

UNIDAD 2

Proporcionalidad

Muchas veces habrás escuchado decir que el precio de la fruta depende de la producción en cada temporada, que la cantidad de baldosas para hacer un piso depende de la superficie a cubrir o que la creciente del río depende de la lluvia caída. Todas estas expresiones están relacionadas con la Matemática y a través de las actividades que te invitamos a realizar podrás descubrir por qué. Para ello aplicarás al conocimiento de razones y proporciones, temas de la unidad 1 en los que trabajaste con fracciones y en particular aquellos en los que analizaste familias de fracciones equivalentes. También en esta unidad vas a tener oportunidad de analizar un tipo particular de relaciones: las que se refieren a situaciones de proporcionalidad directa. Aprenderás a representar los datos en tablas y a construir gráficos que te servirán para interpretar esas relaciones.

TEMA 1: CORRESPONDENCIAS NUMÉRICAS



Las actividades 1 y 2 constituyen el tema 1. A través de ellas vas a encontrar distintos ejemplos de relaciones numéricas, vas a reflexionar sobre las operaciones que intervienen en ellas y vas a enterarte de por qué a este tipo de relaciones se las denomina de correspondencia. Consultá con tu maestro cuánto tiempo destinar a resolver estas actividades. Es posible que puedas hacerlo en no más de una semana. Resolvé las actividades que siguen en tu carpeta. No olvides escribir la fecha y el título.

En muchos aspectos de la vida cotidiana se observan situaciones en las que a objetos o personas se les atribuye un determinado número. Por ejemplo, a cada artículo que se vende en el almacén le *corresponde* un número que es su precio. También a cada persona le *corresponde* un número en su Documento Nacional de Identidad. En los dos ejemplos anteriores hay una **correspondencia** entre elementos de la vida real y los números. Así también en situaciones en las que sólo intervienen números, se pueden establecer relaciones de correspondencia. Te presentamos a continuación algunas de esas relaciones.



1. Correspondencias

a) Respondé las preguntas de estas situaciones. Hacé todos los cálculos que necesites.

1. De una pieza de tela de 35 m corto una parte para usarla y guardo el resto. El número de metros que guardo depende del número de metros que corto.

- Si corto 10 metros: ¿cuántos me quedan?
- ¿Y si corto 15 metros?
- ¿Y si corto 21 m?

2. Una empresa se dedica al alquiler de mesas y sillas para la organización de fiestas y reuniones. Ofrecen mesas redondas alrededor de las cuales se pueden sentar 5 personas. El número de mesas depende de la cantidad de personas que asistirán.
- Si las personas son 30, ¿cuántas mesas se necesitarán?
 - ¿Y si son 45?
 - ¿Y si son 60?
3. La distancia que debe existir entre las filas de una plantación de ajos es 50 cm. El número de filas depende de las cabezas de ajo que se quieren plantar.
- ¿Cuántas filas será necesario formar si en cada una entran 25 cabezas de ajo y queremos plantar 200 cabezas?
4. Para plantar 60 frutales en un monte en filas de igual número de árboles, el número de filas depende del número de árboles en cada fila y, recíprocamente, el número de árboles de cada fila depende del número de filas.
- Si se plantan filas de 15 árboles, ¿cuántas filas resultan?
 - Si se hacen 15 filas, ¿cuántos árboles tendrá cada una?

Con los resultados de la situación 4 del punto anterior se puede organizar una tabla como la siguiente, en la que los datos se muestran en correspondencia.

Tabla de una plantación de 60 árboles	
Número de árboles en cada fila	Número de filas
15	4
4	15

Las tablas son una posibilidad de mostrar en cada situación qué número de la segunda columna corresponde a cada número de la primera.

- b) Organiza una tabla como la anterior para cada una de las situaciones que resolviste en a) y completala con los valores que encuentres.



Las tablas que hiciste en el punto b) muestran que dos cantidades varían de tal manera que los valores de una dependen de los valores de la otra. Entonces se puede decir que entre los valores de las dos cantidades hay una **correspondencia**.

c) Leé el siguiente enunciado, resólvolo y luego respondé las preguntas en tu carpeta.

Para pintar las 4 aulas de una escuela hacen falta 20 litros de pintura. ¿Cuánta pintura habrá que comprar si se quiere pintar las paredes de 9 aulas iguales?

