

UNIDAD 6

Triángulos

Con esta unidad se inicia una serie dedicada a la Geometría, la parte de la Matemática que estudia las formas y las medidas de las figuras, los cuerpos y los espacios.

Los objetos de estudio de la Geometría constituyen elementos e ideas abstractas que sirven para estudiar los objetos reales. Así, una figura plana como el círculo se puede asociar con la imagen que vemos de la luna llena, y un cuerpo como el cilindro, con la forma del tronco de un árbol.

Los primeros conocimientos geométricos se remontan a la Antigüedad, y surgieron a partir de la observación del cielo y de la naturaleza. En las unidades 1 y 2 de Ciencias Naturales, dedicadas a la Astronomía, pudiste ver cómo interviene la Geometría en el estudio de los astros y planetas, y las relaciones entre ellos.

La palabra geometría quiere decir “medida de la Tierra”, y viene del griego: *geo*, tierra y *metro*, medida. Los pueblos antiguos usaron la Geometría para resolver problemas de la vida cotidiana, como medir y dividir la tierra para cultivar, construir viviendas y edificios sagrados, inventar diferentes clases de objetos como medios de transporte, utensilios, armas para la guerra, y también crear coreografías para las danzas rituales. Por ejemplo, los babilonios y los egipcios tenían conocimientos prácticos acerca de los temas que vas a ver en esta unidad: los triángulos y los ángulos. Con posterioridad, esos conocimientos pasaron a los griegos, que dieron a la Geometría su carácter de ciencia.



En Geometría, como en otras áreas del conocimiento matemático, es tan importante el proceso de razonamiento que lleva a la solución de un problema como su resultado final. En esta unidad encontrarás algunos caminos para la exploración de figuras geométricas en la seguridad de que el diálogo con tus compañeros y tus maestros te llevará a descubrir otros procedimientos posibles. Vas a realizar actividades para descubrir las propiedades de las figuras triangulares.



En la actividad 1 estudiarás algunas propiedades de los ángulos de un triángulo. Necesitarás papel, tijeras, útiles de Geometría.

TEMA 1: LOS TRIÁNGULOS Y SUS ELEMENTOS

a) Si observás qué tipo de construcciones hay en el lugar donde vivís, podrás ver que algunas tienen formas triangulares. ¿Qué otros objetos o construcciones conocés que contengan figuras triangulares? ¿Dónde están? ¿Por qué será que en las grandes construcciones que muestran las fotos, los arquitectos e ingenieros que las diseñaron decidieron usar estructuras en forma de triángulos?

UNIDAD 6



A medida que avances en la resolución de las actividades de esta unidad vas a encontrar las respuestas a estas y otras preguntas a través del conocimiento de las propiedades de los triángulos. Por ejemplo, si se unen tres varillas formando un triángulo, la rigidez de su forma lo hace tan sólido y tan fuerte que se torna indeformable. Entre las actividades propuestas a continuación, algunas requieren dibujar o construir. En algunas ocasiones tendrás que colocar figuras; es importante que lo hagas para que puedas moverlas libremente.



Secretaría de Turismo de la Nación



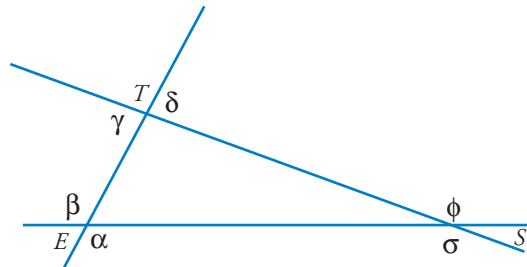
Ministerio de Educación y Ciencia de España



Si se quiere limitar una superficie plana con trazos rectos es necesario considerar por lo menos tres lados.

En cualquier triángulo EST , se pueden reconocer:

- tres lados: ES , ST , ET
- tres vértices: E , S , T
- tres ángulos interiores: EST , STE , TES
- seis ángulos exteriores: α , β , δ , γ , σ , ϕ



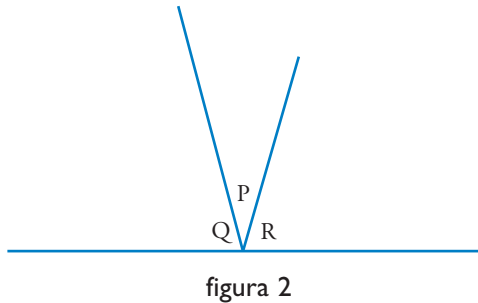
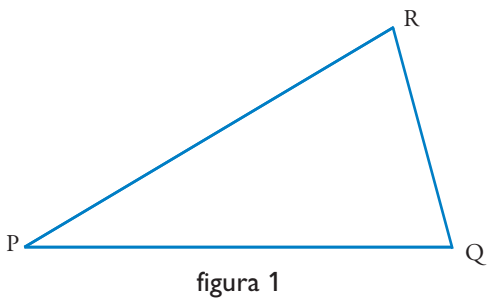
En la actividad 2 vas a usar hojas de papel transparente o de calcar, hilo y algunos sorbetes. Separá algunos sorbetes para otras actividades.



