

UNIDAD 12

Perímetros y áreas en cuerpos y figuras planas

En muchas oportunidades es necesario conocer la longitud de un contorno, por ejemplo, de una cerca, para saber cuántos listones de madera harán falta para construirla; la cantidad de alambre que se debe comprar para alambrear un campo; el largo de una cinta para hacer el reborde de un mantel o de una prenda de vestir. En otras ocasiones, si se trata de comprar semillas para sembrar un terreno, hay que conocer el área disponible a tal fin o bien, si se está pensando en alfombrar y pintar una habitación, es necesario conocer el área del piso y de las paredes. Esta unidad presenta una serie de actividades que te permitirán resolver situaciones como estas. Trabajarás con figuras y cuerpos ya conocidos: triángulos, cuadriláteros, prismas y pirámides y aplicarás sus propiedades para aprender a calcular áreas y perímetros.



En la actividad 1 vas a necesitar algunos sorbetes o varillas y un papel afiche, fibras o crayones. Para trabajar en las actividades del tema 2 vas a necesitar hojas de papel cuadriculado. Recordá llevarlas en el momento de comenzar a trabajar en ese tema.

TEMA 1: PERÍMETRO DE FIGURAS Y CUERPOS



1. Longitudes de contornos



Cuando estudiaste proporcionalidad inversa en la unidad 3 trabajaste sobre una situación vinculada con alambrear y sembrar una huerta en la que aplicaste conocimientos matemáticos como el perímetro, la superficie y el área de figuras. En esta oportunidad retomarás esos temas empezando a calcular el perímetro de una figura. Recordá que el perímetro de una figura es la medida de su contorno.

a) Si construís el contorno de figuras con varillas, podés obtener el perímetro averiguando el largo del segmento que se obtiene al colocar todas las varillas usadas, una a continuación de la otra.

1. Escribí en tu carpeta: “Actividad 1: Longitudes de contornos” y construí con varillas tres triángulos, uno de ellos equilátero.

- Medí la longitud de sus lados y calculé su perímetro (en centímetros).
- Escribí cómo lo hiciste.

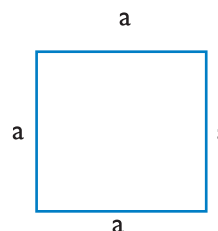
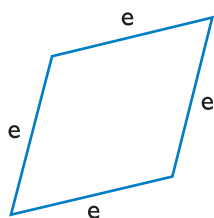
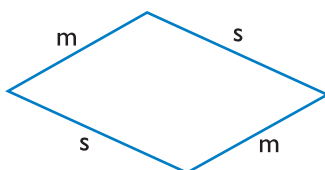
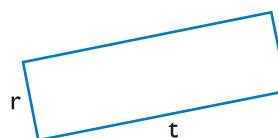
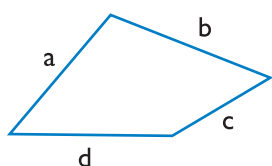
2. En el caso del triángulo equilátero, ¿podés expresar el cálculo del perímetro de dos formas diferentes?, ¿cuáles?

• Nombrá con a cada uno de sus lados y completá la siguiente expresión:

$P = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$, en la que P representa perímetro.

3. ¿Qué sucede en el caso de los cuadriláteros? ¿Podrías anticipar una manera de calcular sus perímetros? Anotála en tu carpeta.

b) Observá los siguientes cuadriláteros, medí sus lados en centímetros y calculá su perímetro.



