominaban. Así mismo se pudo comprobar carencia en el uso de la terminología que responde también a la comprensión de otros conceptos geométricos que se trabajan en el grado.

No obstante a lo antes planteado, tanto el resultado del test como de las entrevistas evidenciaron que, sin desconocer la necesidad de reforzar algunos conocimientos y habilidades que fueron detectados como dificultades en el diagnóstico aplicado, el grupo de alumnos seleccionado para la experiencia estaba potencialmente en condiciones de realizar las actividades previstas para la misma.

Esta potencialidad se evidencia en la posibilidad que muestran los alumnos de acceder a los impulsos dados para argumentar sus afirmaciones aún cuando fueran erradas. Otro elemento significativo es que al menos una alumna se percató de la transformación que podía sufrir una figura para convertirse en otra si se movían alguno de sus puntos. Igualmente significativo resultó el hecho de que varios alumnos de forma natural (pues la maestra refiere no haber hecho este trabajo en clases) reconocen el procedimiento de conteo de los cuadrados unidad y/o de los lados que los forman como un vía para argumentar sobre todo alguna de las propiedades del cuadrado.

Con estos elementos de partida se llevó a cabo la experiencia.

4.2.3.5- Aplicación de la experiencia

Antes de comenzar el trabajo en el aula se desarrolló una capacitación *in situ* con la maestra tomando como base las consideraciones didácticas para la introducción de la propuesta y que forman parte del capítulo III de la tesis.

Se desarrollaron además dos sesiones de trabajo con los alumnos en las cuales se repasaron los conceptos básicos del grado y que fueron detectados con dificultades en el diagnóstico.

A partir de ahí y en 5 sesiones dentro de los turnos de apoyo a la docencia se realizaron algunas de las actividades previstas en la concepción didáctica (Ver anexo 22).

Aunque durante la realización de las actividades se consideraron todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje en correspondencia con la concepción, el registro de observación se concibió con el propósito de centrar la atención en las posibilidades de solución de las tareas por parte de los alumnos, a partir del procedimiento propuesto, así como la interacción con los medios de enseñanza.

Para evaluar dichas posibilidades se determinaron como indicadores:

- La comprensión de la tarea.
- El empleo de los medios.

Cada indicador se evaluó entre los valores 1 y 3 atendiendo a los siguientes criterios:

- si resuelven las tareas con las orientaciones e impulsos previstos.
- si la resuelven con más niveles de ayuda.
- si no pueden resolver la tarea.

Las tareas 1 a la 4 se ajustaron a partir de las que están concebidas para que permitieran la familiarización de los alumnos con las actividades.

Los resultados aparecen en los anexos 23 y 24.

Las observaciones realizadas durante la etapa de constatación permitieron obtener los siguientes resultados:

- El 80% de la muestra es decir aproximadamente 4 de cada 5 de los alumnos lograron resolver cada una de las tareas. De ellos el 60% es decir aproximadamente 3 de cada 5 lograron resolverlas con las orientaciones y los impulsos previstos en la concepción un 20% logra resolverlos con más ayudas. De total de los alumnos aproximadamente un 16% no lograba resolver las tareas y accionar correctamente con los medios.

- El 83,3% de las tareas se resolvieron según los criterios 1 y 2. Aproximadamente el 56,3 % de las tareas se resolvieron con los impulsos previstos (1) y aproximadamente un 30% de las mismas necesitó más precisión u orientación para los alumnos que lo requerían (2) y un 16,6 % del total no pudo ser resuelta por algunos alumnos.
- El valor medio de los datos (la mediana) resultó ser 2, lo cual explica la tendencia de los niños de la muestra es a poder resolver las tareas en la forma prevista en la concepción con ciertos niveles de ayuda.

Otros resultados que se obtuvieron de la observación directa:

- Disposición y entusiasmo de los alumnos.
- Motivación hacia la búsqueda del conocimiento.
- Orientación sobre las orientaciones dadas.
- Participación colectiva en la solución y corrección de la tarea y en la socialización de los resultados.

Según los datos obtenidos y la valoración cualitativa de la puesta en práctica del enfoque dinámico para el tratamiento de la geometría en el grado donde se aplicó la experiencia a partir de las actividades presentadas como situaciones de aprendizaje y el uso del papel cuadriculado y el geoplano permite concluir que es factible su empleo en la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Primaria en las condiciones actuales.

4.3- Conclusiones del capítulo

Los resultados de las indagaciones realizadas en la práctica y que han sido expuestos en este capítulo permiten concluir que en la muestra utilizada para el estudio se evidencia la posibilidad de aplicar la concepción didáctica para la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria en las condiciones actuales siempre que se consideren las exigencias planteadas para su implementación.

5- Conclusiones

1. Las indagaciones empíricas sobre el estado actual del objeto de esta investigación permitieron determinar que existen dificultades tanto en el aprendizaje como en la enseñanza de los contenidos geométricos en la Educación Primaria, las cuales están dadas fundamentalmente por un insuficiente empleo de métodos y medios que promuevan un mejor aprendizaje.
2. Las indagaciones empíricas y teóricas permitieron fundamentar la necesidad de elaborar una concepción de trabajo con el contenido geométrico para la escuela de educación básica cubana la cual, a partir de la existente logre perfeccionar los procedimientos de trabajo de los alumnos en post de una actividad mucho más productiva que incluya la preparación para el uso de nuevas tecnologías desde edades tempranas.
3. El estudio teórico acerca del desarrollo y la evolución de la enseñanza de la geometría a lo largo de la historia y en el contexto en que se desarrolla esta investigación permitió determinar como una tendencia actual para el tratamiento de este contenido, un enfoque al que se ha denominado dinámico y que tiene su base en el surgimiento y empleo de nuevas tecnologías, en particular en los softwares de geometría dinámica para aprender geometría.
4. Se obtiene como resultado de este estudio una caracterización del enfoque dinámico del tratamiento de la geometría basado en las transformaciones que se producen en las figuras a partir del movimiento de sus puntos como una variante de “movimiento” que permite la comprensión de los conceptos geométricos desde otra perspectiva.
5. Según esta investigación los elementos que deben caracterizar una concepción didáctica basada en el enfoque dinámico para el tratamiento de la geometría son: el dinamismo (expresado en la posibilidad de movimiento de los puntos que determinan las figuras geométricas y las transformaciones que se producen en ellas), la presentación del contenido como situaciones de aprendizaje, la utilización de medios de enseñanza y aprendizaje que propicien la movilidad de las figuras, el empleo de métodos y procedimientos que promuevan la búsqueda y la exploración, y las formas de organización donde predomine la colaboración intercambio y la socialización del contenido.
6. La concepción presentada en esta investigación basada en el enfoque dinámico tiene un carácter desarrollador.
7. Para la implementación de esta concepción en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje se logra en esta investigación una concreción para el primer ciclo de la

Educación Primaria expresada en: un procedimiento general de trabajo con las figuras geométricas basado en las transformaciones, una metodología para el trabajo con los medios, específicamente con el geoplano, y una propuesta de cuatro tipos de tareas con 31 actividades que ejemplifican el tratamiento del contenido según este enfoque.

8. El estudio de factibilidad práctica de los elementos esenciales de la nueva propuesta permitió determinar que es posible su implementación a partir de la concepción teórico-metodológica concebida en los Programas actuales de la Educación Primaria para el tratamiento del contenido geométrico en el primer ciclo.

6- Recomendaciones

- Profundizar en otros estudios sobre una didáctica para la implementación del enfoque dinámico en el tratamiento de otros contenidos geométricos de la Educación Primaria, por ejemplo para el tratamiento de los cuerpos geométricos.
- Continuar realizando investigaciones, relacionadas con la contribución que puede hacer este enfoque de trabajo al desarrollo de las formas del pensamiento matemático y al desarrollo de habilidades con el empleo de los asistentes geométricos y su posible introducción en la Educación Primaria.
- Incluir en el trabajo metodológico de la disciplina Matemática y su Metodología lo relacionado con el enfoque dinámico de tratamiento de los conceptos geométricos, los procedimientos de trabajo, la tipología de tareas que se ofrece y las consideraciones realizadas en relación con el empleo de los métodos y los medios, como preparación de los docentes para la comprensión de la concepción y su posible implementación.
- Divulgar los aspectos planteados en la recomendación anterior a través de las actividades metodológicas con los representantes del subsistema de Educación Primaria.

7- Bibliografía

- Addine, F (2002): “Principios para la dirección del proceso pedagógico”, en Compendio de Pedagogía. Ed. Pueblo y Educación. La Habana
- Albarrán, J. (1997) “Aprendiendo a buscar relaciones”. En: II Encuentro sobre la enseñanza de la Matemática y la Computación. Cátedra “Dulce María Escalona”. ISPEJV. Ciudad de la Habana. (Ponencia)
- _____ (1989) “La efectividad en el tratamiento de los teoremas matemáticos y sus demostraciones. En: Revista Educación No. 72, (Enero - Marzo, 1989), pp. 107-117.
- _____ (1993) “La utilización de las formas de trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática de la escuela primaria”. En: Conferencia Científica de profesores del ISPEJV. Ciudad de la Habana. (Ponencia)
- _____ (1995) “El papel de los impulsos en la enseñanza de la Matemática de la escuela primaria”. En: II Encuentro sobre la enseñanza de la Matemática y la Computación. Cátedra “Dulce María Escalona”. ISPEJV. Ciudad de la Habana. (Ponencia)
- _____ (1996) “Las formas de trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática de la escuela primaria”. Tesis de Maestría. ISPJEV. Ciudad de la Habana.
- Albarrán, J. y Bernabeu, M. (1998) “La instrucción heurística y la transferencia del saber en la educación matemática de las nuevas Generaciones”. En: III taller Internacional sobre la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior y En: Curso prerreunión del evento Pedagogía 99□.ISPEJV. Ciudad de la Habana. (Ponencia)
- Arango, C. et al. (1990) “Los Métodos productivos en la enseñanza de la Matemática”. Facultad de Matemática. ISPEJV. Ciudad de la Habana. (Material impreso)
- Arcavi, A., Hadas N (2003): El computador como medio de aprendizaje: Ejemplo de un enfoque. En Documento de Trabajo del Grupo EM&NT. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle. Consultado en http://iep.univalle.edu.co_ en Abril de 2006.
- Armstrong, Thomas (1995): Inteligencias múltiples en el salón de clases. Asociación para la supervisión y desarrollo de programas de estudio. Alexandria, Virginia, EEUU.
- Avedaño Olivera, Rita. y Labarrere Sarduy, Alberto F (1989) : *Sabes enseñar a clasificar y comparar*. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba. Petrovich Baranov, Serguei (1980): *Didáctica de la Escuela Primaria*. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba, 1980.
- Ballester, P. S. (1995) “La sistematización de los conocimientos matemáticos en PROMET. Editorial Academia. La Habana.
- _____ et al. (1992) “Metodología de la Enseñanza de la Matemática”. Tomo I. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
- Brenes, C. Violeta y Ana Lía Quesada (1996): Visualizando geoméricamente algunos conceptos. En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.
- Castellanos S. Doris et. al. (2000) “Hacia una concepción de aprendizaje desarrollador”. Colección Proyectos. Centro de Estudios del ISP “Enrique José Varona”. Ciudad de La Habana.

- Cerezal, Julio. y Fiallo J (2004): “Cómo investigar en Pedagogía”. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba.
- Colectivo de autores (1989): Libros de texto “Matemática” de 1ro a 6to grado. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Colectivo de autores (1989): Programas “Matemática” de 1ro a 6to grado. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Colectivo de autores (1989): Programas “Matemática” de 1ro a 6to grado. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Colectivo de autores (1989): Orientaciones Metodológicas “Matemática” de 1ro a 6to grado. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Colectivo de especialistas del Mined y del ICCP (1988): “Pedagogía”. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Danilov y Skatkin (1981): “Didáctica de la Escuela Media”. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Danilov, et. al. (1978): “Didáctica de la escuela media”. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- Davidov V. V (1982): “Tipos de generalización. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- De Guzmán, M.: “Los riesgos del ordenador en la enseñanza de la matemática”. Artículo publicado en Manuel Abellanas y Alfonso García (Eds.), Actas de las Jornadas sobre ENSEÑANZA EXPERIMENTAL DE LA MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD Universidad Politécnica de Madrid, 10,11 y 12 de diciembre de 1991, pp. 9-27. Consultado en: <http://www.mat.ucm.es> en febrero 2005.
- _____ : “Tendencias Innovadoras en Educación Matemática”. Consultado en <http://www.matemáticas.net> en octubre de 2005.
- de Villiers, Michael (1996). En “Algunos desarrollos en enseñanza de la geometría (3)” La lettre de la preuve, Novembre-Décembre 1999.
- Documento de discusión para un estudio ICMI. En <http://www.xtec.es>. 2002
- Escalona, D. M (s/f) “La enseñanza de la Geometría demostrativa” En: “Revista de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas”. Volumen I No. 6.pp.
- “Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática”. National Council of Teachers of mathematics (NCTM). Traducción: José María Álvarez Falcón y Jesús Corrado Buitrago. Sociedad Andaluza de Educación Matemática (Thales). 1992.
- Geisler O. et. al. (1978): “Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro a 4to grados (segunda parte)”. Ed. pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, Cuba.
- _____ (1978): “Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro a 4to grados (primera parte)”. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, Cuba.
- Geisler O. et. al. (1978): “Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro a 4to grados (tercera parte)”. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, Cuba.
- Giménez Rodríguez, J. (1997).” Aprendiendo a enseñar geometría en primaria. Análisis de simulaciones sobre la intervención”. RELIEVE, vol. 3, n. 2. Consultado en <http://www.uv.es/> en Junio de 2006.

