

UNIDAD 7

Cuadriláteros

En la unidad anterior trabajaste sobre triángulos y observaste que una de sus características es que no se deforman. Las figuras con las que trabajarás en esta oportunidad, los cuadriláteros o figuras de cuatro lados, no poseen esa propiedad; una forma de comprobarlo es observando que con cuatro varillas articuladas se puede formar más de un cuadrilátero.

Si mirás a tu alrededor encontrarás muchos objetos que se pueden dibujar representándolos con figuras de cuatro lados: tu carpeta, la tapa de la mesa, la puerta, la ventana, el pizarrón, un barrilete.



Los cuadriláteros, al igual que los triángulos, tienen ángulos y vértices, y además tienen otro elemento que los distingue: las diagonales.

En las actividades de esta unidad vas a explorar cuadriláteros a través de sus diagonales. Vas a analizar, por ejemplo, su longitud, el punto en que se cortan, y si lo hacen o no perpendicularmente. Estas particularidades te permitirán clasificar a los cuadriláteros y reconocer sus propiedades.

Te recordamos que en la unidad anterior empezaste a construir el formaedro; es importante que sigas haciéndolo, porque lo necesitarás en la unidad siguiente.



Para realizar la actividad 1 necesitás tener a mano materiales que te permitan construir cuadriláteros: sorbetes, palillos, tiras de papel y broches mariposa y papel punteado. Si tenés dudas sobre alguno de estos materiales, consultá con tu maestro.

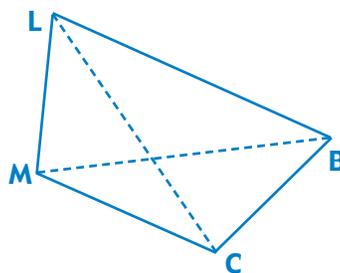


1. Construcción de cuadriláteros a partir de sus diagonales



En cualquier cuadrilátero $MCBL$, podés reconocer:

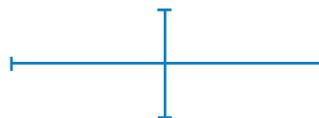
- cuatro lados: MC , CB , BL , LM
- lados opuestos: por ejemplo, MC y BL
- lados consecutivos: por ejemplo, MC y CB
- cuatro ángulos interiores: MCB , CBL , BLM , LMC
- cuatro vértices: M , C , B , L
- dos diagonales MB , CL



a) Vas a construir 8 cuadriláteros a partir de sus diagonales. Las indicaciones que figuran a continuación describen las condiciones que cumplen las diagonales de cada uno. Tenés que dibujar cada cuadrilátero y ponerle nombre a sus vértices. Si es posible, trabajá en estas construcciones con un compañero, hagan una por vez y luego dibuje cada uno el cuadrilátero en su carpeta.



Dos segmentos son **perpendiculares** cuando al cortarse forman un ángulo recto.



Indicaciones: antes de dibujar, es conveniente que construyas las figuras con los materiales: sorbetes, palillos, tiras de papel y broches mariposa, o papel punteado usando los datos que se enumeran a continuación.

Las diagonales del cuadrilátero son...

1. Dos segmentos de 6 cm que se cortan perpendicularmente en su punto medio.
2. Dos segmentos de 6 cm que se cortan perpendicularmente pero en el punto medio de uno solo de ellos.
3. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente en su punto medio.
4. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente pero no por el punto medio de ninguno de ellos.
5. Dos segmentos de 6 cm que se corten no perpendicularmente por su punto medio.
6. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan perpendicularmente por el punto medio de uno solo de ellos.
7. Un segmento de 6 cm y otro de 4 cm que se cortan no perpendicularmente por el punto medio de ambos.
8. Dos segmentos de 6 cm que se cortan no perpendicularmente ni por el punto medio de alguno de ellos.



b) Observá todos los cuadriláteros que te quedaron dibujados y comentá con tus compañeros y tu maestro en qué se parecen y en qué se diferencian entre ellos.

c) Dibujá en cartulina 8 cuadriláteros como los que obtuviste anteriormente y recortalos. Si querés, podés calcarlos. Escribí en ellos el número que le corresponde según las indicaciones.

d) Observá los lados y los ángulos de las figuras recortadas y hacé circular cada cuadrilátero por las ramas de cada uno de los siguientes diagramas con forma de árbol que se llaman “árboles de decisión”. Anotá, en el lugar de la tabla que le corresponde, qué nombres recibe a medida que circula por el primero de los árboles y luego por el otro.

