

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Operaciones en \mathbb{Q} – Sustracción de fracciones con diferente denominador

La sustracción de fracciones con diferente denominador la podemos definir como:

Sean $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, entonces $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a.d-c.b}{b.d}$, donde “ $b.d$ ” es el *m.c.m* (mínimo común múltiplo) entre “ b ” y “ d ”

esto es “para restar dos o más fracciones con diferentes denominadores, se calcula el *m.c.m* de los denominadores, y luego este resultado se divide entre cada denominador y se multiplica por los numeradores respectivos”; al igual que para la adición con diferentes denominadores.

Por ejemplo: efectúa y simplifica siempre que sea posible:

$$(1.) \frac{11}{8} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$$

El *m.c.m*(8,2,3) = 24, dividimos 24 entre el 1er. denominador que es 8; el resultado es 3, y luego multiplicamos ese 3 por el numerador de esa fracción que es 11, obteniendo 33. Repetimos este proceso con cada una de las fracciones, así:

$$\frac{11}{8} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{33-12-16}{24}$$

24 entre 2 es 12, multiplicamos 12 por 1, que es igual a 12
24 entre 3 es 8, multiplicamos 8 por 2, que es igual a 16

$$= \frac{33-28}{24}$$

sumamos los números con signos iguales -12 y -16

$$= \frac{5}{24}$$

restamos los números con signos diferentes 33 y -28 y colocamos signo “mas” al resultado ya que $33 > 28$

O podemos utilizar el concepto de fracciones equivalentes, veamos:

Como el *m.c.m*(8,2,3) = 24, vamos a convertir las fracciones dadas en otras equivalentes cuyo denominador sea 24, entonces tenemos:

$$\frac{11}{8} = \frac{33}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 3 para que el denominador sea 24}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} \quad \text{amplificamos la fracción por 8}$$

Finalmente, restamos:

$$\frac{11}{8} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{33}{24} - \frac{12}{24} - \frac{16}{24} = \frac{33 - 12 - 16}{24} = \frac{5}{24}$$

Gráficamente si queremos representar las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{3}$ tenemos:



Podemos observar que aunque la barra en ambos casos es del mismo tamaño, se divide en distintas partes, la 1ra. está dividida en 6 partes iguales mientras que la 2da. está dividida en 3 partes iguales.

Para restar las fracciones tenemos que reescribirlas de tal forma que tengan denominadores comunes.

Amplificamos $\frac{2}{3}$ por 2, obtenemos $\frac{4}{6}$, que es una fracción equivalente a la dada y con denominador común 6.

Tenemos entonces



Si ahora las restamos

$$\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5 - 4}{6} = \frac{1}{6}$$


$$(2.) 5\frac{5}{9} - 3\frac{1}{2}$$

Este ejercicio lo podemos resolver de dos maneras, como las ya explicadas en sustracción de fracciones con igual denominador:

(i.) Escribimos los números mixtos como una suma, así:

$$\begin{aligned} \text{(a.) } 5 + \frac{5}{9} - \left(3 + \frac{1}{2}\right) &= 5 + \frac{5}{9} - 3 - \frac{1}{2} \\ &= (5 - 3) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{2}\right) && \text{agrupamos a los enteros y a las fracciones y restamos} \\ &= 2 + \left(\frac{10-9}{18}\right) && m. c. m(9,2) = 18 \\ &= 2 + \frac{1}{18} && \text{escribimos el número mixto} \\ &= 2\frac{1}{18} \end{aligned}$$

¿Qué ocurre si el minuendo es mayor que el sustraendo al realizar la resta de enteros?

