

# UNIDAD 9

## Simetría

En esta unidad vas a trabajar nuevamente con figuras geométricas. Experimentando con elementos simples como papeles y espejos, vas a descubrir transformaciones, es decir, movimientos de figuras en el plano que permiten producir diseños a partir de formas y figuras conocidas.

La producción de guardas y dibujos decorativos en telas, tejidos, cerámicas, mosaicos y otros tipos de materiales, en las que se aplican transformaciones, muestran que la Geometría está presente en las creaciones humanas.

A través de las actividades verás cómo obtener diseños con la misma técnica: la aplicación a las figuras de una transformación llamada simetría. Profundizando en ella, vas a conocer interesantes propiedades geométricas y al mismo tiempo vas a aprender procedimientos para componer diseños sin modificar la forma o el tamaño de las figuras.



Consultá con tu maestro cómo te vas a organizar para realizar las actividades de la unidad y cuánto tiempo le vas a poder dedicar a completar cada una de ellas.



Para realizar las actividades 1 y 2 de esta unidad necesitás un espejo de mano plano de forma rectangular, papel de calcar y los útiles de Geometría.

Nuevamente, las figuras geométricas te permitirán descubrir algunas propiedades que se presentan en la vida diaria. Si observás con atención la guarda mapuche que aparece más abajo, podrás ver que hay un dibujo que se repite a lo largo de ella. Ahora bien, si mirás con atención ese dibujo, vas a identificar una serie de figuras geométricas conocidas. ¿Cuáles son?

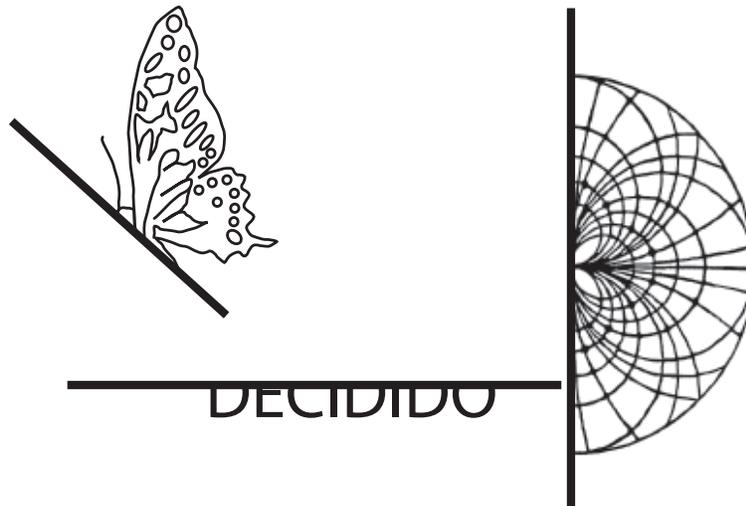


## A 1. Reflejos en el espejo

En esta actividad vas a comprobar qué pasa con las figuras al reflejarlas en un espejo.

a) Para empezar, aquí van algunas figuras.

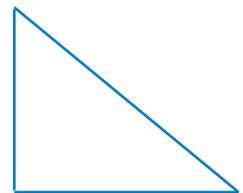
1. Apoyá el borde del espejito rectangular sobre la línea marcada y observá cómo se completan las figuras con su reflejo en el espejo. Anotá tus observaciones.



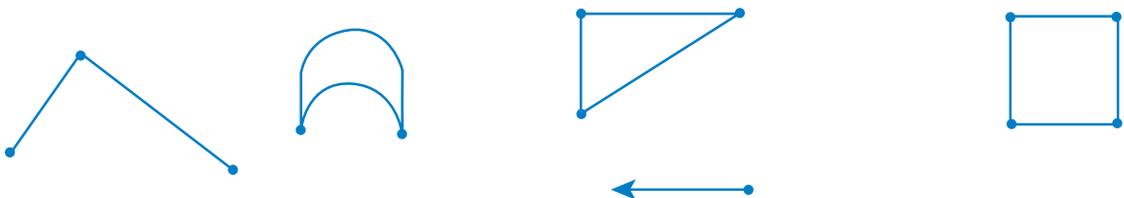
b) Leé las siguientes preguntas. Pensá primero las respuestas y luego comprobalas colocando el espejo sobre la figura.

1. ¿Cómo se debe colocar un espejo sobre este triángulo para que se vea un cuadrado?