- Godino, Juan D., et al.: "Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas". Proyecto de Investigación "Edumat-Maestros", Universidad de Granada, España, 2005.
- Goldenberg E. P. y Cuoco A. A.(1.998): "What is Dynamic Geometry?". En Lehrer y Chazan D.(Edtrs) Designing Learning Environments for Developing of Geometry and Space. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah.
- González Redondo, F.: "Una visión histórica en torno a la generación del conocimiento matemático". En Revista Complutense de Educación. Vol. 12. Núm 2(2001) 623-637.
- González Valdés, A. (2003): "Creatividad y métodos de indagación". Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Gutiérrez, Ángel. (2005): "Enseñanza de las matemáticas en entornos informáticos". Módulo optativo del Plan de Estudios de Maestro. Curso 2005-06. Universidad de Valencia. Departamento de Matemática. P. 2
- Hernández Galárraga, Elina y otros (2004): "Hacia una Educación Audiovisual". Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba.
- Iliasov, I. I y Liaudis, V. Ya (1986): "Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades". Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Jackiw, N. (1997). "El Geómetra, la geometría dinámica para el siglo XXI". Ver. 3.1. Berkeley, CA: Key Curriculum Press. Software.
- Jungk Werner (1979): "Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1". Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- _____ (1979): "Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2". (1ra parte). Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- _____ (1981): "Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2". (2da parte).. Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Klinberg, L (1972): "Didáctica General". Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- Klingberg Lothar. "Introducción a la Didáctica general". La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 447. (S.A.).
- Labarrere S. A. (1987): "Bases psicopedagógicos para la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria". La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 147p.
- _____ (1996): "Pensamiento, análisis y autorregulación de la actividad Cognoscitiva de los alumnos". Editorial Pueblo y Educación. Cuba, 1996.
- Leontiev C. N. (1982) "Actividad, conciencia, personalidad". Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Llivina L. M. et al. (2000): "Manifestaciones de las teorías de aprendizaje en la enseñanza de la Matemática". Artículo en Revista Varona.
- López H. J. (1987): "La dirección de la actividad cognoscitiva". Editorial Pueblo y Educación. La Habana. .
- Machado, Rosa M.: "Minicurso: Explorando o Geoplano". Consultado en: <http://bienasbm.ufba.br> en mayo 2006.

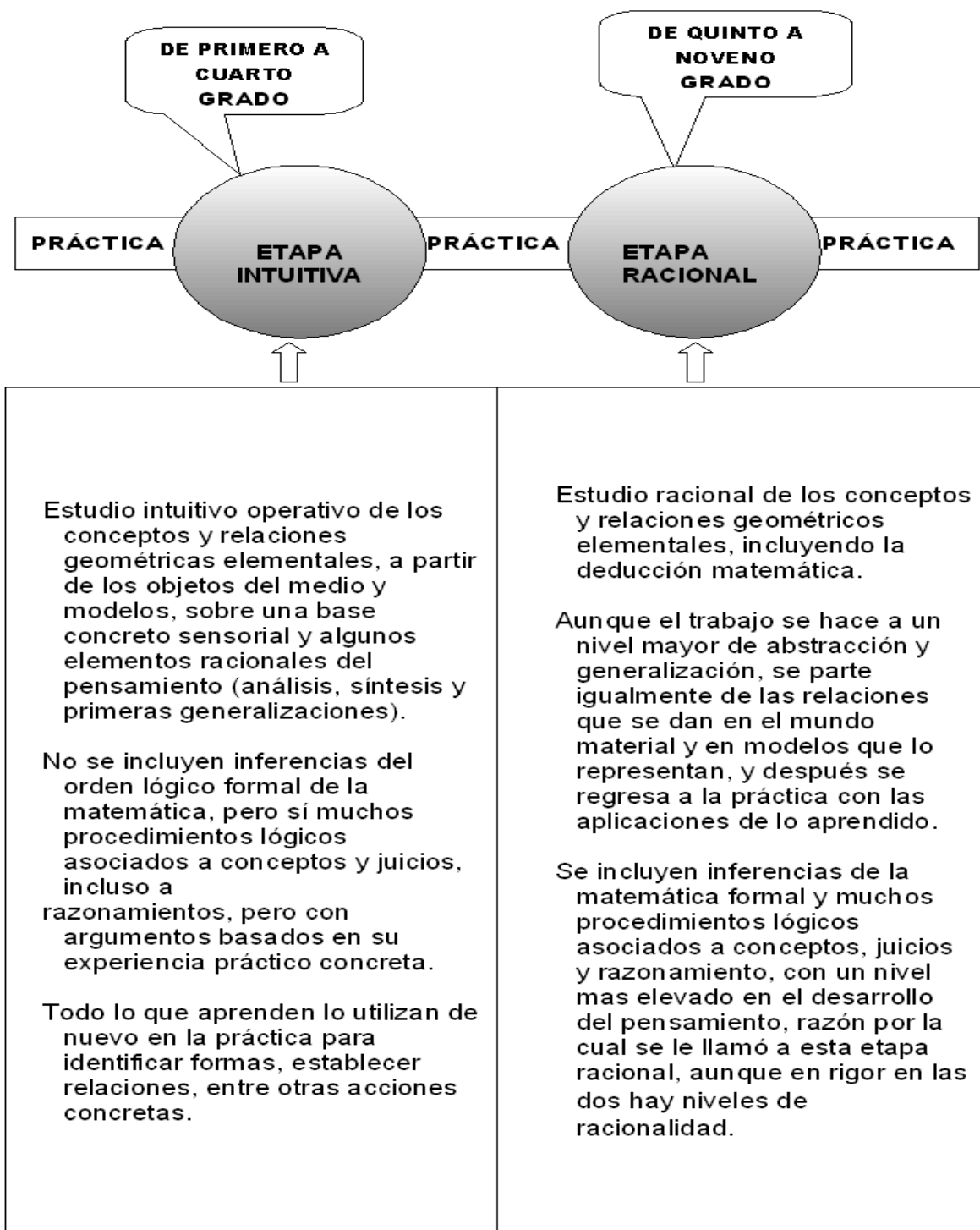
- MAMMANA, C. & VILLANI V. (1998): "Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century". Kluwer Academic Publishers.
- Mariño, Aldo.: "El Geoplano: un recurso manipulable para la comprensión de la Geometría". En Educación Integral. Reflexiones y Experiencias. Año3, No.3 y 4. 200. Consultado en <http://biblio.una.edu.ve> en octubre 2005.
- Martínez Ll. M. (1998): "Categorías, principios y Métodos de la enseñanza problémica". La Habana. Universidad de la Habana, 1986.
- _____ (1986): "Fundamentos teóricos y metodológicos de la enseñanza problémica". En curso PRE- reunión. Pedagogía 86. C. Habana. Montañez Puentes, J., Donado Núñez, G.: "Algunos elementos a tener en cuenta en la enseñanza de la Geometría para los niveles básicos". Consultado en: ...
- Morales P. J. R. et. al. (1990): "El papel de las preguntas en el desarrollo de la independencia cognoscitiva en escolares de nivel primario". Ponencia Pedagogía 90. Cuba, 1990.
- Müller Horst. (1987) "El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática en la Educación General Politécnica y Laboral". Folleto editado por el ISP "Frank País". Santiago de Cuba.
- _____ (1988) "El programa heurístico general para la resolución de ejercicios". Artículo Pág. 33-25 Boletín Sociedad cubana de Matemática No 9. La Habana, Cuba.
- Nocedo de L. y Guerra E. (1984) "Metodología de la investigación Pedagógica y Psicológica". Segunda Parte. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- Peralta Monge, Teresita (1996): "El tangram y la construcción de conceptos matemáticos". En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.
- Pérez Gastón et al (1997): "Metodología de la investigación I". Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- Petrovsky, A. V (1970): "Psicología pedagógica y de las edades". Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Polanco Rodríguez, B.: "Geoplano como recurso didáctico matemático para estimular la creatividad de los alumnos". Consultado en: <http://www.ilustrados.com> en enero 2006.
- Rico M. P. et. al. (2000) "Hacia el perfeccionamiento de la escuela primaria. Editorial Pueblo y Educación". Ciudad de la Habana. Cuba.
- _____ (2004): "Proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador en la Escuela Primaria". Teoría y Práctica. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba.
- _____ (2003) "La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje". Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
- _____ (1999): "Modelo Proyectivo de Escuela Primaria". Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP). Ministerio de Educación de la República de Cuba.
- Rizo Cabrera, C y L. Campistrous (2003). Artículo: "Sobre la estructura didáctica y metodología de las clases". ICCP. La Habana. Cuba. En soporte digital.

- _____ (2003). Resumen realizado para el examen de la Especialidad (Pedagogía). Intercambio Académico Universidad Autónoma de Santo Domingo. Agosto-Octubre 2003. En soporte magnético.
- _____ (2003). “Geometría dinámica en la escuela, ¿mito o realidad?”. Ponencia Primer Congreso de aplicaciones tecnológicas en la Didáctica de las Ciencias y la Matemática. Instituto Nacional Tecnológico de Santo Domingo. República Dominicana.
- _____ (2002). “La calculadora en la escuela primaria, ¿Amiga o enemiga?”. Revista UNO. Competencias Matemáticas. No. 29. Editorial Grao. Barcelona. España.
- _____ (2006). “Elementos de una didáctica para el tratamiento de las situaciones de aprendizaje en el empleo de la tecnología en la escuela”. Resumen de la XX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa realizada en Cuba en Julio del 2006, y en proceso de edición en la Revista UNO. Competencias Matemáticas..Editorial Grao. Barcelona. España.
- _____ (1987). “Investigación sobre la estructuración del curso de geometría de 4to. a 6to. grados, basada en las transformaciones y la congruencia”. Tesis doctoral. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. Ministerio de Educación de Cuba.
- Rodríguez, Abdel (1996): “El tangrama y sus múltiples aplicaciones”. En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.
- Rohn Karl. (1984) “Consideraciones acerca de la Enseñanza problémica de la Matemática” (1ra parte). En: Boletín Sociedad Cubana de Matemática. Habana)(2): Pág. 33-41, 1984.
- _____ (1985) “Consideraciones acerca de la Enseñanza de la Matemática” (2da parte) En: Boletín Sociedad Cubana de Matemática. La Habana (4): 26-49. 1985.
- Silvestre O: M. y Zilberstein J. (2000) “Enseñanza y aprendizaje desarrollador”. Ediciones CEIDE México.
- Silvestre O: M. y Zilberstein J. (1997) “Una didáctica para una enseñanza y aprendizaje desarrollador”. ICCP. Ciudad de la Habana.
- _____ (1999) “¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?”. Ediciones. Ceide. México.
- _____ (2001) “Aprendizaje, Educación y desarrollo”. Editorial Pueblo y Educación. Primera reimpresión. Ciudad de la Habana
- _____ (2002) “Diagnóstico y transformación de la institución docente”. Ediciones Ceide. México
- Skatkin, M. N (1974): “Didáctica”. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Solanilla, J. et al.: “Aprendizajes de conceptos y principios matemáticos a través del ambiente de Programación y la computación simbólica”. En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de Profesores e Investigación Matemática, Puerto Rico, 1996.
- Talizina N. F:”La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares” Ministerio de Educación Superior. La Habana, 1987.
- _____ “La dirección del proceso de asimilación de los conocimientos”. Material complementario de psicología pedagógica. Impresión ligera. MINED.

- Torres F Paúl y otros. (2001) “Tendencias iberoamericanas en la educación Matemática”. FAC de Ciencias. ISPEJV. Editorial VAS. México 2001.
- Torres F. Paúl. (1889): “Utilización de los procedimientos heurísticos en la formación metodológica”. En: Ciencias Pedagógicas. (La Habana) 1(2): 22-30, julio-septiembre.
- _____ (1986) “El método heurístico en la enseñanza de la Matemática del nivel medio general”. En: Revista Educación. La Habana 16(60): 114-120. Enero-marzo 1986.
- _____ (1993) “La enseñanza problémica de la Matemática de nivel medio general. ISPJEV. Ciudad de la Habana Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas.
- _____ (1997) “¿Cómo redactar una tesis? Recomendaciones generales”. Material impreso en Potosí, Bolivia, 1997.
- _____ (2000) “La Instrucción Heurística de las Matemáticas Escolares”. Instituto Superior Pedagógico “Enrique J. Varona”. La Habana .Cuba.
- _____ “Algunas consideraciones teórico-practicas sobre la elevación de la efectividad de la enseñanza de la Matemática del nivel medio general mediante la Utilización de procedimientos heurísticos”. Material Mimeografiado. FAC Matemática. ISPEJV.
- Valdés Coiro, Eréndira (1996): “Taller de geometría para la escuela primaria. Cuadriláteros”. En Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Puerto Rico.
- Vigostsky, L.S (1998): “Pensamiento y Lenguaje”. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, Cuba.
- Vilaró, R. (2002): “Reflexiones en torno ala didáctica de la matemática”. En Revista Educar. Año 3. No. 6. Consultado en: <http://anep.edu.uy/> en abril 2005.
- Villani, Vinicio. (2201). En “Por qué un estudio en Geometría”. Documento de discusión para un estudio ICMI. Departamento de Matemática. Universidad de Pisa. Italia. Febrero, 2001.
- Yacoliev N. (1979). “Metodología y técnica de la clase”. Editorial de Libros para la Educación, Mined, 1979.
- Zilberstein J. (1997). “A debate... Problemas actuales del aprendizaje escolar. ¿Enseñamos a los alumnos a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje?. Artículo en revista” Desafío escolar”.
- Zillmer W. (1990). “Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática”. Ed.Pueblo y Educación .Ciudad de la Habana.

8- Anexos

8.1- Anexo 1 Gráfico de la concepción actual



8.2- Anexo 2 Objetivos del tratamiento de la geometría relacionados con los conocimientos y las habilidades geométricas expresados en los Programas vigentes por grados

Primer grado

Reconocer algunas figuras y cuerpos geométricos elementales por vía perceptual de modo que puedan identificarlos en objetos del medio y en modelos, así como nombrarlos correctamente.

- Trazar con limpieza las figuras planas mediante el uso de plantillas, modelos y el papel cuadriculado así como formarlas con varillas.
- Iniciar el desarrollo de habilidades en el trazado de rectas y segmentos con el uso de la regla, medir y trazar segmentos de longitudes dadas utilizando el centímetro como unidad.

Segundo grado

Reconocer figuras y cuerpos geométricos y desarrollar habilidades en el trazado de algunas figuras planas.

- Identificar las relaciones de posición entre puntos y entre puntos y rectas.
- Aplicar el concepto de congruencia o igualdad geométrica en el análisis, descripción y representación de las figuras.
- Reconocer los objetos geométricos: punto, recta, segmento, triángulo, cuadrilátero, rectángulo, cuadrado círculo, circunferencia, ortoedro, cubo y esfera.
- Diferenciar las figuras de los cuerpos geométricos, nombrarlos correctamente e identificarlos en objetos del medio.
- Continuar el desarrollo de habilidades en el trazado de figuras planas con plantillas y en el papel cuadriculado iniciado en primer grado, así como utilizar la regla para el trazado de segmentos, triángulos, cuadriláteros y para la medición de segmentos.
- Iniciar el uso del compás para el trazado de circunferencia.
- Realizar actividades de superposición, calcado, recorte, y pegado para la fundamentación de la congruencia o la igualdad geométrica.

Tercer grado

Conocer figuras y cuerpos geométricos, reconocer algunas de sus propiedades, desarrollar habilidades en la construcción y trazado de algunas figuras planas.

