

# UNIDAD 10

## Medida de ángulos

Los puntos cardinales sirven como orientación para muchos otros fenómenos. Todos los días en los noticieros se escuchan informaciones como “El viento soplará en dirección Norte rotando al Este”, “Hoy hay viento del Sur rotando al Sudoeste”. ¿Cómo se hace para determinar la dirección del viento? En la actualidad se utilizan aparatos sofisticados, pero el más sencillo y que seguramente viste en muchas casas es la veleta. ¿Pensaste alguna vez cómo funciona una veleta?



Con los conocimientos sobre la formas de medir ángulos que vas a adquirir a lo largo de esta unidad podrás comprender mejor el funcionamiento y la utilidad de aparatos como la veleta. También vas a enterarte por qué la medición de ángulos fue tan importante en la historia de la humanidad y cuáles son sus aplicaciones en la actualidad. Todo esto te va a permitir profundizar lo que ya sabés acerca de las figuras geométricas.

### TEMA 1: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN MEDIR



#### 1. Los puntos cardinales

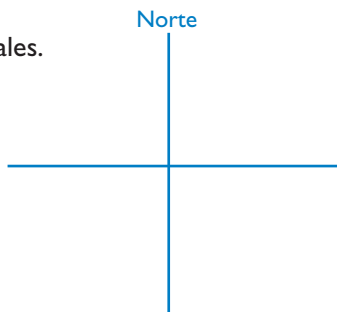
En la unidad 2 de Ciencias Naturales aprendiste a distinguir, en cualquier lugar de la Tierra, los cuatro puntos cardinales: Este, Oeste, Norte y Sur. Si te parás señalando con tu brazo derecho hacia el Este y con el izquierdo al Oeste, tendrás el Norte hacia adelante y el Sur hacia atrás. La dirección Este-Oeste es perpendicular a la dirección Norte-Sur.

Para indicar la dirección de los vientos se suele usar una veleta. Con frecuencia es una pieza de metal, generalmente en forma de flecha, que se coloca en lo alto de los edificios de modo que al girar, impulsada por el viento, marque su dirección.



a) Dibujá en tu carpeta un par de ejes perpendiculares igual a los de la figura como si miraras la veleta desde arriba y resolvé lo siguiente:

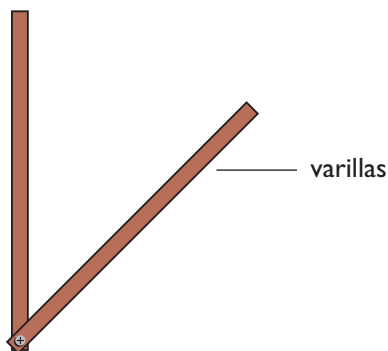
1. Completá con los demás puntos cardinales. Cada eje une dos puntos cardinales.



2. Ahora imaginate la flecha de la veleta impulsada por el viento girando sobre esos ejes que marcan los puntos cardinales y pensá en cuál de las siguientes rotaciones la flecha gira más: ¿cuando lo hace de Norte a Este o cuando gira de Oeste a Este?
3. Compróballo extendiendo un brazo hacia la primera dirección y haciéndolo girar hasta señalar la segunda en los dos casos. Escribí la respuesta en tu carpeta.

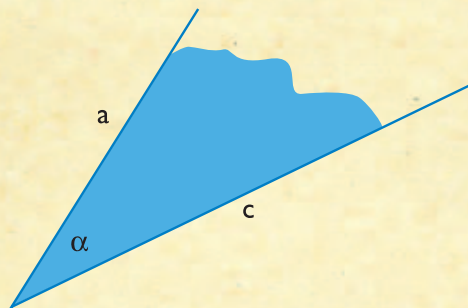
b) Si la veleta gira de Norte a Este sin pasar por el Oeste, ¿gira más o menos que si lo hace pasando por el Oeste?

1. En cada caso, ¿qué parte de un giro completo realiza?
2. Utilizá varillas articuladas, sorbetes y alfileres como muestra la figura para representar los ángulos y hacer los giros antes de contestar en tu carpeta y hacer los dibujos correspondientes.




Todo cambio de dirección en un giro o rotación determina un **ángulo**.

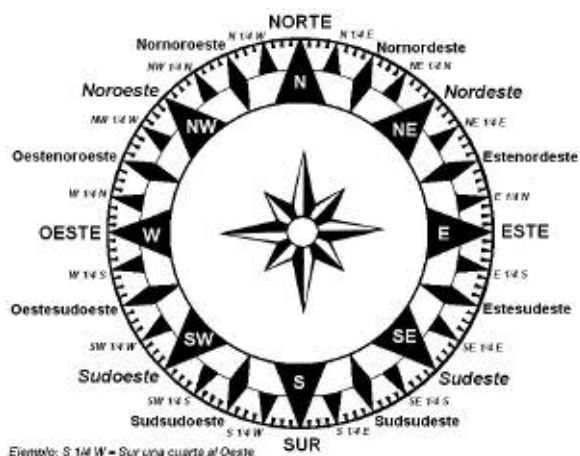
Un ángulo se puede representar mediante dos semirrectas, los **lados** del ángulo, que tienen como origen el mismo punto, el **vértice** del ángulo, y determinan la región angular correspondiente.



c) Determiná la abertura de los ángulos de giro entre las direcciones mencionadas en el punto b) y expresalas en forma de fracciones comparándolas con un ángulo recto o con un giro completo. Por ejemplo:  $\frac{3}{4}$  de un ángulo recto,  $\frac{1}{4}$  de un giro completo. Usá el vocabulario específico: lados, vértices, región angular.

d) En el dibujo del par de ejes que hiciste con las direcciones Oeste-Este y Norte-Sur, dibujá ahora las direcciones Noroeste (NO), Noreste (NE), Sudeste (SE) y Sudoeste (SO). Poneles las iniciales. Te quedó algo parecido a una rosa de los vientos, que contiene los puntos intermedios entre los cuatro principales.

