

VOLUMEN

¿Y si te dieran dos cubos similares y te preguntan cuál es el factor de escala de sus caras? ¿Cómo encontrarías sus áreas de superficie y sus volúmenes? Después de completar éste concepto serás capaz de utilizar la Formula de Superficie de Área y la Fórmula de Volumen para resolver problemas como éste.



Primero vamos a dar algunas definiciones:

Poliedros:

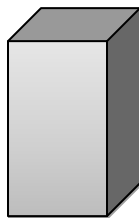
Un poliedro es un cuerpo sólido limitado por superficies que son polígonos. Estos polígonos se denominan caras de los poliedros; el lado común entre dos caras se denomina **arista** y el punto donde concurren tres o más aristas se denomina **vértice**. A continuación se muestra un poliedro cuyas caras son cuadrados

CUBO

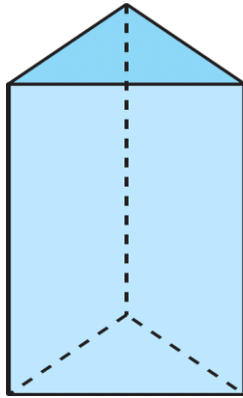


Un paralelepípedo o prisma es un poliedro que tiene dos caras paralelas denominadas bases y las otras caras son paralelogramos

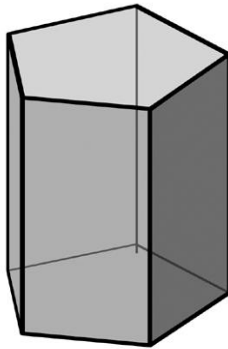
PARALELEPIPEDO



PRISMA TRIANGULAR, sus bases son triángulos



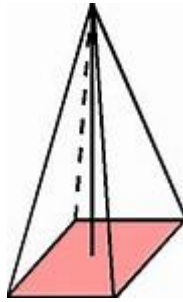
PRISMA PENTAGONAL, sus bases son pentágonos



PIRÄMIDE TRIANGULAR



PIRÄMIDE TETRAGONAL,su base es un cuadrilátero



Dos formas son similares siempre y cuando todos sus ángulos sean congruentes y todos sus lados proporcionales. **Dos sólidos son similares** si son el mismo tipo de sólido y si sus correspondientes radios, alturas, longitudes de base y anchuras sean proporcionales.

Superficies de Sólidos similares:

En dos dimensiones, cuando dos formas son similares, la relación de sus áreas es el factor de escala al cuadrado. Ésta misma relación se mantiene en tres dimensiones también.

Fórmula de Superficie de Área: Si dos sólidos son similares con un factor de escala de $\frac{a}{b}$ entonces las áreas de superficie están en una relación de $(\frac{a}{b})^2$.

Los volúmenes de sólidos semejantes:

Al igual que el área de superficie el volumen de sólidos similares tiene una relación con el factor de escala.

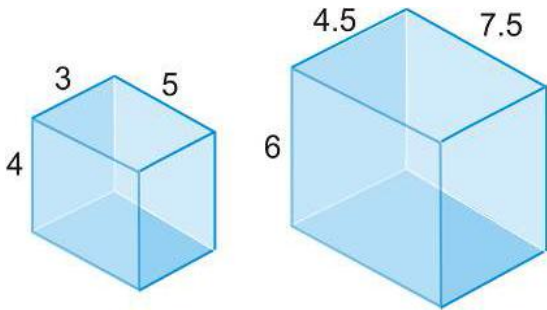
Fórmula de volumen: Si dos sólidos son similares con un factor de escala de $\frac{a}{b}$ entonces sus volúmenes se encuentran en una proporción de $(\frac{a}{b})^3$

Resumen

	Razón	Unidades
Factor de Escala	$\frac{a}{b}$	Pulg, pies, cm, m, etc.
Fórmula de superficie de áreas	$(\frac{a}{b})^2$	Pulg ² ,pie ² ,cm ² ,m ² , etc.
Fórmula de Volumen	$(\frac{a}{b})^3$	Pulg ³ ,pie ³ ,cm ³ ,m ³ ,etc

Ejemplo A

¿Son los dos cubos rectangulares similares? ¿Cómo lo sabes?

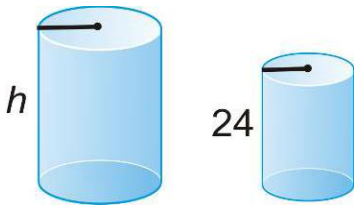


Respuesta: $\frac{\text{cubo pequeño}}{\text{cubo grande}} = \frac{3}{4,5} = \frac{4}{6} = \frac{5}{7,5}$

La relación entre los números de ambas nos indica que los dos cubos son similares.

Ejemplo B

Dos cilindros similares se encuentran abajo. Si la relación de las áreas es 16:25, ¿Cuál es la altura del cilindro más alto?



En primer lugar tenemos que tomar la raíz cuadrada de la relación de área para encontrar el factor de escala $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$. Establezca una ecuación para encontrar h.

$$\frac{4}{5} = \frac{24}{h} \quad 4h = 120$$

Respuesta: h=30unid.