1. Explicá cómo hallaste el resultado.
2. Copiá la siguiente tabla y completála con los litros de pintura que corresponde comprar para cada número de aulas.

Número de aulas	Litros de pintura
4	20
1	
9	
3	
2	
6	



En la actividad 1, analizaste situaciones en las que ciertas cantidades dependen de otras. Para resolver los problemas planteados necesitaste aplicar operaciones aritméticas: adición, multiplicación y división. También construiste tablas para analizar las relaciones entre las cantidades en las situaciones de correspondencia.



Para las actividades 3 y 4 vas a necesitar:

- papeles de cualquier tipo,
- una tijera,
- lápiz,
- escuadra.

Andá buscando los materiales.



2. Tablas y gráficos

• • • La variación de la temperatura en una localidad a lo largo de los días

Las situaciones que se plantearon en la actividad anterior no son las únicas de correspondencia. Ahora vas a considerar otras que también pueden analizarse por medio de tablas y gráficos. En esta oportunidad vas a encontrar cantidades que se corresponden aunque no se trate de datos que se puedan obtener a través de cálculos con operaciones aritméticas.

Las temperaturas máximas que se registraron día por día en la ciudad de San Carlos de Bariloche durante la primera semana de abril fueron 8, 14, 13, 12, 15, 9 y 10 grados centígrados (°C). Las mínimas en esos días fueron 5, 3, 0, 8, 2, 5 y 3. Para organizar esos datos también puede construirse una tabla como la que sigue.



Temperaturas de San Carlos de Bariloche Primera semana de abril			
Máximas		Mínimas	
DÍA	GRADOS CENTÍGRADOS	DÍA	GRADOS CENTÍGRADOS
1	8	1	5
2	14	2	3
3	13	3	0
4	12	4	8
5	15	5	2
6	9	6	5
7	10	7	3

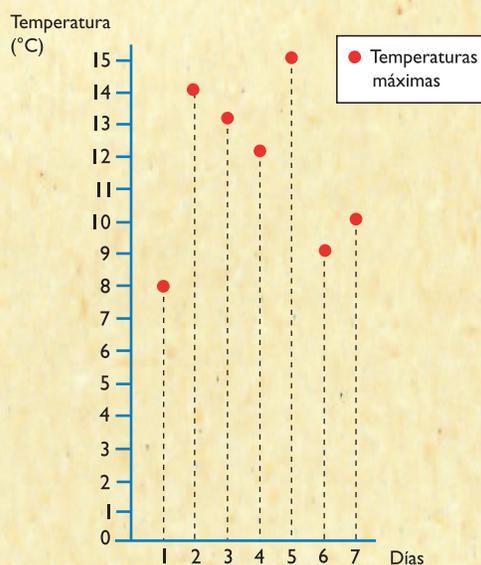
Si bien a cada día le corresponde un valor para la temperatura máxima y otro para la mínima, la diferencia entre las temperaturas de dos días distintos no tiene relación con la fecha. Este es un caso en el que los datos resultan de registros de observaciones y no pueden obtenerse como resultado de cálculos entre los diferentes días.

Como ves:

- En una tabla como la anterior quedan establecidas dos correspondencias: una, entre la fecha y los grados de temperatura máxima; y otra, entre la fecha y los grados de temperatura mínima.
- En la columna de la izquierda se escriben los días, en la columna de la derecha se escriben las temperaturas.
- En cada correspondencia, los valores que quedan escritos en un mismo renglón de la tabla se llaman **correspondientes**.

Los datos también pueden organizarse en un gráfico.

En este gráfico, en el eje horizontal se marcan los días y en el eje vertical, las temperaturas en grados centígrados. De este modo, el punto donde coinciden la vertical que pasa por 1 (que expresa el día) y la horizontal que pasa por 8 °C representa el par de números que son correspondientes en la tabla de temperaturas máximas (1; 8). Del mismo modo se determinan los demás puntos del gráfico.



a) Escribí en tu carpeta como título: “Actividad 2: Tablas y gráficos”. Realizá un gráfico como el anterior y agregale con otro color la representación de los puntos de temperaturas mínimas.

b) A continuación te damos los registros de las temperaturas máximas y mínimas en otras ciudades de nuestro país durante la misma semana. Esta vez no hemos escrito los días en las tablas.