 La rosa de los vientos es una figura que se usa en navegación para representar las direcciones de los puntos cardinales.



Estudio / Mar

e) Revisá la figura de los ejes con las nuevas direcciones y respondé en tu carpeta:

1. ¿Cuántos ángulos quedaron dibujados al agregar esas direcciones?
2. ¿Qué parte de un ángulo recto es cada uno?
3. ¿Y qué parte de un giro completo?



¿Para qué se miden los ángulos? ¿Cómo se miden? ¿Con qué instrumentos? A través de esta actividad encontrarás algunas respuestas a estos interrogantes que ampliarán lo que ya sabés sobre el tema.

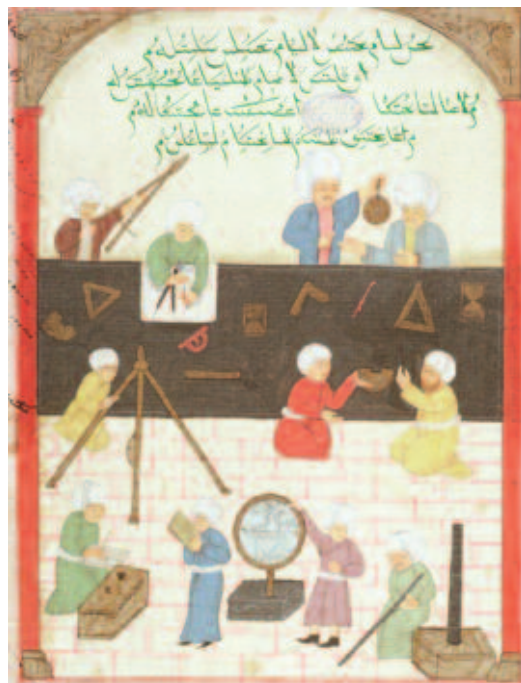


Para la actividad 3 vas a necesitar el haz de rectas de la actividad 2, transportadores y hojas.

## 2. ¿Cómo medir ángulos?

Desde la Antigüedad, astrónomos y navegantes tuvieron la necesidad de medir ángulos para localizar las estrellas en el cielo y orientarse según su posición.

En la actualidad, a través de algunos instrumentos modernos, se pueden calcular distancias –inaccesibles para medirlas en forma directa– a partir de la medición de ángulos.



Whipple Museum of the History of Science, University of Cambridge



Sextante.

National Oceanic and Atmospheric Administration



Goniometro.

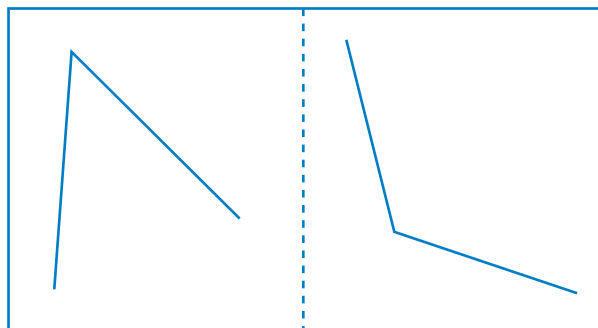
Ministerio de Educación y Ciencia de España



Teodolito.

Pablo Alberto Salguero Quijés

a) Tomá una hoja de papel transparente y marcá un doblez por la mitad. Abrió la hoja y en una parte dibujá un ángulo agudo y en la otra, un ángulo obtuso.



b) Reunite con tus compañeros y comparen los ángulos obtusos que dibujaron.

1. ¿Quién de ustedes dibujó el ángulo obtuso mayor?, ¿y el menor?
2. Registren cómo los compararon.
3. Ordenen de mayor a menor sus ángulos obtusos y escriban en una hoja los nombres de cada uno de ustedes en el mismo orden que resultaron colocados los ángulos obtusos de mayor a menor.

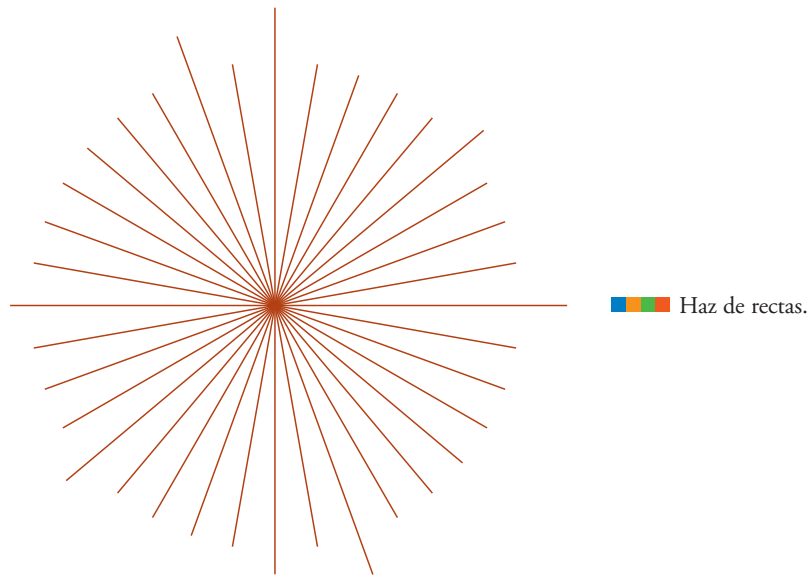


c) Trabajá con tus compañeros. Cada uno mida su ángulo obtuso usando como unidad su propio ángulo agudo y anote las veces que el agudo cabe en el obtuso. Si la unidad no cabe un número exacto de veces, usen fracciones para expresar la medida con la mayor precisión posible. Recuerden que en la unidad 3 aprendieron que la medida de una cantidad es el número que indica las veces que entra la unidad en la cantidad a medir. Por ejemplo, cuando decimos que una chacra tiene 5 hectáreas significa que la medida es el número 5 y se ha tomado como unidad 1 hectárea.