1. ¿Pudiste comprobar si la manera que pensaste en el punto 3 de la actividad anterior era correcta? Escribí en tu carpeta el nombre de cada figura y la forma simbólica en que hallaste su perímetro, usando las letras que están sobre sus lados.

c) Toda vez que necesites calcular el perímetro de una figura es suficiente que sumes los lados pero también podrás usar la expresión matemática que la representa. Por ejemplo, en el caso del rectángulo:

$$P = r + t + r + t \quad \text{o} \quad P = 2 \times r + 2 \times t \quad \text{o} \quad P = (r + t) \times 2, \text{ donde } r \text{ y } t \text{ representan las longitudes de los lados.}$$

1. Si conocés la medida de r y t , lados consecutivos del rectángulo, reemplazá las letras en una de las expresiones o fórmulas anteriores por esas medidas, resolvé las operaciones y así encontrarás el perímetro de la figura que elegiste. Tené presente que las longitudes deben estar expresadas en la misma unidad de medida, por ejemplo, en centímetros, decímetros, metros, etcétera.

2. Escribí la fórmula del perímetro del cuadrado.

d) Ya viste en la unidad 8 que los cuerpos geométricos cuyas caras son planas tienen un esqueleto formado por el conjunto de todas sus aristas.

1. Elegí un cuerpo de los que hayas construido y calculá la longitud de su esqueleto. En tu carpeta escribí cómo lo hiciste.
2. Buscá un cubo y tomá la medida de una arista, anotá la medida de la longitud del esqueleto y explicá cómo pensaste el cálculo.
3. Tratá de escribir una fórmula que te permita calcular directamente la longitud del esqueleto del cubo.



e) Como síntesis de lo que aprendiste sobre perímetro completá en tu carpeta, con tus compañeros, las tablas que siguen. Las letras a , b , c , y d representan los lados.

Perímetro de triángulos		
	Número del triángulo	Cálculo del perímetro
1	Escaleno	$a + b + c$
2	Isósceles	
3	Equilátero	

Perímetro de cuadriláteros		
	Número del cuadrilátero	Cálculo del perímetro
1	Trapezoide	$a + b + c + d$
2	Paralelogramo	
3	Rectángulo	
4	Trapezio isósceles	
5	Romboide	
6	Rombo	
7	Cuadrado	

1. Muéstréle las tablas al maestro y vean si tienen que corregir algo.
2. Cuando estén seguros de que las tablas están bien, cópienlas en un afiche y déjenlo colgado en la pared del aula.



Ya viste en la unidad 3 que el contorno de una figura encierra una superficie y viste la forma de encontrar el área de los rectángulos mediante el uso de cuadrados del mismo tamaño o bien usando papel cuadriculado. A continuación, en el tema 2, profundizarás tus conocimientos sobre superficies de figuras planas. Trabajarás con áreas de rectángulos, triángulos, prismas y pirámides y vas a encontrar otras formas de calcularla sin necesidad de recurrir a material auxiliar. También establecerás relaciones entre perímetros y áreas. Vas a necesitar las hojas cuadriculadas que te fueran pedidas anteriormente.

TEMA 2: ÁREAS EN CUERPOS Y FIGURAS

A 2. Área de los rectángulos

a) Trabajá en tu carpeta, escribí “Actividad 2: Áreas de los rectángulos” y realizá lo que se indica a continuación.

1. Dibujá un cuadrado de 2 cm de lado y luego dividilo en cuatro cuadrados iguales.
2. Cada nuevo cuadrado tiene como lado 1 cm por lo que su área es de 1 cm². Esta será la unidad de medida que usarás para medir el área de las figuras. Como en el cuadrado hay 4 cuadraditos de 1 cm², el área total del cuadrado ABCD es de 4 cm².
3. Dibujá un rectángulo e indicá cuál es, en cm², su área.
4. Escribí en tu carpeta la operación que permite llegar a ese resultado.
5. Pensá en los rectángulos cuyos datos figuran en esta tabla, copiala en tu carpeta y completala.