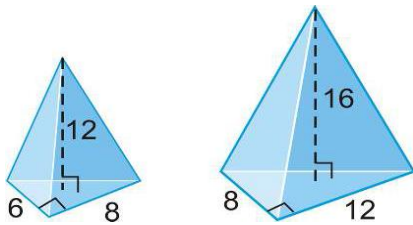
Ejemplo C

Dos esferas tienen radios con una relación de 03:04. ¿Cuál es la relación de sus Volúmenes?
Si elevamos al cubo a 3 y 4 tendremos los volúmenes.

Respuesta: 3³:4³ 27:64

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determinar si las dos pirámides son similares



Empareja las partes correspondientes.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{12}{16} \quad \text{sin embargo} \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: Estas pirámides no son similares

2. Utilizando los cilindros del Ejemplo B, si el área del cilindro pequeño es $1536\pi\text{cm}^2$ ¿Cuál será el área del cilindro grande?

$$\frac{16}{25} = \frac{1536\pi}{A}$$

$$16A = 38,400\pi$$

Respuesta: $A = 2400\pi\text{cm}^2$

3. Si la relación o razón de los volúmenes de dos cubos similares es 125:8, ¿Cuál es el factor de escala?

Saca la **raíz cúbica** de 125 y 8 para encontrar el factor de escala.

$$\sqrt[3]{125} : \sqrt[3]{8} =$$

Respuesta: 5:2

4. Un prisma octogonal con lado de la base 35mm, apotema de la base 20mm y altura 68mm. ¿Cuál es su volumen?

$$V = A_b \cdot h =$$

$$A_b = \frac{n \cdot s \cdot a}{2} = \frac{8 \cdot 35 \cdot 20}{2} = 2800\text{mm}^2$$

$$V = 2800 \cdot 68 = 190400\text{mm}^3$$

Respuesta: $V = 190400\text{mm}^3$

5. Una pirámide tiene como base un cuadrado de lado 15cm y tiene un volumen de 450cm^3 . ¿Cuál es la altura de dicha pirámide?

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} \quad \text{despejando } h = \frac{3V}{A_b} = \frac{3 \cdot 450}{225} = 6\text{cm}$$

$$A_b = (15)^2 = 225\text{cm}^2$$

Respuesta: $h = 6\text{m}$

6. Determina el volumen de una pirámide pentagonal de lado 5 cm, apotema de la base 3cm y altura 7cm

$$V = A_b \cdot h / 3 \quad A_b = \frac{n \cdot s \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3}{2} = 37,5\text{cm}^2$$

$$V = \frac{37,5 \cdot 7}{3} = 87,5\text{cm}^3$$

Respuesta: $V = 87,5\text{cm}^3$

7. Determina el volumen de un paralelepípedo de aristas a, b y c

$$V = A_b \cdot h$$

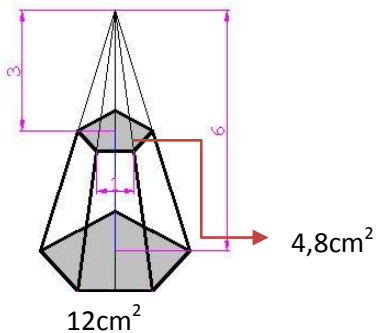
$$A_b = a \cdot b \quad \text{y } h = c$$

Respuesta: $V = a \cdot b \cdot c$

8. Determina el volumen de un cubo de arista a

Respuesta: $V = a^3$

9. Determina el volumen de la pirámide truncada.



$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ determinamos la diferencia del volumen de la pirámide grande y la pequeña

$$V_2 = 12 \cdot 10 / 3 = 40 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = 4,8 \cdot 4 / 3 = 6,4 \text{ cm}^3$$

$$V = V_2 - V_1 = 40 - 6,4 = 33,6 \text{ cm}^3$$

Respuesta: $V = 33,6 \text{ cm}^3$

10. ¿Cual es el volumen del paralelepípedo de medidas 30m x 60m x 8m)?

$V = A_b \cdot h$ donde asumimos $h = 30 \text{ m}$

$$A_b = 60 \cdot 8 = 480 \text{ m}^2$$

$$\text{Luego } V = 480 \text{ m}^2 \cdot 30 \text{ m} = 14400 \text{ m}^3$$

Respuesta: $V = 14400 \text{ m}^3$

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-05-24

Glosario

Poliedros. Son cuerpos sólidos limitados por superficies que son polígonos

Caras de un poliedro. Son las superficies de los polígonos que los forman.

Arista. Es el lado común entre dos caras del poliedro.

Vértice. Es el punto donde concurren tres o más aristas de un poliedro

Factor de escala. Es la relación entre las dimensiones de dos figuras, áreas o sólidos similares.

Otras Referencias

<http://www.vitutor.com/geo/esp/vEvaluacion.html>

<http://www.vitutor.com/geo/esp/vActividades.html>