- Continuar el desarrollo de habilidades en el reconocimiento de las relaciones de posición entre puntos y entre puntos y rectas, así como continuar aplicando el concepto de *congruencia* o *igualdad geométrica* al analizar y describir figuras y cuerpos geométricos.

- Profundizar en el conocimiento de los objetos geométricos: punto, recta, segmento, triángulo, cuadrilátero, rectángulo, cuadrado, círculo, circunferencia, ortoedro, cubo, y esfera.
- Reconocer el paralelogramo, el prisma y el cilindro.
- Diferenciar las figuras de los cuerpos geométricos, nombrarlos correctamente, conocer algunas características e identificarlos en objetos del medio.
- Desarrollar habilidades en el trazado de rectas y segmentos paralelos y perpendiculares con ayuda de la regla y el cartabón y aplicar estas habilidades en la construcción de algunas figuras planas.
- Manejar con seguridad el compás para trazar circunferencias.
- Desarrollar la capacidad de imaginación espacial (vista geométrica) mediante actividades que posibiliten la percepción, por la vía de la vista y el tacto, de la forma y el tamaño de los objetos.
- Obtener figuras por composición y descomposición de otras, así como realizar variadas actividades que permitan el reconocimiento de figuras incluidas unas en otras.
- Describir y argumentar los procedimientos utilizados en las construcciones geométricas haciendo un uso correcto del vocabulario.

Cuarto grado.

- Conocer y profundizar en el conocimiento de figuras y cuerpos geométricos y sistematizar algunas de sus características esenciales.
- Reconocer las características esenciales de las figuras planas y cuerpos estudiados, así como reconocerlas en objetos del medio.
- Comparar y relacionar las características de las figuras y cuerpos estudiados.
- Reconocer figuras contenidas unas en otras.
- Desarrollar habilidades en el trazado y construcción de algunas figuras planas utilizando los instrumentos correspondientes.
- Reconocer la congruencia o igualdad geométrica en figuras planas estudiadas y en las caras de los cuerpos.
- Desarrollar habilidades en la interpretación y lectura de la escala y su utilización en los mapas y planos.
- Realizar ejercicios que favorezcan el desarrollo de la representación espacial mediante al analizar la dirección, orientación y perspectiva de figuras y cuerpos en el plano y el espacio y además, reconocer la invarianza del tamaño y la forma de figuras al trasladarlas, girarlas o reflejarlas.

8.3- Anexo 3 Resumen de los conceptos y propiedades geométricas que se tratan en la enseñanza primaria

1er. grado	2do. grado	3er. grado	4to. grado	5to. grado	6to. grado
<p>Relaciones de posición (arriba, abajo, a la derecha, delante, detrás).</p> <p>Punto, línea, recta, segmento.</p> <p>Comparación de segmentos “más corto”, “más largo”, “igual longitud”</p> <p>Triángulo, rectángulo, cuadrado, círculo.</p> <p>El triángulo tiene tres lados, el rectángulo y el cuadrado tienen cuatro lados; los cuatro lados del cuadrado tienen igual longitud.</p> <p>Cubo y esfera (reconocimiento en objetos del medio)</p>	<p>Relaciones de posición entre puntos y rectas “...está en” y “...pasa por...”</p> <p>“...está entre... y...”</p> <p>Introducción de “segmentos que superpuestos coinciden” o “segmentos iguales”.</p> <p>Triángulo, cuadrilátero, lado de un triángulo (cuadrilátero) y lados opuestos de un cuadrilátero, vértices de un triángulo.</p>	<p>Relaciones entre rectas. “Se cortan” “no se cortan”.</p> <p>Rectas y segmentos</p> <p>Paralelos.</p> <p>Rectas y segmentos perpendiculares.</p> <p>Distancia de un punto a una recta y distancia entre dos rectas paralelas.</p> <p>Paralelogramo. “Cuadrilátero de lados opuestos paralelos e iguales.”</p> <p>Lados consecutivos.</p> <p>Rectángulo, cuadrado</p> <p>Los rectángulos (cuadrados) son paralelogramos que tienen sus lados consecutivos perpendiculares.</p>	<p>Recta, semirrecta, segmento.</p> <p>La escala.</p> <p>Plano, semiplano.</p> <p>Ángulos, lados de los ángulos y vértices.</p> <p>Relaciones entre ángulos.</p> <p>Medida de ángulos. (notación).</p> <p>Ángulo recto y llano.</p> <p>Polígonos.</p> <p>Vértices y lados de un polígono.</p> <p>Sistematización de los polígonos estudiados.</p> <p>Clasificación de triángulos según sus lados (escalenos, isósceles y equiláteros).</p> <p>Trapecios.</p> <p>Bases del trapecio.</p>	<p><u>Igualdad de figuras y movimiento</u>.</p> <p>Figuras simétricas con respecto a una recta. Eje de simetría.</p> <p>Puntos simétricos. Sus propiedades.</p> <p>Igualdad de figuras simétricas.</p> <p>Mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.</p> <p>Concepto de movimiento.</p> <p>Propiedades de los movimientos.</p> <p>Reflexión del plano en una recta. Eje de reflexión.</p> <p>Traslación en el plano.</p> <p>Concepto de dirección y sentido.</p> <p>Concepto de vector.</p> <p>Vectores iguales.</p>	<p>Ángulos.</p> <p>Relaciones entre ángulos.</p> <p>Composición de movimientos.</p> <p>Propiedades especiales de las rectas en los movimientos.</p> <p>Clasificación de los ángulos según su amplitud.</p> <p>Ángulos consecutivos.</p> <p>Ángulos adyacentes.</p> <p>Concepto de teorema.</p> <p>Teorema de los ángulos adyacentes.</p> <p>Recíproco de un teorema.</p> <p>Ángulos opuestos por el vértice.</p> <p>Teorema de los ángulos opuestos por el vértice.</p>
	<p>Triángulo (cuadriláteros) que superpuestos coinciden.</p> <p>Rectángulo y Cuadrado.</p> <p>“Los lados opuestos de un rectángulo son iguales”.</p> <p>“El cuadrado es también un</p>	<p>Prisma, ortoedro y cubo.</p> <p>Prismas, caras, bases.</p> <p>“El cubo y el ortoedro son prismas”.</p> <p>Circunferencia, círculo,</p> <p>Cilindro.</p> <p>Radio de la circunferencia.</p> <p>Introducción del</p>	<p>“Los trapecios tienen un par de lados paralelos.”</p> <p>Paralelogramo (sus lados opuestos son paralelos).</p> <p>Caso especial: Rombo.</p> <p>Prismas.</p> <p>Pirámide.</p> <p>Circunferencia</p>	<p>La simetría con respecto a un punto. Centro de simetría.</p> <p>Perímetro de polígonos.</p> <p>Área del rectángulo y del cuadrado.</p> <p>Área total del ortoedro.</p>	<p>Ángulos entre paralelas.</p> <p>Ángulos correspondientes. Teorema de los ángulos correspondientes entre paralelas.</p> <p>Teorema recíproco de los ángulos correspondien</p>

1er. grado	2do. grado	3er. grado	4to. grado	5to. grado	6to. grado
	<p>rectángulo y sus cuatro lados son iguales".</p> <p>Ortoedro. "El cubo es un ortoedro, las seis caras son cuadradas e iguales".</p> <p><u>Círculo.</u> <u>Circunferencia.</u> <u>Esfera.</u> Circunferencia. Centro de la circunferencia. "La esfera no tiene vértice ni aristas.</p>	concepto "cilindro".	y Círculo. Diámetro. Esfera, cilindro y cono.		<p>tes. Teorema de los ángulos alternos y conjugados entre paralelas. Teorema recíproco de los ángulos alternos y conjugados. Triángulos. Definición de triángulos. Elementos de un triángulo. Clasificación según sus lados y sus ángulos. Relaciones entre lados y ángulos de un triángulo. Desigualdad triangular. Teorema sobre los ángulos interiores de un triángulo. Teorema sobre los ángulos exteriores. Volumen de un ortoedro. Concepto de volumen. Fórmula del volumen del ortoedro.</p>

Habilidades geométricas y procedimientos asociados

1er. Grado	2do. Grado	3er. Grado	4to. Grado
<ul style="list-style-type: none"> • Moverse en el espacio y sobre papel cuadriculado. • Trazar figuras sobre papel cuadriculado según indicaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Denotar rectas con letras mayúsculas. • Trazar puntos y rectas que satisfagan las diferentes relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trazado de rectas por un punto, por dos puntos, por tres puntos. • Trazar rectas que se cortan. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trazar rayos. Denotar rectas y rayos con dos letras mayúsculas. • Trazar rectas, rayos, segmentos

1er. Grado	2do. Grado	3er. Grado	4to. Grado
<p>orales. Describir el procedimiento.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representar, denotar y nombrar puntos. • Comprobar si una línea es recta. • Trazar rectas (con regla) en distintas posiciones. • Reconocer objetos del medio en forma rectilínea. • Trazar y denotar segmentos. • Reconocimiento de segmentos en objetos del medio y en representaciones de segmentos, en figuras planas y cuerpos geométricos. • Medir la longitud de un segmento. • Trazar segmentos según una longitud dada. • Comparar lados en otras figuras y cuerpos. • Trazar, recortar, dibujar (con plantillas), representar en papel cuadriculado, formar figuras con varillas, reconocer figuras en el medio y en otras figuras. Trazado de figuras ornamentales utilizando plantillas de figuras geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar y estimar la longitud de un segmento. • Trazar segmentos de una longitud dada. • Identificar segmentos incluidos en figuras. • Comparar segmentos que pertenezcan y no a figuras dadas. • Denotar con letras mayúsculas los vértices de un triángulo. • Trazar, recortar, superponer, y reconocer cuando los rectángulos y los cuadrados están incluidos en objetos del medio y en otras figuras. • Trazar rectángulos y cuadrados en papel cuadriculado, con varillas y con plantillas. • Reconocer ortoedros y cubos en objetos del medio o en modelos. • Analizar características de las caras del cubo. • Contar vértices y aristas, medir las longitudes de las aristas. • Trazar círculos y circunferencias con plantilla y con compás. Recortar. Hacer cenefas. • Reconocer esferas en objetos del medio. Modelar con plastilina. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trazar rectas y segmentos paralelos y perpendiculares en papel cuadriculado. • Trazar rectas y segmentos perpendiculares con cartabón. • Reconocer segmentos paralelos y perpendiculares en las figuras y cuerpos estudiados. • Trazar paralelas a una distancia dada (con regla y cartabón). • Trazar, recortar, superponer • paralelogramos (con plantilla, papel cuadriculado, regla y cartabón). • Reconocer y construir (paralelogramos, rectángulos y cuadrados) contenidos unos en otros. • Formar nuevas figuras a partir de figuras dadas mediante recorte y trazado de segmentos. • Reconocer prismas en el medio y en objetos. Conteo de aristas, caras, bases. • Desarrollar y componer modelos. • Modelar con plastilina. • Trazar un radio de una circunferencia. • Reconocer cilindros en el medio y en modelos. 	<p>paralelos y perpendiculares con regla y cartabón.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trazar cuadriláteros y tipos de cuadriláteros. • Abstractar el concepto de plano a partir de ejemplos. • Reconocer las relaciones entre las caras y bases de los cuerpos estudiados. • Trazar ángulos con regla, cartabón, plantilla, y con modelos. • Denotar ángulos con tres letras mayúsculas y con una letra griega. • Reconocer ángulos en figuras conocidas. • Comparar ángulos con transportador de papel. • Reconocer triángulos y cuadriláteros. • Reconocer y trazar diferentes tipos de triángulos. • Medir, trazar y transportar ángulos con el semicírculo graduado. • Trazar ángulos de una amplitud dada. Trazado con compás conocido el

1er. Grado	2do. Grado	3er. Grado	4to. Grado
			<p>radio o el diámetro.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer cilindros en el medio y en modelos. • Desarrollar y armar cuerpos. Analizar cuerpos. • Analizar las figuras que componen el desarrollo. • Reconocer triángulos, cuadriláteros, polígonos de cinco lados, seis lados etc. • Trazado de polígonos. • Reconocer y trazar tipos especiales de triángulos. • Desarrollar y armar prismas de base triangular. • Trazado de cuadriláteros con lados opuestos paralelos. • Reconocer trapecios en objetos del medio, contenidos en otra figura y en modelos. • Trazar figuras geométricas con modelos, en papel cuadriculado, con plantilla perforada y con plantilla de paralelas. • Trazar figuras congruentes.

1er. Grado	2do. Grado	3er. Grado	4to. Grado
			<ul style="list-style-type: none">• Descomponer una figura en otras.• Completar figuras.• Desarrollar y armar prismas y pirámides de bases cuadrangulares (incluir ortoedros y cubos) y de bases poligonales cualquiera.

8.4- Anexo 4 Resumen de los conceptos, relaciones y procedimientos asociados a los conocimientos geométricos, según la concepción vigente

Conceptos sobre figuras geométricas

Lineales	Planas
Punto	
Segmento	<u>Polígonos</u> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos • Cuadriláteros • Rectángulos - cuadrado • Paralelogramos - rombo • Trapecios <u>Círculo</u> <ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia
Recta	Plano semiplano
Semirrecta o rayo	Ángulo

Estos conceptos se denominan según la autora “figuras básicas o elementales”. Se declara en dicho trabajo que dentro de la ejercitación pueden surgir otras figuras obtenidas por la unión, diferencia o intersección (sobre una base completamente intuitiva) pero para las que no se exige su denominación ni análisis de propiedades específicas

Relaciones fundamentales

Relación	Objetos entre los que se establecen
De incidencia <ul style="list-style-type: none"> • Está situado entre • Está situado sobre o pasa por 	Puntos Puntos y rectas
<ul style="list-style-type: none"> • No se cortan (paralelismo) • Se cortan (en especial la ortogonalidad) • Se cruzan 	Rectas (segmentos, rayos) Planos (subconjuntos conexos) Rectas (segmentos, rayos) Planos (subconjuntos conexos) Rectas
<ul style="list-style-type: none"> • Congruencia o igualdad geométrica • Relaciones de mayor que o menor que (sólo para segmentos y ángulos) 	Segmentos Ángulos
<ul style="list-style-type: none"> • Igualdad (de medidas) 	Segmentos (longitud) Ángulos (amplitud)

Procedimientos fundamentales

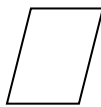
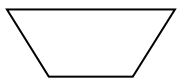
Procedimientos elementales de representación de figuras geométricas.