Buenos Aires		Córdoba		Ushuaia		Jujuy		Bahía Blanca	
Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.
20	16	15	13	11	0	27	17	18	12
21	11	23	7	10	3	26	15	22	7
25	16	24	14	13	6	24	16	23	17
26	16	29	16	7	-2	23	16	29	16
26	19	20	14	8	4	27	19	18	10
26	19	20	14	7	3	17	15	24	11
29	20	26	19	8	1	29	19	32	14

- Elegí dos de las ciudades mencionadas en el cuadro.
- Construí para cada una, la tabla de temperaturas máximas y la tabla de temperaturas mínimas. Numerá los días de 1 a 7.
- Construí los gráficos correspondientes a las temperaturas mínimas con un color y en el mismo gráfico marcá, con otro color, los puntos que representan las temperaturas máximas. Podés hacerlo en hojas cuadrículadas. Al realizar los gráficos, tené en cuenta que en cada eje es necesario determinar una distancia que se mantenga constante entre cada uno de los puntos que señales.

c) Observá las tablas y los gráficos y respondé:

- ¿Cuántas temperaturas corresponden a cada día?
- ¿En cuál de esas ciudades se registró la mayor diferencia de temperatura entre la máxima y la mínima de un mismo día? ¿Dónde se observan mejor esas diferencias, en las tablas o en los gráficos?

En las tablas, la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima varía según los días: los valores dependen de los días.

d) Para esta actividad vas a tomar de la tabla anterior sólo los datos de Córdoba. Construí otra tabla que muestre, para cada día, la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima. Por ejemplo, para el día 1, la diferencia es 2 grados centígrados.

e) Representá en un gráfico estas diferencias de temperatura marcando los días en el eje horizontal y las diferencias de temperatura en el vertical.

1. ¿Hay diferencias de temperatura que sean iguales?

f) En las actividades anteriores trabajaste con tablas construidas con registros de temperaturas y tablas construidas con resultados de cálculos. Volvé a mirar los dos tipos de tablas y fijate en las relaciones entre los datos en cada una de ellas. ¿Encontrás alguna diferencia?

Si una correspondencia se obtiene aplicando operaciones aritméticas, el resultado de la segunda columna es **único** para cada valor de la variable en la primera columna.

En cambio, cuando los datos no se calculan a través de esas operaciones, las tablas y los gráficos pueden servir para asignar a cada número de la primera columna **uno** o **más** valores en la segunda columna.

g) Pensá nuevos ejemplos donde puedas trabajar con tablas construidas con registros y otros donde las tablas se construyan con resultados de cálculos.



Hasta ahora viste relaciones de correspondencia y las formas gráficas de representarlas. En las actividades del tema 2, vas a explorar un tipo especial de relaciones numéricas de correspondencia, las de proporcionalidad directa, y vas a conocer sus características y propiedades. Trabajarás con rectángulos que tienen algo en común y por eso forman una familia de rectángulos. Usarás tablas y gráficos para observar cómo varía la correspondencia entre las medidas del ancho y del alto de los rectángulos y aprenderás a caracterizar correspondencias de proporcionalidad.

Consultá con tu maestro qué actividades del tema 2 vas a resolver en la escuela y cuáles en tu casa. También decidan en cuánto tiempo resolver las actividades 3 y 4.

TEMA 2: LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA



3. Una familia de rectángulos

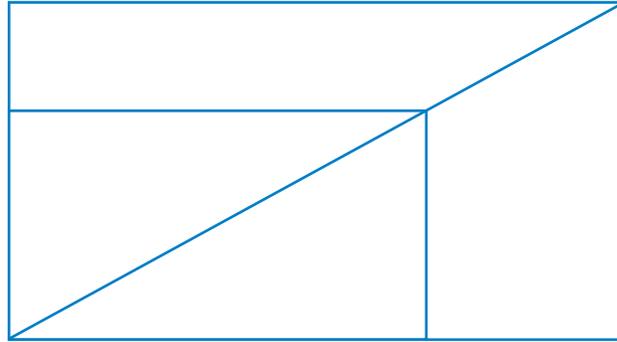
a) En la tabla siguiente te damos las medidas del alto y del ancho de diez rectángulos.

Rectángulo	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀
Alto en cm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ancho en cm	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5

1. Dibujá rectángulos con esas medidas y recortalos. Cuando los hayas recortado dibujales una diagonal y ordená los rectángulos de mayor a menor.

b) Trabajá en tu carpeta. Poné como título: “Actividad 3: Una familia de rectángulos”.