**d)** Con tus compañeros, hagan en una hoja una tabla de tres columnas. En la primera escriban los nombres de todos los que participaron en la experiencia. En la segunda registren las medidas que obtuvo cada uno y escriban en la cabecera de la columna “Medido con mi ángulo agudo”.

1. Si las medidas se ordenan de mayor a menor, ¿corresponden los nombres al mismo orden que obtuvieron en **b)**? ¿Por qué?
2. Conversen entre ustedes y comenten sus ideas con el maestro
3. Para que todos midan sus ángulos obtusos con las mismas unidades, usen como unidad los ángulos de este haz de rectas. Para eso, cada uno tiene que superponer su ángulo obtuso sobre el haz, de manera que un lado del ángulo coincida con alguna recta del haz.



- ¿Cuál es la medida del ángulo obtuso de cada uno de ustedes? Exprésenla en un número de unidades del haz por ejemplo “13 ángulos del haz”.
- Observen si en todos los casos es posible expresar la medida con un número exacto. Si no fuera así, tomen la mejor aproximación que puedan y escriban en la cabecera de la tercera columna de la tabla realizada en **c)** “Medido con ángulos del haz”. Cada uno anote la medida que obtuvo.
- Si ordenan las medidas de sus ángulos obtusos que obtuvieron ahora, de mayor a menor, ¿el orden, es el mismo que tenían los ángulos en **b)**? ¿Por qué ocurre eso?



En la actividad anterior aprendiste a medir ángulos usando como unidad los ángulos del haz de rectas. Ahora vas a analizar el uso del transportador, que te permitirá mayor precisión al medir.



Para la actividad 4 vas a necesitar una varilla o un sorbete y un alfiler, además de papel y elementos de escritura.

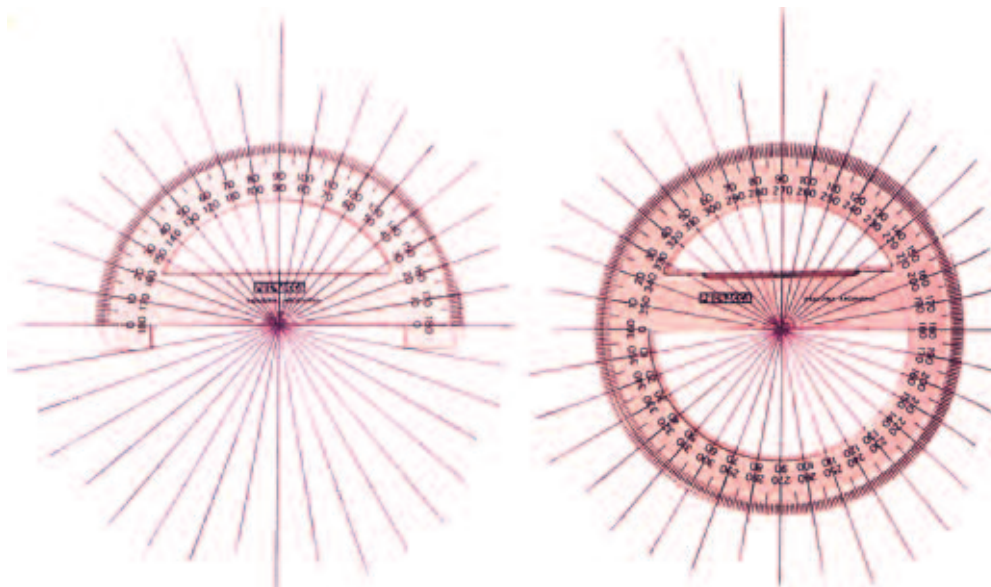


### 3. El sistema sexagesimal



a) ¿Cómo medir ángulos con mayor precisión que con el haz de rectas? Sigán los siguientes pasos:

1. Observen los transportadores que tienen en el aula. Coloquen un transportador sobre el haz de modo que las marcas principales coincidan con los lados de los ángulos del haz. ¿Cuántas de las marcas pequeñas del borde curvo abarca un ángulo del haz?



2. Las marcas pequeñas del borde del transportador, ¿también pertenecen a lados de ángulos? ¿Por qué?

Los ángulos que en el transportador son apenas perceptibles se llaman grados. El ángulo de un grado es la unidad que se elige para medir ángulos con el transportador.

b) Respondé las preguntas en la carpeta:

1. Un ángulo del haz de rectas, ¿a cuántos grados equivale?
2. ¿Cuántos grados hay que girar para hacer un giro de un ángulo recto?
3. ¿Y de un ángulo llano?
4. ¿Y para un ángulo de un giro completo?

c) Para comparar la organización del sistema decimal con la del sistema sexagesimal, leé las explicaciones, seguí las indicaciones y resolví las consignas.

En el punto **a)** trabajaste, con la red de ángulos y con el transportador, sobre algunos ángulos para conocer su amplitud, es decir cuánto miden.

Viste que sobre el transportador hay marcas pequeñas y para llegar desde una hasta la siguiente hay que efectuar un giro de un ángulo de un grado. Un ángulo de 1 grado es muy pequeño para apreciarlo cuando se dibuja con lápiz y papel o con tiza en un pizarrón. Al trabajar con el transportador se pueden ver en el borde curvo las divisiones que corresponden a una diferencia de un grado.