Medida del lado 1 (cm)	Medida del lado 2 (cm)	Medida del área 2 (cm ²)
3	7	21
	10	45
2,5		11,25
	5,25	

6. Si a los lados de cada rectángulo se los llama a y b , expresá en símbolos el área del rectángulo.



Los lados de un rectángulo frecuentemente se denominan largo y alto. El área del rectángulo se obtiene multiplicando la longitud del largo por la longitud del ancho, ambas expresadas en la misma unidad.

b) Si observás el rectángulo de la actividad 2, el largo es a y el alto es b . A estos lados también se los llama base y altura. Escribí en tu carpeta y completá la siguiente expresión:

El área del rectángulo es igual a

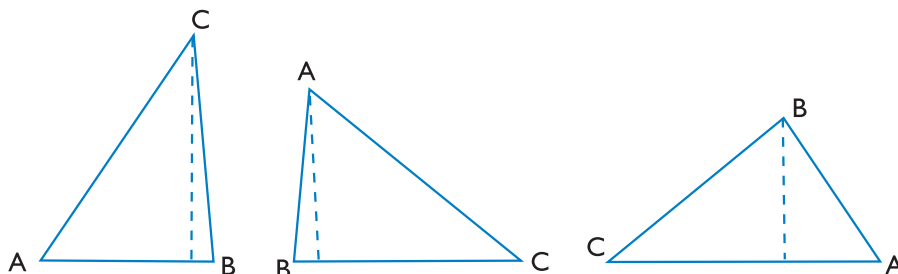
1. Expresá con tus palabras cómo se determina el área de un cuadrado y escribí la fórmula correspondiente.
2. Tomá una hoja de tu carpeta y hallá su perímetro y su área. Hacé lo mismo con una puerta o una ventana de tu aula. ¿Cuáles son las unidades que te conviene usar en cada caso?



En la actividad anterior analizaste la fórmula del área de un rectángulo. Ahora verás la de los triángulos. En primer lugar vas a distinguir las alturas de un triángulo.

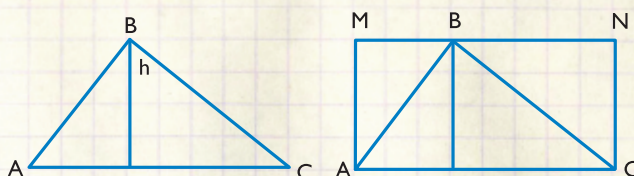
A 3. Área de triángulos

- a) Dibujá en un papel un triángulo escaleno cualquiera y recortalo.
1. Usando el recorte de papel como molde, dibujá en tu carpeta el triángulo en distintas posiciones; en cada uno de los dibujos, colocá en posición horizontal un lado distinto. Por ejemplo: triángulos ABC, BCA y CAB.



En todo triángulo, la distancia entre un lado y el vértice opuesto se llama altura correspondiente a ese lado.

- b) Leé atentamente la definición de altura.
1. Trazá las alturas de tu triángulo.
2. Observá cada una de las alturas del triángulo escaleno en sus distintas posiciones y verás que son diferentes para cada lado.
3. Respondé en tu carpeta:
- ¿Cuántas alturas diferentes tiene un triángulo isósceles?
 - ¿Y un triángulo equilátero? ¿Por qué?
- c) En tu carpeta escribí “Actividad 3: Área de triángulos” y dibujá un triángulo cualquiera.
1. Copiá en un trozo de papel el triángulo que dibujaste.
2. Recortá el triángulo de papel por la línea que representa una altura: te quedan dos triángulos rectángulos. Pegálos junto al triángulo que dibujaste como está indicado en la figura siguiente.



3. Observá la figura que ha quedado formada, nombrála y compará su área con la del triángulo ABC.

- Seguramente te has dado cuenta de que el área del AMNC es el doble del área del triángulo ABC.

Área AMNC = 2 x área ABC. Entonces, el área del ABC es la mitad del área del rectángulo AMNC por lo que

$$\text{Área del triángulo ABC} = \frac{1}{2} AC \times AM.$$

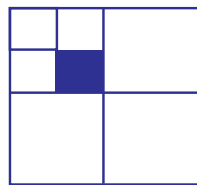
- Como AC es la base del rectángulo y AM su altura, igual a la del triángulo (h) resulta que Área del triángulo ABC = (base x altura) : 2.