Concepto	Procedimiento
Segmento	<ul style="list-style-type: none">• Trazar segmento por 2 puntos.• Trazar un segmento con una longitud determinada mediante la regla. Prolongar un segmento.• Transportar un segmento con regla y con regla y compás.
Ángulo	<ul style="list-style-type: none">• Trazar un ángulo con una amplitud determinada mediante el semicírculo graduado.• Transportar un ángulo con el semicírculo y con regla y compás.
Recta	<ul style="list-style-type: none">• Trazar una paralela a una recta por un punto exterior a ella usando plantillas y regla y cartabón.• Trazar una perpendicular a una recta usando plantillas y regla y cartabón.
Circunferencia	<ul style="list-style-type: none">• Trazado de circunferencias con modelos y con compás.

8.5- Anexo 5 Prueba de diagnóstico. Segundo Grado

Batería A

1. De las siguientes figuras, marca con una x la que sea un rectángulo:



1) ___

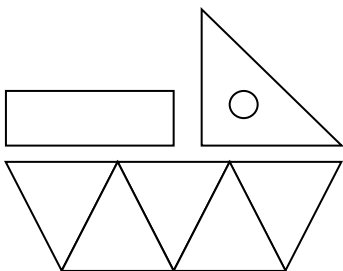
2) ___ 3) ___

4) ___

2. Marca con una x la respuesta correcta:

- 1) ___ Los lados de un cuadrado son iguales
- 2) ___ Los lados de un cuadrado no son iguales
- 3) ___ Los lados de un rectángulo son iguales
- 4) ___ Un rectángulo es también un cuadrado.

3. Observa la siguiente figura:

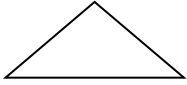


La figura que más aparece representada es:

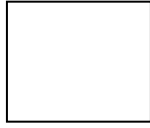
- 1) ___ círculo.
- 2) ___ cuadrado.
- 3) ___ rectángulo.
- 4) ___ triángulo.

Batería B

1. Un cuadrado tiene cuatro lados iguales. De las figuras que te damos a continuación marca con una **X** la que representa un cuadrado.

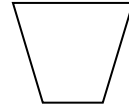


1) _____

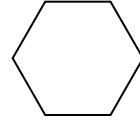


2) _____

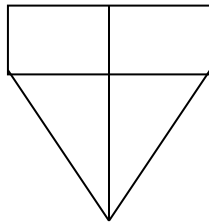
3) _____



4) _____



2. Observa la figura y señala cuántos triángulos y cuadrados hay.



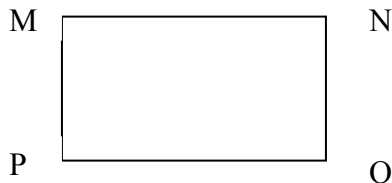
Triángulos _____

cuadrados _____

8.6- Prueba de diagnóstico. Cuarto Grado

Batería A

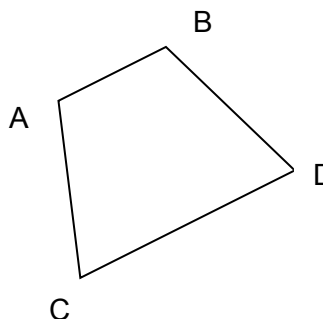
1. En la siguiente figura aparece el rectángulo MNOP



Marca con una x la proposición verdadera.

- 1) Los lados \overline{MN} y \overline{OP} son paralelos.
- 2) Los lados \overline{MN} y \overline{OP} son perpendiculares.
- 3) Los lados \overline{PM} y \overline{MN} son paralelos.
- 4) Los lados \overline{PM} y \overline{ON} son perpendiculares.

2. En la siguiente figura:



Si se trazan los segmentos **AC** y **BD** se obtienen:

- 1. 4 triángulos 3) 8 triángulos
- 2. 6 triángulos 4) 3 triángulos

3. El papá de Mario utilizó 24m de cerca para cercar el patio de su casa que tiene forma rectangular. El largo y el ancho del terreno miden:

- 1. 6m y 4m
- 2. 8m y 4m
- 3. 10m y 14m
- 4. 8m y 3m

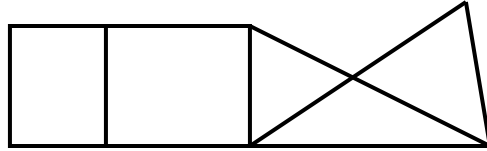


4. Selecciona la respuesta correcta:

El cilindro tiene:

- 1. Las caras opuestas rectangulares.

2. Seis caras.
3. Tiene dos círculos que se les llama base.
4. Solamente caras planas.
5. Analiza la figura y responde:



Marca con una **X** la respuesta correcta:

- Más cuadriláteros que triángulos.
 - La misma cantidad de triángulos que de cuadriláteros.
 - Más triángulos que cuadriláteros.
 - No se puede saber.
6. En un paralelogramo la suma de las longitudes de todos sus lados es **14 cm**. Si el lado mayor mide **4 cm**. ¿Cuánto mide el lado menor?

(Deja por escrito los cálculos o la manera en que procediste para resolver el problema)



Batería B

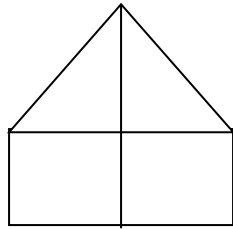
1. Un cuerpo geométrico:

- Tiene 6 caras cuadradas.
- Todas sus caras son iguales.
- Tiene 8 vértices.

Dicho cuerpo es:

- 1) ___ un cubo 2) ___ un cilindro
3) ___ un cuadrado 4) ___ un rectángulo

2. En la figura se pueden identificar varios triángulos y cuadrados:



Se puede afirmar que:

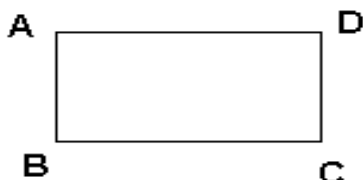
- ___ Hay igual cantidad de cuadrados que de triángulos.
- ___ Hay más cuadrados que triángulos.
- ___ Hay más triángulos que cuadrados.
- ___ No se puede determinar la relación que hay entre el número de triángulos y el de cuadrados.

3. Manuel formó con varillas iguales **5** cuadrados separados. Marisela, utilizando **28** varillas iguales formó también cuadrados separados. ¿Cuántas varillas utilizaron entre los dos?

- 1) ___ **28** 2) ___ **48** 3) ___ **33** 4) ___ **23**

-

4. En el siguiente rectángulo:



Son lados iguales:

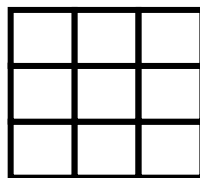
1) \overline{BC} y \overline{CD}

3) \overline{AB} y \overline{CD}

2) \overline{AB} y \overline{BC}

4) \overline{AD} y \overline{DC}

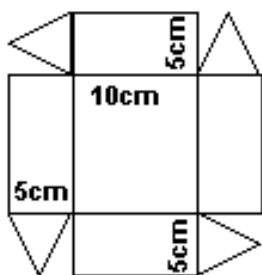
5. Si un cuadrado se forma con 9 cuadraditos iguales de **1 cm** de lado cada uno, entonces la suma de las longitudes de todos sus lados es:



1) **9 cm** 2) **18 cm** 3) **12 cm** 4) **24 cm**

6. Si haces este dibujo siguiendo las medidas que se indican en la figura. ¿Cuáles son las dimensiones de los lados de la cartulina que necesitas si la pieza tiene forma cuadrada?

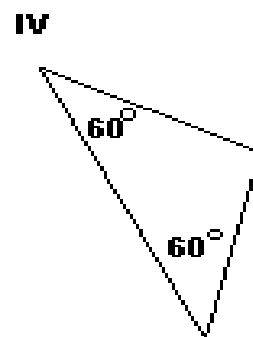
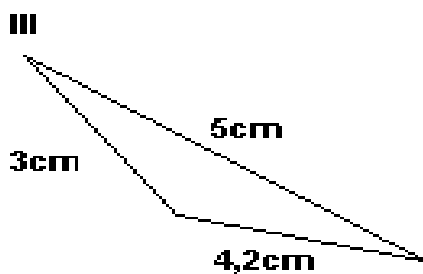
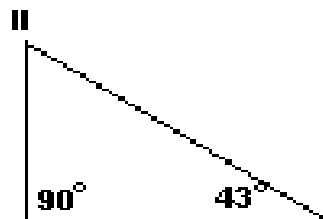
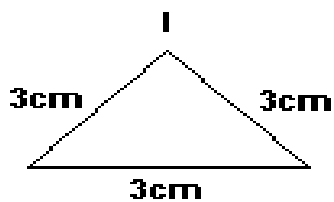
(Deja por escrito los cálculos o la manera en que procediste para resolver el problema)



8.7- Anexo 7 Prueba de diagnóstico. Sexto Grado

Batería A

1. De los triángulos que se muestran a continuación. ¿Cuáles de ellos son isósceles?



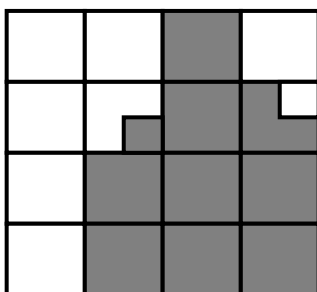
1) ___ I y III

3) ___ I y IV

2) ___ I y II

4) ___ II y III

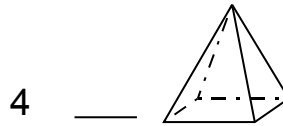
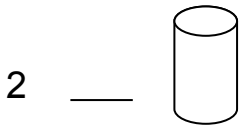
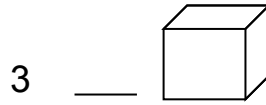
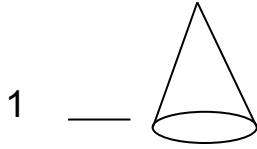
2. La figura está formada por 16 cuadrados de igual área.



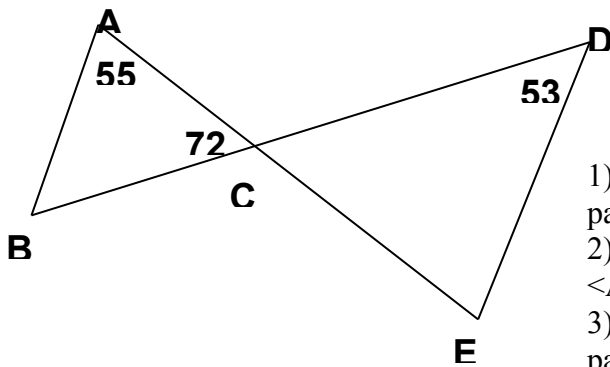
El área de la figura sombreada es equivalente a la superficie que ocupan:

- 1) _____ 8 cuadrados 2) _____ 10 cuadrados
 3) _____ 9 cuadrados 4) _____ No se puede determinar

3. ¿Cuál de los siguientes cuerpos representa un cubo?



4. En la figura $AB \parallel DE$. Selecciona de las siguientes afirmaciones cuál es verdadera.



- 1) _____ $\angle AED = 55^\circ$ por alternos entre paralelas.
 2) _____ $\angle DCE = 72^\circ$ por adyacente con $\angle ACB$.
 3) _____ $\angle ABC = 53^\circ$ por cconjugados entre paralelas.
 4) _____ $\angle CED = 53^\circ$ por triángulo CED isósceles.

5. Las figuras A y B están formadas por cuadraditos todos de un centímetro cuadrado, algunos de ellos visibles y otros no.

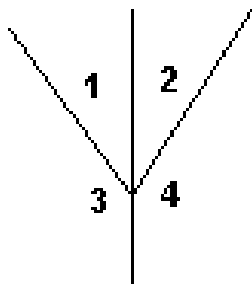
Figura A

Figura B

6. Indica cuál de las siguientes proposiciones es verdadera:
- 1) ____ El área de la figura **A** es mayor que la de la figura **B**.
 - 2) ____ Ambas figuras tienen la misma cantidad de cuadraditos de un centímetro cuadrado.
 - 3) ____ El área de la figura **B** es mayor que la de la figura **A**.
 - 4) ____ La figura **A** tiene mayor perímetro que la figura **B**.

Batería B

1. Observa la siguiente figura:



Luis dice: No hay ángulos opuestos por el vértice.

Marta dice: El ángulo 1 y el ángulo 4 no son adyacentes.

Mario dice: El ángulo 3 y el ángulo 4 son opuestos por el vértice.

Ana dice: El ángulo 2 y el ángulo 3 no son consecutivos.

Marca con una x quién hizo la afirmación incorrecta.

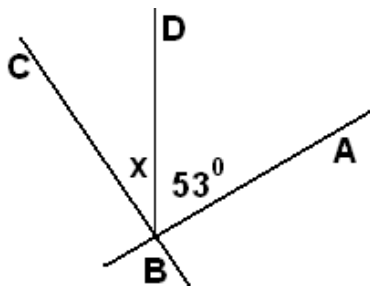
1) ___ Marta

2) ___ Ana

3) ___ Mario

4) ___ Luís

En la figura **AB** \perp **CB**.



La amplitud del \square **CBD** es:

1) ___ 53°

2) ___ 127°

3) ___ 37°

4) ___ 47°

2. De los cuerpos geométricos abajo señalados, el que satisface la condición de no tener ninguna superficie plana, es:

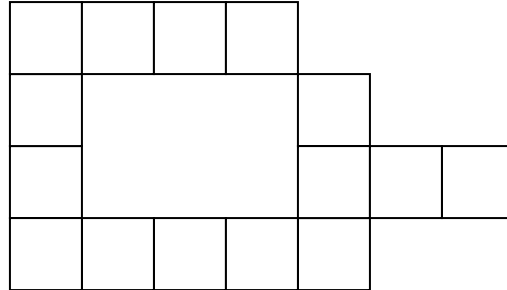
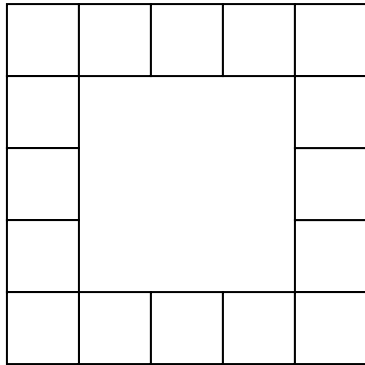
1) ___ el prisma

2) ___ el cilindro

3) ___ la esfera

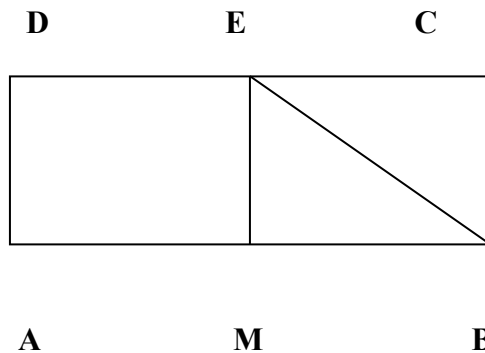
4) ___ el cono

3. En las figuras A y B, cada cuadradito representa un centímetro cuadrado.



Marca con una X la respuesta correcta:

- El perímetro de la Figura A es menor que el perímetro de la Figura B.
 - Las Figuras tienen el mismo perímetro.
 - El perímetro de la Figura B es menor que el de la Figura A.
 - No se puede determinar el perímetro de las Figuras.
4. En la figura, ABCD es un rectángulo, EM y EB son ejes de simetría de ABCD y BMEC respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo EBC?