Como ya sabés, para medir hay que comparar la cantidad a medir con una unidad de medida. Al usar el haz de rectas como instrumento de comparación viste que un ángulo de la red equivale a  $10^\circ$ . También observaste que un ángulo recto es de  $90^\circ$ , un ángulo llano es de  $180^\circ$  y un ángulo de un giro completo tiene  $360^\circ$ .

Ahora, respondé en tu carpeta:

1. ¿Cuántos grados mide un ángulo cuya amplitud es la mitad de un recto?
2. ¿Cuántos grados mide un ángulo cuya amplitud es  $\frac{1}{4}$  de un recto?

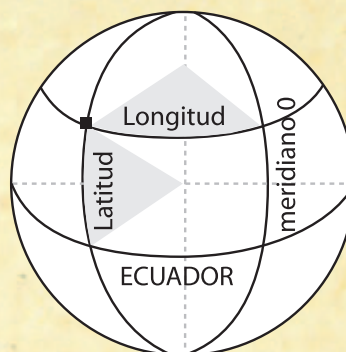
Seguramente tu respuesta fue que un ángulo de  $\frac{1}{4}$  de un recto mide “veintidós grados y medio” o bien  $22,5^\circ$ .

El sistema de medición de ángulos que tiene como unidad 1 grado no es decimal. Se parece al que se usa para medir el tiempo en horas, minutos y segundos. Ambos sistemas dividen la unidad en 60 subunidades y por eso reciben el nombre de **sexagesimales**. Así como una hora se divide en 60 minutos y 1 minuto en 60 segundos, un ángulo de 1 grado se divide en 60 ángulos de 1 minuto y un ángulo de 1 minuto, en 60 ángulos de 1 segundo. Estas divisiones hay que imaginárselas porque si un ángulo de 1 grado es tan pequeño que no se lo puede dibujar, ¡pensá cómo es de pequeño un ángulo de 1 minuto que es  $\frac{1}{60}$  de 1 grado! Y qué decir de un ángulo de 1 segundo, o sea  $\frac{1}{60}$  de 1 minuto o bien  $\frac{1}{360}$  de 1 grado.

La notación que se usa para expresar grados, minutos y segundos es convencional. Por ejemplo, la medida del ángulo que debe girar una nave se puede escribir:  $3^\circ 32' 20''$  NE y se lee “3 grados, 32 minutos, 20 segundos en dirección Noreste”.

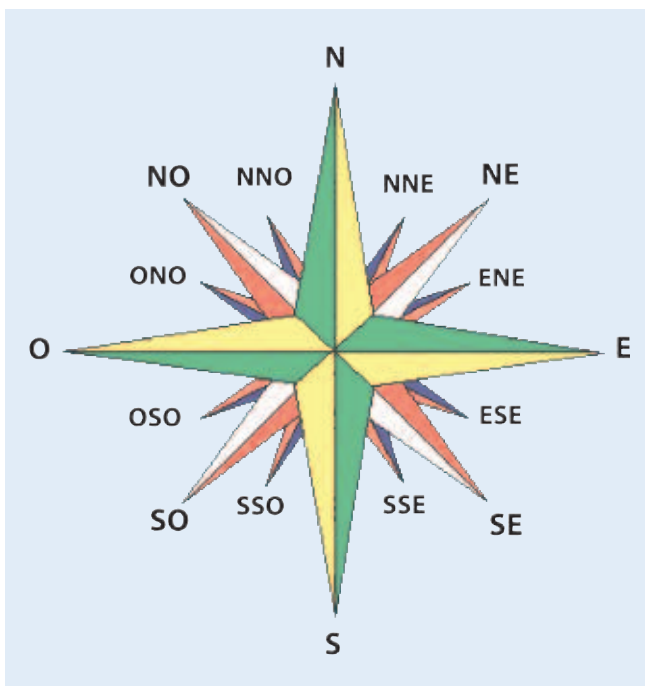
Si bien en la escuela no usamos estas subunidades, los astrónomos y los agrimensores las usan en su trabajo y te viene bien saber de qué se trata. También en navegación se expresan ángulos con minutos y segundos.

Otro ejemplo interesante del uso del sistema sexagesimal de medición de ángulos es la localización geográfica de un lugar en la superficie de la Tierra. En la unidad 2 de Ciencias Naturales aprendiste la posición de paralelos y meridianos terrestres. La ciudad de Buenos Aires, por ejemplo, está localizada a  $34^\circ 36'$  de latitud Sur y  $58^\circ 26'$  de longitud Oeste. En el caso de la latitud, el vértice de cada ángulo que se considera está ubicado en el centro de la Tierra; en cambio la longitud corresponde al ángulo que forman dos meridianos.



3. Observá la siguiente tabla que acompaña a la rosa de los vientos y respondé: ¿qué punto cardinal representa al ángulo de  $0^\circ$ ? La medida de los ángulos, ¿aumenta en el sentido que giran las agujas de un reloj o en sentido contrario?

1	NNE	Norte Noreste	$22,50^\circ$
2	NE	Noreste	$45,00^\circ$
3	ENE	Este Noreste	$67,50^\circ$
4	E	Este	$90,00^\circ$
5	ESE	Este Sudeste	$112,50^\circ$
6	SE	Sudeste	$135,00^\circ$
7	SSE	Sur Sudeste	$157,00^\circ$
8	S	Sur	$180,00^\circ$
9	SSO	Sur Sudoeste	$202,50^\circ$
10	SO	Sudoeste	$225,00^\circ$
11	OSO	Oeste Sudoeste	$247,50^\circ$
12	O	Oeste	$270,00^\circ$
13	ONO	Oeste Noroeste	$292,50^\circ$
14	NO	Noroeste	$315,00^\circ$
15	NNO	Norte Noroeste	$337,50^\circ$
16	N	Norte	$360,00^\circ$



4. Indicá, usando notación sexagesimal, la medida de los ángulos que en la tabla están expresadas con cifras diferentes de cero en los décimos. No olvides poner la abreviatura y el nombre del ángulo.



