

# UNIDAD 5

## Estadística

A través de esta unidad te acercarán a una forma particular de analizar la información que se construye a partir de cantidades y datos numéricos, es decir, informaciones cuantitativas. En la unidad 4 del Cuaderno de Estudio 1 *Ciencias Sociales* se estudian diferentes aspectos de la población del mundo considerando datos cuantitativos: el número total de habitantes, la cantidad de ellos que son varones o mujeres, cuántos nacieron en el lugar donde viven y cuántos no. Por otra parte, en muchas profesiones es necesario disponer de información sobre sucesos que ocurrieron en el pasado para fundamentar las decisiones que se tomen hacia el futuro.

Pensá, por ejemplo, en la situación que podría ocurrirle a un fabricante de ropa. Cada vez que inicia una nueva etapa de producción necesita tener datos acerca de las ventas anteriores: cuántas prendas quedaron sin vender, qué talles fueron los más vendidos y muchos otros datos que le permitirán decidir cuántas prendas confeccionará para la siguiente temporada. Esos datos le resultarán útiles si contienen información sobre la mayor cantidad posible de casos.

Para disponer de información como la que necesitaría el fabricante de ropa, hay que utilizar diferentes procedimientos que consisten en recoger, clasificar, resumir, analizar datos y elaborar conclusiones a partir de ellos. Estos son los temas de los que se ocupa la Estadística. La información recogida de esta manera permite estudiar el comportamiento de alguna característica de cierto conjunto que se denomina población o universo y esa información se reúne en tablas o series estadísticas y se muestra en forma de gráficos u otro tipo de representaciones.

Con la producción de esas herramientas de información, la Estadística contribuye al estudio de algunos problemas que afectan a gran número de personas, como el control de las enfermedades o la disminución de las superficies forestadas.

En esta unidad se presentan algunas nociones de Estadística que te permitirán:

- Interpretar la información presentada en tablas y gráficos que aparece en libros y periódicos.
- Calcular y comunicar información numérica de manera adecuada.
- Aplicar conocimientos matemáticos a otras ciencias como las Ciencias Sociales y Naturales.



### 1. Préstamo de libros

Para iniciar tu contacto con las nociones de Estadística y con su aplicación a distintas situaciones de la vida cotidiana, tomarás como ejemplo la organización de la información sobre el movimiento de libros en una biblioteca escolar.

a) Leé el siguiente caso:

En la escuela de Marisa se prestan, a domicilio, los libros de la biblioteca. Algunos chicos piden libros por un día, otros se prestan por dos o tres días o por una semana.

Los préstamos se anotan en un cuaderno donde se escribe el nombre del libro, el nombre del alumno que lo recibe en préstamo, la fecha, el número de días por el que se lo lleva y la fecha en que lo devuelve. En el cuaderno la información está organizada en un cuadro como este:

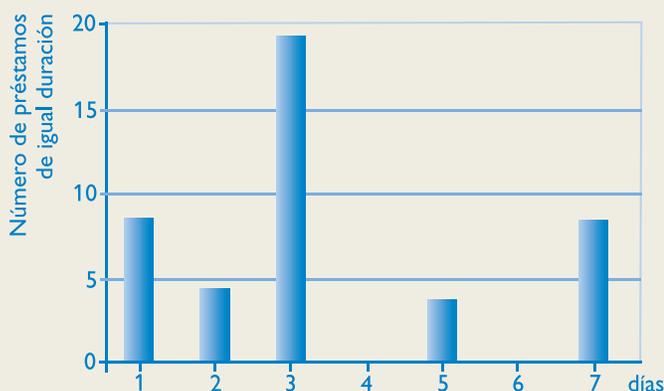
Nombre del libro	Alumno	Fecha de préstamo	Fecha de devolución	Cantidad de días

Hasta el momento, la tarea es realizada por un alumno en forma rotativa, pero como esta tarea implica disponer de mucho tiempo, la maestra de Marisa está pensando en la conveniencia de nombrar un ayudante para manejar los préstamos y registrarlos en el cuaderno. Antes de tomar esa decisión revisó los registros de préstamos anotados y armó una tabla. En la columna de la izquierda puso el número de días por el que se hicieron los préstamos y en la de la derecha, la cantidad de préstamos que tuvieron la misma duración.