1. Pegá el rectángulo más grande y luego pegale encima los demás en orden, de manera que coincidan sus vértices inferiores y las diagonales como te muestra el dibujo. Seguramente observaste que los vértices de las diagonales quedaron alineados.



c) Escribí en tu carpeta las respuestas a las preguntas que siguen y anotá tus cálculos. A medida que vayas avanzando verás que cada respuesta te sirve para seguir adelante. Si necesitás ayuda conversá con tu maestro.

1. Volvé a mirar los datos de la tabla con mucha atención. Elegí el ancho de un rectángulo y dividilo por la medida de su correspondiente alto para calcular el cociente. ¿Qué número se obtiene?
2. Hacé lo mismo con el ancho y el alto de otro rectángulo de la tabla. ¿Cómo son los cocientes que calculaste? ¿Ocurre lo mismo en todos los casos?
3. Recortá otro rectángulo que también pertenezca a esta familia y tenga 11,25 cm de ancho. Explicá cómo calculás el alto.



d) Leé la siguiente situación y respondé las preguntas que siguen.

Mario y Paula tenían que construir un rectángulo de la misma familia. Se les pidió que explicaran cómo lo podían hacer y esto es lo que respondieron:



1. ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?
 2. Compará tus respuestas con las de tus compañeros y comenten similitudes y diferencias. Consulten las conclusiones con tu maestro.
- e) Imaginá que una persona necesita aprender un procedimiento para construir otros rectángulos de la misma familia.
1. Escribí en una hoja un mensaje con instrucciones para indicarle cómo proceder.
 2. Dale el mensaje a un compañero para probar si puede hacerlo. También mostráelo a tu maestro.

Podés observar nuevamente la familia de rectángulos que pegaste en tu carpeta y ver que los anchos están alineados en una dirección, los altos están alineados en la dirección perpendicular y los vértices correspondientes a las diagonales quedan alineados sobre una recta oblicua. Al dividir el ancho y el alto de cualquier rectángulo de la misma familia habrás encontrado que el cociente es el mismo número. El cociente entre el ancho y el alto de cualquier rectángulo de una misma familia es constante. Se llama **constante de proporcionalidad** y representa esta correspondencia.



4. Otra familia de rectángulos

- a) Dibujá en cualquier papel una familia de ocho rectángulos que tengan las medidas que se indican en la siguiente tabla y recortalos. Escribí en tu carpeta como título: “Actividad 4: Otra familia de rectángulos” y realizá lo que está indicado en cada punto.

Rectángulo	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈
Alto en cm	2	3	4	5	6	7	8	9
Ancho en cm	5	6	7	8	9	10	11	12

1. Ordená los rectángulos de mayor a menor.
 2. Pegá el rectángulo más grande y luego pegá los demás sobre él en orden, de manera que coincidan sus vértices inferiores como hiciste en la actividad anterior.
- b) Observá los números de la tabla. Copiá en tu carpeta las tres fórmulas que siguen y recuadrá la que corresponde a todos los rectángulos de esta familia.

$$\text{Alto} = \text{ancho} + 3$$

$$\text{Ancho} = \text{alto} + 3$$

$$\text{Ancho} = \text{alto} - 3$$

c) Compará el rectángulo R_1 con el último (R_8) y resolvé las consignas que siguen en tu carpeta.

1. Los rectángulos R_1 y R_8 , ¿tienen la misma forma?
2. Dividí el ancho por el alto de estos rectángulos elegidos. ¿Se obtiene el mismo número?
3. Elegí otro par de rectángulos. Compará los cocientes entre el largo y el ancho. ¿Ocurre lo mismo con el ancho y el alto de cualquier par de rectángulos de esta familia?

d) Observá la familia de rectángulos de la actividad 3 y la familia de rectángulos de esta actividad. Contestá en la carpeta: ¿se puede decir para alguna de las dos que todos los rectángulos que pertenecen a la misma familia tienen la misma forma? ¿Por qué?

Seguramente observaste que los rectángulos de la actividad 3 tienen igual forma pero distinto tamaño. En cambio, en la familia de rectángulos de la actividad 4 se ve que el primero es mucho más alargado que el último, que se parece a un cuadrado.