2. ¿Y para que se vea un rombo no cuadrado? Si no obtuviste el resultado esperado, ensayá otras posiciones hasta que encuentres la correcta.



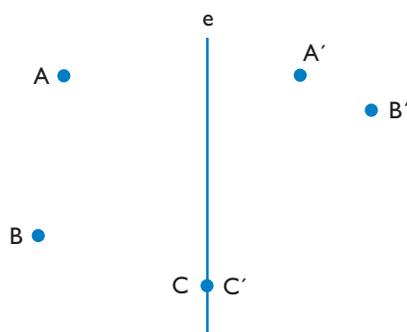
c) Pensá cuál es la imagen de cada uno de estos dibujos en un espejo apoyado sobre una recta horizontal.



1. Copiá las figuras en papel cuadriculado y dibujá las imágenes como se las vería apoyando el espejo.

2. Después de haberlas dibujado, controlá el resultado con un espejo.

d) Observá estos tres puntos A, B y C:



1. Trabajá con un espejo, apoyaló sobre la recta  $e$  para obtener las imágenes reflejadas de A y B. Vas a observar que  $A'$  y  $B'$  (se lee A prima y B prima) no coinciden con las imágenes de A y de B que brinda el espejo. (Observá que el punto A se diferencia de  $A'$  ya que A indica el nombre de un punto y  $A'$  el de su representación.) ¿Cómo modificarías la ubicación de  $A'$  y  $B'$  para que sí coincidan?

En el caso de  $C'$  no hay nada que modificar:  $C'$  es la imagen simétrica de C.

2. Explicá cómo se relaciona el segmento  $AA'$  con la línea  $e$ .

e) Tomá una hoja de papel de calcar y realizá paso a paso lo que se indica:

1. Hacedle un dobléz. Llamá  $e$  a la recta que contiene el dobléz.

2. Dibujá algunas líneas en el frente de la hoja. Vas a poder ver los dibujos a través del papel doblado. Calcalos y, al abrir la hoja de papel, vas a encontrar tus primeros dibujos y su imagen; ¿qué relación hay entre ellos?

3. Compará la imagen con el reflejo de los dibujos en un espejo apoyado de canto sobre la marca del dobléz.



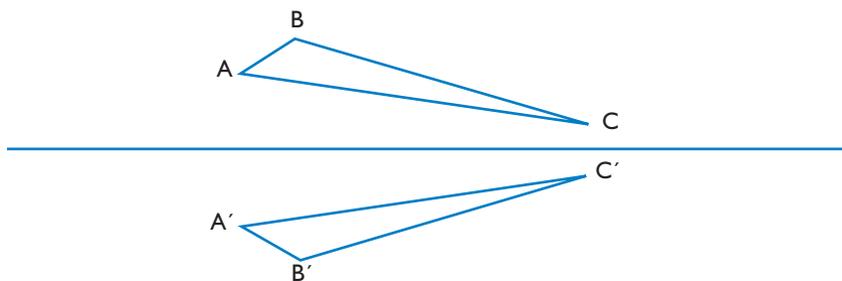
La imagen simétrica de un punto  $P$  respecto del eje  $e$  es el punto  $P'$  ( $P$  prima) tal que el segmento  $PP'$  es perpendicular al eje  $e$  y lo corta en  $O$  de modo que  $PO = OP'$ .

Si un punto pertenece al eje, es imagen de sí mismo.

Se llama **simetría axial** a la transformación que a cada punto le hace corresponder su simétrico respecto de una recta tomada como **eje de simetría**.

Las simetrías axiales invierten el sentido en que se nombran los puntos. Por ejemplo, si se nombran los vértices según el sentido en que se mueven las agujas de un reloj, el triángulo ABC se nombra ABC; en cambio, al leer los vértices de la imagen simétrica se nombran en el sentido contrario.

f) Para comprobar que la simetría axial invierte el sentido en que se nombran los puntos, nombrá en voz alta los dos triángulos que aparecen en la figura.



g) Hacé la siguiente experiencia para entender mejor cómo funciona la simetría axial.

1. Apoyá las palmas de tus manos sobre una misma hoja de papel, una al lado de la otra, y marcá con un lápiz el contorno de cada una para que quede dibujada su forma.
2. Observá tus dibujos. ¿Son simétricos?
3. Si se deslizara uno sobre otro sin salirse del papel, ¿coincidirían exactamente?
4. ¿Qué tendrías que hacer para que coincidieran los dos dibujos?