Si un ángulo ha sido generado por una rotación en el mismo sentido que la de las agujas del reloj, se le adjudica signo negativo; en caso contrario el signo del ángulo es positivo. Por ejemplo, el ángulo E-ESE es de  $-22^\circ 30'$ , y el ángulo S-SSE es de  $22^\circ 30'$ .

d) Ahora vas a consultar cuál es la localización en latitud y longitud del lugar donde vivís. Podés buscar información en los libros de Geografía de la biblioteca. Te sorprenderá saber que, por ejemplo, dos puntos ubicados sobre un mismo meridiano terrestre, que tienen una diferencia de un minuto entre sus respectivas latitudes, distan entre sí, aproximadamente 1,85 km. Intentá buscar algún ejemplo de lugares que conozcas y que sepas las distancias que existen entre ellos.



En esta unidad estuviste trabajando en cómo medir ángulos. Ahora, en el tema 2, lo vas a aplicar a distintos tipos de ángulos y así poder compararlos entre sí. Consultá con tu maestro cómo organizarte con las actividades de este tema y planear el tiempo que le podés dedicar a cada una. También pedile indicaciones sobre qué actividades vas a resolver en la escuela y cuáles, en tu casa.

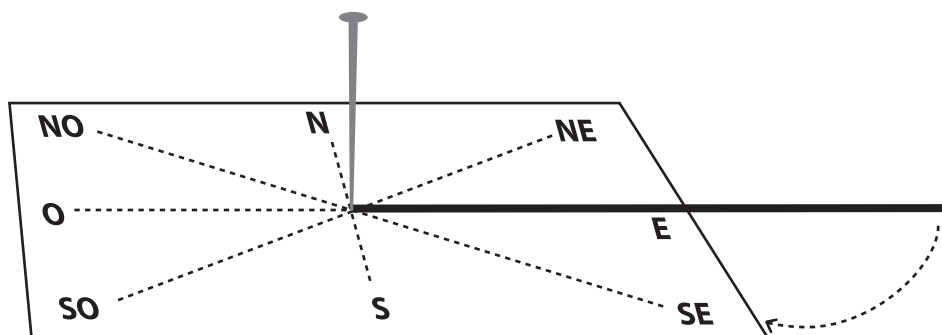


## TEMA 2: LOS ÁNGULOS SE PUEDEN ORDENAR



## 4. Relaciones de orden entre ángulos según su amplitud

- a) Resolvé las consignas que siguen.
1. Doblá un papel formando cuatro ángulos rectos y volvé a doblarlo de modo que se formen ocho ángulos iguales con el vértice común.
  2. Escribí en los extremos correspondientes las iniciales de los cuatro puntos cardinales y las direcciones: Noreste-Sudoeste y Noroeste-Sudeste.
  3. Tomá una varilla y fijá uno de sus extremos en el vértice común clavando un alfiler. Movéla girando siempre en el mismo sentido que las agujas del reloj para mostrar los ángulos que se necesitan en cada caso y completá con: “es igual a”, “es menor que” o “es mayor que” según corresponda.



- El giro de S a NO ..... el giro de E a SE.
- El giro de O a N ..... el giro de SO a S.
- El giro de SO a NE ..... el giro de O a E.
- El giro de E a SE ..... el giro de S a NO.

4. Revisá cada ángulo mencionado en el punto 3 e indicá si es agudo, recto, obtuso, llano o mayor que un llano.

Hasta acá exploraste distintas maneras para medir los ángulos y viste que el transportador, como lo indica su nombre, permite comparar ángulos transportando uno sobre otro. Esta actividad te va a dar la oportunidad de revisar todos esos conocimientos y ver de qué modo también el compás puede transportar ángulos.

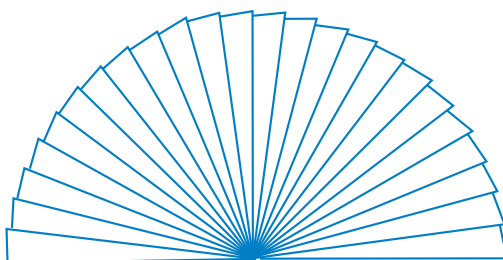
En la parte **b)** de la actividad 5 vas a usar el compás para construir ángulos centrales en una circunferencia. Para hacerlo te facilitará la construcción de polígonos regulares inscritos en circunferencias, tal como lo verás más adelante en las unidades 14 y 15.



## 5. Instrumentos de Geometría: el transportador y el compás

a) Para resolver con el haz y el transportador y responder en tu carpeta.

1. Si un ángulo coincide con 3 ángulos de la red del haz, ¿cuántos grados mide?
2. Un ángulo que mide  $63^\circ$  está comprendido entre dos ángulos de la red del haz, ¿cuáles son?
3. ¿Cuántos ángulos de la red del haz caben en un ángulo de  $75^\circ$ ? ¿Qué error cometemos si decimos que la medida de ese ángulo es de 7 ángulos de la red del haz?
4. ¿Qué parte de un ángulo recto es un ángulo de  $60^\circ$ ?
5. Un abanico está compuesto por 24 varillas iguales y se abre totalmente formando un ángulo llano. ¿Cuánto mide el ángulo que cubren cuatro varillas?