Conversá con tu maestro sobre cómo te vas a organizar para resolver las actividades siguientes.



5. La familia de los cuadrados

En esta actividad vas a trabajar con una familia de rectángulos muy particular: la familia de los cuadrados. Vas a estudiar la relación que vincula el lado del cuadrado con su perímetro.



El perímetro de una figura es la medida de su contorno.

a) Copiá la tabla en tu carpeta y completala.

En la primera fila se encuentran las medidas de los lados de los cuadrados que en general llamamos x . En la segunda fila, con la letra y , están los perímetros de los cuadrados C_1 y C_2 .

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}
Medida del lado en cm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Perímetro en cm (y)	4	8								

b) Copiá también las siguientes fórmulas y recuadrá la que corresponde a esta tabla.

$$x + 4 = y$$

$$y \cdot x = 4$$

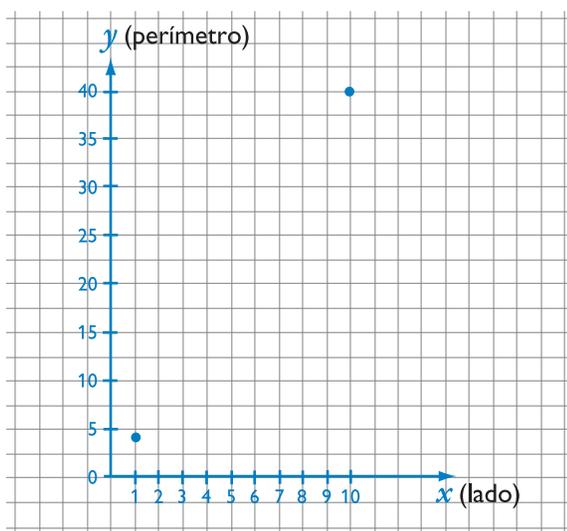
$$y = 4 \cdot x$$

En esta actividad hemos usado la letra x para identificar la medida del lado del cuadrado y la letra y para el perímetro.



De ahora en adelante usaremos siempre la letra x para nombrar la cantidad variable cuyos datos se conocen y que denominamos variable **independiente**, y la letra y para la variable cuyo valor es **dependiente** de x .

c) Copiá sobre papel cuadriculado un par de ejes como los de este gráfico donde las medidas de los lados de los cuadrados (x) se representan en el eje horizontal y los perímetros (y) en el eje vertical. Marcá en el gráfico los puntos que indican los pares (lado; perímetro) correspondientes. Los puntos marcados, ¿están alineados?



d) Observá nuevamente la tabla anterior y dividí el perímetro de cada cuadrado por la medida de su lado. ¿Cómo son los resultados obtenidos? Compará tus resultados con los de tus compañeros. ¿Qué conclusiones podés sacar?

Habrás observado que al dividir el perímetro de cualquier cuadrado por la medida de su lado, el resultado siempre es 4 y en el gráfico los puntos indicados por pares correspondientes están alineados sobre una recta a la que también pertenece la intersección de los ejes.

Hasta ahora usaste tablas y gráficos para analizar correspondencias en familias de rectángulos. En algunos casos identificaste la **fórmula** correspondiente.

Estableciste un tipo de correspondencia en el que el cociente es constante para cualquier par de la tabla, como en el caso de la primera familia de rectángulos y en la relación entre el lado y el perímetro del cuadrado, y también pudiste observar que hay otras correspondencias en las que eso no sucede.



- Si en una **tabla**, al dividir cada valor de y por su correspondiente x se obtiene siempre el mismo número, llamado **constante de proporcionalidad**, diremos que la tabla representa una correspondencia **directamente proporcional**.
- Si en el **gráfico**, todos los puntos pertenecen a una misma recta que pasa por la intersección de los ejes, diremos que el gráfico representa una correspondencia **directamente proporcional**.



Para realizar la actividad 7 tenés que ir consiguiendo entre 6 y 10 hojas de distinto tamaño de una misma planta del lugar en que vivís y una hoja de papel milimetrado o cuadriculado. Recordá preparar este material antes de comenzar con esa actividad.