Esta sencilla experiencia te muestra que para que dos figuras simétricas se puedan superponer exactamente es necesario “salir” del plano en el que están dibujadas, es decir, “dar vuelta” una de ellas.

h) Revisá lo que hiciste hasta ahora desde el comienzo de la unidad y anotá en tu carpeta las ideas más importantes que estudiaste en esta actividad 1.



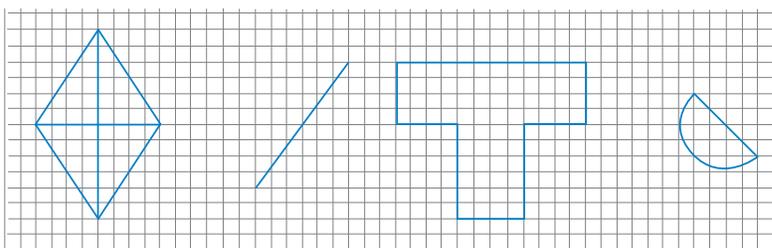
Es conveniente que vayas comentando con tus compañeros y tu maestro las respuestas a todas las actividades siguientes, las observaciones y las conclusiones a las que llegues. Si encontrás dificultad en la resolución de alguna de las actividades no dudes en consultar con tu maestro.



## 2. Cómo construir elementos simétricos

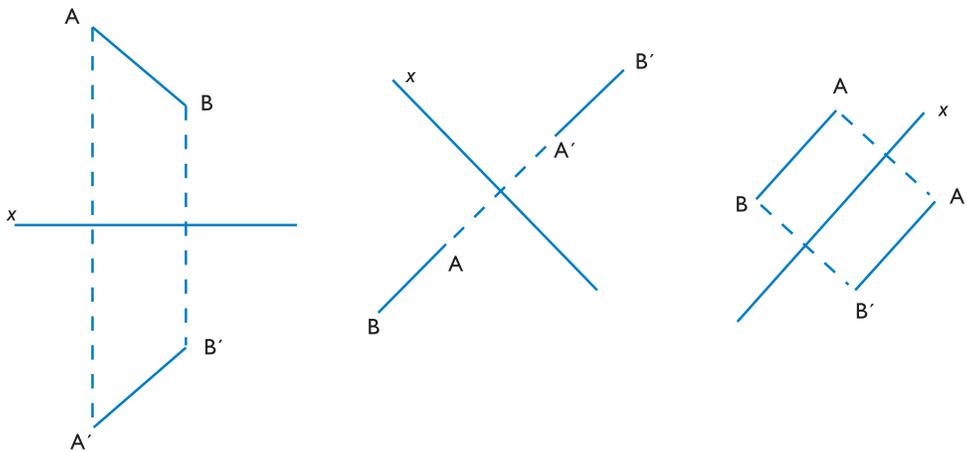
En esta actividad vas a profundizar tu conocimiento sobre los ejes de simetría y vas a explorar los procedimientos para construir las imágenes simétricas de distintas figuras.

a) Calcá en un papel las siguientes figuras y segmentos de a uno por vez. Para cada uno trazá una línea que elijas como eje de simetría.



1. Tratá de construir, con regla y escuadra, la imagen simétrica de cada figura y cada segmento respecto de la recta eje.
2. Comprabá con el espejo si lo hiciste bien.
3. Explicá tu procedimiento.

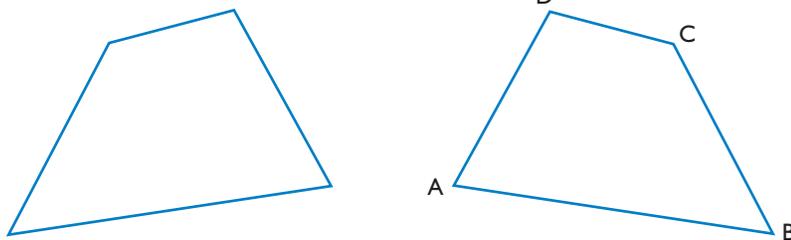
b) Observá las siguientes figuras en las que se ha construido un segmento y su simétrico por una simetría axial de eje  $x$ .



Observá que, para construir la imagen simétrica de un segmento, hay que hallar las imágenes simétricas de sus extremos: son los extremos del segmento imagen.