Diagrama 1

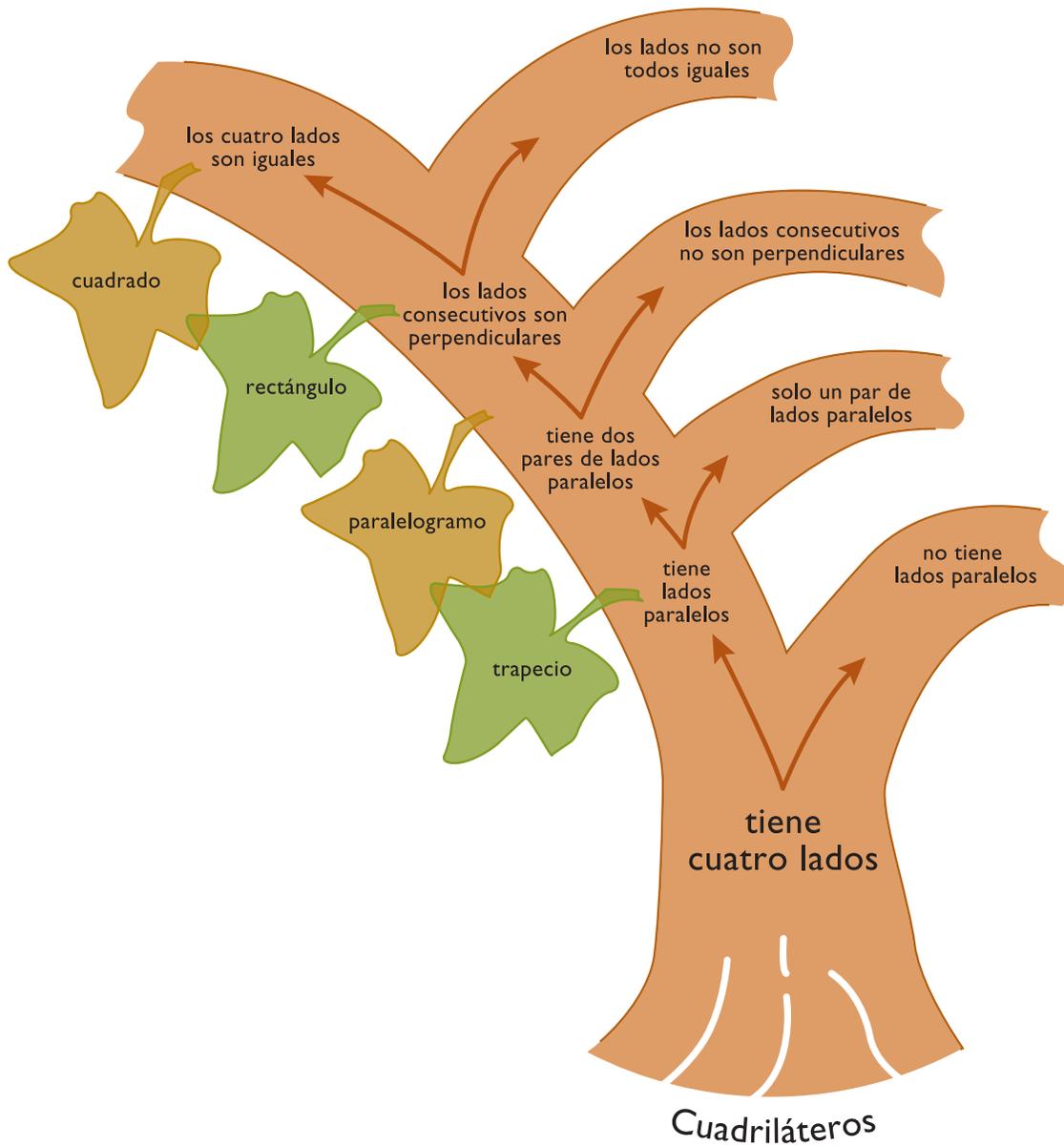
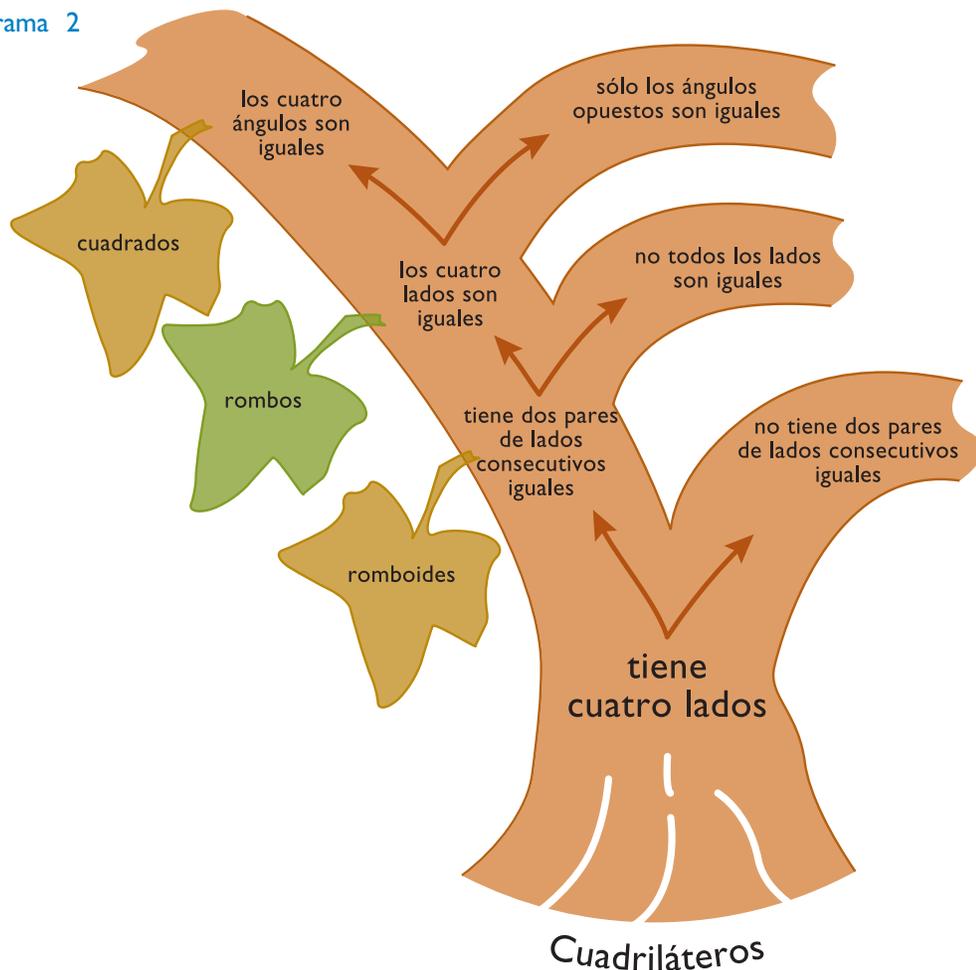


Diagrama 2



Por ejemplo, en el caso 5 escribirás trapecio, paralelogramo y rectángulo. El camino para llegar a esa conclusión fue:

- Ingresó por tener cuatro lados → cuadrilátero
- Tiene lados paralelos → trapecio
- Tiene dos pares de lados paralelos → paralelogramo
- Los lados consecutivos son perpendiculares → rectángulo



En la actividad anterior para clasificar los cuadriláteros utilizaste diferentes criterios que te permitieron nombrarlos y distinguirlos. Ahora vas a estudiar sus propiedades.