La tabla le quedó así:

Duración del préstamo (variable)	Número de préstamos de la misma duración (frecuencia)
Un día	8
Dos días	4
Tres días	19
Cinco días	3
Siete días	8

Después, pensó en una forma de comparar gráficamente la relación entre la cantidad de préstamos y los días de duración. Para representarlo hizo el gráfico que corresponde a la tabla.



El gráfico de barras muestra para cada valor de la variable en estudio (en este caso “Duración del préstamo”) un rectángulo cuya altura es proporcional a la frecuencia con que aparece cada valor y cuya base es el número de días de duración del préstamo.



- Se llama **variable** a una característica que se quiere estudiar y que puede variar por algún motivo, es decir que puede tener distintos “valores”.
  - Se llama **frecuencia** a la cantidad de casos que se registran para cada valor de la variable.
- En Estadística se llama **tabla de frecuencias** a la tabla donde se registra el número de veces que aparece un mismo dato.

En el ejemplo de la biblioteca, la frecuencia es el número de veces que se prestaron libros por el mismo número de días y que figura en la segunda columna de la tabla.

b) Observá nuevamente la tabla de frecuencias y el gráfico de barras y respondé en tu carpeta las siguientes preguntas. Poné como título “Préstamo de libros”.

1. ¿Cuántos libros se devolvieron al día siguiente de llevarlos?
2. ¿Cuántos libros se prestaron por una semana?
3. ¿Cuál es la duración de los préstamos que tiene la mayor frecuencia?
4. ¿Por qué creés que hay tantos préstamos que se hacen por esa cantidad de días?
5. Revisando el cuaderno de préstamos, la maestra vio que casi todos los pedidos por tres días correspondían a los viernes y pensó que era necesario un ayudante para controlar los préstamos y las devoluciones. ¿Creés que el ayudante tendría que colaborar todos los días de la semana o sólo algunos? ¿Por qué?



c) Comentá con tu maestro y tus compañeros tus respuestas a las preguntas del punto anterior.



En esta segunda actividad, vas a trabajar con los datos de una tabla que puede ser útil para organizar la información que se requiere en un análisis estadístico y vas a calcular un valor importante en estos casos: la moda.



## 2. La moda

a) Leé la siguiente situación.

Un fabricante de zapatillas para jóvenes necesita organizar su futura producción. Quiere saber el número de calzado del que le conviene fabricar mayor cantidad de pares de zapatillas.

Al fabricante le informan que puede recurrir a una tabla de valores en la que se encuentra registrada la mayor cantidad de estudiantes que usan un mismo número de calzado. En este caso la tabla corresponde a 1.000 entrevistados.

En estudios de este tipo no se puede entrevistar a toda una población porque implicaría entrevistar a demasiada gente y resultaría muy costoso. Por eso se han creado métodos estadísticos que permiten elegir una **muestra**, es decir, sólo una parte representativa del total de la población, suficientemente confiable para “mostrar” cómo está formada esa población. Por ejemplo, en este caso, la muestra fue un grupo de 1.000 estudiantes.

En la primera fila de la tabla está el número del calzado que usan las personas encuestadas que pertenecen a la muestra de la población de jóvenes y en la segunda fila el número de esas personas que usa cada tamaño de calzado, vale decir, la frecuencia con la que aparece ese tamaño en los 1.000 estudiantes a los que se les preguntó por su número de zapatillas.

Número de calzado	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Frecuencia	10	17	32	52	120	160	180	200	120	60	34	12	3

**b)** Vas a construir ahora un gráfico de barras con los datos de esta tabla. Para ello te será de ayuda volver a mirar el ejemplo de la biblioteca. Trabajá en tu carpeta o en una hoja de papel cuadriculado. Poné como título “La moda” y seguí las instrucciones.

1. Trazá una semirrecta horizontal y otra vertical con el mismo origen.
2. Escribí los números de calzado, del 34 al 46, debajo de la semirrecta horizontal, separados por 1 cm.
3. Sobre la semirrecta vertical poné los números que corresponden a las frecuencias. Te proponemos que uses una escala 1:10, es decir, 1 cm cada 10 personas, u otra que te parezca conveniente.
4. Pintá una barra vertical para la frecuencia de cada número de calzado.