1. Suma de los ángulos interiores

- a) Dibujá en una hoja de papel grueso un triángulo PRQ cualquiera y recortalo.
 1. Usalo como molde para dibujar otro triángulo PRQ igual en tu carpeta.
 2. Ponele letras a los vértices del triángulo dibujado y las mismas letras en los ángulos del triángulo de papel.

3. Rompe en tres pedazos el triángulo de papel de modo que cada trozo contenga uno de los ángulos y pega los trozos en tu carpeta, uno a continuación del otro, haciendo coincidir los vértices de los ángulos, como muestra la figura 2.

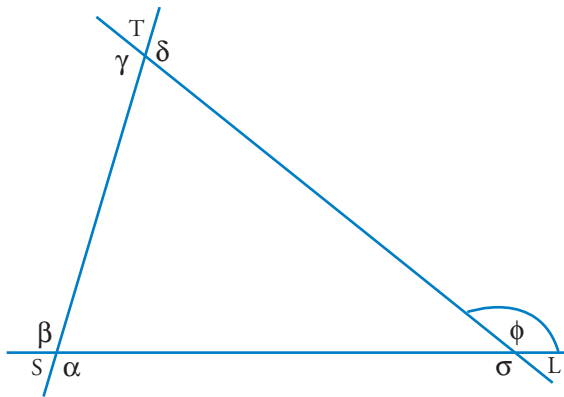


b) Respondé en tu carpeta:

1. La suma de los ángulos interiores del triángulo PQR , ¿a cuántos ángulos rectos equivale?
2. Compará tu respuesta con las de otros compañeros y cada uno escriba en su carpeta una conclusión general.



c) ¿Creés que es verdadero o falso que en cualquier triángulo STL el ángulo exterior ϕ con vértice en L es igual a la suma de los ángulos interiores T y S ?



1. Para comprobarlo, dibujá el triángulo en una hoja y recortalo. Usá el recurso de romper en tres trozos el triángulo recortado como hiciste en la parte a) de esta actividad y de esta manera compará la suma de los ángulos interiores T y S con el ángulo exterior en L .
2. Hacé lo mismo con los otros ángulos exteriores y repetí tu exploración con dos o más triángulos diferentes. Compará tu trabajo con el de otros compañeros.
3. Pegá en tu carpeta las figuras con las que trabajaste en esta actividad, en el orden que quieras; luego copió y completá el texto siguiente:

- En cualquier triángulo, uno de sus ángulos exteriores es equivalente a la suma d...



UNIDAD 6



En las cuatro actividades que siguen vas a aprender diferentes formas en las que se pueden clasificar los triángulos y las vas a aplicar. Para eso trabajarás con distintos tipos de triángulos y vas a conocer un sistema para clasificarlos.



2. Clasificación de triángulos según sus lados

- a) Prepará una colección de sorbetes recortados: 3 largos (aproximadamente de 8 cm), 3 cortos (aproximadamente de 4 cm) y tres medianos.
- b) Tomá 3 sorbetes de diferente longitud (comprobá que son diferentes poniéndolos en escalera) y pasales el hilo para que se forme un contorno triangular. Copiá el contorno en tu carpeta. Poné como título: “Clasificación de triángulos según sus lados”.



Los triángulos que tienen sus tres lados diferentes se llaman **escalenos**.

- c) Cambiando un solo sorbete de tu triángulo escaleno y usando los sorbetes que tenés recortados, formá un triángulo que no sea escaleno. Observá que esta vez los lados no son todos diferentes entre sí.
- d) Escribí en tu carpeta qué relación hay entre las longitudes de los lados de este nuevo triángulo. El triángulo que construiste y los que construyeron tus compañeros, no son escalenos: tienen dos lados iguales.