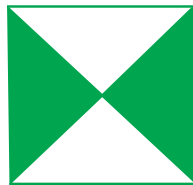
$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

d) Explicá con tus palabras la fórmula que permite calcular el área de un triángulo.

e) Calculá el valor del área coloreada en cada uno de los casos.



20 cm



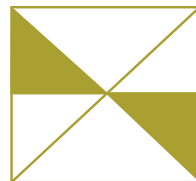
6 cm



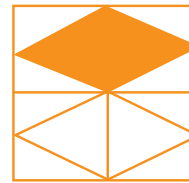
4 cm



10 cm



12 cm



8 cm

f) Construí todos los rectángulos cuyos lados midan un número entero de centímetros y su perímetro sea de 24 cm. Calculá el área de cada uno. Copiá en tu carpeta los enunciados y resolvélos explicando el procedimiento que elegiste. Luego mostráselo a tu maestro.



La siguiente actividad te permitirá ver qué es necesario conocer para calcular las áreas de los cuerpos que ya estudiaste en la unidad 8.



4. Área de prismas



a) Trabajando con tus compañeros, lean esta situación:

En la escuela de Carmen están planificando un proyecto de producción de dulce de membrillo artesanal hecho con la fruta que se produce en la escuela. Los chicos discuten cómo envasarlo y cada uno expone sus ideas. Juan dice que es posible envolver el dulce con papel o plástico, cerrarlo bien y luego ponerlo en cajitas de madera.

Marta señala que primero hay que decidir de cuánto serán los paquetes y qué moldes habrán de usar. Alicia dijo: –Yo estuve investigando con mi papá y cuando fuimos a la ciudad vimos que en un negocio tenían paquetes de medio kilo y de un kilo, de dos marcas diferentes en cajitas de cartón. También había dulce en latas y en barras que se cortan y se venden por peso.

Todos se quedaron pensando y Juan preguntó cómo eran los paquetes de medio kilo. Alicia le contestó que uno era del tamaño de su mano y de unos tres dedos de alto, mientras que el otro era un poco más chico pero más alto.

Por lo que Alicia dijo sus compañeros entendieron que esos dos paquetes que contenían medio kilo no eran iguales aunque tenían la misma cantidad de dulce.

b) Redacten entre todos las respuestas a las preguntas siguientes. (Anoten las ideas que se les ocurran en una hoja borrador.)

1. Si los paquetes tienen la misma cantidad de dulce, ¿se necesita la misma cantidad de papel para el envoltorio, aunque tengan distinta forma?
2. La cantidad de madera que hace falta para hacer la caja de 1 kilo, ¿es el doble de la que se usa para la caja de medio kilo?

c) Las preguntas anteriores se relacionan con estos problemas geométricos:

- Los prismas de igual volumen, ¿tienen la misma área?
- Si el volumen de un prisma aumenta al doble, ¿su área también aumenta el doble?



Para resolver estos problemas necesitan identificar la superficie lateral y total de un cuerpo, y tener clara la diferencia entre algunas unidades de medida. Tengan a mano las anotaciones que hicieron sobre las soluciones a estos problemas; las próximas actividades los ayudarán a descubrir si lo que pensaron es correcto.

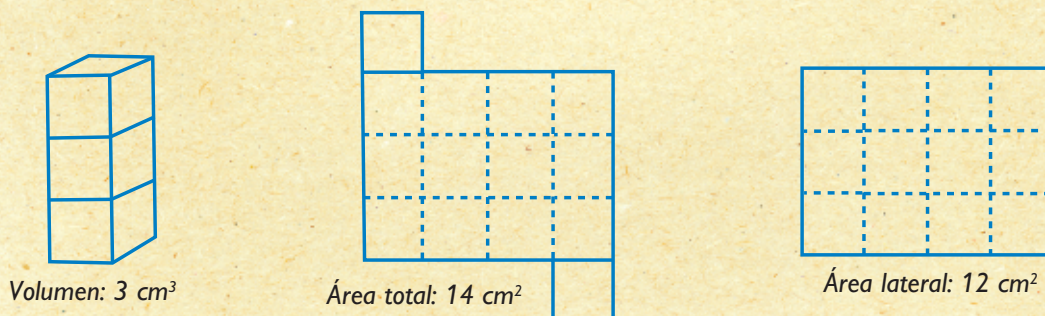
d) Lean la siguiente información:

El volumen de un cuerpo indica cuánto espacio ocupa y se expresa en unidades cúbicas: m^3 , cm^3 , mm^3 . Un cubito de 1 cm de arista ocupa un volumen de 1 cm^3 y cada una de sus caras cuadradas tiene un área de 1 cm^2 .



El área total de un prisma es la suma de las áreas de sus caras. Si al área total le quitamos las áreas de las bases obtenemos el área lateral del prisma.

Mírenlo en este ejemplo:



e) Ahora van a construir dos prismas distintos con 24 cubitos cada uno, para resolver el primer problema: Prismas de igual volumen, ¿tienen la misma área?


1. Tomen una hoja de papel cuadriculado de 1 cm de lado y dibujen todas las caras de cada uno de los prismas.
2. Registren en la carpeta el volumen, el área de cada una de las caras, el área total de cada prisma en una tabla para que después puedan comparar los datos. ¿Es posible construir otros prismas de 24 cm³ de volumen y distinta forma que los anteriores? Si es así, constrúyanlos y calculen su área total.
3. Comparen sus anotaciones y respondan la pregunta del problema. Anoten, cada uno en su carpeta, la resolución.

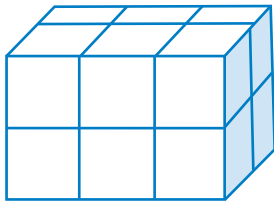
f) Ahora vas a investigar el segundo problema solo:

¿Cómo varía el área total de un prisma cuando se duplica su volumen?

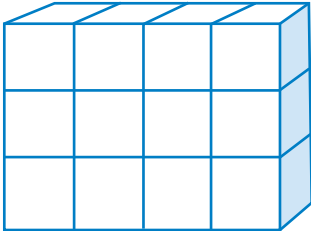
1. Copiá el enunciado del segundo problema en tu carpeta.
2. Armá un prisma con cubitos de 1 cm de lado. Dibujá su base, anotá su volumen y su área total. Organizá una tabla para ir anotando todos los datos de tus construcciones, igual que hiciste para el problema anterior.
3. Construí otro prisma que tenga el doble de volumen que el anterior. Dibujá la base, anotá el volumen y el área total.
4. Compará los valores que encontraste y respondé la pregunta del problema: Si el volumen de un prisma aumenta al doble, ¿su área también aumenta el doble?
5. Con los valores de la tabla que construiste tratá de averiguar si el área total del prisma es directamente proporcional a su volumen. Respondé en tu carpeta.

g) Lee la siguiente información y compárala con las anotaciones que hiciste en tu carpeta. Si es necesario, modifícala tus respuestas.

 Hay cuerpos que tienen el mismo volumen pero distinta forma y área.




Volumen: 12 cm^3
Área total: 32 cm^2



Volumen: 12 cm^3
Área total: 38 cm^2

h) Conversá con tus compañeros y con el maestro acerca de lo que aprendieron en esta actividad.

 Tanto el volumen como el área de un prisma dependen de sus tres dimensiones; largo, ancho y alto. Si aumenta una de las dimensiones de un prisma también aumentan el volumen y el área, pero no necesariamente en la misma relación.

5. Áreas de pirámides

a) Elegí una pirámide de una caja de cuerpos y sobre una hoja de papel marcá cada una de las caras y su base.

1. ¿Qué necesitás hacer para calcular el área lateral y total?
2. Escribí en tu carpeta los cálculos y el procedimiento que realizaste. Mostrá el trabajo a tu maestra.



b) Con tus compañeros elegí otras pirámides y prismas rectos.