Se llama *gráfico de barras* a aquel gráfico que para cada valor de la variable en estudio muestra un rectángulo con base en una línea con los valores considerados y altura proporcional a la frecuencia.

**c)** Observá el gráfico que dibujaste y respondé:

1. ¿Qué número de calzado aparece con mayor frecuencia?
2. Si tuvieras que aconsejar al fabricante, ¿de qué número le convendría producir la mayor cantidad de zapatillas?

Ya viste que las tablas y los gráficos estadísticos contienen todos los valores de la muestra que se estudió, desde el más elevado al más pequeño. Como es mucha información, en general se busca un solo número que sirva para describir mejor la población estudiada. Los números que pueden cumplir esa función se llaman “valores centrales”. Uno de ellos es el valor que aparece con mayor frecuencia, denominado **moda**. Cuando se han organizado los datos en un gráfico de barras se puede ver claramente cuál es la moda en esa colección, porque está representado por la barra de mayor altura.



El dato que corresponde a la mayor frecuencia se llama **moda**. Si en una muestra hay más de un dato con la mayor frecuencia, hay más de una moda.

En este caso, la mayor de las frecuencias es 200 y corresponde al número de estudiantes que usan calzado 41; es decir que el calzado 41 es la moda. Entonces, conociendo este valor, el fabricante sabe el número del que seguramente se venderá mayor cantidad de zapatillas y, por lo tanto, de qué medida tiene que fabricar más pares.

**d)** En la actividad 1 trabajaste sobre los libros de una biblioteca escolar; en ese caso, ¿cuál fue la moda en la duración de los préstamos?



Además de la moda, hay otras medidas de posición que son “valores centrales” de una muestra y estos valores facilitan obtener información sobre una serie de datos mediante un único número; son ellos el promedio y la mediana.

Antes de avanzar en su estudio verás la importancia de calcular la frecuencia relativa de un dato para tomar decisiones lo más acertadas posible.

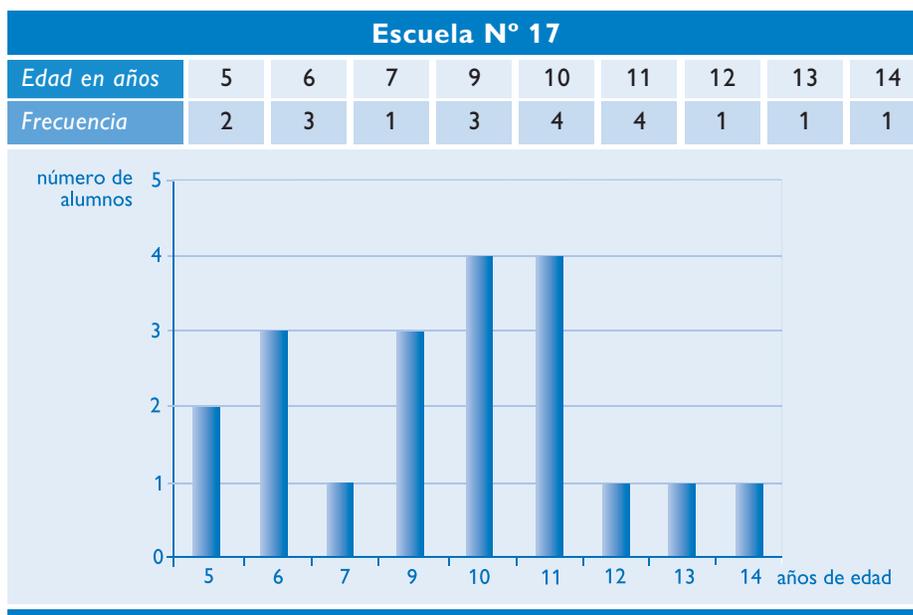


### 3. Frecuencia relativa

La observación de las tablas permite descubrir las características de diferentes poblaciones.

**a)** Leé estas tablas con las edades de los niños de las escuelas de Juana y de Dardo y observá los gráficos correspondientes.





b) Copiá las preguntas que siguen y respondélas en tu carpeta. Poné como título “Frecuencia relativa”.