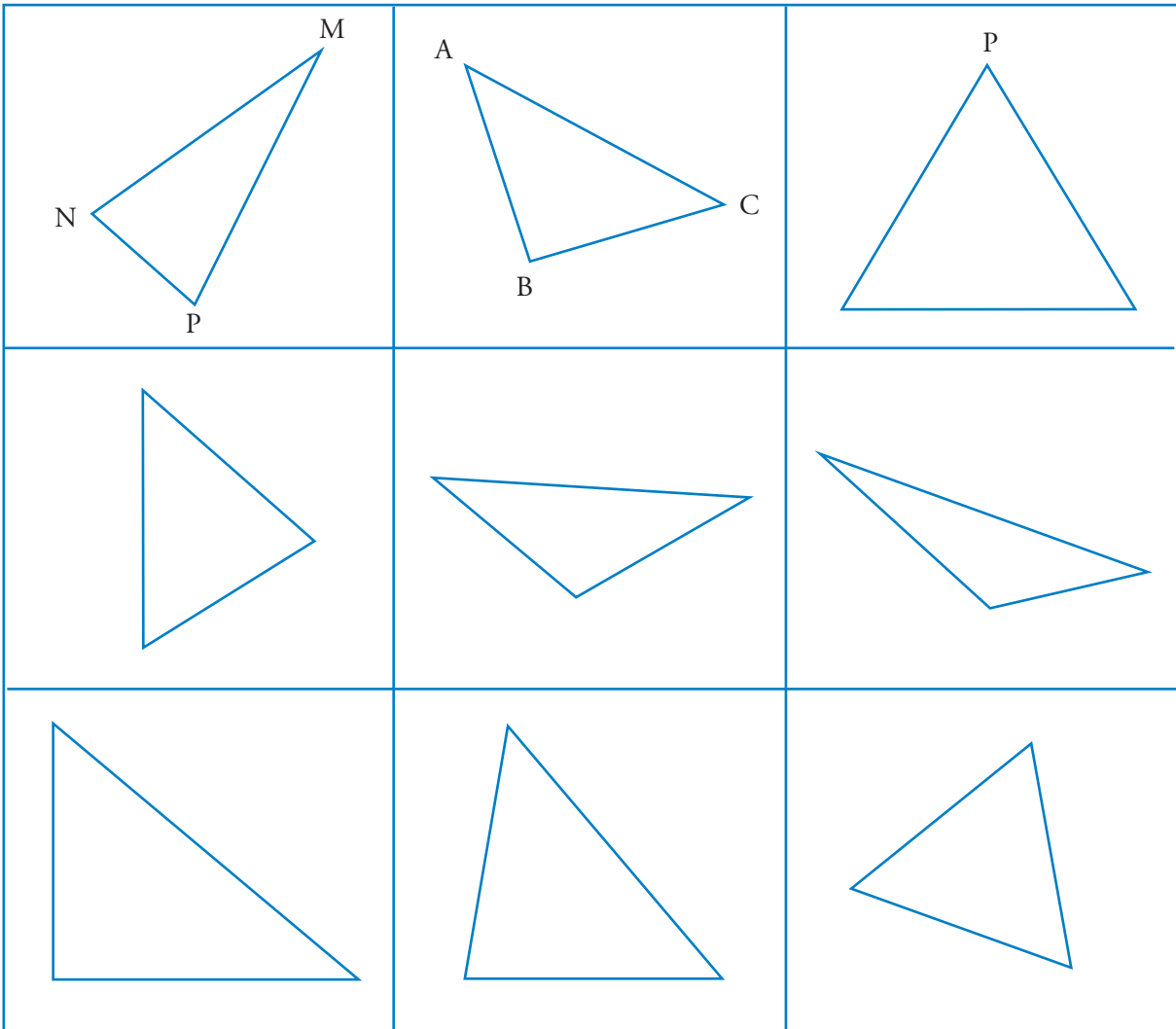


Los triángulos que no son escalenos se llaman **isósceles**.
Los triángulos isósceles que tienen tres lados iguales se llaman **equiláteros**.

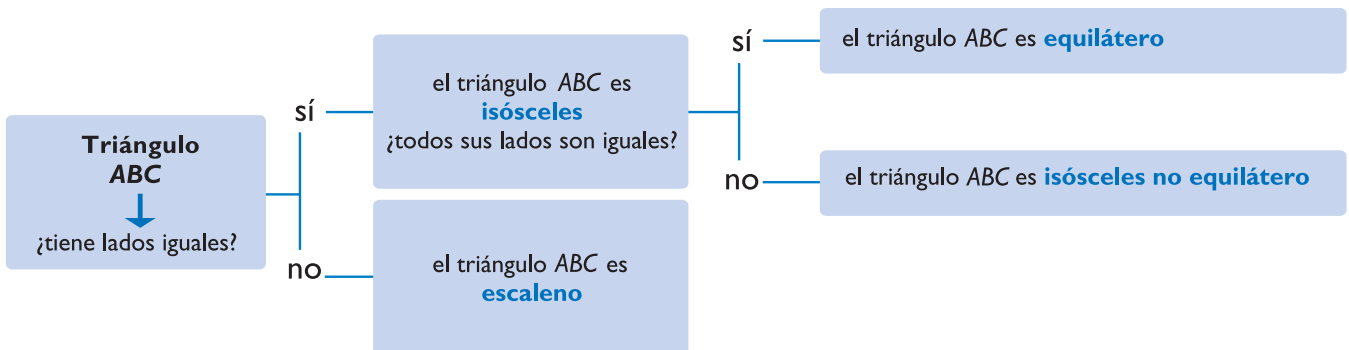


3. Familia de triángulos

- a) Calcá los triángulos de la siguiente colección de fichas en papel de calcar y después recortá las fichas.
- b) Para explorar los triángulos dibujados en las fichas que recortaste, medí con la regla cada lado de los triángulos. Anotá la medida sobre cada lado.