- 1) Igual al área del rectángulo ABCD.
- 2) La cuarta parte del área del rectángulo ABCD.
- 3) La mitad del área del rectángulo ABCD.
- 4) No se puede determinar por falta de datos numéricos.

8.8- Anexo 8 Cuestionario para los maestros

Este cuestionario está dirigido a los maestros con el objetivo de obtener información sobre la situación actual del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria como parte de un trabajo de investigación de una tesis de doctorado.

Este es un cuestionario de opinión no existen respuestas correctas ni incorrectas. La información que usted nos proporcione será manejada con discreción, sólo por la investigadora por lo que le pedimos que responda lo más sinceramente posible.

Datos Generales

Nombre de la Escuela: _____

Nombre del maestro/a: _____

Edad: _____ Género. Femenino: _____ Masculino: _____

1. Años de experiencia.

1.1 Como docente: _____ 1.2 En la Educación Primaria: _____

2. Grado que imparte: _____

3. Mayor nivel de formación recibida:

3.1 Graduado en Escuela Formadora de Maestros Primarios: _____

3.2 Maestro emergente: _____

3.3 Licenciado en Educación por cursos diurnos: _____

3.4 Licenciado en Educación por cursos para trabajadores: _____

3.5 Profesor de Enseñanza media: _____

3.6 Estudia actualmente Licenciatura (práctica docente): _____

3.7 Otro: _____ ¿Cuál?

4. ¿Posee conocimientos sobre la concepción del tratamiento de la geometría en la Enseñanza Primaria?

SI: _____ NO: _____

5. De ser afirmativa la respuesta, responda por favor. Estos conocimientos se refieren a:

5.1 **Todos los grados** de la Enseñanza Primaria: _____

5.2 **Solo al ciclo** en que trabaja: _____

5.3 **Solo al grado** en que trabaja: _____

6. ¿A través de qué vías ha recibido estos conocimientos? Puede seleccionar más de una alternativa si es necesario.

6.1 Durante la carrera: _____

6.2 Cursos de superación: _____

6.3 Auto superación: _____

6.4 Preparación Metodológica: _____

6.5 Colectivos de ciclo: _____

6.6 Cursos de post grado: _____

7. ¿Cómo califica usted el nivel de preparación que posee para dar tratamiento a este complejo de materia?

Muy bajo	Bajo	Medio	Alto	Muy alto

8. ¿Cómo califica usted el gusto que siente por el trabajo con este complejo de materia?

Muy bajo	Bajo	Medio	Alto	Muy alto

9. Mencione al menos dos elementos que caracterizan el tratamiento de la geometría en la enseñanza primaria.

10. ¿Planifica usted las sesiones de clases o las clases de geometría?

SI: _____ NO: _____

11. ¿Con qué frecuencia usted planifica las sesiones de clase o las clases de geometría?

Siempre	A veces	Nunca

12. ¿Con qué frecuencia logra impartir las sesiones de clases o las clases planificadas?

Siempre	A veces	Nunca

13. Marque con una x cuáles y con qué frecuencia usted realiza las siguientes actividades en las clases donde se trata el contenido geométrico.

Actividades	Las realiza		Frecuencia con que las realiza		
	SI	NO	Siempre	A veces	Nunca
Reconocimiento de figuras					
Reconocimiento de propiedades					

Actividades	Las realiza		Frecuencia con que las realiza		
	SI	NO	Siempre	A veces	Nunca
Reconocimiento de figuras					
Trazado y construcción					
Problemas de cálculo geométrico					
Demostración					

14. ¿Cuáles de los siguientes métodos usted utiliza en el tratamiento del contenido geométrico?

1. _____ Exposición
2. _____ Ejemplificación
3. _____ Ilustración
4. _____ Demostración
5. _____ Conversación heurística (de búsqueda)
6. _____ Discusión
7. _____ Preguntas y respuestas
8. _____ Trabajo independiente
9. _____ De exposición problémica

15. Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa.

“Todas las propiedades de las figuras se aprenden en los dos primeros grados y se aplican en los grados posteriores a la solución de problemas geométricos”. Verdadero: _____ Falso: _____

16. A continuación se presentan materiales y medios que se pueden utilizar para el trabajo con la geometría. Marque, por favor, si los posee o no y con que frecuencia los utiliza.

Materiales	Los posee		Frecuencia con que los utiliza		
	SI	NO	Siempre	A veces	Nunca
Libro de texto					
Cuaderno de trabajo					
Papel cuadriculado					
Papel de calcar					
varillas					
Escuadra					
Plastilina					
Plantillas					
Modelos de cuerpos geométricos					
Regla					

Materiales	Los posee		Frecuencia con que los utiliza		
	SI	NO	Siempre	A veces	Nunca
Libro de texto					
Cartabón					
Semicírculo					
Compás					
Otros ¿Cuáles?					

17. ¿Conoce el geoplano?

SI: _____ NO: _____

Si su respuesta es afirmativa, diga si lo utiliza.

18. ¿Conoce algún programa o software para aprender geometría?

SI: _____ ¿Cuál? _____

NO: _____

8.9- Anexo 8 Cuestionario para los directivos

Este cuestionario está dirigido a los directivos con el objetivo de obtener información sobre la situación actual del tratamiento de la geometría en la Educación Primaria como parte de un trabajo de investigación de una tesis de doctorado.

Este es un cuestionario de opinión no existen respuestas correctas ni incorrectas. La información que usted nos proporcione será manejada con discreción, sólo por la investigadora por lo que le pedimos que responda lo más sinceramente posible

Datos Generales

Función que realiza: _____

Edad: _____ Género. Femenino: _____ Masculino: _____

1. Años de experiencia.

1.1 Como docente: _____ 1.2 En el cargo: _____

2. Mayor nivel de formación recibida:

2.1 Graduado en Escuela Formadora de Maestros Primarios: _____

2.2 Maestro emergente: _____

2.3 Licenciado en Educación por cursos diurnos: _____

2.4 Licenciado en Educación por cursos para trabajadores: _____

2.5 Profesor de Enseñanza media: _____

2.6 Estudia actualmente Licenciatura (práctica docente): _____

2.7 Otro: _____ ¿Cuál?

3. ¿Posee conocimientos sobre la concepción del tratamiento de la geometría en la Enseñanza Primaria?

SI: _____ NO: _____

4. De ser afirmativa la respuesta, responda por favor. Estos conocimientos se refieren a:

4.1 **Todos los grados** de la Enseñanza Primaria: _____

4.2 **Solo de un ciclo**: _____

4.3 **Solo de un grado**: _____

5. ¿A través de qué vías ha recibido estos conocimientos? Puede seleccionar más de una alternativa si es necesario.

5.1 Durante la carrera: _____

5.4 Preparación Metodológica: _____

5.2 Cursos de superación: _____

5.5 Colectivos de ciclo: _____

5.3 Auto superación: _____

5.6 Cursos de post grado: _____

6. Mencione al menos dos elementos que caracterizan el tratamiento de la geometría en la enseñanza primaria.

7. ¿Cómo califica usted el nivel de preparación que poseen los docentes para dar tratamiento a los contenidos geométricos?

Muy bajo	Bajo	Medio	Alto	Muy alto

8. ¿Cómo califica usted el gusto que sienten los docentes por el trabajo con la geometría?

Muy bajo	Bajo	Medio	Alto	Muy alto

9. En su opinión ¿Con qué frecuencia imparten los docentes las sesiones de clases o las clases de geometría?

Siempre	A veces	Nunca

10. ¿Con qué frecuencia usted como directivo aborda la preparación de los maestros en este contenido?

Siempre	A veces	Nunca

10.1 ¿A través de qué vías? _____

11. Marque con una x cuáles y con qué frecuencia usted considera que se realizan las siguientes actividades en las clases donde se trata el contenido geométrico.

Actividades	Se realizan		Frecuencia con que las realiza	
	SI	NO	Siempre	A veces
Reconocimiento de figuras				
Reconocimiento de propiedades				
Trazado y construcción				
Problemas de cálculo geométrico				
Demostración				

12. ¿Cuáles de los siguientes formas de trabajo usted considera que utilizan con más frecuencia los maestros en el tratamiento del contenido geométrico?

- a) _____ Exposición
- b) _____ Ejemplificación
- c) _____ Ilustración
- d) _____ Demostración
- e) _____ Conversación heurística (de búsqueda)
- f) _____ Discusión
- g) _____ Preguntas y respuestas
- h) _____ Trabajo independiente
- i) _____ De exposición problemática

13. Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa.

“Todas las propiedades de las figuras se aprenden en los dos primeros grados y se aplican en los grados posteriores a la solución de problemas geométricos”. Verdadero: _____ Falso: _____

14. A continuación se presentan materiales y medios que se pueden utilizar para el trabajo con la geometría. Marque, por favor, los que usted considera que poseen los maestros con que frecuencia los utilizan.

Materiales	Los poseen		Frecuencia con que los utiliza		
	SI	NO	Siempre	Frecuentemente	A veces
Libro de texto					
Cuaderno de trabajo					
Papel cuadriculado					
Papel de calcar					
varillas					
Escuadra					
Plastilina					
Plantillas					
Modelos de cuerpos geométricos					
Regla					
Cartabón					
Semicírculo					
Compás					
Otros ¿Cuáles?					

15. ¿Conoce usted el geoplano?

SI: _____ NO: _____

Si su respuesta es afirmativa, diga si lo ha utilizado.

16. ¿Conoce algún programa o software para aprender geometría?

SI: ____ ¿Cuál? _____

NO: _____

¿Lo ha incorporado a la preparación metodológica de los maestros?

SI: _____ NO: _____

Muchas Gracias

8.10- Anexo 10 Dimensiones e indicadores para obtener información sobre la situación actual del tratamiento de la geometría en la Enseñanza Primaria.

- 1) Datos Generales:
 - Nombre del maestro
 - Edad
 - Género
 - Grado que imparte
- 2) Datos Profesionales:
 - Años de experiencia
 - Formación profesional (estudios realizados)
- 3) Conocimientos sobre la concepción del tratamiento de la geometría en la enseñanza primaria y preparación para impartirla:
 - Si posee o no los conocimientos
 - Características esenciales
 - Elementos de la concepción
 - Percepción personal sobre la preparación para impartir el contenido
- 4) Vías de adquisición de los conocimientos sobre la concepción del trabajo con el contenido.
 - Tipos de cursos o forma de preparación
- 5) Nivel de satisfacción:
 - Sobre su trabajo con la temática
 - Sobre lo que más le gusta
 - Sobre lo que menos le gusta
- 6) Planificación de las clases
 - Realización de la planificación
 - Frecuencia de planificación
 - Medios que posee para el tratamiento del contenido
- 7) Ejecución de las clases
 - Frecuencia de ejecución de las clases

- Medios que utiliza en el tratamiento de los contenidos
 - Tipos de actividades que realiza
 - Formas de trabajo que utiliza en el tratamiento del contenido
- 8) Conocimiento sobre otros medios para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría
- Vías por la que ha recibido la información
 - Utilización en las clases
 - Formas en que los emplea

8.11- Anexo 11 Relación de expertos y determinación de coeficiente de competencias

No.	Especialidad	Centro de trabajo	K
1	Profesora de matemática del canal Educativo. Responsable Nac. De asignatura	MINED. Colaboradora	0,80
2	Profesor de matemática. Especialista en entrenamiento para concursos.	IPVCE. Vladimir Ilich Lenin	0,70
3	Profesora de matemática. Metodóloga Integral. Responsable de asignatura.	MINED	0,95
4	Profesora de matemática. Metodóloga Integral. Responsable de asignatura.	MINED	1,0
5	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	ISPEJV	1,0
6	Profesor de matemática. Responsable de asignatura.	Televisión Educativa	0,90
7	Profesora de matemática. Responsable de asignatura	ISPETP	0,83
8	Metodóloga Nacional de matemática.	MINED	0,95
9	Profesora de matemática. Responsable de asignatura	ISPEJV	0,90
10	Investigadora y profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Instituto Central de Ciencias Pedagógicas	0,90
11	Investigador y profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	Instituto Central de Ciencias Pedagógicas	0,95
12	Profesor de Matemática	Dirección Nacional de Ciencia y Técnica. Mined	0,95
13	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	ISP Enrique J. Varona. FAC de Educación Infantil. Asesoría de la televisión educativa	0,75
14	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	I.S. P. Enrique J. Varona. FAC de Educación Infantil	0,80
15	Profesora de Matemática y	Instituto Central de Ciencias	0,80

No.	Especialidad	Centro de trabajo	K
	Didáctica de la Matemática	Pedagógicas. Colaboradora	
16	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática.	MINED	0,80
17	Profesor de Matemática.	Instituto Central de Ciencias Pedagógicas	0,80
18	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,80
19	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática.	MINED	0,8
20	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,78
21	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,73
22	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,73
23	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,73
24	Profesora de Matemática y Didáctica de la Matemática	Profesor de Matemática y Didáctica de la Matemática	0,73

No	Kc	Análisis	Experiencia	Trabajo nac	Trabajo ext	Conoc. Propio	Intuición	Ka	K
1	0,7	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,75
2	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8
3	0,6	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,7
4	0,9	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	0,95
5	1	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1,00
6	1	0,3	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	1	1
7	1	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,90
8	0,8	0,2	0,5	0,05	0,05		0,05	0,85	0,83
9	1	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,95
10	0,9	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,90
11	1	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,90
12	1	0,3	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,9	0,95
13	1	0,3	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	0,7	0,85
14	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,80
15	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8
16	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,80
17	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,80
18	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,8
19	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,8	0,80

No	Kc	Análisis	Experiencia	Trabajo nac	Trabajo ext	Conoc. Propio	Intuición	Ka	K
20	0,8	0,2	0,4	0,05	0,05		0,05	0,75	0,78
21	0,7	0,2	0,4	0,05	0,05		0,05	0,75	0,725
22	0,7	0,2	0,4	0,05	0,05		0,05	0,75	0,73
23	0,7	0,2	0,4	0,05	0,05		0,05	0,75	0,73
24	0,7	0,2	0,4	0,05	0,05		0,05	0,75	0,73

8.12- Anexo 12 Encuesta No 1. Evaluación de coeficiente de competencia de los expertos.