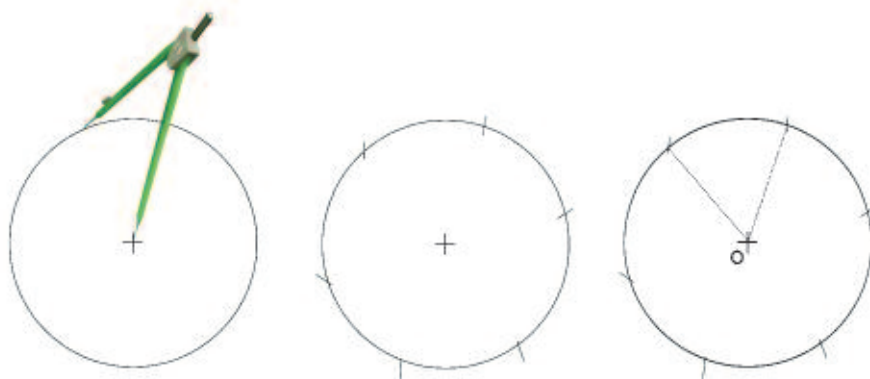
6. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj cuando indican que son exactamente las 3? ¿Y cuando son las 5? ¿Y cuando son las seis y cuarto?



7. Doblá un cuadrado de papel de aproximadamente 10 cm de lado, formando 4 ángulos rectos. Volvé a doblarlo de modo que se formen ocho ángulos iguales. Desplegá la hoja y pintá con diferentes colores un ángulo de  $135^\circ$  y un ángulo de  $180^\circ$ . Escribí sobre los ángulos sus medidas y pegá el cuadrado en tu carpeta.
8. Hacé una tabla de equivalencias entre las medidas de ángulos dadas en el sistema de la red del haz y en el sistema de grados. Escribí por lo menos 10 equivalencias.

b) Para trabajar con el compás.

1. Usando el compás, dibujá una circunferencia y conservá en el compás la abertura con que la trazaste. Marcá un radio. ¿Qué relación tiene ese radio con la abertura del compás?
2. Con esa misma abertura, apoyá la punta seca del compás en un punto cualquiera de la circunferencia y con la otra punta hacé una marca sobre ella. Ahora apoyá la punta seca en esa marca y repetí la acción. ¿Cuántas marcas se podrán hacer? Verificá tu estimación marcando claramente los puntos en los que vas apoyando la punta del compás.
3. Uní cada marca con el punto O, centro del círculo. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos que tienen vértice en O?



4. En un círculo recortado, al hacer dos dobleces de modo que se superpongan exactamente las partes iguales del círculo, quedan marcados otros ángulos con vértice en el centro. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Cuánto mide cada uno?
5. ¿Cómo podés obtener un ángulo con vértice en el centro de un círculo que mida  $30^\circ$ ? ¿Y para obtener uno que mida  $45^\circ$ ? Para responder podés ayudarte con papel transparente y los dibujos que hiciste en 1 y 2.



El ángulo que tiene su vértice en el centro del círculo es un **ángulo central**.

c) Calculá el ángulo central que corresponde a cada uno de los siguientes polígonos regulares y completá en tu carpeta una tabla como esta.

Polígono regular	Número de lados	Valor del ángulo central
Triángulo equilátero	3	120°
Cuadrado		
Pentágono		
Hexágono		
Heptágono		
Octógono		
Nonágono		
Decágono		
Dodecágono		



Con lo que estudiaste sobre medida y comparación de ángulos, vas a resolver en el tema 3 actividades que permiten combinar ángulos y hacer cálculos con ellos.

En la actividad 1 de la unidad 6 tuviste oportunidad de sumar geoméricamente los ángulos interiores de un triángulo. Ahora aprenderás los diferentes nombres que reciben pares de ángulos según la suma de los dos elementos del par o bien por la posición que tiene un ángulo del par con relación al otro del mismo par. Ampliarás tu vocabulario y podrás expresarte con mayor precisión cuando tengas que describir situaciones referidas a ángulos.

### TEMA 3: SUMA GEOMÉTRICA DE ÁNGULOS

Si se toman pares de ángulos, según las características que ellos tengan se pueden definir:

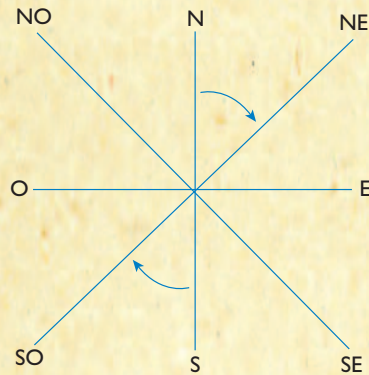
#### Ángulos **complementarios**

Si al sumar dos ángulos, forman un ángulo recto, se dice que los ángulos son complementarios.



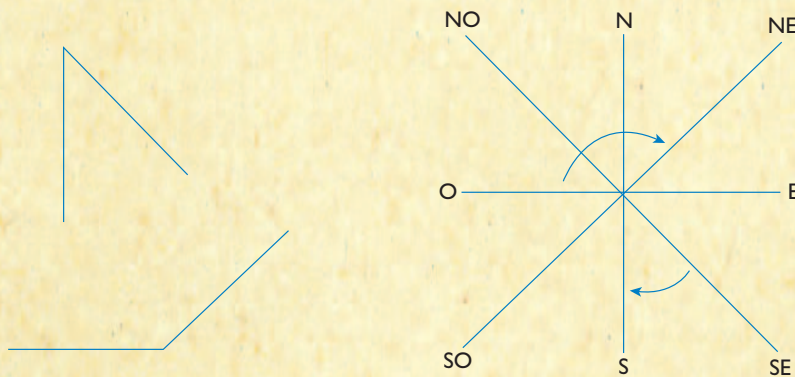
Si se conocen sus medidas es fácil reconocerlos: la suma debe dar  $90^\circ$ .

Por ejemplo, un giro de N a NE es un ángulo complementario de un giro de S a SO.