c) Elegí un triángulo cualquiera de la colección, por ejemplo el ABC, y recorré con él el siguiente diagrama. Al terminar el recorrido anoté en la ficha si se trata de un triángulo escaleno, isósceles equilátero o isósceles no equilátero. Repetí la tarea con todos los triángulos de las fichas.





UNIDAD 6



4. Clasificación de triángulos por sus ángulos

En la actividad anterior clasificaste los triángulos por sus lados. Ahora los vas a clasificar por sus ángulos.



Para clasificar los triángulos por sus ángulos es necesario que tengas presente esta información:
 Los ángulos menores que un recto se llaman **agudos**. Los mayores que un recto se llaman **obtusos**.
 Los triángulos, según cómo sean sus ángulos interiores, se denominan: **acutángulos**, si todos sus ángulos son agudos, es decir, menores que un ángulo recto; **rectángulos**, si tienen un ángulo recto y **obtusángulos**, si uno de sus ángulos es obtuso.

a) Usá las fichas con triángulos que recortaste en la parte **a)** de la actividad 3. Observá cada uno de ellos y escribí en cada ficha si se trata del dibujo de un triángulo rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para decidir qué clase de triángulo es, vas a tener que comparar sus ángulos con un ángulo recto. Un método práctico para hacerlo consiste en usar como instrumento un ángulo recto de papel que podés obtener haciendo un dobléz en un papel cualquiera y luego otro haciendo coincidir los bordes del dobléz anterior. Si abris el papel verás que han quedado formados 4 ángulos rectos. Cuando está doblado te sirve para decidir si otro ángulo es mayor, menor o igual que un recto.

b) Péga las fichas en tu carpeta. Los triángulos ya están clasificados según sus lados pues lo realizaste en la actividad 3 y también, por sus ángulos.



c) Respondé en tu carpeta:

1. ¿Se puede dibujar un triángulo rectángulo equilátero? ¿Por qué?
2. ¿Se puede dibujar un triángulo que resulte obtusángulo equilátero? ¿Por qué?
3. Conversá sobre estas respuestas con tu maestro y tus compañeros.



5. Clases de triángulos



a) Reunite con un compañero para confeccionar un afiche que muestre cómo se pueden clasificar los triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos.

Una posibilidad consiste en completar una tabla como la siguiente, con un dibujo adecuado en cada caso. Pero no es la única, pueden elegir otra forma de hacerlo.

Clasificación según

Ángulos \ Lados	Escalenos	No escalenos: isósceles	
		Isósceles no equiláteros	Isósceles equiláteros
Acutángulos			
Rectángulos			
Obtusángulos			



En el tema 1 trabajaste con distintas clases de triángulos observando y comparando los lados o los ángulos. En el tema 2, vas a profundizar en las relaciones que existen entre los lados de un mismo triángulo y seguramente vas a poder comprobar si la respuesta que pensás ahora para la pregunta del próximo título es correcta.



Para realizar la actividad 7 necesitás cartulina, tijeras y los útiles de Geometría.

TEMA 2: CON TRES SEGMENTOS, ¿SIEMPRE SE PUEDE CONSTRUIR UN TRIÁNGULO?

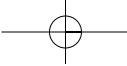


6. Relación triangular



a) Elijan 3 sorbetes de cualquier longitud para formar un triángulo y clasificarlo por sus lados y sus ángulos. Prueben con distintos sorbetes. Luego respondan en la carpeta.

1. Con cualquier terna de segmentos; es decir, con cualquier conjunto de tres sorbetes, ¿se puede construir un triángulo que los tenga como lados?
2. Pablo tomó un sorbete de 12 cm, otro de 5 cm y el tercero de 6 cm; ¿por qué no pudo cerrar un triángulo?



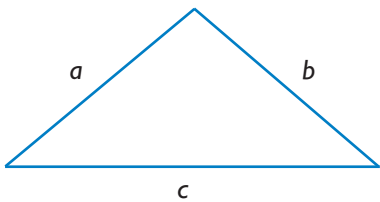
UNIDAD 6
3. ¿Qué condición tienen que cumplir los lados para que se pueda formar un triángulo?