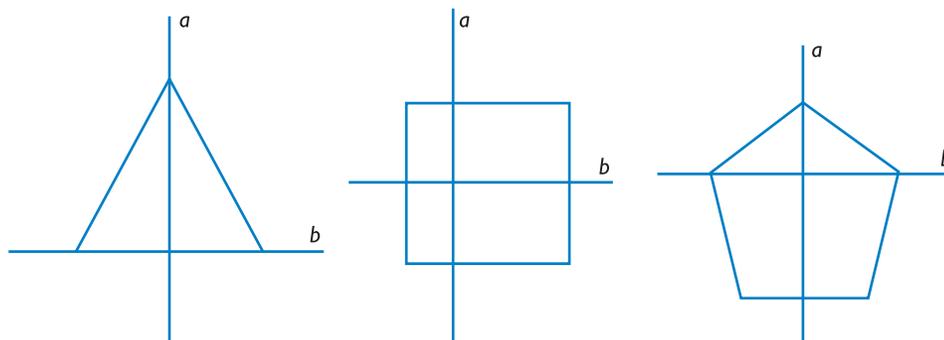
Si el segmento es perpendicular al eje, su imagen también lo es, y si el segmento es paralelo al eje, su imagen también lo es.

c) Calcá estos dos cuadriláteros, nombrá los vértices simétricos y dibujá el eje de simetría que se usó.



Para construir la imagen simétrica de un polígono se hallan las imágenes simétricas de sus vértices: son los vértices del polígono imagen.

d) En cada una de estas figuras se han trazado dos rectas  $a$  y  $b$ , como ejes de simetría. Explorá con un espejo las imágenes que se obtienen.

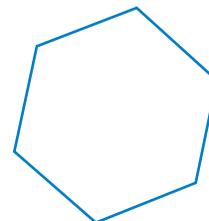


1. ¿En qué figura y en relación con qué eje la imagen simétrica se puede superponer exactamente con la original?



Si en una figura se encuentra una línea tal que la imagen simétrica respecto de ella al superponerse coincide exactamente con la original, esa línea es el **eje de simetría** de la figura.

e) Calcá estas figuras y pegalas en tu carpeta.



1. ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada una de ellas? Para averiguarlo, trazá los ejes que te parezcan y explorá si se comprueba la propiedad explicada en el recuadro al final del punto d).

f) Escribí tu nombre con letra de imprenta. A una distancia de aproximadamente 1 cm debajo de él, trazá una línea horizontal. Tratá de construir la imagen simétrica de tu nombre respecto de la línea que trazaste. Comprobá con un espejo si tu dibujo es correcto.

g) Explorá las letras mayúsculas de imprenta de nuestro alfabeto. Escribí un listado de las que presentan ejes de simetría.

h) Explorá las cifras numéricas del 0 al 9. Escribí un listado de las que presentan ejes de simetría.

i) Repasá los puntos de esta actividad 2.

1. Anotá en tu carpeta las ideas nuevas que viste sobre la simetría y realizá un breve comentario sobre lo que descubriste acerca de esas ideas.

2. Conversalo con un compañero y mostrale tus anotaciones al maestro.



Ahora que ya sabés de qué se trata la simetría en general vas a estudiar algunos casos especiales, de importancia para la Geometría. En todas las actividades que siguen vas a necesitar hacer construcciones y dibujos en papel. Asegurate de tener siempre a mano los útiles de Geometría.



Para la actividad 4 vas a necesitar hojas de papel cuadriculado, hojas de papel de calcar, lápices, algunos alfileres y los útiles de Geometría. Empezá a buscar los materiales.



### 3. Figuras con puntos en el eje



En la actividad anterior tuviste que encontrar los ejes de simetría en distintas figuras; ahora vas a estudiar las propiedades de algunos ejes de simetría particulares.

a) Dibujá un ángulo y buscá su eje de simetría.

1. Trazá el eje encontrado.
2. Describí todo lo que observes sobre él, por ejemplo, cómo está ubicado respecto de los lados, del vértice y, si hay puntos del ángulo sobre el eje, cuáles son.

