

UNIDAD 13

Equivalencia de figuras

La variedad de situaciones de la vida cotidiana en las que está presente la noción de superficie es prácticamente ilimitada. Estas son algunas de las más frecuentes: una lámina o un pliego de cartulina o una hoja de papel, un corte de tela, una cancha de fútbol o una piscina, el territorio de una provincia, la superficie de un lago o un mar, una pared para ser pintada, un piso para ser cubierto de baldosas, la salida de un hueco que hay que tapar, un campo que hay que cosechar, un techo para cubrir con tejas, una pantalla de cine o de un televisor y una huella.

En esta unidad podrás profundizar en la idea de superficie. A través de sus actividades estarás en condiciones de responder preguntas como esta: ¿pueden dos figuras de diferente forma tener igual superficie?



Al iniciar el trabajo con esta unidad, te conviene tener a mano algunas unidades de Geometría que ya resolviste para revisar lo que necesites en relación con el tema de superficies y áreas. Especialmente te puede servir la unidad 12.



Para realizar la siguiente actividad, necesitarás cartulina, útiles de Geometría y tijeras.

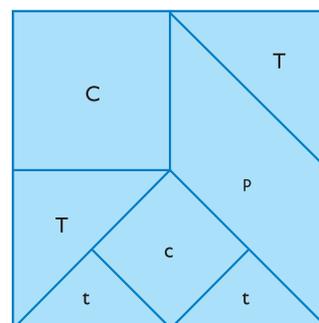


1. Figuras equivalentes

En la unidad 1 trabajaste con un tangram cuadrado para sumar y restar fracciones. Como ya viste, un tangram es un rompecabezas constituido por varias piezas geométricas que, juntas, forman un cuadrado o un rectángulo o un triángulo. En esta oportunidad vas a construir uno distinto, que también podrás agregar a tu colección de rompecabezas.

a) Dibujá en cartulina el siguiente tangram.

1. Observá qué figuras lo componen. Está formado por un cuadrado grande (C), un cuadrado pequeño (c), dos triángulos grandes (T), dos triángulos pequeños (t) y un paralelogramo (p).
2. Antes de dibujarlo, decidí qué escala es conveniente usar para ampliarlo adecuadamente a un cuadrado de 10 cm x 10 cm.



b) Cortá las piezas del rompecabezas, usalas como moldes y con ellas armá libremente las formas que quieras.

c) ¿Podés formar $1p$ con $2t$ y $1c$?

d) ¿Podés sustituir $1C$ por $2T$?

e) ¿Ocupan la misma superficie $1c$ y $2t$? En este caso diremos que $1c$ y $2t$ son figuras equivalentes.



Dos o más figuras son equivalentes si ocupan la misma superficie.

f) Copiá en la carpeta las siguientes afirmaciones y explicá para cada una si es verdadera o no y por qué. Podés usar las figuras recortadas para justificar tus respuestas.

1. El cuadrado C es la cuarta parte del tangram.
2. T es la mitad de C .
3. $1/2 T = t$.
4. $C + T + T = \frac{1}{2}$ del tangram.

g) Copiá las siguientes preguntas en la carpeta y respondelas.

1. ¿Cuántas piezas t necesitás para obtener la pieza T ?
2. Teniendo en cuenta la parte o fracción del tangram que es la pieza C , ¿con cuántas piezas C se puede formar el tangram?
3. Elegí pares de piezas del rompecabezas y analizá qué relación se puede establecer. Organizá un cuadro que muestre la equivalencia entre cada uno de los pares y mostráselo a tu maestro.

h) Usando todas o solamente algunas de las piezas del tangram como molde dibujá, en papeles que puedas recortar, pares de figuras equivalentes que tengan distinta forma.

1. Compará tu producción con la de otros compañeros.



2. Elaboren un afiche para el aula: peguen los pares de figuras e indiquen para cada par por qué son equivalentes.



En la actividad 5 de la unidad 10 estudiaste diferentes teselaciones para indagar de qué modo los ángulos que concurren en un vértice pueden o no completar un giro. En esta oportunidad vas a teselar superficies usando diferentes unidades de medida.