La relación entre la medida de los lados de un triángulo es muy importante, ya que es su condición de existencia y se la conoce como **propiedad triangular**.



Según la *propiedad triangular*, en todo triángulo cada lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

En símbolos:



$$\begin{array}{ll} a < b + c & a > b - c \\ b < a + c & b > a - c \\ c < b + a & c > b - a \end{array}$$

(las letras a , b y c representan la medida de cada uno de los lados)

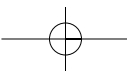
b) Copiá la siguiente tabla en la carpeta y respondé las siguientes preguntas:

Lados		
a	b	c
2,5 cm	5 cm	8 cm
7 cm	8 cm	4 cm
3,4 cm	9 cm	2 cm
7 cm	3,5 cm	3,5 cm
4,5 cm	4,5 cm	3 cm

1. ¿Se pueden construir triángulos con las medidas de los lados indicadas en cada renglón?

2. En los casos en que sea posible realizar la construcción, háganla con regla y compás.

c) Clasifiquen los triángulos que dibujaron en acutángulo, rectángulo u obtusángulo. Para ello, anoten la cualidad de cada ángulo (agudo, recto u obtuso) en las figuras realizadas.





En la actividad 7 vas a construir las piezas de un rompecabezas. Todas las piezas estarán construidas tomando como base un triángulo equilátero de 2 cm de lado (“triángulo base” del rompecabezas).



7. Rompecabezas triangular



a) Realizá las siguientes consignas.

1. Recortá un triángulo equilátero de cartulina de 2 cm de lado, el “triángulo base”.
2. Sobre un papel, dibujá las otras piezas del rompecabezas (que después recortarás en cartulina) utilizando como molde el “triángulo base”. Deberás construir cada nueva pieza buscando que la superficie del “triángulo base” sea $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$ de la superficie de cada una de las nuevas piezas, sin cortar el triángulo base. Por ejemplo, para construir la primera $\frac{1}{2}$ deberás utilizar dos “triángulos base”. Solamente trabajarás con figuras cuyos bordes no presenten “hundimientos”, como sucede en este caso:



Si tenés alguna dificultad para formar estas piezas, pedile ayuda a tu maestro.


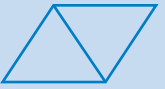
3. Recortá las piezas del rompecabezas.

b) Con las piezas que obtuviste deberás armar un triángulo equilátero de 10 cm de lado usando siete piezas diferentes: un triángulo base, un rombo, un triángulo equilátero, dos trapecios, un paralelogramo y un hexágono.

c) Dibujá en tu carpeta el rompecabezas armado y pintá con distintos colores las diferentes piezas. Compará tu rompecabezas armado con los que hicieron otros compañeros; te sorprenderá ver que hay más de una solución.

d) Copiá en tu carpeta la siguiente tabla y completala. Luego, respondé las preguntas.


UNIDAD 6

Pieza del rompecabezas de 10 cm de lado	Fracción de triángulo	Número de "triángulos base"	Perímetro (en cm)
	$\frac{1}{25}$	1	6
	$\frac{2}{25}$	2	8
	$\frac{4}{25}$		
	$\frac{4}{25}$		

1. ¿Creés que la variación entre el número de "triángulos base" de cada pieza del rompecabezas y su perímetro es directamente proporcional? ¿Por qué? Explicalo en tu carpeta.



La siguiente actividad es para que la realicen entre dos o más compañeros. Podrán analizar con qué datos es indispensable contar para construir un triángulo. Necesitarán hojas, lápices y los útiles de Geometría.



8. ¿Cómo construir un triángulo igual a uno dado?



- a) Cada uno de los compañeros dibuje en una hoja un triángulo cualquiera y luego junten todas las hojas.
- b) Repartan los dibujos de los triángulos entre todos, uno para cada uno. Controlen que les toque uno diferente al que cada uno dibujó.
- c) Escriban en otra hoja las instrucciones para que cualquier otro compañero dibuje un triángulo que pueda superponerse exactamente con el que ustedes recibieron.

d) Intercambien los mensajes entre ustedes y dibujen el triángulo siguiendo las instrucciones recibidas, sin pedir aclaraciones orales. Pueden emplear los procedimientos de construcción que quieran, por ejemplo, usar regla y transportador, o regla y compás.

e) Superpongan colocando al trasluz, los dibujos y discutan sobre los resultados obtenidos.