2. Propiedades de los cuadriláteros



a) Reunite con tus compañeros y respondan entre todos las siguientes preguntas referidas a las figuras con las que trabajaron en la actividad 1. Amplíen la lista formulando ustedes mismos otras preguntas. Para hacerlo, pueden consultar algún libro o manual de Matemática que tengan en la biblioteca. Escriban las preguntas y sus respuestas en la carpeta:

1. ¿Cuáles de los cuadriláteros tienen un par de lados paralelos?; ¿y dos pares de lados paralelos?
2. ¿Cuáles tienen lados perpendiculares?
3. ¿Cómo son los lados opuestos de un paralelogramo?
4. ¿Qué se puede asegurar de los ángulos opuestos de un paralelogramo?
5. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales iguales?
6. ¿Qué cuadriláteros tienen sus diagonales perpendiculares?
7. ¿En qué cuadriláteros las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales?



b) Dibujen los cuadriláteros que cumplan con las siguientes condiciones:

1. dos lados de 5 cm y dos lados de 7 cm,
2. todos sus lados de 4 cm,
3. dos ángulos de la mitad de un recto, un lado de 6 cm y otro lado de 3 cm.



c) Observen los dibujos y piensen, en cada caso, si otro cuadrilátero puede reunir las mismas condiciones y ser de distinta clase. Si es así, hagan los diferentes dibujos y escriban qué clase de cuadrilátero es cada uno.



En las actividades anteriores clasificaste cuadriláteros y analizaste algunas de sus propiedades. Para que puedas revisar lo que aprendiste y hacer una síntesis, te proponemos realizar la siguiente actividad.



3. Caracterización de cuadriláteros

a) Algunas propiedades de los cuadriláteros se pueden resumir en el siguiente cuadro. Copialo en tu carpeta y escribí sí o no, según corresponda.

Propiedad	Figura				
Los lados opuestos son iguales					
Los ángulos opuestos son iguales					
Las diagonales son iguales					
Las diagonales son perpendiculares					
Las diagonales se cortan mutuamente en su punto medio					

b) Copiá en tu carpeta la descripción de cada uno de los siguientes doce elementos y escribí con color el nombre que corresponde a cada uno de ellos.

1. Paralelogramo que tiene 4 lados iguales y 4 ángulos rectos.
2. Paralelogramo que tiene 4 ángulos rectos y diagonales no perpendiculares.
3. Cada uno de los segmentos que limitan un cuadrilátero.
4. Segmento que une dos vértices no consecutivos de un cuadrilátero.
5. Ángulos que forman las diagonales del rombo al cortarse.
6. Puntos extremos de cada lado del cuadrilátero.
7. Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos e iguales.
8. Cantidad de lados de un trapecio.
9. Cuadrilátero con un par de lados opuestos paralelos.
10. Los lados del cuadrado son perpendiculares e...
11. Paralelogramo con 4 lados iguales no perpendiculares.
12. Los rectángulos son paralelogramos.

c) Para controlar tus respuestas, fijáte si los nombres que escribiste podrían colocarse en el siguiente acróstico.

1							C							
2							U							
3							A							
4							D							
5							R							
6							I							
7							L							
8							Á							
9							T							
10							E							
11							R							
12							O							



La actividad siguiente te permitirá avanzar un poco más en el estudio de los cuadriláteros; está relacionada con una propiedad de los romboides. Consultá con tu maestro para que te indique si la vas a hacer y cuándo.



4. Diagonales y romboides

a) En esta actividad te proponemos explorar la siguiente propiedad: “la diagonal mayor de un romboide es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une”.



La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta con origen en el vértice que lo divide en dos ángulos iguales.

b) En una hoja hacé dibujos de distintos romboides, entre ellos un rombo y un cuadrado. Recortalos y pégalos por sus diagonales. Observá en cada caso si se cumple la propiedad que está enunciada más arriba.

c) En tu carpeta escribí sintéticamente cómo llevaste a cabo tu exploración y qué conclusión obtuviste. No olvides considerar los casos “especiales”, el rombo y el cuadrado.