Para trabajar en la actividad 3, vas a usar los útiles de Geometría, lápices, papeles de diario u otro tipo de papeles, goma de pegar o cinta adhesiva y una tijera. Andá buscando los materiales con anticipación.



2. Embaldosados

- a) Dibujá en tu carpeta un rectángulo de 4 cm de ancho y 3 cm de alto. Nombralo A.
- b) Dibujá en tu carpeta otro rectángulo de 2 cm de ancho y 1 cm de alto. Nombralo B.
- c) Ahora tenés que “cubrir” o “embaldosar” el rectángulo A con rectángulos B.
 1. Para hacerlo podés recortar varios rectángulos A y B, o directamente dibujar en tu carpeta. En ese caso, trazá las subdivisiones interiores que necesites para mostrar tu trabajo.
- d) Copiá las preguntas y respondé en la carpeta:
 1. ¿Cuántas figuras B necesitaste?
 2. ¿Hay una única forma de pavimentar el rectángulo A?
 3. Compará las respuestas con tus compañeros y controlen con el maestro.



Dada una unidad, el número que expresa la medida de una superficie es el **área**.

La figura B es la unidad con la que se midió el área de A. Diremos que la medida de la superficie de la figura A, con respecto de B, es 6. Quiere decir que se necesitan 6 figuras B para cubrir la figura A, o bien que A equivale a 6 figuras B.



Consultá con el maestro cómo vas a encarar la actividad siguiente. Acordá cómo te vas a organizar para traer el material necesario. Si es posible, en esta actividad trabajá con un compañero. Si no es posible, consultá con tu maestro/a cómo organizarte para trabajar.



Para realizar la actividad 4 vas a usar **cm²** recortados en papel o cartulina, u hojas cuadriculadas en **cm²**. Preparalo antes de comenzar con esa actividad.



3. Unidades de área



- a) Organícense en dos grupos para realizar dos tareas diferentes y luego compararlas.

Grupo 1:

1. Dibujen un rectángulo de 8 cm x 3 cm.
2. Recorten un cuadradito de 2 cm x 2 cm.
3. Midan la superficie del rectángulo tomando como unidad el cuadradito.

Grupo 2:

1. Dibujen un rectángulo de 7 cm x 3 cm.
2. Recorten un rectángulo de 3 cm x 1 cm.
3. Midan la superficie del rectángulo dibujado tomando como unidad el rectángulo que recortaron.

b) Comparen la superficie de ambos rectángulos. ¿Cuál es mayor? Los resultados de las mediciones ¿lo ratifican? ¿Por qué?

Para poder comparar las medidas de las superficies de dos figuras, es necesario calcular el área usando la misma unidad de medida.

La unidad de medida acordada puede ser cualquiera; acá usarás una de las unidades convencionales más conocidas: la que cubre un cuadrado de 1 cm de lado, y por eso se llama “centímetro cuadrado” y se escribe simbólicamente así: **1 cm²**.

c) Efectúen nuevamente la medición de la superficie de cada rectángulo tomando como unidad **1 cm²** y decidan cuál es mayor.

1. Expliquen el porqué de su decisión; escriban las observaciones cada uno en su carpeta.

d) Recorten un cuadrado de 10 cm de lado, o tomen un papel glacé, y midan su superficie usando **1 cm²** como unidad.



Un cuadrado de 10 cm de lado, o lo que es lo mismo, de 1 dm de lado, cubre una superficie de **100 cm cuadrados**, o de **1 decímetro cuadrado**; se escribe simbólicamente así: **1 dm²** y es equivalente a **100 cm²**.

e) Tomen hojas de papel de diario, peguen las que sean necesarias para construir un cuadrado de 1 m de lado.

1. Midan el cuadrado usando como unidad **1 dm²**.
2. Calculen cuánto mediría si se usara como unidad **1 cm²**.

f) Respondé estas preguntas en la carpeta.