6. Multiplicaciones y proporciones

En la siguiente actividad vas a explorar las tablas de multiplicar. Imaginá esta situación: Martín observa a su hermano que completa tablas de multiplicación y se pregunta: ¿estará usando tablas de proporcionalidad? Veamos cómo puede contestar Martín a su pregunta.

a) Trabajá en tu carpeta, copió las tablas de multiplicar por 7 y por 12 y completalas.

b) Respondé las siguientes preguntas.

x 7	
1	7
2	14
3	21
4	
5	
6	
7	
8	
9	

x 12	
1	12
2	24
3	36
4	
5	
6	
7	
8	
9	

1. En cada tabla, ¿qué ocurre con los números de la segunda columna cuando aumentan los de la primera?
2. En la tabla del 7, si sumás 4 y 5 de la primera columna, da 9; ¿le corresponde el resultado de $28 + 35$ en la otra? En cualquier tabla de multiplicar ¿sucede lo mismo con todas las sumas? Comprobalo.
3. En todas las tablas, a 8, ¿le corresponde el doble que a 4? Y a 9, ¿le corresponde el triple que a 3?
4. Elegí una tabla de multiplicar. Dividí cualquier número de la segunda columna por el que le corresponde en la primera y probá con otros números de la misma tabla. ¿Se obtiene siempre el mismo número?
5. De acuerdo con lo que observaste acerca de las tablas, ¿cuál pensás que será la respuesta de Martín? Escribila en tu carpeta y explicá por qué.

c) Vas a seguir explorando correspondencias de proporcionalidad directa. Recordá que una fracción indica el cociente entre dos números enteros. Escribí en tu carpeta las respuestas a las actividades siguientes.

1. Elegí dos números de la primera columna de cualquier tabla de multiplicar y escribí en forma de fracción el cociente entre esos dos números. Formá otra fracción con los números correspondientes de la segunda columna de la tabla, en el mismo orden. Por ejemplo, si trabajaste con la tabla del 7: $\frac{5}{8}$ y $\frac{35}{56}$. Las dos fracciones que formaste con los números que elegiste, ¿son equivalentes? ¿Por qué?



Dos fracciones son equivalentes si indican el mismo cociente.

2. Hacé lo mismo con otro par de números de una columna y sus correspondientes en la otra. Las fracciones que obtuviste, ¿son equivalentes? Explicá por qué.



d) ¿Sucedé lo mismo en todas las tablas de multiplicar, con cualquier par de números y sus correspondientes? Probá con los números de la tabla del 12. Compará tus respuestas con las de otros compañeros y comenten similitudes y diferencias. Después muestren sus conclusiones al maestro.



En las actividades anteriores trabajaste con formas geométricas y con tablas de multiplicar. A continuación analizarás ejemplos de situaciones que podés encontrar en la naturaleza. Vas a estudiar las correspondencias largo-ancho de las hojas de una misma planta. Tendrás que trabajar con el material que se te solicitara para esta actividad. Consultá con tu maestro si vas a trabajar solo o con algún compañero.



7. La proporcionalidad en la naturaleza

a) Ordená las hojas de la planta que elegiste de menor a mayor. Pégalas o dibujá el contorno sobre la hoja de papel milimetrado. Tratá de no superponerlas para poder trabajar sobre el dibujo.

b) Medí, con la mayor precisión posible, el ancho máximo de cada hoja y la respectiva altura. Registrá esos datos en tu carpeta, en una tabla como esta. Recordá que tenés que escribir el número de actividad y un título adecuado.

Altura x (cm)										
Ancho y (cm)										

c) Usá una hoja cuadrículada para representar, en un gráfico de ejes perpendiculares, los datos de la tabla y respondé las consignas.



Si necesitás consultar el tema de los gráficos y las tablas, recurrí a la actividad 2 de esta unidad.

1. Los puntos del gráfico, ¿están aproximadamente alineados?
2. Para cada una de las hojas que mediste, dividí la altura por el ancho. El cociente, ¿es aproximadamente el mismo para todas las hojas?

Al hacer las preguntas anteriores se usó la palabra “aproximadamente” porque se trata de mediciones experimentales que nunca pueden ser exactas porque están influidas por la precisión del instrumento que se use para medir y la habilidad de quien hace las mediciones.



8. Analizando correspondencias



Antes de empezar, si te parece necesario revisá en las actividades anteriores cuáles son las características que diferencian las correspondencias de proporcionalidad directa y qué se puede hacer para reconocerlas.



Como actividad de cierre de esta unidad, te proponemos que analices oralmente con tus compañeros y tu maestro las siguientes correspondencias e identifiques las que son de proporcionalidad directa y las que no lo son.