Para finalizar

A lo largo de esta unidad, clasificaste triángulos según sus lados y sus ángulos, y estudiaste propiedades que tienen muchas aplicaciones en el estudio de otras figuras:

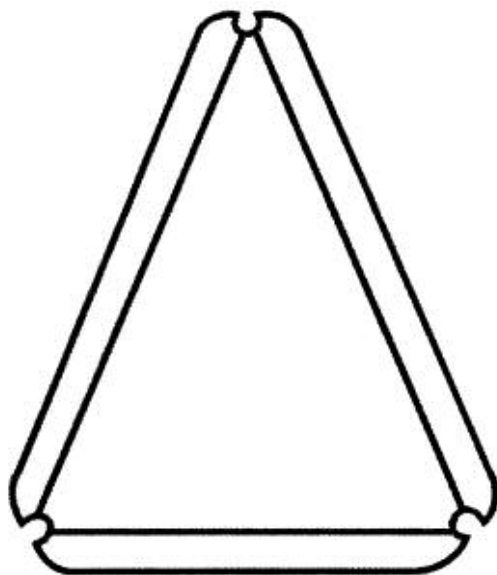
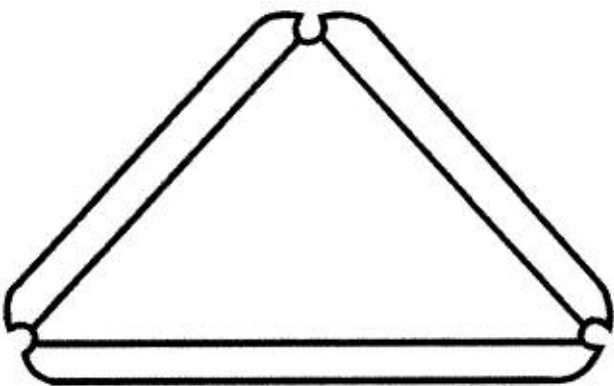
- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es equivalente a la suma de dos ángulos rectos.
- En todo triángulo, un ángulo exterior es equivalente a la suma de los otros dos ángulos interiores.
- En todo triángulo, cada lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

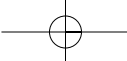
En otras unidades volverás sobre estos conceptos cuando estudies temas de Geometría.