1. ¿Cuántos alumnos asisten a cada escuela?; ¿cómo encontraste la respuesta?
2. ¿Cuál es la moda para las edades en cada escuela?; ¿dónde encontraste la moda?
3. Si se pueden comprar solamente 10 libros para cada escuela y se decide que 2 de esos libros sean para los niños de 5 años, ¿creés que es una buena decisión para la compra en las dos escuelas? ¿Por qué?

c) Leé la siguiente información que permite profundizar lo que estudiaste.

La frecuencia con la que aparece un dato muestra alguna característica del conjunto que se estudia. Pero es importante relacionar esta frecuencia con el total de datos recogidos para descubrir en qué relación se encuentran.



El cociente entre la frecuencia y el número total de datos se llama **frecuencia relativa**. Este número muestra en qué proporción se repite cada dato respecto del total. La frecuencia relativa se puede anotar como un porcentaje.

Por ejemplo:

- Para los alumnos de la Escuela N° 15 del Nivel Inicial (5 años), la frecuencia relativa se calcula:

$$\frac{\text{frecuencia}}{\text{total de datos}} = \frac{2}{10} = 0,20; \text{ o sea, frecuencia relativa} = 20\%.$$

- Para los alumnos de la Escuela N° 17 del Nivel Inicial (5 años), la frecuencia relativa se calcula:

$$\frac{\text{frecuencia}}{\text{total de datos}} = \frac{2}{20} = 0,10; \text{ o sea, frecuencia relativa} = 10\%.$$

Aunque la cantidad de alumnos del Nivel Inicial es la misma en las dos escuelas, en la N° 15 representa el 20%; en cambio, en la Escuela N° 17 es sólo el 10%, o sea la mitad que en la otra escuela. Por eso lo que podría ser una compra adecuada para una escuela no lo sería para la otra.



*Ya sabés cómo encontrar la moda de una serie de datos. Seguramente en alguna oportunidad calculaste un promedio. En la actividad que sigue vas a retomar el estudio de los valores centrales de una muestra. Además de la moda y el promedio aprenderás a determinar la mediana de una serie y descubrirás la utilidad de cada uno de esos datos.*



## 4. El promedio y la mediana

Es posible que hayas escuchado hablar de “promedios” asociados a las calificaciones escolares. Por ejemplo, cuando el maestro toma una prueba, puede sacar el promedio entre las notas de todos los alumnos. También un agricultor puede estar interesado en conocer el promedio de la cantidad de lluvia que cae o el número de días de sol que hay en determinado lugar en un año. ¿Cómo se obtiene un promedio y para qué sirve saberlo? Un ejemplo podría ser averiguar cuál es la cantidad “promedio” de días de sol que es probable que haya en tu localidad a lo largo de un año, para prever el uso de un panel de energía solar. Una alternativa sería considerar los datos del número de días de sol que hubo en cada uno de los últimos 10 años; esos datos son diferentes para cada año, pero si los sumás todos y dividís el resultado por 10, obtenés el promedio, es decir, el valor que te permite saber lo que necesitás.

- a)** En esta actividad, para calcular el promedio de las edades de los estudiantes de una escuela tenés que sumar las edades de todos los alumnos y dividir el total obtenido por la cantidad de alumnos. Respondé en tu carpeta:
1. ¿Cuál es el promedio de edad en las escuelas N° 15 y N° 17 de la actividad 3? ¿Corresponde a la edad de alguno de los alumnos?
  2. Compará los promedios de las edades de los alumnos de cada escuela. Seguramente notarás que casi no hay diferencia. ¿Eso quiere decir que los chicos que asisten a las dos escuelas tienen edades parecidas? ¿Por qué?
  3. Revisá con tus compañeros la respuesta a esta última pregunta. Lean después el texto que sigue donde se vuelve a considerar el tema.

En el caso analizado, seguramente calculaste el promedio o media de las edades de los niños de la Escuela N° 15 de este modo:

$$\frac{5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 11 + 13 + 13 + 13 + 14}{10} = 9,3$$

Como habrás observado, si bien el promedio de edades de los alumnos de la Escuela N°15 es mayor que 9 años y menor que 10, ninguno de los alumnos tiene esa edad.