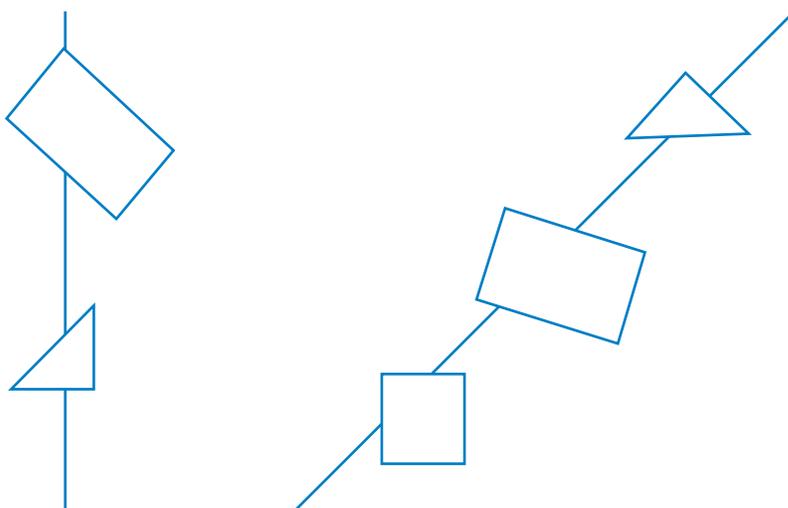


El eje de simetría de un ángulo, o sea la semirrecta con origen en su vértice y cuyos puntos están a la misma distancia de ambos lados, recibe el nombre de **bisectriz**.

b) Dibujá un triángulo cualquiera en una hoja y recortalo.

1. Marcá la bisectriz de cada uno de sus ángulos.
2. Si trabajaste bien podrás observar que las tres bisectrices tienen un punto en común. ¿Pensás que ese punto está a la misma distancia de los tres vértices?, ¿por qué? Comprobá tu estimación midiendo los segmentos desde el punto de unión de las bisectrices hasta cada vértice y anotá las mediciones.
3. Pegá el recorte en tu carpeta y escribí una breve explicación acerca de lo que observaste sobre el punto de intersección de las bisectrices.

c) Obtené las imágenes simétricas de las figuras, puntos y segmentos dibujados a continuación según el eje de simetría marcado. Para hacerlo, imagináte que cada figura está dividida en dos partes, una a cada lado del eje, y encontrá la imagen de cada parte. Tomá una por vez. Recordá que tenés que hacerlo en tu carpeta.



En la actividad 4 vas a explorar casos más complejos de construcciones a partir de la simetría. Para eso vas a tener que hacer varias figuras y trabajar con ellas. Es importante que vayas siguiendo las instrucciones con atención para asegurarte de obtener los resultados esperados. Recordá traer los materiales que te fueran solicitados para esta actividad.



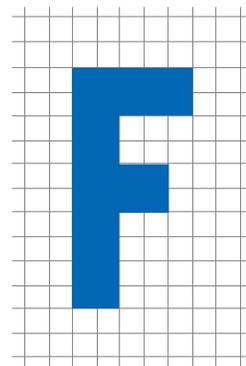
#### 4. Más de una simetría



Ahora que ya sabés qué es un eje de simetría y conocés la manera de obtener y analizar imágenes simétricas de distintas figuras, vas a aplicar todos esos conocimientos para estudiar casos más complejos en los que se combinan varias simetrías al mismo tiempo.

a) Primero trabajarás con dos simetrías sucesivas de **ejes paralelos**. Seguí los pasos que se indican a continuación.

1. Dibujá en papel cuadriculado, cerca del margen izquierdo, una letra  $F$  como la de este dibujo.
2. Trazá a la derecha, a unos 2 cm de la letra  $F$ , un eje vertical  $e$  y construí la imagen simétrica de  $F$ . Llamála  $Z'$  (se lee “z prima”). Observá si tiene la misma orientación que la letra original o si está invertida.
3. Trazá otro eje vertical  $e'$  a unos 8 cm a la derecha de  $e$  y construí la imagen simétrica de  $Z'$  en relación con el eje  $e'$ . Llamala  $Z''$  (se lee “z segunda”).
4. Observá tus dibujos y respondé: la imagen  $Z''$ , ¿tiene la misma orientación que la figura original? Explicá con tus palabras por qué ocurre eso.

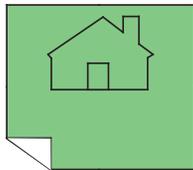


Al aplicar una simetría a una figura y después otra simetría a la imagen que se obtuvo, resulta una tercera figura que es la transformada de la inicial a través de dos simetrías.