### Ángulos **suplementarios**

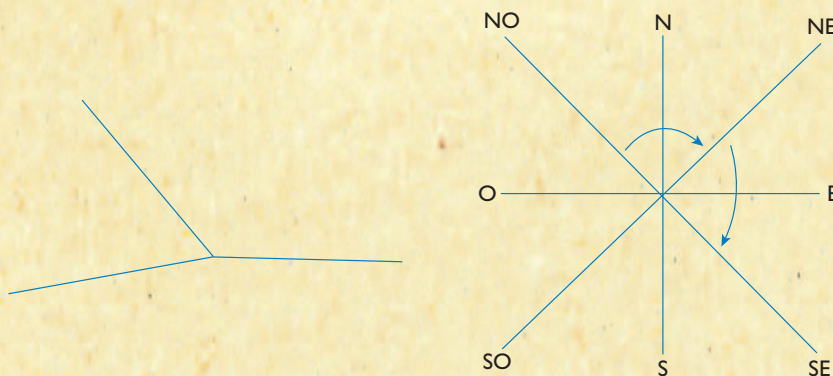
Si dos ángulos, al ser reunidos, forman un ángulo llano, se dice que los dos ángulos son suplementarios. La suma debe dar  $180^\circ$ .



Por ejemplo, un giro de O a NE es un ángulo suplementario del giro de SE a S.

### Ángulos **consecutivos**

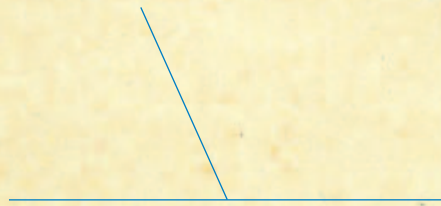
Si dos ángulos sólo tienen el vértice y un lado común se dice que son ángulos consecutivos.



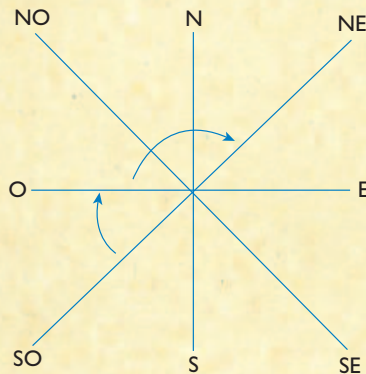
Por ejemplo, un giro de NO a NE y otro de NE a SE son ángulos consecutivos.

### Ángulos **adyacentes**

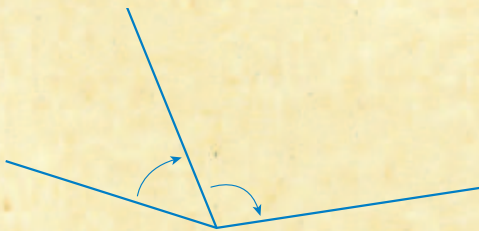
Si dos ángulos son a la vez consecutivos y suplementarios, se dice que son adyacentes.



Por ejemplo, un giro de SO a O y otro de O a NE son dos ángulos adyacentes.



Si dos ángulos son consecutivos pero no suplementarios, no son adyacentes.



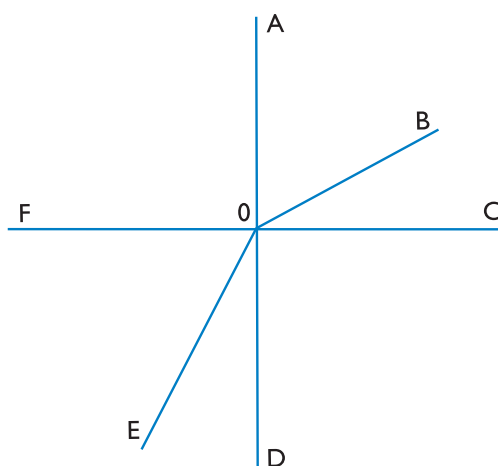
Si dos ángulos son suplementarios pero no consecutivos, no son adyacentes.



## 6. Pares de ángulos

a) Resolvé las siguientes consignas utilizando la información anterior.

1. Un ángulo es la mitad de su complementario. ¿Cuánto mide en grados? ¿Cuánto mide el complementario? ¿Y el suplementario?
2. Observá el conjunto de semirrectas que tienen el punto O como origen común y que verifican: las semirrectas OA y OD son opuestas, las semirrectas OC y OF, también; las rectas AD y FC son perpendiculares, el ángulo BOC y el ángulo DOE son iguales. Nombrá un par de ángulos suplementarios no adyacentes, un par de ángulos consecutivos no adyacentes y un par de ángulos adyacentes.



3. Dibujá un par de ángulos adyacentes de modo que uno sea  $40^\circ$  mayor que el otro. ¿Cuánto debe medir cada uno de ellos?



Consultá con tu maestro si vas a hacer la actividad siguiente o pasás directamente a la síntesis de la unidad. Si deciden hacerla, necesitás contar con algunas piezas de formas geométricas conocidas: triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos regulares, hexágonos regulares, octógonos regulares, todas con lados de la misma medida. Si podés, reunite con otros chicos y construyan en común el material con cartulina o cartón.



Para trabajar con las formas geométricas recién mencionadas, van a usar papel, pegamento, tijeras y colores.



## 7. Mosaicos

En esta oportunidad vas a aplicar la suma geométrica de ángulos consecutivos a la construcción de mosaicos. Los antiguos romanos llamaban *tesela* a cada una de las piezas de un mosaico. Por eso, los mosaicos también se llaman teselaciones y por la misma razón, teselar el plano es recubrirlo con mosaicos. La única condición es que las piezas no se superpongan y que no queden huecos.



**a)** Trabajá con tus compañeros con un conjunto de polígonos iguales (triángulos de cualquier forma, cuadrados, rectángulos, rombos, trapecios, pentágonos regulares, hexágonos regulares). Traten de cubrir una hoja de papel, sin dejar espacios, como si fueran albañiles cubriendo un piso con mosaicos.