1. ¿Cómo definirías 1 metro cuadrado?
2. ¿A cuántos dm^2 equivale?
3. ¿Y a cuántos cm^2 ?
4. Consultá con tu maestro/a para comprobar si respondiste bien.

Cuando se mide una cantidad, es importante seleccionar la unidad de medida adecuada. Por ejemplo, ya sabés que para medir la distancia entre dos ciudades se usan los kilómetros, para informar el largo de un lápiz, los centímetros, y para expresar la longitud de un insecto, los milímetros. También para medir el área de un papel glacé conviene usar cm^2 ; en cambio, para el piso de una habitación, los m^2 .



En la siguiente actividad vas a aplicar la noción de equivalencia entre superficies para construir las **fórmulas** útiles para calcular el área de distintos cuadriláteros. El hallazgo de una fórmula es uno de los hechos más potentes de la Matemática.

Encontrar fórmulas en Matemática permite registrar brevemente y de modo preciso las relaciones entre las variables que intervienen en la solución de un problema. Una vez que se ha encontrado una fórmula, es más fácil generalizar ideas, aplicar dichas ideas a diversas situaciones y facilitar la comunicación de resultados en situaciones parecidas.

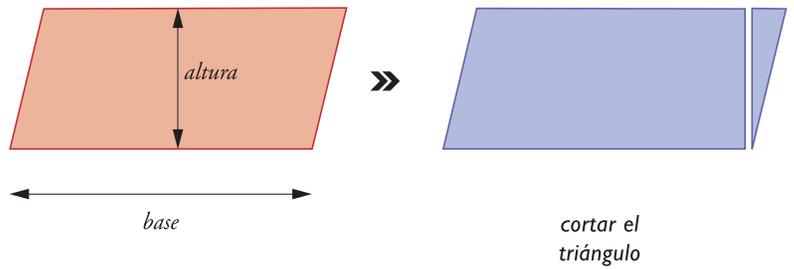


4. Fórmulas para calcular el área de algunos cuadriláteros

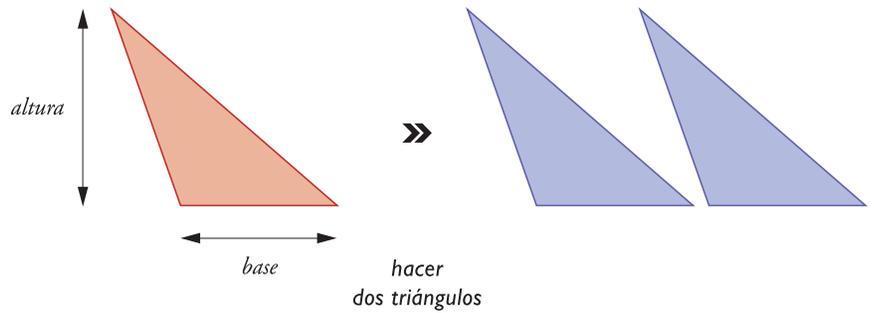
a) ¿Qué fórmula permite hallar el área de un rectángulo con base **b** y alto **a**? Escríbala en tu carpeta y recuadrala. Para pensarla, podés consultar en la unidad 12 la manera en que se obtiene la fórmula para calcular el área del triángulo.

b) Para obtener las fórmulas que permiten hallar el área de otros cuadriláteros, se los puede transformar en figuras equivalentes, es decir, con la misma superficie y la misma área. Las siguientes figuras muestran esas transformaciones. Recorré cada fila de figuras y hacé lo que indican las consignas hasta que obtengas las fórmulas correspondientes.

