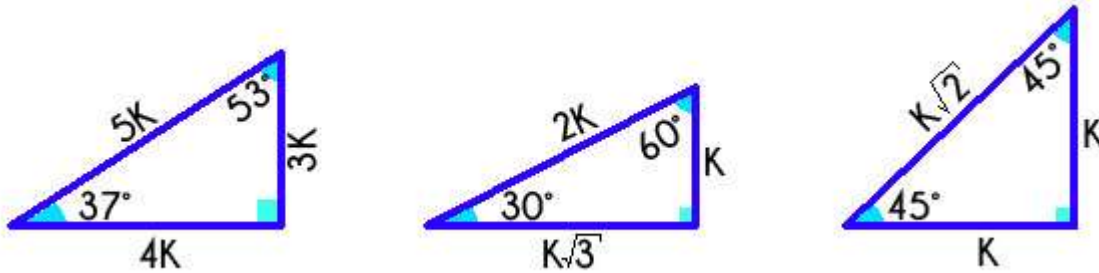


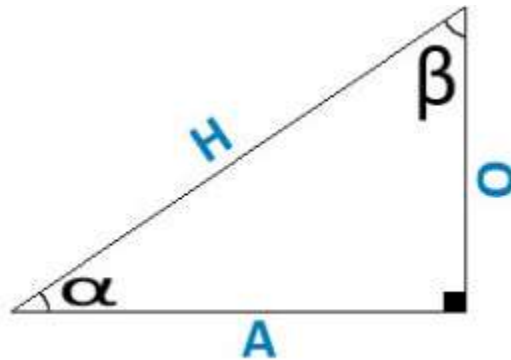
## Seno y Coseno de Ángulos Notables

### Ángulos notables

Las razones trigonométricas de nuestros ángulos notables, vienen de los siguientes triángulos rectángulos:



Ya que estamos trabajando con triángulos rectángulos, no debemos olvidar que:



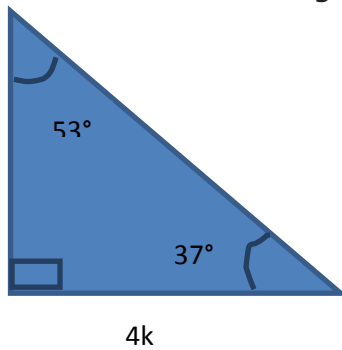
1) Teorema de pitágoras:  $H^2 = O^2 + A^2$

2) Suma de ángulos:  $\alpha + \beta = 90^\circ$

### Seno y Coseno de Ángulos Notables

#### a) $37^\circ$ - $53^\circ$ (3,4,5)

calcular el sen  $37^\circ$  del siguiente triángulo:



**Solución:**

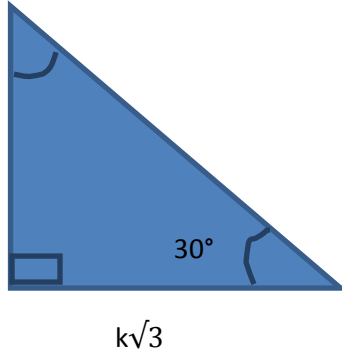
$$\text{Sen } 37^\circ = \frac{\text{c.o}}{H}$$

$$\text{Sen } 37^\circ = \frac{3K}{5k}$$

$$\text{Sen } 37^\circ = \frac{3}{5}$$

**b) 30-60 (1,2)**

calcular el cos 60° del siguiente triángulo:

**Solución:**

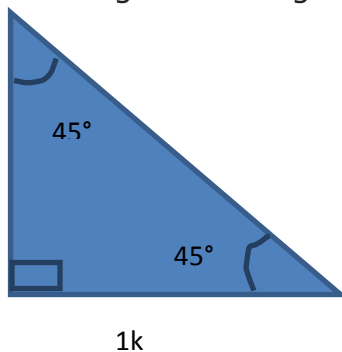
$$\text{Cos } 60^\circ = \frac{\text{c.a}}{H}$$

$$\text{Cos } 60^\circ = \frac{1K}{2k}$$

$$\text{Cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$$

**c) 45°-45° (1,1)**

calcular la tg 45° del siguiente triángulo:

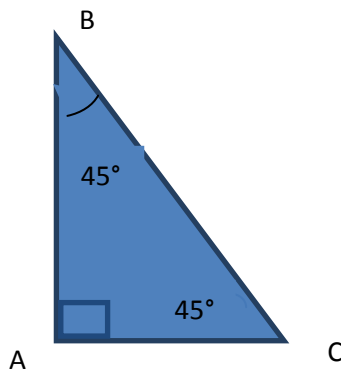


$$\text{tg } 45^\circ = \frac{1k}{1k} = 1$$

$$\text{tg } 45^\circ = 1$$

### Del ángulo $45^\circ$ ó $\pi/4$

Construyamos un triángulo rectángulo cuyos catetos midan una unidad cada uno. Al ser los catetos midan una unidad cada uno. Al ser los catetos iguales entre sí, también lo serán sus ángulos opuestos y por lo tanto los ángulos CAB y ABC medirán cada uno  $45^\circ$ . (Recuerde que los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios).