En el caso de los alumnos de la Escuela N° 17, el cálculo del promedio se puede hacer con la siguiente cuenta:

$$(5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 1 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 11 \times 4 + 12 \times 1 + 13 \times 1 + 14 \times 1) : 20 = 9,25$$

Aunque los promedios son bastante parecidos para las dos escuelas eso no significa que las edades de los alumnos sean similares ni que el promedio corresponda a la edad de algún alumno.

El **promedio** o **media aritmética** es el valor central más utilizado en los trabajos de Estadística debido a la facilidad de su cálculo y la inmediata interpretación de su significado. Lo más valioso del promedio es que para calcularlo se utilizan todos los valores de la serie; al ser considerados todos, no se pierde ninguna información.

En cambio, en algunos casos, conviene establecer cuál es el valor que corresponde al centro de la serie, es decir, aquel dato que está exactamente en el lugar del medio. De tal modo este valor central, llamado mediana, separa la serie en dos partes de igual número de términos.



El **promedio** o **media aritmética** de un conjunto de datos numéricos es la suma de esos datos dividida por la cantidad de sumandos.



El valor ubicado en el centro de una serie de datos recibe el nombre de **mediana**.

Volviendo al ejemplo de las zapatillas de la actividad 2, los estudiantes encuestados fueron 1.000, y la mediana de esa muestra es 40 porque, como se trata de un número par, los que ocupan el lugar central son los encuestados en el lugar 500 y el 501, calzan el 40 y tienen a 498 jóvenes que calzan menos que 40 y 498 que calzan más.

**b)** Ahora vas a revisar los conceptos de moda, promedio y mediana. Respondé en tu carpeta:

1. En la actividad 3, en el caso de las edades de los alumnos de la Escuela N° 15, ¿cuál es la mediana? ¿Coincide con la moda?
2. ¿Y cuál es la mediana en las edades de los alumnos de la Escuela N° 17? ¿Coincide con la moda?
3. En el caso de los préstamos de libros de la actividad 1, ¿qué número de días corresponde a la mediana? Para tomar la decisión de nombrar o no un ayudante, ¿tiene sentido calcular el promedio?

En síntesis, a través de estas actividades aprendiste a calcular la media aritmética o promedio, la moda y la mediana, que en términos estadísticos se denominan **valores centrales** y representan la serie de datos que se considera. En los tres casos se trata de valores numéricos pero tienen distinta aplicación.

El **promedio** o **media aritmética** es el valor central más utilizado en los trabajos de Estadística debido a la inmediata interpretación de su significado y a la facilidad de su cálculo que resulta de considerar todos los valores de la serie.

Sin embargo, en algunos casos, el valor del promedio puede estar fuertemente influido por los valores extremos de la serie en estudio. Esto ocurre cuando esos valores extremos están muy alejados del promedio. Por ejemplo, en una familia donde la abuela tiene 78 años, la madre 40, el padre 45, la tía 43 y los hijos 5, 8 y 11, los extremos que son 5 y 78 años están muy alejados del promedio que es de 33 años. En este caso, el promedio de edades de los miembros de esa familia carece de representatividad.

La **mediana** y la **moda** no dependen de todos los valores particulares como en el caso del promedio, sino del orden en que aparecen, y resultan de gran interés porque tienen un significado claro que las hace útiles al estudiar la estructura de la serie.