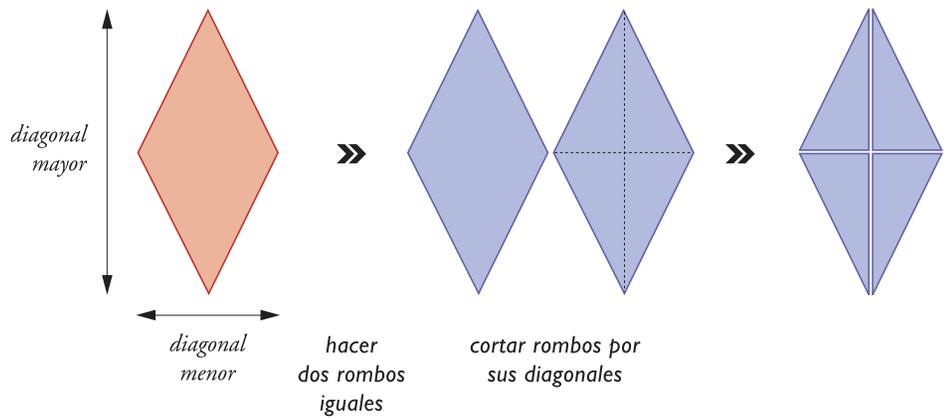
PARALELOGRAMO



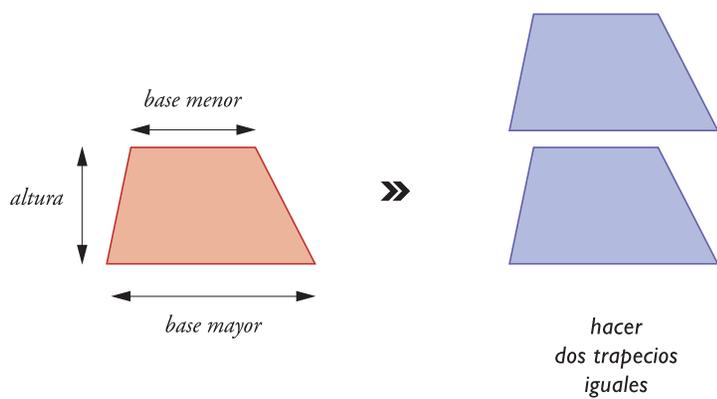
TRIÁNGULO

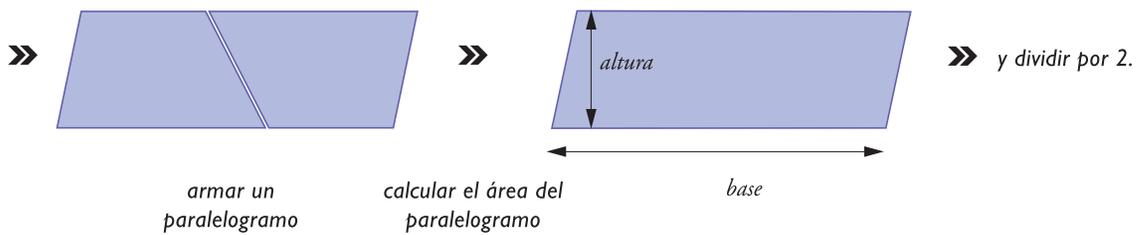
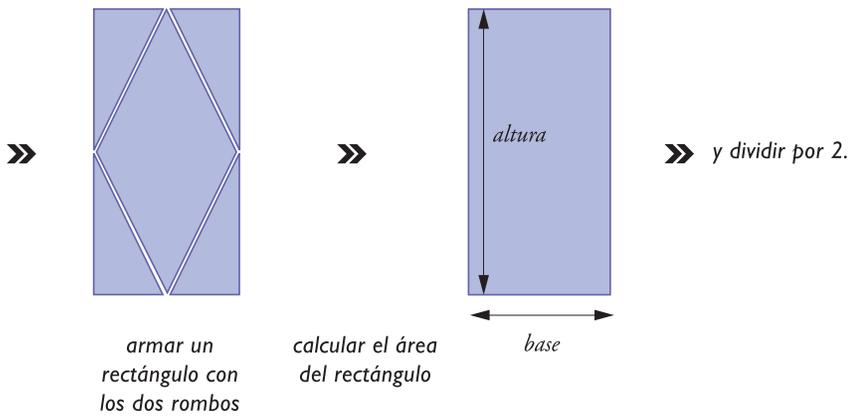
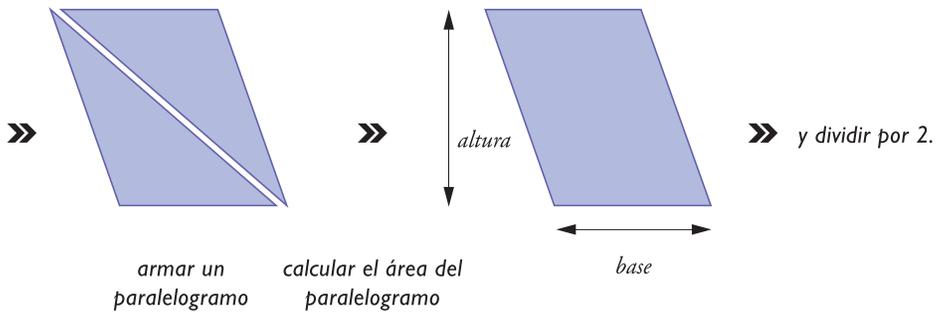
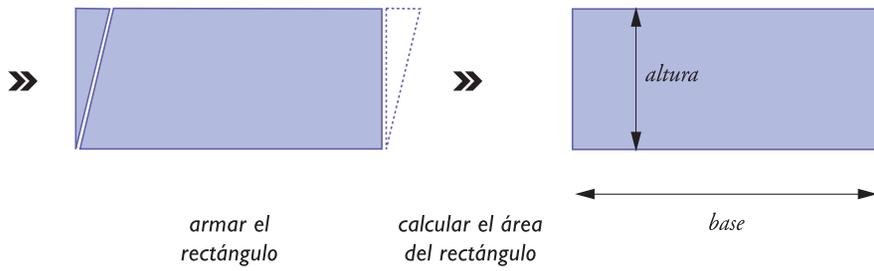