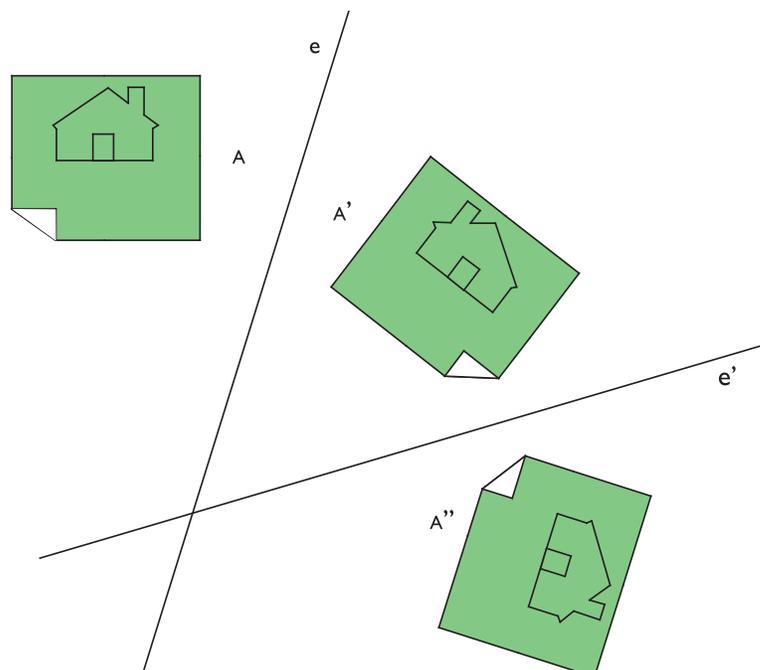
Si a una figura se le aplican sucesivamente dos simetrías de ejes paralelos, se obtiene el mismo resultado que si se la hubiera trasladado a una distancia doble de la que separa los ejes, deslizándola sin cambiar su orientación. Ese tipo de movimiento se denomina **traslación**.

5. En la unidad 2 de Ciencias Naturales estudiaste sobre los movimientos de traslación de los planetas como la Tierra. ¿Cómo es ese movimiento? Comparalo con la transformación que acabás de hacer.

b) Aplicando dos simetrías de ejes paralelos se obtiene una traslación. Ahora analizarás el resultado de aplicar dos simetrías de **ejes no paralelos**. Seguí estos pasos para obtener imágenes simétricas de la casita.



1. Calcá el dibujo de la casita y ponéle una letra **A**.
2. Doblá la hoja del papel de calcar según una recta oblicua que no pase por el dibujo **A** pero que te permita verlo por transparencia y volvé a calcar la casita.
3. Desplegá la hoja, remarcá con lápiz la línea del doblez y ponéle una letra **e**.
4. Observá cómo quedó el dibujo de la casita. Seguramente lo encontrarás en el revés de la hoja.
5. Pasá el lápiz por el dibujo para que te quede en el frente de la hoja, llámalo **A'** (se lee "A prima").



6. Una vez que el dibujo está terminado, observá, pensá y respondé estas preguntas:

- Los dibujos  $A$  y  $A'$  ¿son exactamente iguales?, ¿por qué?
- La chimenea de la casita que en  $A$  estaba a la derecha, ¿está en la misma posición en  $A'$ ?

c) Ahora realizá este procedimiento:

1. Doblá la hoja por una recta horizontal  $e'$  que no sea paralela a  $e$  y que no pase por  $A$  ni  $A'$ .
2. Calcá  $A'$  usando el mismo procedimiento que usaste antes en el punto b).
3. Pasá el lápiz para que el dibujo te quede en el frente de la hoja. A esta nueva figura llamala  $A''$  (se lee "A segunda").
4. Observá  $A$ ,  $A'$  y  $A''$  y escribí en qué se parecen y en qué se diferencian.
5. Aplicá el papel de calcar donde dibujaste  $A$ ,  $A'$  y  $A''$  sobre el dibujo con la casita de modo que el original coincida con  $A$ . Pinchá con un alfiler en el punto de intersección de  $e$  y  $e'$  y hacé girar el calco hasta que  $A''$  coincida con  $A$ . ¿En qué ángulo giró el papel?
6. Si hubieras hecho un giro en sentido contrario con el mismo ángulo, ¿habrías obtenido el mismo efecto?, ¿por qué?

Si observás el resultado del procedimiento que hiciste hasta aquí, podés comprobar que la composición sucesiva de dos simetrías produce el mismo efecto que un **giro** o **rotación** con centro en el punto de intersección de los ejes. Los términos giro y rotación se usan indistintamente.