1. Analicen sus elementos y luego de discutir, como lo hicieron en las actividades anteriores, busquen una expresión matemática que les permita calcular áreas laterales y totales de esos cuerpos.
2. Entre todos, busquen una manera de que las conclusiones puedan ser conocidas por todos los compañeros.

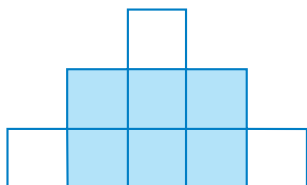


En la próxima actividad vas a tener la oportunidad de revisar lo que aprendiste en esta unidad sobre perímetros y áreas y lo vas a aplicar para resolver algunos problemas. Volve a revisar los temas y actividades que necesites y las anotaciones de tu carpeta. Guíate por los títulos, los textos destacados y los “Para recordar” y así ubicar dónde está la información o la explicación que necesitás volver a leer.

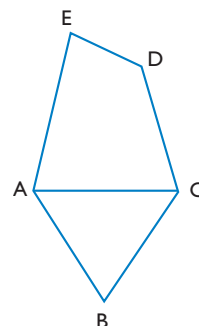
A

6. Perímetros y áreas

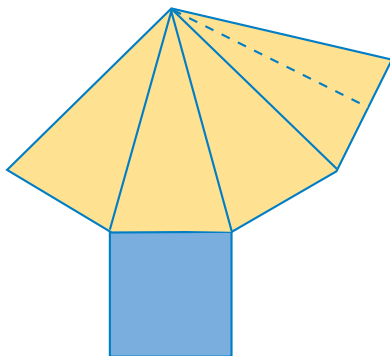
a) El perímetro de la figura es de 96 cm. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo sombreado?



b) La figura ABC es un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro; $CD = AC$ y el cuadrilátero ACDE tiene 20 cm de perímetro. ¿Cuál es el perímetro del ABCDE?



c) Este dibujo corresponde al desarrollo de la superficie de un cuerpo:



1. Describí el cuerpo del que se trata. Para lograrlo, tomá las medidas que consideres necesarias, las varillas necesarias para armar el “esqueleto” del cuerpo, y calculá el área total del cuerpo. ¿Qué unidades de área usarás para expresarla?
2. Si en lugar de estar formada por cuatro triángulos, la superficie lateral tuviera tres triángulos, ¿de qué cuerpo se trataría? Dibujá en tu carpeta su desarrollo, calculá la longitud del esqueleto y el área total del cuerpo.



Consultá con tu maestro si vas a hacer la actividad 7 o pasás a leer la síntesis de la unidad.

A

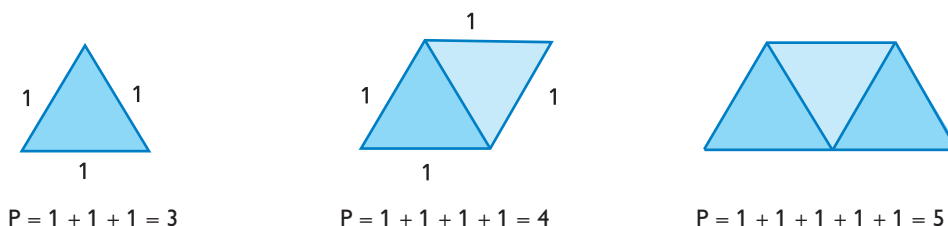
7. Más perímetros para calcular

En una cadena de figuras iguales, por ejemplo, de triángulos equiláteros o de rectángulos, ¿cómo se puede calcular el perímetro de la cadena?

a) Observá esta cadena de triángulos:



1. El perímetro total, ¿será el perímetro de la figura multiplicado por el número de triángulos que contenga la cadena? Para averiguarlo tomá un triángulo, luego dos y por último tres como los de la figura. Calculá el perímetro de cada una de las figuras que se han formado.