- El peso y el precio (a mayor peso, mayor precio).
- El número de metros que restan de una soga de 25 m cuando se la corta según cierta longitud (a corte más largo, menor resto).

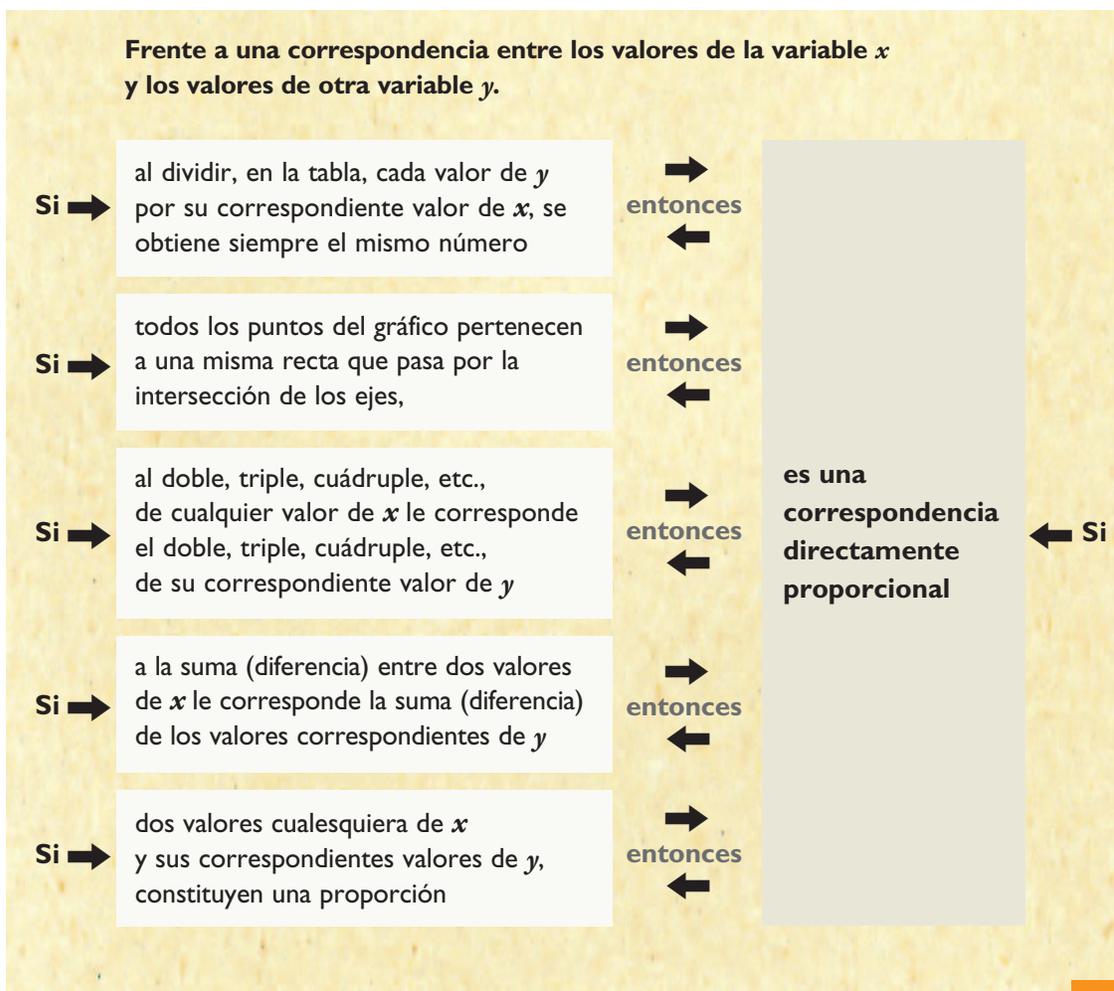
Corto (m)	10	15	17	20
Restan (m)	15	10	8	5

- El tiempo de trabajo y el sueldo de un trabajador (a mayor tiempo, mayor sueldo).
- El espacio con la velocidad (recorremos mayor distancia si vamos a mayor velocidad).
- El espacio con el tiempo (recorremos mayor distancia en mayor tiempo).
- El largo y el ancho de rectángulos semejantes (el cociente ancho-largo es constante).