Veamos:

$$\begin{aligned} \text{(b.) } 3\frac{5}{9} - 5\frac{1}{2} & \text{ el minuendo 3 es menor que el sustraendo 5} \\ & \text{ escribimos los números mixtos como una suma} \\ &= 3 + \frac{5}{9} - \left(5 + \frac{1}{2}\right) \\ &= (3 - 5) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{2}\right) && \text{agrupamos a los enteros y a las fracciones y restamos} \\ &= -2 + \left(\frac{10-9}{18}\right) && m. c. m(9,2) = 18 \\ &= -2 + \frac{1}{18} \end{aligned}$$

Debido a que la expresión $-2 + \frac{1}{18}$ no es un número mixto, hacemos lo siguiente:

$$= -\frac{36}{18} + \frac{1}{18}$$

hallamos una fracción equivalente a -2 , tal que el denominador sea 18, o lo que es lo mismo, amplificamos por 18

$$= \frac{-36 + 1}{18}$$

restamos y colocamos el signo del número que tiene mayor valor absoluto ($36 > 1$)

$$= -\frac{35}{18}$$

simplificamos la fracción impropia

$$= -1\frac{17}{18}$$

convertimos a número mixto

$$= -1\frac{7}{9}$$

¿Qué ocurre si el minuendo es mayor que el sustraendo al realizar la resta de las fracciones?

Veamos:

$$(c.) \quad 5\frac{1}{9} - 3\frac{1}{2}$$

el minuendo $\frac{1}{9}$ es menor que el sustraendo $\frac{1}{2}$

$$= 5 + \frac{1}{9} - \left(3 + \frac{1}{2}\right)$$

escribimos los números mixtos como una suma

$$= (5 - 3) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2}\right)$$

agrupamos a los enteros y a las fracciones y restamos

$$= 2 + \left(\frac{2-9}{18}\right)$$

$m.c.m(9,2) = 18$

$$= 2 - \frac{7}{18}$$

hallamos una fracción equivalente a 2, tal que el denominador sea 18, o lo que es lo mismo, amplificamos por 18

$$= \frac{36}{18} - \frac{7}{18}$$

restamos y colocamos el signo del número que tiene mayor valor absoluto ($36 > 7$)

$$= \frac{36-7}{18} = \frac{29}{18}$$

convertimos la fracción impropia a número mixto

$$= 1\frac{11}{18}$$

- (ii.) Convertimos los números mixtos en fracciones impropias y luego sumamos, así:

$$\begin{array}{l}
 5\frac{5}{9} = \frac{50}{9} \\
 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}
 \end{array}
 \rightarrow
 \frac{50}{9} - \frac{7}{2} = \frac{100 - 63}{18} = \frac{37}{18}$$

Si convertimos la fracción impropia obtenida $\frac{37}{18}$ a número mixto, tenemos que es igual a $2\frac{1}{18}$ (resultado (i.) (a.)).

EJERCICIOS PROPUESTOS

Efectúa y simplifica siempre que sea posible:

(a.) $\frac{9}{10} - \frac{4}{15} - \frac{12}{75}$

(b.) $2 - 10\frac{7}{9} - 5\frac{7}{18}$

(c.) $\left(\frac{1}{4} - 3\frac{5}{16}\right) - \left(4 - \frac{3}{2}\right)$

(d.) $7\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3} - 3$

(e.) $\left(1 - 2\frac{1}{8}\right) - \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{2}\right)$

(f.) $5\frac{3}{7} - 4 - \frac{1}{84}$

(g.) $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{6}$

(h.) $17 - 11\frac{2}{9}$

(i.) $\left(\frac{1}{2} - 2 - 6\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{1}{10} - \frac{7}{5}\right)$

(j.) $4\frac{3}{4} - 5\frac{2}{5} - 8\frac{1}{10}$

(k.) $12\frac{5}{6} - \left(\frac{8}{72} - \frac{5}{36}\right)$

(l.) $7\frac{1}{45} - 1\frac{1}{60} - 4\frac{1}{30}$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

(a.) $\frac{71}{150}$

(b.) $-14\frac{1}{6}$

(c.) $-5\frac{9}{16}$

(d.) $1\frac{7}{12}$

(e.) $-\frac{1}{24}$

(f.) $\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

(g.) $-\frac{26}{15} = -1\frac{11}{15}$

(h.) $\frac{52}{9} = 5\frac{7}{9}$

(i.) $-6\frac{13}{15}$

(j.) $-8\frac{3}{4}$

(k.) $12\frac{31}{36}$

(l.) $1\frac{35}{36}$