Para finalizar

A través de las actividades de esta unidad exploraste colecciones de cuadriláteros para examinar sus características. Comenzaste por analizar las diagonales según su longitud, la posición del punto de intersección entre ambas y si al cortarse determinan ángulos rectos o no. Como resultado de esa exploración aprendiste que las diagonales de los cuadriláteros pueden ser iguales o distintas en longitud, se pueden cortar en el punto medio de ambas, o en el punto medio de una de ellas, o no cortarse en el punto medio de ninguna, y que pueden hacerlo perpendicularmente o no.

Cada una de esas características determina que un cuadrilátero pertenezca a una clase con una denominación propia: cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo, romboide, trapecio, trapezoide. Esas clases no son excluyentes, es decir que un cuadrilátero puede pertenecer a más de una clase, por ejemplo, un cuadrado es un rombo y un rectángulo.

Usaste diagramas con forma de árbol como una interesante herramienta para analizar ordenadamente las propiedades comunes y las que distinguen a cada clase de cuadriláteros. Estos conocimientos de Geometría son de mucha utilidad no sólo para aprender más Matemática sino para aplicarlos en el diseño de artesanías, la confección de muebles y enseres, y en la creación de objetos artísticos.



Como en todas las unidades, a continuación vas a encontrar diferentes problemas matemáticos para que acuerdes con el maestro cuándo los vas a encarar.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. ¿Qué número borraste?

- Elegí un número cualquiera y multiplícalo por 9. Anotá el resultado.
- Borrá una cifra cualquiera del resultado que no sea un cero.
- Sumá las otras cifras y anotá la suma.
- ¡¡¡Yo te puedo decir qué cifra borraste!!! ¿Cómo lo pude saber?
- Explorá con muchos ejemplos hasta que lo descubras.

2. Embaldosar cuadrados

El problema de embaldosar una superficie cuadrada con baldosas cuadradas es bastante reciente. No hablamos del caso común en arquitectura de usar mosaicos cuadrados del mismo tamaño, sino de un problema con otra condición: todos los cuadrados deben ser de diferente tamaño. En 1962, el matemático holandés A. W. J. Duivestijn probó que el menor número de cuadrados de diferente tamaño que pueden cubrir una superficie cuadrada es 21. En 1978 encontró esa superficie y, además, demostró que esa solución era única.

Estas son algunas pistas para que intentes construirla:

- el lado del cuadrado es de 112 unidades,
- uno de los lados está formado por los lados de cuadrados de 50, 35 y 27 unidades,
- otro lado está formado por los lados de cuadrados de 27, 19, 24 y 42 unidades,
- el tercero está formado por los lados de cuadrados de 42, 37 y 33 unidades,
- el cuarto lado está formado por los lados de tres cuadrados diferentes.

Te falta encontrar los 12 cuadrados diferentes que ajusten en la parte central. No es tan difícil como parece ni tan sencillo que no valga la pena ponerse a pensar.

3. Embaldosar rectángulos con cuadrados

El problema que presentamos es parecido al anterior. Se trata de embaldosar un rectángulo de 75×112 unidades con 13 baldosas cuadradas diferentes.

Te damos algunas pistas para que busques dos soluciones distintas de este problema. Son diferentes en el modo de ubicar los cuadrados, pero las baldosas son las mismas para ambas soluciones.

- En una solución se encuentran en las cuatro esquinas del rectángulo, cuadrados de 39, 42, 33 y 36 unidades de lado.
- En la otra solución se encuentran en las cuatro esquinas del rectángulo, cuadrados de 39, 31, 24 y 36 unidades de lado.

Ya tenés los datos de seis cuadrados, sólo te faltan siete. ¡Ánimo!, que la satisfacción de haber resuelto el rompecabezas es grande.