7. En la unidad 2 de Ciencias Naturales analizaste un modelo de la Tierra, viste el eje terrestre y su movimiento de rotación. Revisá lo que estudiaste en este punto y pensá si el eje terrestre es un eje de simetría y qué tienen en común el movimiento de rotación de la Tierra con los que acabás de producir en el plano.

8. Anotá tus observaciones y conclusiones en la carpeta y conversalas con tu maestro.



Hasta aquí estudiaste distintos elementos de la simetría. Con esta actividad de cierre de la unidad vas a poder revisar e integrar esos conocimientos.



## 5. Análisis de la guarda

a) Para completar el trabajo con esta unidad aplicá lo que aprendiste al análisis de las transformaciones que dieron origen a la guarda mapuche que está al comienzo. Identificá el motivo original y las sucesivas transformaciones que se le aplicaron para construir la guarda y respondé:

1. ¿Dónde se ubican los ejes de simetría en el motivo original?

2. ¿Y en la guarda completa?



3. Compará tu análisis con el de otros compañeros: ¿eligieron como motivo original la misma parte del diseño completo? ¿Usaron solamente simetrías? ¿Le aplicaron otras transformaciones como traslaciones o giros?

b) Aplicando diferentes transformaciones, ¿se pueden obtener los mismos resultados?

c) Revisá las respuestas a las preguntas anteriores y después escribí un breve resumen de tus observaciones usando como guía esas preguntas.

## Para finalizar

Las actividades de esta unidad te permitieron ampliar tus conocimientos geométricos mediante exploraciones e investigaciones en las que usaste materiales cotidianos como espejos y papeles transparentes que pudiste plegar y desplegar convenientemente.

Con la ayuda de esos elementos aprendiste que la simetría es una transformación que aplicada a las figuras no cambia su forma ni su tamaño, pero las “da vuelta”, es decir que cambia la orientación de sus puntos, y lo que en la figura original está en una posición, en la simétrica está en la posición opuesta. Por eso te dio tanto trabajo escribir tu nombre “al revés” para que en el espejo se leyera “al derecho”.

Aprendiste no sólo a construir figuras simétricas sino también a encontrar el eje de simetría entre dos figuras o en una misma figura.

La aplicación sucesiva de dos transformaciones de ejes paralelos te permitió comprender mejor qué es una traslación y también que la aplicación sucesiva de dos simetrías de ejes no paralelos da por resultado una rotación.

La simetría en los ángulos y el concepto de bisectriz te va a ser de mucha utilidad cuando trabajes en la unidad siguiente con la medida de ángulos.

En la última actividad aplicaste lo aprendido al reconocimiento, la descripción y la prueba experimental de las simetrías y otras transformaciones que presentan los diseños artesanales que encontramos a diario.

**DESAFÍOS MATEMÁTICOS****1. Suma de impares**

La tarea consiste en sumar todos los números impares desde el 1 al 101, ambos inclusive. Después de finalizar la cuenta, ¿habrá un procedimiento fácil para calcular, por ejemplo, la suma de los impares del 1 al 201? Si encontrás la fórmula, como aplicación, calculá la suma de los impares desde el 1 al 101, del 1 al 201 y del 1 al 343.

**2. Un teléfono**

Cuando le pregunté el número de teléfono a un compañero, me dijo: “Mi número tiene cinco cifras. Si le ponés un 4 adelante obtenés un número que es el cuádruple del que se obtiene si le ponés el 4 detrás”. ¿Cuál es el número de teléfono de mi compañero?

**3. Cortar una madera**

Una plancha de madera tiene esta forma de rectángulo al que le falta un cuarto y hay que cortarla en cuatro trozos de la misma forma. No es un problema fácil, pero tiene solución.

**4. Los aprobados**

En un curso de 35 alumnos, exactamente el 95% de los aprobados obtuvo más de 7 puntos, ¿cuántos aprobaron?

**5. El adivino infalible**

Este juego nunca falla. Pedile a un amigo que piense un número mayor que 10 y menor que 99 y no te lo diga.

Luego, decile que piense sólo en la cifra de las decenas y la multiplique por 2. A ese resultado debe sumarle 5, después multiplicarlo por 5 y luego sumarle la cifra de las unidades.

Ahora, pedile que diga el número que obtuvo y restale 25. El resultado será el número en el que pensó tu amigo.

¿Por qué este juego no puede fallar?