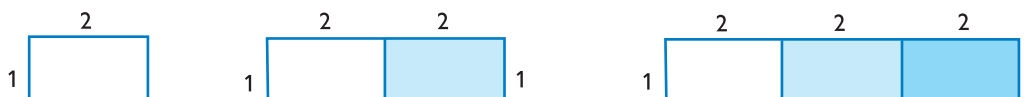


2. Continúa completando una tabla como la siguiente:

N° de triángulos	1	2	3	4	5	10	15	20	25	30	40	50
Perímetro												

3. Observá la relación entre el número de triángulos y el valor del perímetro. Expresála con tus palabras y tratá de hacerlo con símbolos matemáticos, por ejemplo usando P para el perímetro, n como el número de triángulos y l como la longitud del lado.

b) Podés hacer lo mismo con una cadena de rectángulos.



1. ¿Cuál es el perímetro de una cadena de 8 rectángulos, donde cada rectángulo mide 2 cm de largo y 1 cm de ancho?

Para finalizar

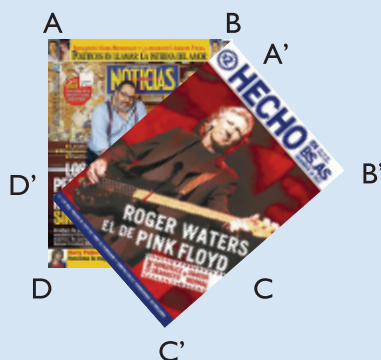
Las diferentes actividades que realizaste tienen el propósito de que aprendas a calcular perímetros y áreas de figuras y cuerpos ya conocidos, sobre la base de lo que viste en otras unidades, y puedas expresar mediante fórmulas las relaciones matemáticas que se dan entre los elementos de esas figuras y cuerpos.

Aprender a expresar relaciones abre el camino hacia otros conocimientos matemáticos como también a mostrar que existe un lenguaje propio de la Matemática que permite simplificar las comunicaciones. Entre las relaciones que ya conocés están las de proporcionalidad directa. En una de las actividades analizaste algunas de las magnitudes que aparecieron: longitudes, áreas y volúmenes, para verificar en qué casos se presentan este tipo de relaciones en la vida real.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. De rectángulos y triángulos

Imaginá que la tapa de una revista está sobre la de otra revista tapándola parcialmente, tal como se puede ver en la siguiente figura:



A' coincide con B y D' está en el lado AD.

En la revista ABCD, ¿hay más parte visible o más parte tapada?

Fijate en A'C D', ¿qué relación tiene su área con la del rectángulo ABCD?

¿Qué relación tienen la parte tapada y la parte visible?

2. El pastor y su rebaño

Con las provisiones de forraje que tiene, un pastor puede alimentar durante el invierno a un rebaño de 36 cabezas durante tres meses. ¿Cuántos animales debe vender para poder alimentar a su rebaño durante 5 meses con esa misma cantidad de forraje?

3. Cubos pintados

Hay ocho cubos iguales pintados de diferentes colores: 2 están pintados de rojo, 2 de blanco, 2 de azul y 2 de verde. Se quiere formar con ellos un cubo más grande, de modo que en cada cara aparezcan todos los colores. ¿De cuántas formas distintas se pueden colocar los cubos?

4. Un dado que rueda

Conseguí un dado y una hoja de papel. Colocá el dado en el centro de la hoja con la cara del 1 hacia arriba y pasá el lápiz por el borde de la base. Te quedó marcado un cuadrado, ponéle el número 1. Colocá de nuevo el dado y hacélo girar 90° sobre una de sus aristas. Repetí la operación hacia uno y otro lado, arriba y abajo, escribiendo siempre el número de la cara superior. Te quedará formado un tablero rectangular. ¿Cuál es el camino más corto para ir desde el primer cuadrado, con el número 1 a un cuadrado fijo con un cierto número? ¿Qué números se pueden obtener yendo siempre en vertical hacia arriba del tablero?