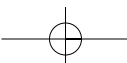
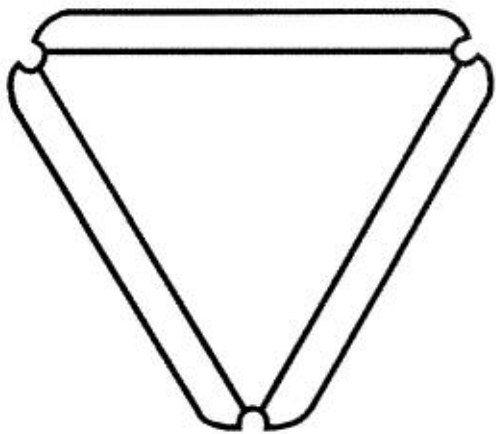
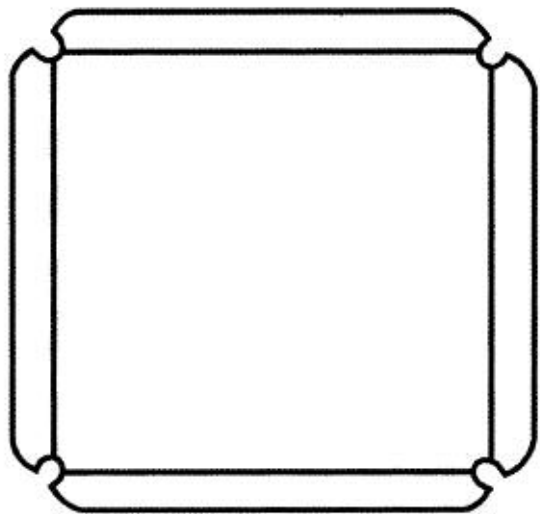
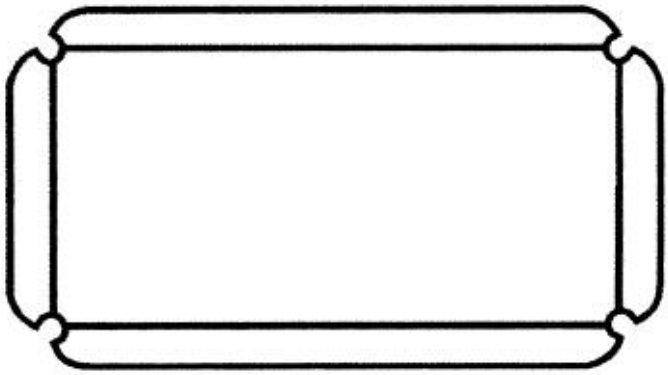
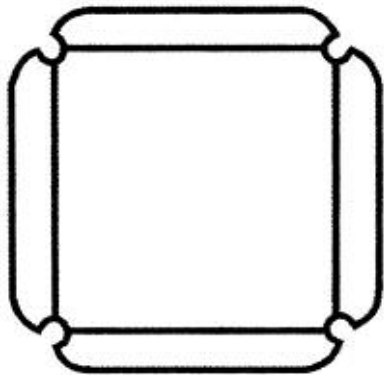
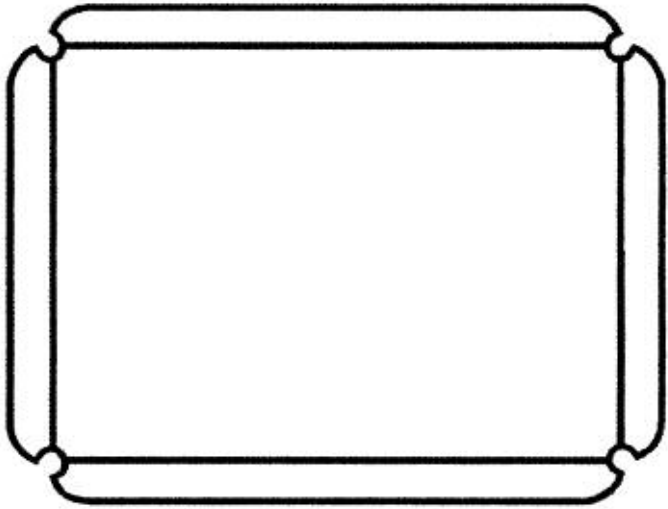
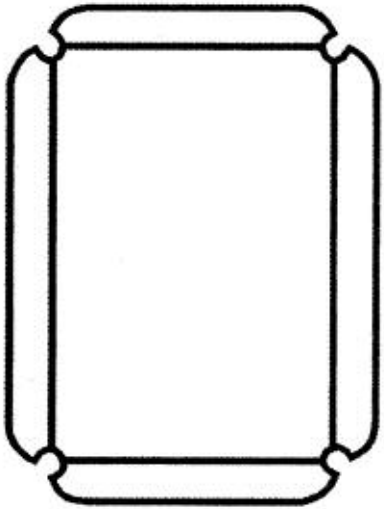
En la unidad 8 vas a trabajar sobre cuerpos geométricos. En esa oportunidad usarás un material que es conveniente que vayas preparando con tiempo. Se trata de construir con cartón (no cartulina) una colección de figuras que se conoce como formaedro, por lo menos 6 de cada una, según los modelos que se muestran a continuación. Consultá con tu maestro cómo construirlo y en qué tiempo.