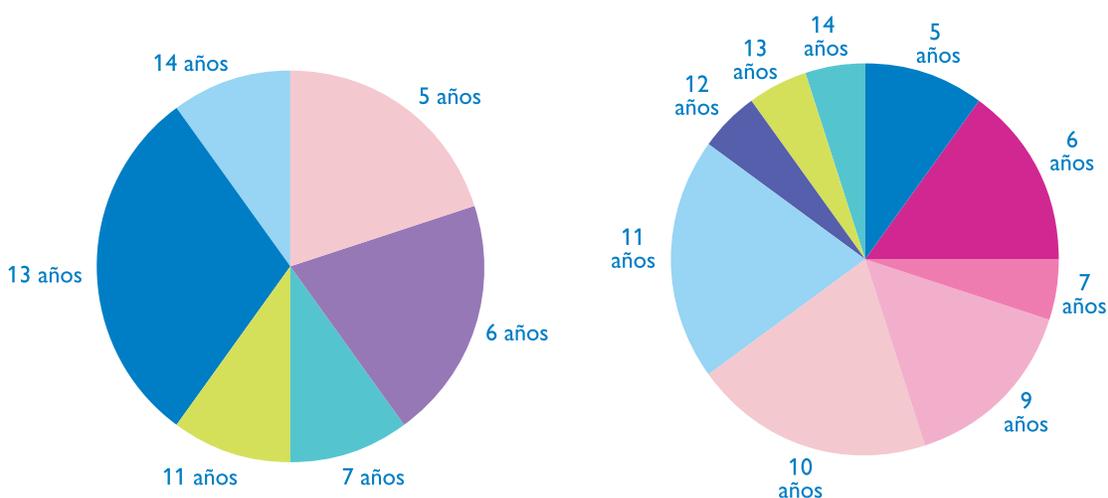
Además de tablas y gráficos de barras, la información que brinda una serie de datos también puede comunicarse mediante **gráficos circulares o de sectores**. Con el propósito de establecer diferencias entre ellos y poder decidir cuándo usar cada uno, la actividad que sigue te propone compararlos.



## 5. Representaciones gráficas



a) Observá los siguientes gráficos: el de la izquierda corresponde a las edades de los alumnos de la Escuela N° 15 y el de la derecha a los de la N° 17. Respondé las siguientes preguntas con algún compañero. No olviden colocar un título adecuado al trabajo.



1. Los sectores correspondientes a cada edad, ¿tienen una superficie proporcional a la frecuencia de ese dato? ¿Cómo podés verificarlo?  
(Recordá lo que estudiaste de proporcionalidad en la unidad 2).
2. Cuando hay que representar una gran variedad de datos, ¿te parece que los gráficos circulares son una buena elección? ¿Por qué? (Para ayudarte a responder pensá, por ejemplo, en una escuela que tuviera alumnos con edades entre los 4 y los 20 años.)



b) Observá nuevamente los gráficos de barras con los que trabajaste en las actividades anteriores y los gráficos circulares y respondé las siguientes preguntas. Si podés, también para estas respuestas, intercambiá tus ideas con un compañero:

1. ¿Cuántos niños menores de 8 años hay en las escuelas N° 15 y N° 17? ¿En qué gráfico se puede obtener esa información?
2. Los gráficos circulares, ¿muestran la misma información que los de barra? ¿Por qué?
3. ¿Qué información “se ve mejor” en cada tipo de gráfico?
4. Si ingresan dos alumnos nuevos a una de las escuelas, ¿qué gráfico te parece más fácil para modificar? ¿Por qué?
5. En la unidad 4 de Ciencias Sociales se estudia la población mundial a través de datos estadísticos y utilizando diferentes formas de representación de la información. ¿Coincide lo allí presentado con tu análisis de los gráficos de las actividades anteriores de esta unidad?



Los ángulos de los sectores circulares son directamente proporcionales a las frecuencias. Los **gráficos circulares** son útiles para mostrar cuál es la proporción entre cada sector y el total, por eso también pueden representarse en porcentajes. Los **gráficos de barras** permiten leer cantidades fácilmente y agregar información, modificando el total sin necesidad de rehacer todo el gráfico.



En la actividad siguiente, tendrás oportunidad de aplicar todo lo que estudiaste en esta unidad de Estadística. Vas a poder comprobar cuánto aprendiste acerca de las distintas formas de organización y representación de datos y de los valores centrales de una serie. No dudes en volver sobre las actividades que resolviste y las explicaciones que se desarrollan a lo largo de la unidad.



## 6. Organización de datos

- a) Resolvé esta situación realizando las consignas que aparecen debajo de la tabla.

Una docente midió la altura de los 30 niños de su clase y obtuvo los siguientes resultados en metros:

1,21	1,28	1,27	1,21	1,22	1,29
1,30	1,24	1,27	1,29	1,23	1,26
1,31	1,21	1,27	1,30	1,22	1,25
1,20	1,28	1,21	1,29	1,26	1,22
1,28	1,27	1,26	1,23	1,22	1,21

- Organizá en tu carpeta una tabla de frecuencias. Calculá la frecuencia relativa de cada valor y expresalo en porcentaje.
- Observá la tabla y respondé:
  - ¿Hay más de una moda?
  - ¿Cuál es la mediana?
  - ¿Cuál es el promedio?
  - ¿Te parece que el promedio es representativo de la población? ¿Por qué?
  - Si tuvieras que representar la serie de datos gráficamente, ¿qué tipo de representación elegirías? ¿Por qué?