Estimado colega:

Como usted conoce el conocimiento geométrico forma parte importante del conocimiento matemático que los alumnos adquieren desde edades tempranas y durante casi toda la vida escolar.

Se conoce además que este contenido aparece en el currículo desde los primeros grados, así como las vías metodológicas para lograr un correcto aprendizaje. Sin embargo la práctica escolar evidencia bajos resultados de los aprendizajes de los alumnos en esta área, los cuales pueden estar asociado en determinada medida a las formas en que se conduce el proceso de enseñanza, sobre todo a la presentación del contenido con un enfoque estático y a un insuficiente empleo de métodos y medios que promuevan el trabajo productivo de los estudiantes.

Con el interés de dar alguna solución a la problemática planteada anteriormente sobre la enseñanza y el aprendizaje de este contenido se ha elaborado una **Concepción didáctica para la enseñanza de la geometría con un enfoque dinámico en la Educación Primaria**, la cual potencia el empleo de métodos y procedimientos heurísticos, así como de medios de enseñanza que promueven la búsqueda del conocimiento y que se basa fundamentalmente en la movilidad de las figuras.

Es nuestro propósito someter esta propuesta metodológica a criterio de expertos mediante el método Delphy. Después de un análisis hemos pensado seleccionarlo(a) a usted como experto a consultar.

I- Disposición a participar como experto en la investigación: si: ____ no: ____

II- Datos generales:

- a) Años de experiencia: _____
- b) Centro de trabajo: _____
- c) Labor que desempeña: _____
- d) Categoría docente: Instructor ____ Asistente ____ Auxiliar ____ Titular ____
- e) Categoría académica: Licenciado: _____ Master: _____
- f) Categoría científica: Doctor: _____

Para ello necesitamos como paso inicial, después de manifestada su disposición de colaborar en este empeño, una valoración de los niveles de **información** y **argumentación** que posee sobre el tema en cuestión (objetiva, real, sin exceso de modestia).

III.- Marque con una cruz, en una escala **Creciente** del 1 al 10, el valor que corresponde con el grado de **conocimiento o información** que tiene sobre el problema de estudio.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

IV.- Realice una **AUTOVALORACIÓN**, según la tabla siguiente, de sus niveles de *argumentación o fundamentación* sobre el tema:

Grado de influencia de cada una de las fuentes

FUENTES DE ARGUMENTACIÓN	ALTO	MEDIO	BAJO
Análisis teórico- metodológico realizado por usted sobre el problema presentado.			
Experiencia profesional en el tema			
Trabajos con fuentes nacionales			
Trabajos con fuentes internacionales			
Su propio conocimiento del estado del problema el extranjero			
Su intuición			

8.13- Anexo 13 Procesamiento estadístico de los datos de los expertos

Resultados del metodo DELPHI (tabla de frecuencias)

Elementos teóricos de la concepción	MA	BA	A	PA	NA	TOTAL
E1	4	16	4			24
E2	15	3	5	1		24
E3	14	3	4	3		24
E4	13	10	1			24
E5	20	3	1			24
E6	11	12	1			24
E7	18	5	1			24

Resultados del metodo DELPHI (tabla de frecuencias acumulada)

Elementos teóricos de la concepción	MA	BA	A	PA	NA	TOTAL
E1	4	20	24	24	24	24
E2	15	18	23	24	24	24
E3	14	17	21	24	24	24
E4	13	10	24	24	24	24
E5	20	23	24	24	24	24
E6	11	23	24	24	24	24
E7	18	23	24	24	24	24

Resultados del metodo DELPHI (tabla de frecuencias relativas acumuladas)

Elementos teóricos de la concepción	MA	BA	A	PA
E1	0,1667	0,8333	0,9000	1
E2	0,6250	0,7500	0,9583	1,0000
E3	0,5833	0,7083	0,8750	1,0000
E4	0,5417	0,4167	1,0000	1
E5	0,8333	0,9583	1,0000	1
E6	0,4583	0,9583	1,0000	1
E7	0,7500	0,9583	1,0000	1

Resultados del metodo DELPHI (valores de la distribución normal inversa)

Elementos teóricos de la concepción	MA	BA	A	Suma	Promedio	N-P	Categorías
E1	-0,97	0,97	1,28	0,00	0	0,78	BA
E2	0,32	0,67	1,73	2,72	0,908	-0,13	MA
E3	0,21	0,55	1,15	1,91	0,636	0,144	MA
E4	0,10	-0,21	1,28	1,17	0,391	0,389	BA
E5	0,97	1,73	1,28	3,98	1,326	-0,546	MA
E6	-0,10	1,73	1,28	2,91	0,969	-0,189	MA
E7	0,67	1,73	1,28	3,69	1,229	-0,449	MA
Sumas	1,20	7,17	9,28	16,38	5,460		
Puntos de corte	0,17	1,02	1,33				
				N=	0,78		

E1- Definición de enfoque dinámico de la geometría

E2- Definición de situaciones de aprendizaje

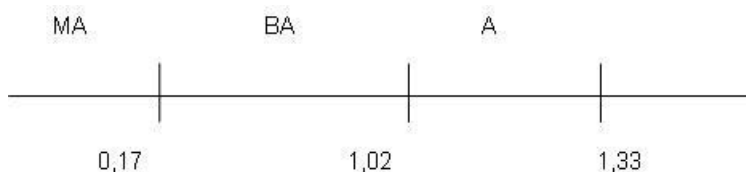
E3- Clasificación de las tareas

E4- Habilidades que se introducen

E5- Procedimientos de trabajo

E6- Medios de enseñanza

E7- Elementos que caracterizan la concepción



8.14- Anexo 14 Encuesta a Especialistas

Nombre: _____

Cargo que ocupa _____

Nivel Académico: Lic. en Educación ____ Maestría: ____ Doctorado: ____ Otro _____ (diga cuál) _____

Estudios que realiza actualmente _____

Nivel de enseñanza que trabaja: _____

Años de experiencia: En educación ____ Como docente ____ Como directivo, metodólogo u otro cargo directivo _____

Años de experiencia de trabajo con la asignatura de Matemática _____

Estimado Maestro:

Como usted conoce, se está haciendo una investigación, dentro del trabajo de doctorado de la Msc. Teresa León Roldán acerca de la posibilidad de enriquecer la concepción actual de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, introduciéndole la posibilidad de darle **movilidad a las figuras geométricas**.

Los cambios están sustentados en la posibilidad de uso de la tecnología en la enseñanza, y en particular, **en el uso de medios como el geoplano, en su versión clásica y en la versión electrónica**, potencian el empleo de estrategias heurísticas y dan la posibilidad de un mayor desarrollo del pensamiento en los alumnos en cuando a **flexibilidad** capacita para encontrar nuevas relaciones geométricas, argumentarlas, formular hipótesis, entre otros aspectos esenciales en el aprendizaje de la geometría.

En síntesis, la propuesta que se hace promueve el **aprendizaje desarrollador de la geometría** con un **enfoque dinámico** y con el **empleo de medios adecuados** a dicho enfoque en la Educación Primaria. Dichos medios favorecen la **creación de condiciones previas** en los alumnos desde los primeros grados para el uso futuro de softwares educativos en ese campo de la geometría.

Después de conocer los detalles de la propuesta en cuestión, quisiéramos que opinara, de manera libre, abierta, **en términos de aspectos positivos, negativos y de duda o cuestionamiento**, sobre **cada uno de los elementos** que se le darán a continuación, y al final **de cada uno de ellos** hiciera una valoración en una escala creciente de 1 a 5 (de menor a mayor valoración de la propuesta) para lo cual se le incluye al final una tabla con ese fin.

1. **Posibilidad de utilizarla por el maestro** _____

2. Posibilidad de utilizarla por el alumno _____

3. Posibilidades que le ve a la concepción actual para asumir los nuevos elementos que conforman la propuesta

4. Posibilidad de utilizarla teniendo en cuenta los medios que son necesarios (papel cuadriculado, geoplano de ligas y geoplano electrónico) _____

5. Posibilidad de utilizar el sistema de tareas _____

6 Novedad de la propuesta _____

7. Valoración Global de la propuesta

En la tabla siguiente puedes sintetizar cada uno de los aspectos considerados en la encuesta entrevista, y recuerda que debes valorarlos en **una escala creciente de 1 a 5, según la evaluación que haces de cada aspecto, desde muy baja valoración (1) hasta la más alta valoración que haces de lo consultado (5)**

Ponga X en el valor que considere en cada aspecto.

ASPECTOS CONSIDERADOS en la Encuesta	(Baja) 1	2	3	4	(Alta) 5
Posibilidad de utilización por el maestro.					
Posibilidad de utilización por el alumno.					
Posibilidad de incluir en la concepción actual los elementos de la propuesta.					
Posibilidad de utilización teniendo en cuenta los medios que son necesarios.					
Posibilidad de utilización del sistema de tareas					
Novedad.					
Valoración Global de la propuesta.					

Si desea añadir alguna otra cuestión relacionada con la propuesta no abordada hasta ahora puede hacerlo de manera sintética

¡Gracias por su colaboración!

8.15- Anexo 15 Procesamiento de los datos de la encuesta a especialistas

ASPECTOS CONSIDERADOS en la Encuesta	(Baja) 1	2	3	4	(Alta) 5
Posibilidad de utilización por el maestro.				4	9
Posibilidad de utilización por el alumno.				3	11
Posibilidad de incluir en la concepción actual los elementos de la propuesta.				1	12
Posibilidad de utilización teniendo en cuenta los medios que son necesarios.				3	10
Posibilidad de utilización del sistema de tareas				2	11
Novedad.					13
Valoración Global de la propuesta.				1	12

4	5	mediana
4	9	5
3	11	5
1	12	5
3	10	5
2	11	5
	13	5
1	12	5

Aspectos señalados

1. Es posible si se entrena adecuadamente a los maestros sobre todo en la elaboración de las situaciones de aprendizaje. (13)

Es posible siempre que cuenten con el tiempo en el programa (13)

2. Es posible siempre que cuenten con el medio (13)

Es posible siempre que se entrene (10)

Es posible siempre que estén bien orientados (8)

3. Es posible siempre que se cuente con los medios y la preparación(9)

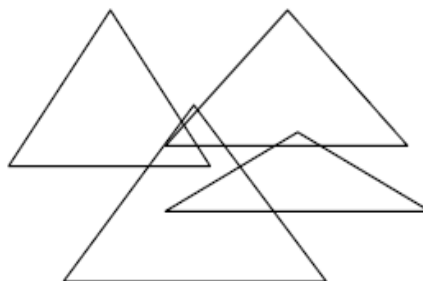
4. Alta posibilidad siempre que se cuenta con los medios sobre todo el geoplano electrónico (8)
5. Posible siempre que se entrene bien a los maestros en la elaboración de las tareas(13)
6. Se considera novedosa porque:
 - Permite un aprendizaje de la geometría más atractivo.
 - Permite la obtención de conocimientos geométricos a partir de la movilidad de las figuras en otro sentido al que se ha estado haciendo.
 - Se construyen las figuras a partir de puntos.
 - Los alumnos pueden descubrir las relaciones.

8.16- Anexo 16 Cuestionario a maestros

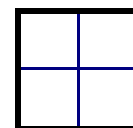
Estimado maestro: Este breve cuestionario tiene como objetivo constatar los procedimientos que utilizan los maestros para resolver ejercicios geométricos de reconocimiento y representación de figuras geométricas, así como de solución de problemas sencillos de cálculo geométrico. Puede expresar en el mismo las vías utilizadas para la solución de cada ejercicio si lo considera necesario.

Agradecemos de antemano su colaboración en la respuesta del mismo.

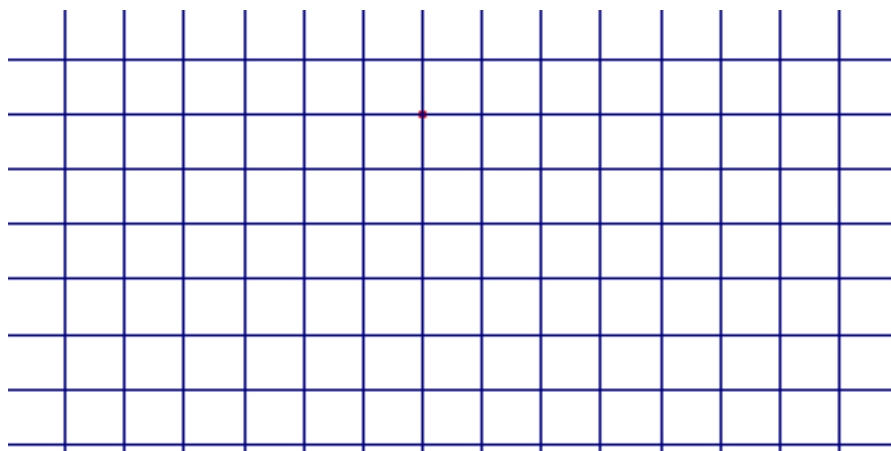
1. ¿Cuántos triángulos identificas en la siguiente figura? _____



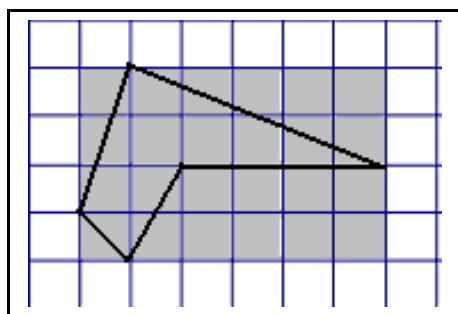
2. ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden construir en la siguiente cuadrícula a partir de un lado común fijo si se toman como vértices la intersección de las mismas? A partir de tres lados fijos ¿cuántos triángulos se obtendrán?



3. Construye en la cuadrícula tres figuras cuyo perímetro sea 12 unidades.



4. Si cada cuadradito representa $1u^2$. Expresa en unidades cuadradas el área de la siguiente figura.



Respuesta: _____

8.17- Anexo 17 Talleres desarrollados con los docentes

Taller 1: Presentación de las ideas básicas de la concepción didáctica.

- Análisis de los presupuestos didácticos generales.
- Análisis de los presupuestos didácticos específicos.
- Análisis de las situaciones de aprendizaje como forma de presentación del contenido.

Taller 2: Trabajo con las actividades de representación de figuras y sus propiedades. Proceder metodológico.

Taller 3: Trabajo con las actividades de conservación de las propiedades de las figuras. Proceder metodológico.