ROMBO



TRAPECIO







A lo largo de estas unidades de Geometría desarrollaste procedimientos para entender cómo se calculan los perímetros y las áreas de distintas figuras. Los mismos procedimientos te llevaron a encontrar formas abreviadas de realizar los cálculos. Esas formas se expresan en fórmulas que pueden aplicarse a las figuras cualquiera sea su tamaño. Por eso es importante que las recuerdes para tenerlas presente en los momentos que necesites obtener perímetros o áreas. Recordar cada fórmula te va a orientar a buscar o pedir los datos necesarios para realizar los cálculos. Las actividades siguientes te van a ayudar a hacerlo. Tené en cuenta consultar con tu maestro/a cuándo resolver el punto **d** y qué vas a hacer en la escuela o en tu casa.



c) Con tus compañeros, realizá un afiche para colocar en el aula, con todas las fórmulas obtenidas en esta actividad y sus correspondientes figuras. Podrán recurrir a ellas cuando lo necesiten. Conversen con su maestro/a y con sus compañeros para decidir cuál es el diseño más adecuado.

d) Buscá en la biblioteca o pedile a tu maestro un libro de Matemática que contenga problemas de superficie y área.

1. Copiá en la carpeta los enunciados de los problemas que te indique el maestro.

2. Resolvé los problemas mostrando claramente los procedimientos que usaste.



En la actividad 5 de la unidad 10 descubriste que se pueden hacer teselaciones usando como piezas básicas triángulos o cuadriláteros o hexágonos, sean o no figuras regulares. En esta oportunidad aprenderás a construir vistosas formas no poligonales, equivalentes a una dada, que teselan el plano.



5. Otras teselaciones

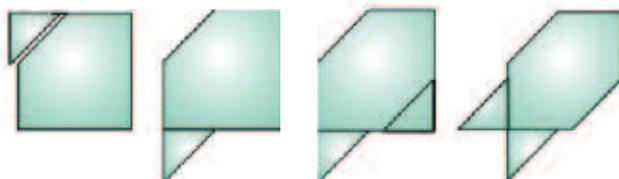
El secreto para cubrir el plano con mosaicos sin superponerlos ni dejar huecos es partir de un polígono que tenga esa propiedad y transformarlo convenientemente.

a) Seguí paso a paso las siguientes instrucciones; usá las figuras para orientarte.