**b)** Si es posible, trabajá con un compañero. En la biblioteca de tu escuela seguramente hay libros y revistas donde aparecen gráficos estadísticos. Tal vez, investigando algún tema de Ciencias Sociales o Naturales, hayas considerado alguno. Elijan algunos de esos gráficos y obsérvenlos con atención para responder a estas preguntas, cada uno en su carpeta.

- ¿Qué información brindan los gráficos?
- ¿En qué unidades está expresada la información en cada gráfico?
- A partir de un gráfico, ¿siempre se puede elaborar una tabla de valores? ¿Por qué?
- ¿En qué casos tiene sentido calcular el promedio de los valores? ¿Por qué?

## Para finalizar

En esta unidad exploraste algunas diferencias entre distintas formas de representar series de datos: tablas, gráficos de barras y gráficos circulares. Habrás observado que, aunque la información sea la misma, para mostrarla se la puede organizar de maneras diferentes. Toda representación permite descubrir visualmente lo que se desea comunicar, por eso; para elegir qué tipo de representación es más conveniente para una determinada población, hay que tener en cuenta los aspectos que se quieren analizar.

La frecuencia con la que aparece un dato muestra algunas características del conjunto que se estudia. Pero es importante relacionar esta frecuencia con el total de datos recogidos, vale decir que la frecuencia relativa permite ver la incidencia de una parte en el todo.

También aprendiste a organizar datos y poder así encontrar la moda y el promedio o media aritmética como valores centrales y pudiste observar que no siempre coinciden.

Como habrás podido observar, la moda, el promedio y la mediana de una serie de datos pueden no coincidir y pueden tener diferentes aplicaciones según el propósito de quien se interesa en investigar los datos de una población. De la comparación de los tres valores centrales surgirá un criterio para juzgar la representatividad del promedio en cada caso particular.

## DESAFÍOS MATEMÁTICOS

### 1. Un número curioso

En 1321, un libanés llamado Malba Tahan escribió un hermoso libro que hoy se conoce con el título de *El hombre que calculaba*. En el capítulo XXIII presenta un curioso número: el 142.857. Te sorprenderá observar las cifras de los siguientes productos y compararlas con las del primer factor:

$$142.857 \times 2 = 285.714$$

$$142.857 \times 3 = 428.571$$

$$142.857 \times 4 = 571.428$$

$$142.857 \times 5 = 714.285$$

$$142.857 \times 6 = 857.142$$

$$142.857 \times 7 = 999.999$$

$$142.857 \times 8 = 1.142.856$$

$$142.857 \times 9 = 1.285.713$$

El desafío consiste en que encuentres las particularidades de los productos de 142.857 multiplicado por 10, por 11, por 12 y por 13. Seguramente querrás seguir investigando la serie.

### 2. Otro problema de Malba Tahan

“La quinta parte de un enjambre de abejas se posó en una flor de Kadamba; la tercera parte, en una flor de Silinda; el triple de la diferencia entre estos dos números voló sobre una flor de Krutaja, y una abeja quedó sola en el aire, atraída por el perfume de un jazmín y de un pandinus. Dime, bella niña, ¿cuál es el número de abejas que formaban el enjambre?”

### 3. Alimentos para animales

Una empresa elabora alimentos para animales y envasa su producción en bolsas de 3 kg, 5 kg, 10 kg, 15 kg y 20 kg. En esta oportunidad dispone de 15 toneladas a granel y decide envasar la misma cantidad de alimento por cada tipo de bolsa. ¿Cuántas bolsas de cada tipo venderá la empresa?

### 4. Con las cuatro operaciones

Colocá, entre las nueve cifras siguientes, los signos de las cuatro operaciones aritméticas (+, −, ×, :) en los lugares adecuados, para que resulte una igualdad:

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 100$$

- Hay más de una solución. Jugá con tus compañeros para ver cuántas encuentran.