

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Teoría de Conjuntos

CONJUNTO: De nuestra experiencia de la vida diaria adquirimos, intuitivamente la noción de "conjunto". Por ello en matemática se considera este concepto como primitivo. Así que simplemente diremos que un conjunto es la reunión, colección o agrupación de objetos de cualquier naturaleza.

ELEMENTOS DE UN CONJUNTO: A los objetos que componen un conjunto se les denomina ELEMENTOS de un conjunto.

NOTACIÓN DE CONJUNTO: A los conjuntos los denotaremos con letras mayúsculas cualesquiera y sus elementos los agruparemos entre una llave separando cada uno por una coma, así podríamos llamar conjunto "A" al conjunto formado por los días de la semana y escribirlo como:

$$A = \{ \text{domingo, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado} \}$$

PERTENENCIA: Dado un conjunto cualquiera A , si x es un elemento de A , escribiremos $x \in A$ lo cual leeremos: x "pertenece a" A o x "es un elemento de" A . Por el contrario si x no es un elemento de A lo escribiremos $x \notin A$

SUBCONJUNTO: " A " es subconjunto de " B " si todo elemento de " A " lo es también de " B ", esto es:

$$\text{Notación: } A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$$

Ejemplo:

Los números naturales $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ es subconjunto de $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ también podemos decir que $T = \{0, -1, 1, 4, 2, \dots\}$ es un subconjunto de \mathbb{Z} .

En ambos casos se escribe $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ y $T \subset \mathbb{Z}$ y se lee \mathbb{N} "contenido en" \mathbb{Z} o T "contenido en" \mathbb{Z} .

Los siguientes símbolos significan:

\subset	"contenido en" o "es subconjunto de"	\subseteq	"contenido o igual a" o "es subconjunto o igual a"	$\not\subset$	"no está contenido" o "no es subconjunto de"
\supset	"contiene a"	\supseteq	"contiene o es igual a"	$\not\supset$	"no contiene"

Nombra al menos 6 subconjuntos contenidos en $B = \{0, 2, 3, 4\}$

DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

Un conjunto está determinado por **EXTENSIÓN** cuando se nombran todos y cada uno de sus elementos.

Ejemplos:

$A = \{ \text{domingo, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado} \}$

$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$C = \{ \text{amarillo, verde, blanco, violeta, triángulo} \}$

$D = \{ \text{vista, gusto, oído, tacto, olfato} \}$

$E = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Un conjunto está determinado por COMPRENSIÓN cuando sus elementos se caracterizan mediante una propiedad o característica común.

De los ejemplos anteriores:

$$A = \{x/x \text{ son los días de la semana}\}$$

$$B = \{x/ x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leq x \leq 9\}$$

$$D = \{x/x \text{ son los sentidos}\}$$

$$E = \{x/ x \in \mathbb{Z} \wedge -5 \leq x \leq 3\}$$

CONJUNTOS ESPECIALES

- (1.) **Conjunto Nulo o Vacío:** Conjunto que no tiene elementos. Este conjunto tiene la particularidad de ser subconjunto de todo conjunto y es denotado por \emptyset .
- (2.) **Conjunto Unitario:** Es aquel que tiene un solo elemento.

Ejemplo: $D = \{0\}; Y = \{m\}; L = \{-4\}$

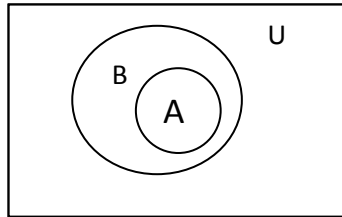
- (3.) **Conjunto Universal (U):** Es aquel conjunto que contiene todos los demás conjuntos, simbolizado por la letra U .
- (4.) **Conjunto de partes:** Conjunto formado por todos los subconjuntos que es posible formar con un conjunto dado, incluyendo el conjunto vacío y el propio conjunto. Si un conjunto tiene “ n ” elementos, el conjunto de las partes tiene 2^n elementos.

Ejemplo: Del conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ simbolizamos el conjunto de partes con $P(A)$ y es:

$$P(A) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\} \}$$

DIAGRAMA DE VENN: Los diagramas de Venn permiten visualizar gráficamente las nociones conjuntistas y se representan mediante círculos inscritos en un rectángulo. Los círculos corresponden a los conjuntos dados y el rectángulo al conjunto universal.

Ejemplo: si queremos representar que $A \subset B$, tenemos:

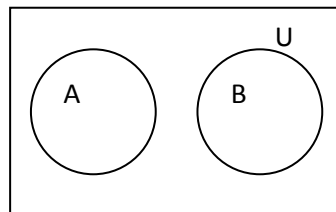


Ejemplo:

$A = \{2,4,5\}$, $B = \{1,2,3,4,5,6\}$, entonces $A \subset B$ "A es subconjunto de B".

CONJUNTOS DISJUNTOS: Dos conjuntos son disjuntos si no tienen elementos comunes.