Para finalizar

A medida que fuiste realizando las actividades habrás aprendido que existen relaciones de correspondencia y que todas pueden ser representadas en tablas y gráficos. Entre ellas, estudiaste las correspondencias de proporcionalidad directa, a través del caso de los rectángulos o de las tablas de multiplicar. En esas actividades se explicó cómo identificarlas, interpretando las tablas y gráficos que las representan.

Estas relaciones ocupan un lugar importante en el desarrollo de la Matemática. En las unidades siguientes verás que se encuentran en otros temas. Para centrar la atención en algunos aspectos muy importantes te presentamos este cuadro síntesis. Leelo con atención, analízalo y comentalo con tus compañeros y tu maestro. Si encontraras partes que no entendés, consultalas y comentalas con ellos.



Es posible que en próximas unidades necesites recurrir a este cuadro para recuperar las características que en él se sintetizan. Podés organizar con el maestro y tus compañeros cómo hacer para tenerlo disponible en otras ocasiones.

DESAFÍOS MATEMÁTICOS

1. Etiquetas rectangulares

Aquí se presentan las formas y medidas de las etiquetas adhesivas más usuales.

a) Dividí el ancho por el alto para calcular la relación en cada caso. Esa relación te permitirá distinguir cuántas formas diferentes hay.

b) Completá la tercera columna de la tabla.

Etiqueta	Medidas (mm)	Relación
A	8 x 12	
B	12 x 18	
C	15 x 22	
D	18 x 27	
E	22 x 32	
F	24 x 38	
G	33 x 47	
H	40 x 60	
I	31 x 85	
J	50 x 100	

c) Analizá qué parejas de etiquetas se pueden unir por un lado para obtener otra etiqueta.

d) Recortá rectángulos con las medidas de las etiquetas cuyas razones sean iguales y colocalas una sobre otra de modo que coincidan uno de sus vértices y un par de lados consecutivos. Trazá la diagonal que pase por ese vértice y observá qué sucede con ellas.

2. Números capicúas

Los números capicúas son los que se leen igual de izquierda a derecha y de derecha a izquierda. Por ejemplo, 151 es un número capicúa.

Antes del siglo IX en la India ya conocían la escritura posicional de los números. Esta escritura permite escribir números capicúas, cosa que no sucede con otros sistemas numéricos, como el de los romanos. Observá este número: 12.345.654.321. Este podría ser el primer número capicúa del cual se ha encontrado documento. En una de las obras del matemático indio Mahaviracharya, escrita hacia 850 d.C., aparece este número como resultado de unos cálculos con el nombre de “el número que comienza por 1, aumenta hasta 6 para luego disminuir ordenadamente”.

Se pueden formar números capicúas a partir de uno dado, sumando a un número el que resulta de invertir sus cifras. Si no te resultara en la primera prueba, al resultado sumale su forma inversa. Este es un ejemplo:

$$\begin{array}{r} + 152 \\ 251 \\ \hline 403 \end{array}$$

No es capicúa

$$\begin{array}{r} + 403 \\ 304 \\ \hline 707 \end{array}$$

¡Este sí!

Probá con otros números y proponé a tus compañeros escribir la cantidad que decidas de números capicúas, ordenados de forma creciente. Vean al final cuántos les quedaron.

3. Palabras y frases

Así como hay números que se pueden leer igual de izquierda a derecha como de derecha a izquierda también hay palabras y frases que se pueden leer en los dos sentidos. Son los **palíndromos**.

Los primeros palíndromos se atribuyen al poeta griego Sóctades (siglo III a.C.) y muchos escritores los han usado en algunas de sus obras, como Julio Cortázar, gran escritor argentino del siglo XX, quien comienza su cuento "Lejana" con el siguiente palíndromo:

¡TALE, DEMONIACO CAÍN, O ME DELATA.

Las siguientes palabras son palíndromos: reconocer, rodador, ananá, Neuquén, abatataba. Comprobá si también son palíndromos las siguientes frases:

SÓLAR AÑOS.
 ANA LAVA LANA.
 LA RUTA NATURAL.
 ¡A NO DAR A MARADONA!
 ¿CASO TUBO BUENOS ACÁ?
 SÓLO DI SOL A LOS ÍDOLOS.

Busquen más palabras y frases que sean palíndromos, y chequeen que cumplan verdaderamente con las características de un palíndromo.