Esta actividad, repetida cada vez con una colección diferente de figuras iguales, les dará oportunidad para conversar acerca de la posibilidad de teselar o no una superficie según los ángulos del polígono empleado y también sobre la búsqueda de posiciones determinadas para lograrlo.

b) Respondé en tu carpeta:

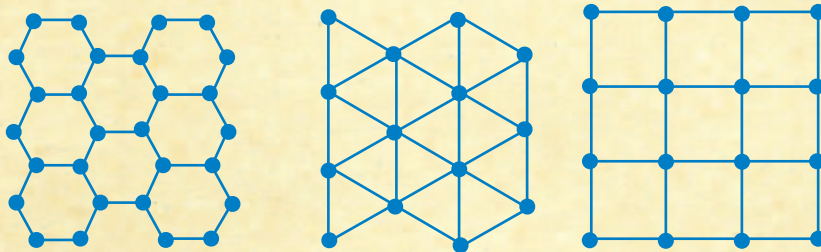
En una teselación,

1. ¿Cuánto mide la suma de los ángulos consecutivos que tienen el vértice común?
2. ¿Cuáles de los polígonos regulares permiten recubrir el plano con un mosaico?
3. ¿Qué sucede con los ángulos de los pentágonos regulares?



Se llaman mosaicos regulares a los formados por triángulos equiláteros, o cuadrados o hexágonos regulares.

Es curioso el hecho de que ningún otro polígono regular tenga la propiedad de teselar. En cambio, cualquier triángulo, cuadrilátero o hexágono, por muy irregulares que sean, poseen esa propiedad.



c) Conversen con el maestro acerca de los resultados que obtuvieron al resolver esta actividad.

## Para finalizar

A continuación encontrarás un índice de los temas y las actividades sobre ángulos con los que trabajaste en esta unidad. Como en la unidad 8, esta vez te toca a vos hacer una síntesis.

Para eso, releé toda la información que acompaña las actividades que realizaste hasta aquí, revisá los textos, las conclusiones, las palabras nuevas que aprendiste y escribí un breve comentario sobre las ideas que te parecieron más importantes.

**Tema 1: Los ángulos se pueden medir**

**Actividad 1: Los puntos cardinales**

**Actividad 2: ¿Cómo medir ángulos?**

**Actividad 3: El sistema sexagesimal**

**Tema 2: Los ángulos se pueden ordenar**

**Actividad 4: Relaciones de orden entre ángulos según su amplitud.**

**Actividad 5: Instrumentos de Geometría: el transportador y el compás**

**Tema 3: Suma geométrica de ángulos**

**Actividad 6: Pares de ángulos**

**Actividad 7: Mosaicos**



Como siempre, a continuación vas a encontrar desafíos matemáticos para resolver cuando lo decidas junto con el maestro.



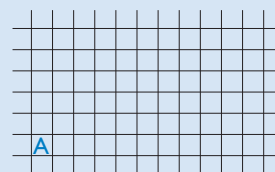
## DESAFÍOS MATEMÁTICOS

### 1. Un juego sobre cuadrícula

Este es un juego para dos jugadores: A y B.

Hay que preparar una cuadrícula rectangular con un número fijo de filas y columnas. El juego empieza en la esquina inferior izquierda, donde el jugador A escribirá su letra. En cada turno, uno de los jugadores escribe su letra en un cuadrado que esté, en relación con la última letra escrita por su oponente:

- directamente encima,
- directamente a la derecha,
- en diagonal encima y a la derecha.



El juego continúa de esta forma y gana el jugador que consiga escribir su letra en la esquina superior derecha.

El desafío consiste en encontrar una estrategia ganadora. ¿Te da lo mismo ser vos el que empieza o que empiece tu oponente? ¿Tiene importancia el número de cuadrados del tablero? ¿Y la forma del rectángulo en el que jueguen?

### 2. Otro problema sobre cuadrícula

En un rectángulo formado por tres cuadrados de alto por cinco cuadrados de ancho hay que dibujar la diagonal. Sin hacer el dibujo, ¿podés decir cuántos cuadrados atraviesa? Comprobá si hiciste una buena estimación.

Pensá: ¿qué hubiera ocurrido si los lados del rectángulo no fueran números enteros?

¿Y qué ocurriría si las líneas de la cuadrícula no estuvieran igualmente espaciadas?

### 3. Mosaicos semirregulares

En una teselación, ¿qué combinaciones de polígonos regulares se pueden situar en torno de un punto, si se puede repetir alguno de ellos? Por ejemplo: dos octógonos y un cuadrado, dos dodecágonos y un triángulo, dos hexágonos y dos triángulos, dos cuadrados y tres triángulos...

Intentá recubrir todo el plano disponiéndolos regularmente. Hay muchas posibilidades. Las teselaciones que resultan de combinar dos o más polígonos regulares se llaman mosaicos semirregulares: son de ocho tipos. ¡Descubrílos!


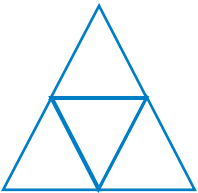
### 4. Dar vuelta los vasos

Manuel abrió una caja de copas y puso algunas boca arriba y otras boca abajo. Si da vuelta de a dos cada vez, ¿puede ponerlas todas al derecho? El problema tiene más de una solución; ¿de qué depende la solución? ¿Por qué?



### 5. Más triángulos equiláteros

a) Copiá en tu carpeta la tabla siguiente y después completala dibujando los triángulos equiláteros correspondientes.

Triángulo equilátero formado con "triángulos base" del rompecabezas	Lado (en cm)	Número de "triángulos base"	Perímetro (en cm)
	2	1	6
	4		
	9		
	16		
	25		

b) Analizá la correspondencia entre las dos últimas columnas de la tabla y decidí si se trata de una correspondencia proporcional o no.