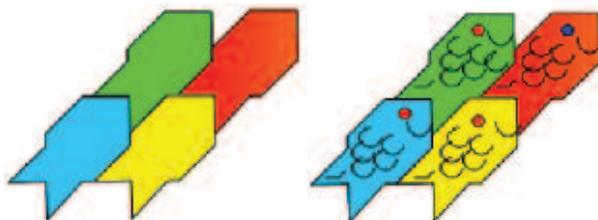
1. Recortá una parte del cuadrado, a lo largo de una línea.



2. Pegá la parte recortada del lado opuesto al que fue cortada.



3. Repetí este proceso cuantas veces quieras.
4. Una vez que hayas obtenido una figura que te guste, utilízala como molde para copiarla en una hoja las veces que quieras de manera que las líneas de los bordes estén en contacto, es decir sin dejar huecos y sin superposiciones, como muestra la figura de los peces.



Para finalizar

Cuando se trata de profundizar y relacionar los conocimientos sobre Geometría, la noción de equivalencia es una de las más importantes. A partir de las tareas geométricas efectuadas, las experiencias que realizaste consisten en describir, relacionar y razonar.

Investigaste relaciones dibujando, midiendo, observando, comparando, transformando y clasificando objetos geométricos. En particular trabajaste comparando las superficies de las figuras y descubriste que dos figuras pueden ser equivalentes en superficie y tener diferente forma. En tal caso, tienen la misma área y se pueden transformar unas en otras recortándolas y componiéndolas de diferente forma. Tal vez lo más representativo de las actividades que realizaste en esta unidad es aplicar esta posibilidad de transformar unas figuras en otras equivalentes cuya fórmula ya conocés y establecer así las diferentes fórmulas para el cálculo del área de cuadriláteros.

Pero no menos valioso es el conocimiento de que la equivalencia entre figuras te permite crear diseños de mosaicos que podés aplicar libremente a otro tipo de creaciones artesanales y artísticas.



A continuación, como siempre, encontrarás distintos problemas para seguir desarrollando tu pensamiento matemático. Consultá con el maestro cuándo los podés resolver.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Un número secreto

Pedí a un amigo que escriba en secreto un número de dos cifras, que lo multiplique por 10 y del resultado reste un múltiplo de 9 inferior o igual a 81. Pedile el resultado. Si es de tres cifras, tomá las dos primeras y sumale la última; si es de dos, sumalas entre sí. El resultado que dé es el número secreto.

2. Sudoku

El juego es muy simple: hay una cuadrícula de 81 cuadrados, organizados en 9 bloques de 3×3 , vale decir, de 9 cuadrados cada uno. Algunos de estos cuadrados, como máximo 30, ya vienen con una cifra escrita.

El objetivo del juego es colocar en los cuadrados vacíos los números que faltan de modo que en cada cuadro de 3×3 estén todos los números del 1 al 9, con la condición de que cada número aparezca solamente una vez en cada fila horizontal y en cada columna vertical del cuadro 9×9 .

Este rompecabezas numérico ideado por Howard Games se publicó por primera vez en Nueva York en 1979 con el nombre de “Number Place” (El lugar de los números). En 1984 la idea fue introducida en un periódico japonés con el nombre de “Sujii wa dokushin ni kagiru” (Los números deben estar solos), y posteriormente se abrevió esta nomenclatura al nombre por el que hoy se lo conoce en casi todo el mundo: Sudoku (Números solos).

Completen el siguiente sudoku.

	6	1	4	5	
	8	3	5	6	
2					1
8		4	7		6
	6			3	
7		9	1		4
5					2
	7	2	6	9	
4	5	8			

3. Otro sudoku

Si la resolución del sudoku anterior te dejó con ganas de intentar otro, te presentamos uno con el mismo grado de dificultad: también trae 30 casillas ocupadas.

			7			
	1	6	3			8
7			8		6	1
3					8	6
					9	7
	8	9				
4				5	3	6
	6	4	2			
9		1	8	2		