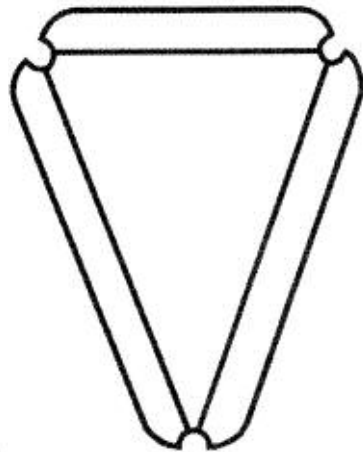
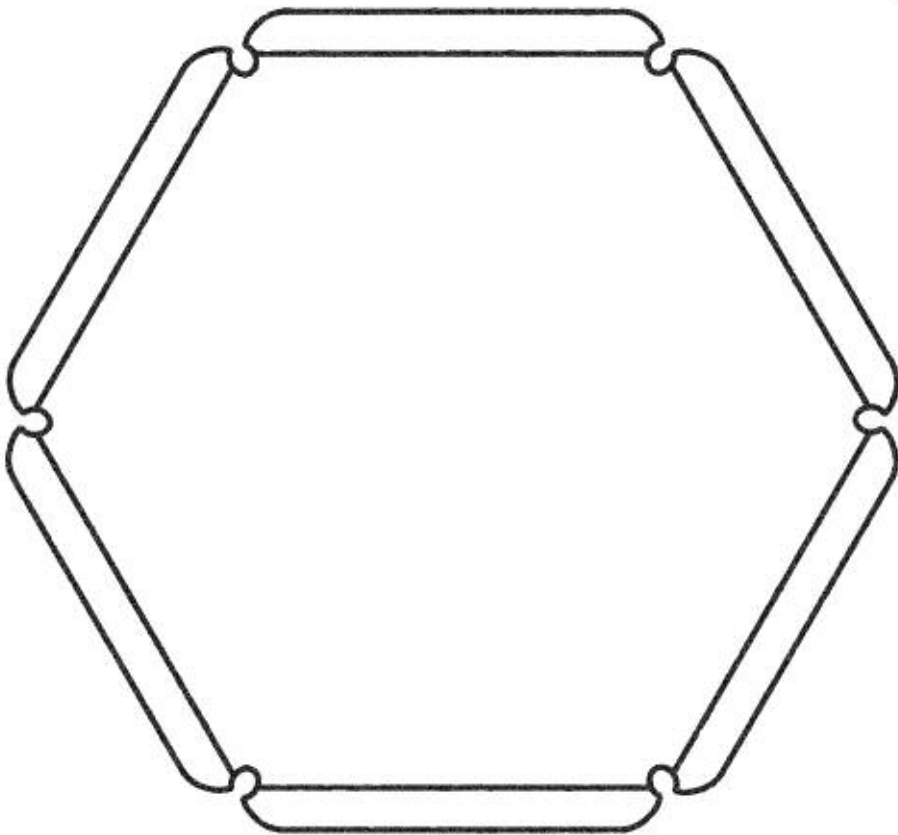
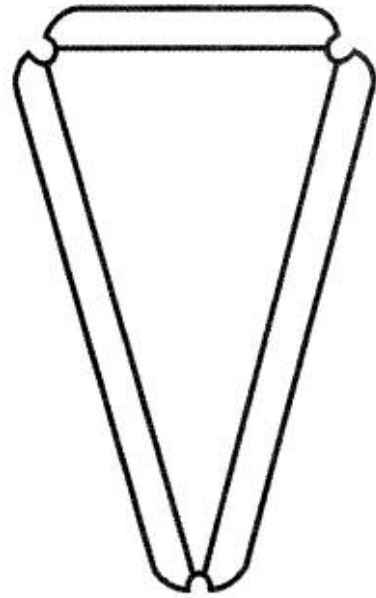
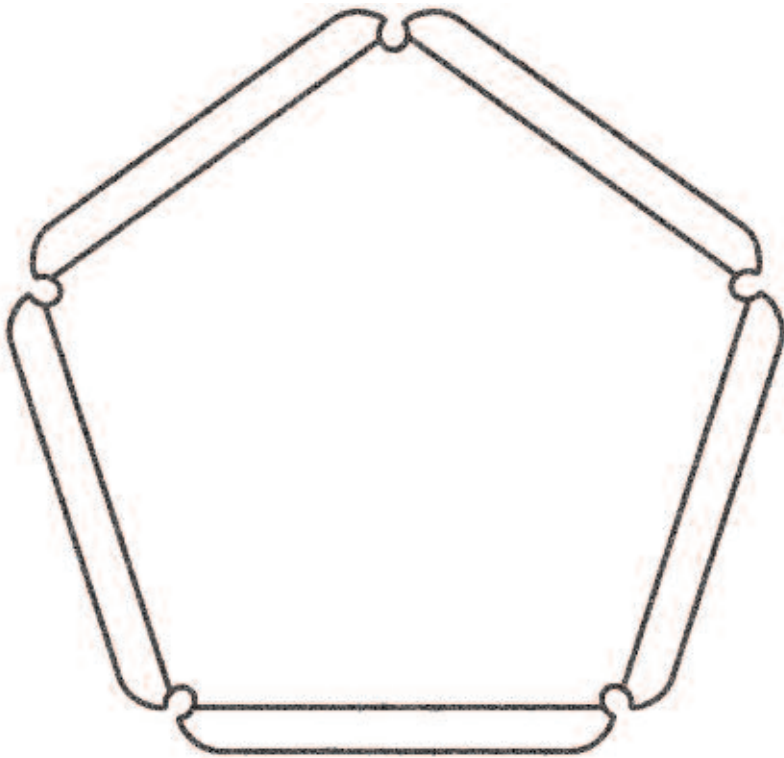
Para orientarte en la construcción de la figura, observá las fotos de la unidad 8, páginas 101 y 102.





UNIDAD 6





UNIDAD 6

DESAFÍOS MATEMÁTICOS



Consultá con tu maestro en qué momento conviene que resuelvas estos problemas de ingenio, curiosidades y juegos; podrás resolver todos o algunos, en tu casa o en la escuela.

1. Construcción de un triángulo

- Dibujá un triángulo isósceles con un ángulo igual a la mitad de un recto.
- Hallá la medida de los otros dos ángulos. Compará tus respuestas con las de tus compañeros. ¿Cuántas soluciones creen que se pueden obtener al resolver este problema? ¿Por qué?

2. Pares y nones

¿Puede ser la suma de los quince primeros números naturales impares igual a la suma de los quince primeros números naturales pares? ¿Por qué?

3. Triángulos en triángulos

- Dibujá en una hoja un triángulo cualquiera. Recortalo. Marcá un segmento que tenga por extremos los puntos medios de dos lados. Doblá el recorte por ese segmento. ¿Cómo son los triángulos que quedaron formados? ¿Por qué?
- ¿Cuántos triángulos como el más pequeño se necesitan para cubrir el más grande? ¿Cómo se puede comprobar?