Taller 4: Trabajo con las actividades de establecimiento de relaciones entre las propiedades de las figuras. Proceder metodológico.

Taller 5: Trabajo con las actividades de aplicación de las propiedades de las figuras. Proceder metodológico.

8.18- Anexo 18 Encuesta a Docentes de Primaria

Nombre: _____

Escuela donde labora _____

Nivel Académico: Lic. en Educación _____ Maestro emergente: _____

Otro _____ (diga cuál)

Estudios que realiza actualmente _____

Grado que trabaja: _____

Años de experiencia: En educación _____ Como docente de nivel primario _____

Estimado Maestro:

Como usted conoce, se está haciendo una investigación, dentro del trabajo de doctorado de la Msc. Teresa León Roldán acerca de la posibilidad de enriquecer la concepción actual de la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria, introduciéndole la posibilidad de darle **movilidad a las figuras geométricas**.

Los cambios están sustentados en la posibilidad de uso de la tecnología en la enseñanza, y en particular, **en el uso de medios como el geoplano, en su versión clásica y en la versión electrónica**, que potencian el empleo de estrategias heurísticas y dan la posibilidad de un mayor desarrollo del pensamiento en los alumnos en cuando a **flexibilidad** y los capacita para encontrar nuevas relaciones geométricas, argumentarlas, formular hipótesis, entre otros aspectos esenciales en el aprendizaje de la geometría.

En síntesis, la propuesta que se hace promueve el **aprendizaje desarrollador de la geometría** con un **enfoque dinámico** y con el **empleo de medios adecuados** a dicho enfoque en la Educación Primaria. Dichos medios favorecen la **creación de condiciones previas** en los alumnos desde los primeros grados para el uso futuro de softwares educativos en ese campo de la geometría.

Después de conocer los detalles de la propuesta en cuestión, quisiéramos que opinara, de manera libre, abierta, **en términos de aspectos positivos, negativos y de duda o cuestionamiento**, sobre **cada uno de los elementos** que se le darán a continuación, y al final **de cada uno de ellos** hiciera una valoración en una escala creciente de 1 a 5 (de menor a mayor satisfacción con la propuesta) para lo cual se le incluye al final una tabla con ese fin.

1. **Posibilidad de utilizarla por el maestro** _____

2. **Posibilidad de utilizarla por el alumno** _____

3. Posibilidades que le ve a la concepción actual para asumir los nuevos elementos que conforman la propuesta

4. Posibilidad de utilizarla teniendo en cuenta los medios que son necesarios (papel cuadriculado, geoplano de ligas y geoplano electrónico)_____

5. Posibilidad de utilizar el sistema de tareas_____

6. Novedad de la propuesta_____

7. Valoración Global de la propuesta

En la tabla siguiente puedes sintetizar cada uno de los aspectos considerados en la encuesta entrevista, y recuerda que debes valorarlos en una escala creciente de 1 a 5, según la evaluación que haces de cada aspecto, desde muy baja valoración (1) hasta la más alta valoración que haces de lo consultado (5)

Ponga X en el valor que considere en cada aspecto.

ASPECTOS CONSIDERADOS en la Encuesta	(Baja) 1	2	3	4	(Alta) 5
Posibilidad de utilización por el maestro.					
Posibilidad de utilización por el alumno.					
Posibilidad de incluir en la concepción actual los elementos de la propuesta.					
Posibilidad de utilización teniendo en cuenta los medios que son necesarios.					
Posibilidad de utilización del sistema de tareas					
Novedad.					
Valoración Global de la propuesta.					

Si desea añadir alguna otra cuestión relacionada con la propuesta no abordada hasta ahora puede hacerlo de manera sintética

¡Gracias por su colaboración!

8.19- Anexo 19 Procesamiento de los datos de la encuesta a docentes

ASPECTOS CONSIDERADOS en la Encuesta	(Baja) 1	2	3	4	(Alta) 5
Posibilidad de utilización por el maestro.	1		1	2	6
Posibilidad de utilización por el alumno.	1	1		3	5
Posibilidad de incluir en la concepción actual los elementos de la propuesta.			2	2	6
Posibilidad de utilización teniendo en cuenta los medios que son necesarios.			2	1	7
Posibilidad de utilización del sistema de tareas			2	1	7
Novedad.					10
Valoración Global de la propuesta.					10

ASPECTOS CONSIDERADOS en la Encuesta	(Baja) 1	2	3	4	(Alta) 5	mediana
Posibilidad de utilización por el maestro.	1		1	2	6	5
Posibilidad de utilización por el alumno.	1	1		3	5	4,5
Posibilidad de incluir en la concepción actual los elementos de la propuesta.			2	2	6	5
Posibilidad de utilización teniendo en cuenta los medios que son necesarios.			2	1	7	5
Posibilidad de utilización del sistema de tareas			2	1	7	5
Novedad.					10	5
Valoración Global de la propuesta.					10	5

8.20- Anexo 20 Diagnóstico inicial para la experiencia en el aula

En el papel cuadriculado (Orientación espacial)

Nombre y apellidos: _____

Actividad 1:

Partiendo del extremo superior izquierdo del recuadro del papel cuadriculado:

1. Avanzar 3 unidades hacia abajo y 3 u hacia la derecha, colocar un punto y denotarlo A.
2. Avanzar a partir del punto A, 2 unidades hacia abajo y denotarlo B.
3. Avanzar a partir de B, 3 unidades hacia la derecha y denotarlo C.
4. A partir de C, avanzar 2 unidades hacia arriba y denotar ese punto como D.
5. A partir de D, avanzar hasta el punto A.
6. Ahora nombra la figura geométrica obtenida.

Actividad 2:

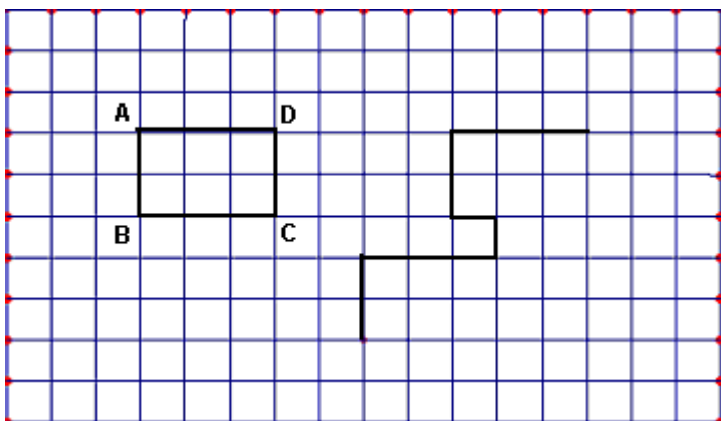
Partiendo del extremo superior izquierdo del recuadro del papel cuadriculado:

1. Avanzar 8 unidades hacia abajo y 8 unidades hacia la derecha. Marcar un punto.
2. A partir del punto marcado avanzar 2 unidades hacia arriba, 3 u hacia la derecha, 1 u hacia arriba, 1 hacia la izquierda, 2 u hacia arriba y 3 hacia la derecha.

Actividad 3:

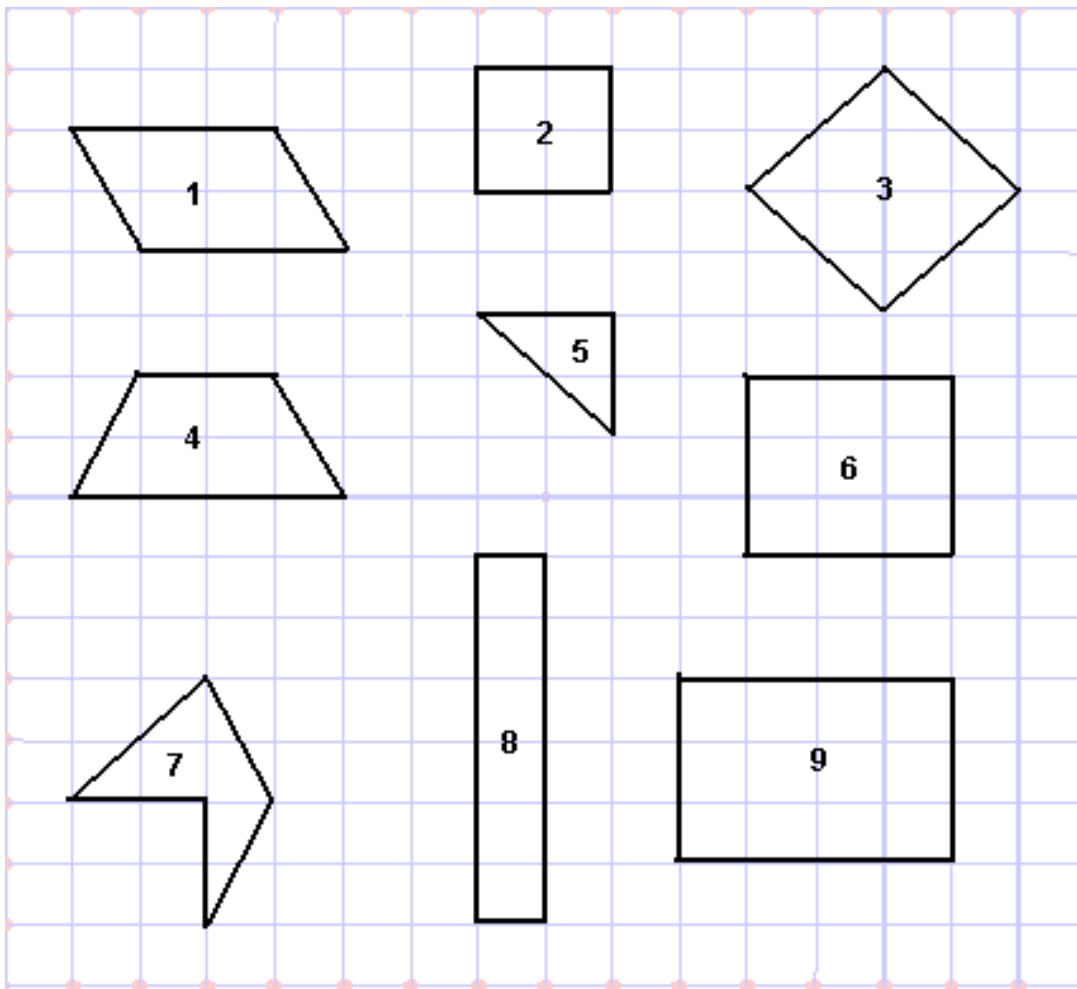
Dibuja una figura geométrica conocida.

Respuestas de las actividades 1y 2



Nombre y apellidos: _____

1. En la siguiente ilustración aparecen varias figuras geométricas



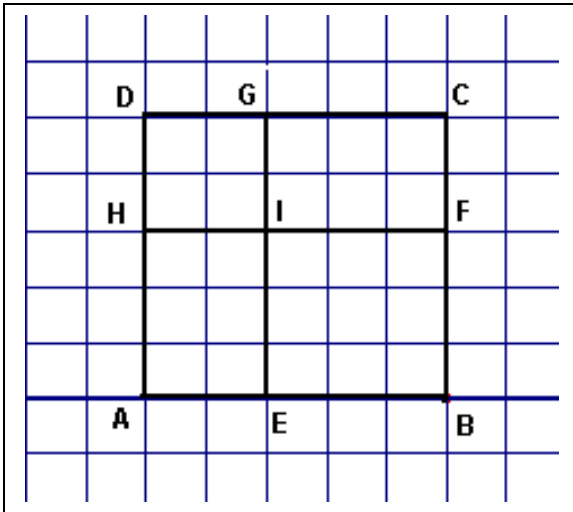
Coloca en la tabla siguiente los números que corresponden según la denominación de cada figura.

Son Cuadriláteros	Son Triángulos	Son Paralelogramos	Son Rectángulos	Son Cuadrados

2. Atendiendo a las propiedades de los paralelogramos marca con una cruz la respuesta correcta.

- El rectángulo y el cuadrado no son paralelogramos.
- El cuadrado es un rectángulo con los cuatro lados iguales.
- El rectángulo y el cuadrado tienen sus lados consecutivos paralelos.
- El rectángulo y el cuadrado tienen sus lados opuestos perpendiculares.

3. Observa la siguiente figura:



Nombra los cuadrados que reconoces:

¿Te gusta realizar actividades como éstas? _____

¿Por qué?

8.21- Anexo 21 Entrevista a los alumnos de la muestra participantes en la experiencia

Esta entrevista se desarrolló con el objetivo de profundizar en el diagnóstico realizado a los alumnos antes de comenzar la experiencia en el aula. Se refiere a la pregunta 1 de la Prueba de diagnóstico. Cada alumno aparece identificado con las iniciales de su nombre y apellidos. Las preguntas se basan en algunas de las respuestas dadas por los alumnos.

ORS

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene 4 partes, cuatro lados.
- ¿Y la figura 9? ¿No tiene también 4 lados? ¿Por qué es rectángulo?
- Porque es más grande. (Se le traza en el papel cuadriculado un cuadrado de lado 6).
- ¿Y ésta que figura representa?
- Un cuadrado.
- ¿Y no es más grande que la 9?
- Es más grande, pero ancho no largo.

DPS

- ¿Por qué dices que las figuras 1 y 4 son paralelogramos?
- Ay, no sé. Por la forma.
- ¿Por qué dices que la figura 6 es un cuadrado?
- Por que tiene cuatro lados iguales.
- ¿Y cómo lo sabes?
- Porque conté los cuadraditos.
- ¿Por qué las figuras 8 y 9 representan rectángulos?
- El 8 es más alargado y el 9 es más alargado que la figura 6 ¿me entiende? El rectángulo no tiene todos los lados iguales.
- ¿Y cuáles son iguales?
- Éste y éste. (Señala bien los lados pero no sabe decir “los opuestos”.)
- ¿Puede ser el cuadrado un rectángulo?
- No. (Observa las figuras 6 y 9). Bueno sí, **porque si alargamos** un poquito este cuadrado (el de la figura 6), se convierte en un rectángulo.

RRL

- ¿Por qué son cuadriláteros todas estas figuras que señalaste?

- Porque tienen cuatro lados.
- ¿Por qué la figura 6 representa un cuadrado?
- Porque tiene sus cuatro lados iguales.
- ¿Y cómo lo supiste?
- Porque conté y hay cuatro cuadraditos por cada lado.
- Y éste (figura 9) ¿Por qué es rectángulo y no cuadrado?
- Porque es más grande tiene 4 y 3 cuadraditos.