Gráficamente:



Ejemplo:

$A = \{1,3,8\}$, $B = \{2,4,9\}$; A y B son conjuntos disjuntos.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Nombra al menos 3 conjuntos que se puedan escribir por comprensión

2. Expresa los siguientes conjuntos por Comprensión:

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 3, 1, 2, 4, -3, -6, 5\}$$

$$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$$

$$D = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$$

$$E = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

$$F = \{-24, -22, -20, -18, -16, -14, -12, -10, -8, -6, -4, -2\}$$

$$G = \{\text{enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre}\}$$

3. Nombra al menos 3 conjuntos que se puedan escribir por extensión

4. Expresa los siguientes conjuntos por Extensión:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / -8 \leq x \leq -3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -\frac{7}{2} < x < 12\}$$

$$C = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge 3x \leq 15\}$$

$$D = \{x / x \text{ es par} \wedge 9 < x \leq 20\}$$

$$E = \{x / x \text{ es múltiplo de tres} \wedge 6 \leq x < 31\}$$

$$F = \left\{x \in \mathbb{Z} / \frac{5}{2} < x < 18\right\}$$

$$G = \left\{x / x \in \mathbb{Z}_- \wedge x > -\frac{27}{2}\right\}$$

$$H = \{x/x \text{ es mi hermano}\}$$

$$I = \{\text{Materias de mi curso}\}$$

$$J = \{x/x \text{ es una letra del alfabeto}\}$$

5. Dado el conjunto $P = \{x \in \mathbb{N} / x < 12\}$, determinar por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:

$$B = \{x \in P / x \text{ es par}\}$$

$$C = \{x \in P / x < 3\}$$

$$G = \{x \in P / 3 \leq x \leq 8\}$$

$$D = \{x \in P / x \geq 9\}$$

6. Analizar la relación entre los siguientes conjuntos y hacer un diagrama de Venn que represente dicha relación.

$$A = \{x / x \text{ es deportista}\}$$

$$B = \{x / x \text{ juega beisbol}\}$$

$$C = \{x / x \text{ juega fútbol}\}$$

$$D = \{x / x \text{ juega beisbol y fútbol}\}$$

7. Hallar el conjunto de las partes de:

$$A = \{a, 1, x\}$$

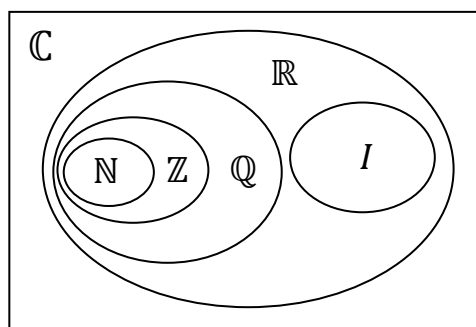
$$B = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x < 5\}$$

$$C = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$D = \{a, b, c\}$$

$$E = \{-1, -2, -3, -4\}$$

8. El siguiente diagrama de ven, muestra la organización de los conjuntos numéricos:



Determina la relación entre el conjunto \mathbb{Q} y todos los demás conjuntos:

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{I}$$

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \text{ ___ } \mathbb{C}$$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Por ejemplo:

El conjunto formado por los números naturales mayores que cero y menores que 5

El conjunto formado por las letras de la palabra Venezuela

El conjunto formado por tus amigos

2.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / -6 \leq x \leq 5\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -1 \leq x \leq 7\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 3 \wedge 3 \leq x \leq 21\} \text{ o } \{x \in 3\mathbb{N} / 3 \leq 3\mathbb{N} \leq 21\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 5 \wedge 5 \leq x \leq 35\} \text{ o } \{x \in 5\mathbb{N} / 5 \leq 5\mathbb{N} \leq 35\}$$

$$E = \{x^2 \in \mathbb{N}^* / x^2 \leq 36\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z}_- / x \text{ es par } \wedge -2 \leq x \leq -24\}$$

$$G = \{x / x \text{ mes del año}\}$$

3. Por ejemplo:

El conjunto formado por los alumnos de tu sección

El conjunto formado por las letras del nombre de tu ciudad natal

El conjunto formado por los números enteros menores que 10 pero mayores o iguales a 2

4.

$$A = \{-8, -7, -6, -5, -4, -3\}$$

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$C = \{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$D = \{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

$$E = \{6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$$

$$F = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$$

$$G = \{-13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

$$H = \{\text{Luisa, María}\}$$

$$I = \{\text{Dibujo T., Cast., Comp., Ing., Mat., Salud, Biol., Hist., Arte, Educ. Física}\}$$

$$J = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, \tilde{N}, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$$

5.

$$P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

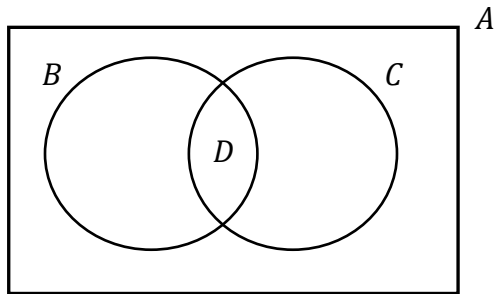
$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$C = \{0, 1, 2\}$$

$$G = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$D = \{9, 10, 11\}$$

6.



7.

$$P(A) = \{ \emptyset, \{a\}, \{1\}, \{x\}, \{a, 1\}, \{a, x\}, \{1, x\}, \{a, 1, x\} \}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$P(B) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\} \}$$

$$P(C) = \{ \emptyset, \{1/4\}, \{1/2\}, \{1/4, 1/2\} \}$$

$$P(D) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$$

$$P(E) = \{ \emptyset, \{-1\}, \{-2\}, \{-3\}, \{-4\}, \{-1, -2\}, \{-1, -3\}, \{-1, -4\}, \{-2, -3\}, \{-2, -4\}, \{-3, -4\}, \{-1, -2, -3\}, \{-1, -2, -4\}, \{-1, -3, -4\}, \{-2, -3, -4\}, \{-1, -2, -3, -4\} \}$$

8.

$$\mathbb{Q} \supset \mathbb{N} \quad \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \quad \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q} \quad \mathbb{Q} \not\subset \mathbb{I} \quad \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \mathbb{Q} \subset \mathbb{C}$$