WAQ

- ¿Por qué la figura 6 representa un cuadrado?
- Porque tiene sus cuatro “partes” iguales.
- ¿Y cómo lo supiste?
- Porque conté y los segmentos son iguales.
- ¿Y por qué dices que la figura 9 es un rectángulo?
- Porque es más largo.
- ¿Y por qué la figura 7 es un cuadrilátero?
- Porque tiene partes iguales y otras no y así (mueve las manos en el aire), distintas.
- ¿Y por qué dices que la figura 1 es un paralelogramo?
- Porque tiene partes paralelas, unas más largas y otras más cortas.

STH

- ¿Por qué sabes que la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene cuatro partes iguales.
- ¿Y por qué son cuadriláteros las figuras que señalaste?
- No sé, porque las miré bien.

TBJ

- La figura 6 es un cuadrado, bien ¿por qué?
- Por sus lados.
- ¿Cómo son sus lados?
- Paralelos.
- ¿Todos?
- No (señala los opuestos).

- A ver y la figura 9, ¿sus lados no tienen esa misma característica? ¿por qué es rectángulo?
- Porque es más largo.

JGC

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque es una figura.
- Pero todas son figuras, ¿qué te permite saber que es un cuadrado?
- Tiene cuatro puntos (señala los vértices).
- Y la figura 9, ¿no tiene también cuatro puntos?
- Sí, pero es más largo.

TCG

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene cuatro rayitas.
- ¿Cuáles? (señala los lados).
- Pero la figura 8 que tú dices que es un rectángulo también tiene cuatro rayitas que son sus lados. ¿Qué diferencia a la figura 6 de la 8?
- Que la figura 8 tiene rayas largas y cortas.
- ¿Y por qué la figura 3 es un cuadrilátero?
- No sé

JCG

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene 4 puntos y cuatro lados.
- Pero la figura 9 también tiene 4 puntos y 4 lados y tú dices que es un rectángulo.
- Sí pero es más grande, y el otro (la figura 6) es más chiquito.

YRC

- ¿Por qué sabes que la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene 4 puntos. (Señala los vértices).
- ¿Y ésta figura? (La 9) ¿No tiene también 4 puntos?
- Sí.
- ¿Y es un cuadrado?
- No.
- ¿Por qué?

- Porque es más largo. Y éste (la figura 6) es más chiquito.

YOC

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?(No contesta)
- A ver, ¿por qué la figura 9 es un rectángulo?
- Porque es más largo que el cuadrado.

ABM

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque tiene 4 puntos y es un cuadrilátero.
- ¿Hay algún otro rectángulo? (Sólo ha reconocido la figura 2) (Ahora señala también la figura 3).
- ¿Por qué esa figura es un rectángulo?
- Porque tiene 4 lados.

MFC

- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Porque los puntos los tiene iguales.
- ¿Y por qué la figura 9 es un rectángulo?
- También tiene los puntos iguales.
- ¿Y qué los diferencia entonces?
- La forma.
- ¿Cómo se diferencian?
- Como el óvalo y el círculo.
- ¿Ves otros cuadrados? (Señala la figura 2).
- ¿Y otros rectángulos? (Señala la figura 8).

ARG

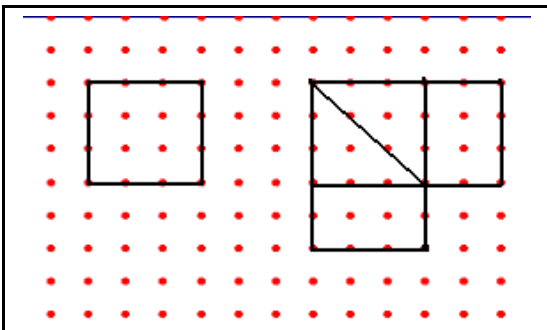
- ¿Por qué la figura 6 es un cuadrado?
- Por que tiene 4 puntos.
- Y éste (La figura 9) ¿No tiene también 4 puntos?
- Sí
- ¿Y porqué es entonces un rectángulo?
- Por que es más largo.

LHD

- ¿Por qué la figura 8 es un rectángulo?
- Porque es así. (Extiende los brazos, es largo)
- ¿Y por qué la figura 6 es un cuadrilátero?
- ¡Ah!, no, es un cuadrado.
- Bueno, ¿y por qué es un cuadrado?
- Porque tiene forma de cuadrado. Es así (Une las manos) es más chiquitico.

8.22- Anexo 22 Tareas utilizadas durante la experiencia práctica en el aula de tercer grado

1. Representa diferentes cuadriláteros en el geoplano. Reproduce en el papel cuadriculado los cuadriláteros que obtuviste.
2. Representa un triángulo en el geoplano.
3. Con ligas diferentes representa otros triángulos, dejando un lado fijo. Después dejando un punto fijo. ¿Cuántos triángulos has podido representar? ¿Qué propiedades del triángulo se mantienen? ¿Cambian los triángulos que se obtienen? ¿En qué se diferencian?
4. Reproduce en el papel cuadriculado todos los triángulos obtenidos. ¿Qué procedimiento sigues para representarlos?
5. Representa en el geoplano una figura cualquiera de cuatro lados.
 - Denomínala si la conoces. Expresa sus propiedades y verificalas usando el papel cuadriculado.
 - Mueve alguno (o algunos) de sus puntos. ¿Se obtienen nuevas figuras? ¿Qué figura reconoces ahora? ¿Puedes nombrarla o enunciar sus propiedades? Si no sabes su nombre expresa cómo la obtuviste.



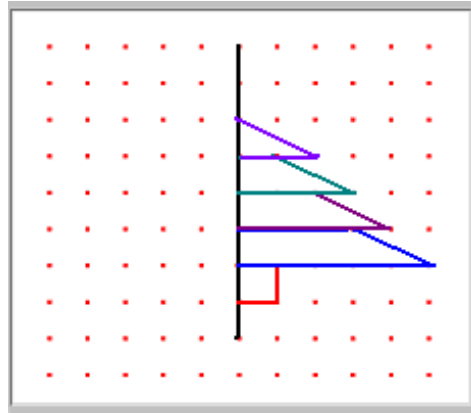
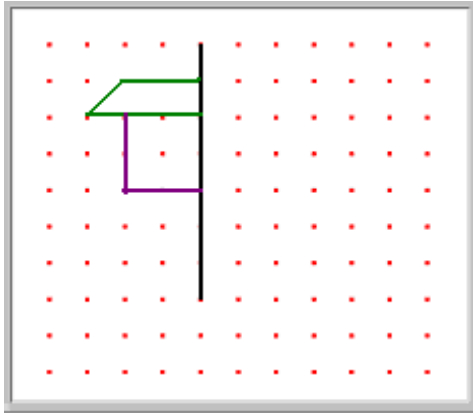
Esta actividad puede realizarse utilizando una o varias ligas

6. Representa un cuadrado en el geoplano.

Si los alumnos representan el cuadrado como se ilustra en la figura se puede proponer:

- Dejando fijo el lado de arriba o de abajo del cuadrado original, forma un rectángulo (no cuadrado).
- Dejando fijo el lado izquierdo o derecho del cuadrado original formen un rectángulo diferente al anterior.
- Conviertan el cuadrado original en un triángulo, dejando fijos el lado izquierdo y el lado de abajo.
- A partir del cuadrado original formen diferentes figuras. Nómbrala si las conoces. Si no sabes nombrarla di cómo la obtuviste y cuáles características tiene.

7. Termina de trazar con las ligas en el geoplano las figuras siguientes haciendo que lo dibujado en un lado concuerde con el otro lado. (Puede estimularse a los alumnos a utilizar las mismas o varias ligas)



8.23- Anexo 23 Procesamiento de los datos de la experiencia en el aula

Tarea 1

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	1	1
WAQ	M	1	2
ABM	B	1	1
JCG	B	1	2
CCH	A	1	1
TCG	B	1	1
MFC	M	1	1
JGC	M	1	2
LHD	B	1	2
TJC	M	1	1
YOC	B	1	2
DPS	A	1	1
YRC	M	1	1
ERG	M	1	2
SRA	A	1	1
ORS	M	1	1
STH	B	1	1
RRL	A	1	1
Total 1		18	12
Total 2		0	6
Total 1 y 2		18	18
Total 3		0	0
% de 1 y 2		1,0	1,0

Tarea 2

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	1	1
ABM	B	1	1
JCG	B	3	3
CCH	A	1	1
TCG	B	3	3
MFC	M	1	1
JGC	M	1	2
LHD	B	1	2
TJC	M	1	1

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
YOC	B	1	2
DPS	A	1	1
YRC	M	3	3
ERG	M	1	2
SRA	A	1	1
ORS	M	1	1
STH	B	1	1
RRL	A	1	1
Total 1		14	10
Total 2		1	5
		15	15
Total 3		3	3
% de 1 y 2		0,8	0,8

Tarea 3

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	1	1
ABM	B	1	1
JCG	B	3	3
CCH	A	1	1
TCG	B	3	3
MFC	M	1	1
JGC	M	1	2
LHD	B	1	2
TJC	M	1	1
YOC	B	1	2
DPS	A	1	1
YRC	M	3	3
ERG	M	1	2
SRA	A	1	1
ORS	M	1	1
STH	B	1	1
RRL	A	1	1
Total 1		14	10
Total 2		1	5
		15	15
Total 3		3	3
% de 1 y 2		0,8	0,8

Tarea 4

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	1	1
ABM	B	2	1
JCG	B	3	3
CCH	A	1	1
TCG	B	3	3
MFC	M	3	3
JGC	M	3	3
LHD	B	1	2
TJC	M	2	1
YOC	B	1	2
DPS	A	1	1
YRC	M	1	1
ERG	M	1	2
SRA	A	1	1
ORS	M	2	2
STH	B	2	2
RRL	A	1	1
Total 1		9	8
Total 2		5	6
		14	14
Total 3		4	4
% de 1 y 2		0,8	0,8

Tarea 5

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	1	2
ABM	B	2	1
JCG	B	3	3
CCH	A	2	1
TCG	B	3	3
MFC	M	3	3
JGC	M	3	3
LHD	B	1	2
TJC	M	2	1
YOC	B	3	3
DPS	A	1	1
YRC	M	1	1
ERG	M	1	2

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
SRA	A	1	1
ORS	M	2	2
STH	B	3	3
RRL	A	1	1
Total 1		7	7
Total 2		5	5
		12	12
Total 3		6	6
% de 1 y 2		0,7	0,7

Tarea 6

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	2	2
ABM	B	2	1
JCG	B	2	2
CCH	A	2	1
TCG	B	3	3
MFC	M	3	3
JGC	M	3	3
LHD	B	1	2
TJC	M	2	1
YOC	B	2	2
DPS	A	1	1
YRC	M	2	1
ERG	M	2	2
SRA	A	1	1
ORS	M	2	2
STH	B	3	3
RRL	A	1	1
Total 1		4	7
Total 2		10	7
		14	14
Total 3		4	4
% de 1 y 2		0,8	0,8

Tarea 7

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
GAG	M	2	2
WAQ	M	2	2
ABM	B	2	1

Alumnos	Rendimiento	Comprensión de la tarea	Trabajo con los medios
JCG	B	2	2
CCH	A	1	1
TCG	B	2	2
MFC	M	3	3
JGC	M	2	2
LHD	B	1	2
TJC	M	2	1
YOC	B	2	2
DPS	A	1	1
YRC	M	2	1
ERG	M	2	2
SRA	A	1	1
ORS	M	2	2
STH	B	2	2
RRL	A	1	1
Total 1		5	7
Total 2		12	10
		17	17
Total 3		1	1
% de 1 y 2		0,9	0,9

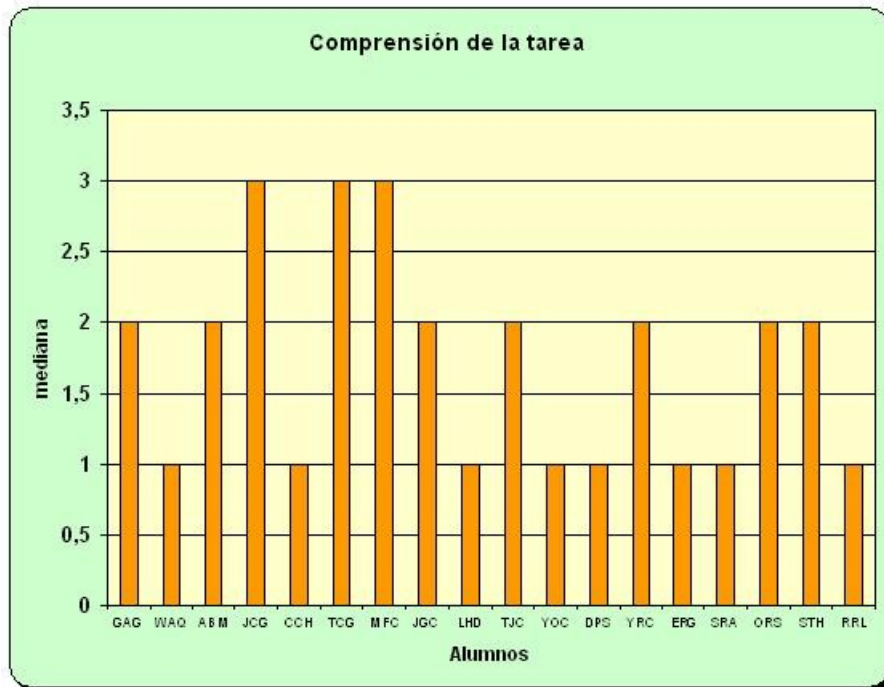
Alumnos	Comportamiento por alumnos según el trabajo con los medios							Mediana
GAG	1	2	2	2	2	2	2	2
WAQ	2	1	1	1	2	2	2	2
ABM	1	1	1	1	1	1	1	1
JCG	2	3	3	3	3	2	2	3
CCH	1	1	1	1	1	1	1	1
TCG	1	3	3	3	3	3	2	3
MFC	1	1	1	3	3	3	3	3
JGC	2	2	2	3	3	3	2	2
LHD	2	2	2	2	2	2	2	2
TJC	1	1	1	1	1	1	1	1
YOC	2	2	2	2	3	2	2	2
DPS	1	1	1	1	1	1	1	1
YRC	1	3	3	1	1	1	1	1
ERG	2	2	2	2	2	2	2	2
SRA	1	1	1	1	1	1	1	1
ORS	1	1	1	2	2	2	2	2
STH	1	1	1	2	3	3	2	2
RRL	1	1	1	1	1	1	1	1
							Mediana	2

Total de tareas	Resueltas según criterios 1 y 2	%
126	105	83,3

Total de tareas	Resueltas según criterio 1	%
126	71	56,3

Total de tareas	Resueltas según criterio 2	%
126	34	30

Total de tareas	Criterio 3	%
126	21	16,6



Trabajo con los medios