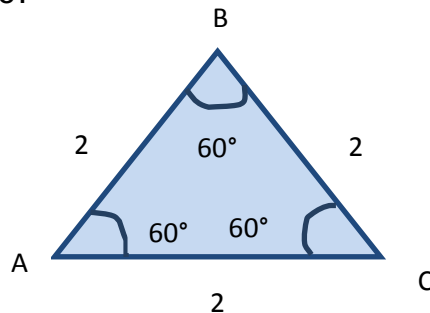
Aplicando el Teorema de Pitágoras obtenemos el valor del coseno y seno del ángulo de  $45^\circ$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

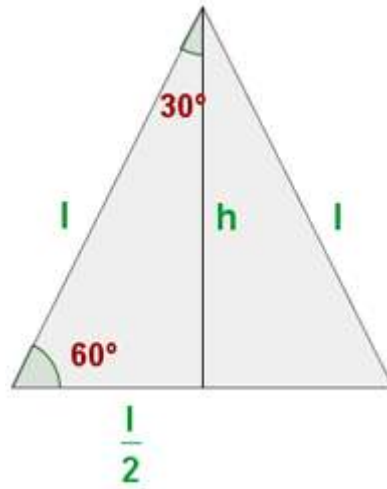
### De los ángulos de $30^\circ$ y $60^\circ$ ( $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{3}$ )

Construyamos un triángulo equilátero cuyos lados midan cada uno dos unidades. Por ser equilátero, los ángulos internos triángulo serán iguales entre sí y medirán  $60^\circ$  cada uno.



Trazamos ahora la altura desde el lado AC hasta el vértice B. Por los conocimientos que tenemos de geometría sabemos que la altura BD será también

BISECTRIZ del ángulo ABC (lo dividirá en dos ángulos de  $30^\circ$ ) y MEDIATRIZ del lado AC (lo dividirá en dos segmentos de una unidad cada uno).



$$\text{Sen } 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sen } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cos } 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cos } 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

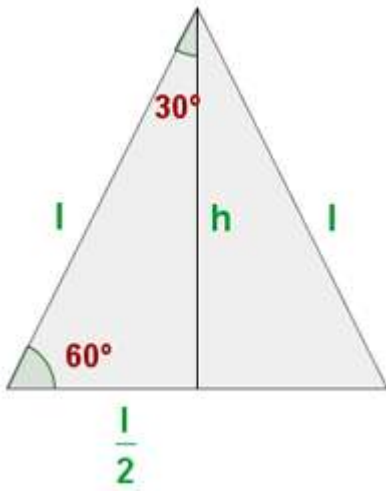
$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

### Razones trigonométricas de $30^\circ$

Un triángulo equilátero queda dividido, mediante la altura, en dos triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos miden  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $30^\circ$ .

Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene la altura en función del lado:

$$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

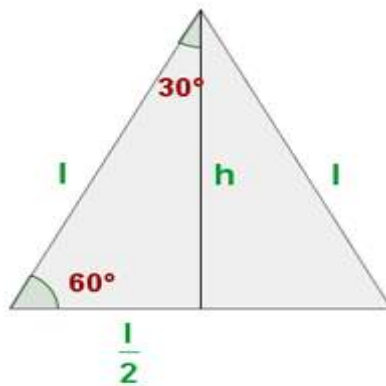


$$\text{Sen } 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Cos } 30^\circ = \frac{h}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{3}l}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

### Razones trigonométricas de $60^\circ$



$$\text{Sen } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cos } 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

	0°	30°	45°	60°	90°
seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tangente	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$

ANGULOS NOTABLES (CUADRANTE I)

$$\frac{\sin}{\cos} \sqrt{\frac{\begin{matrix} 30^\circ & 45^\circ & 60^\circ \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}}{2}}$$

ANGULOS NOTABLES (CUADRANTE II)

$$\frac{\sin}{-\cos} \sqrt{\frac{\begin{matrix} 30^\circ & 45^\circ & 60^\circ \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}}{2}}$$

ANGULOS NOTABLES (CUADRANTE III)

$$30^\circ \quad 45^\circ \quad 60^\circ$$

$$\frac{-\sin}{-\cos} \sqrt{\frac{1}{3} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{1}}$$

2

ANGULOS NOTABLES (CUADRANTE IV)

$$\frac{-\sin}{\cos} \sqrt{\frac{1}{3} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{1}}$$

2

**TRIÁNGULOS NOTABLES**

60°

1

2

30°

$\sqrt{3}$

45°

1

$\sqrt{2}$

45°

1

53°

3

5

37°

4

$\text{sen} 30^\circ = \frac{1}{2}$      $\text{tan} 60^\circ = \sqrt{3}$

$\text{sec} 45^\circ = \sqrt{2}$      $\text{cot} 37^\circ = \frac{4}{3}$

$\text{tan} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\text{sen} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Hallar "x" en  $\text{Sec } x \cdot \text{Sec } x = 4$

Solución:

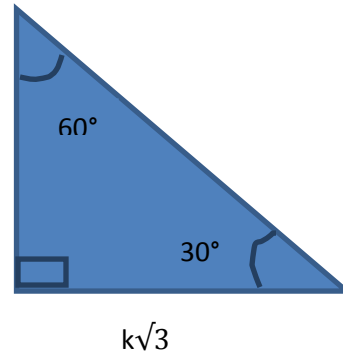
$\text{Sec } x \cdot \text{Sec } x = 4$

$\text{Sec } x \cdot \text{Sec } x = 2 \cdot 2$

$\text{Sec } x = \frac{2}{1} = \frac{H}{c.a}$

Como la  $\text{Sec } x$  es  $\frac{c.a}{H}$ ; observamos el triángulo rectángulo.

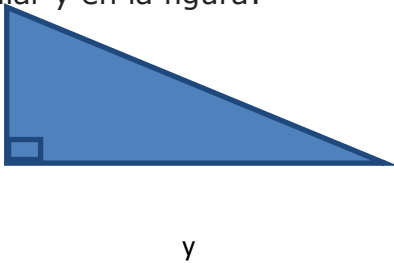
30-60 (1,2)



$$\text{Sec } 60^\circ = \frac{2k}{1k} = 2$$

**Sec 60°=2**

2. Calcular y en la figura:



Solución:  

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cat op}}{\text{hip}}$$

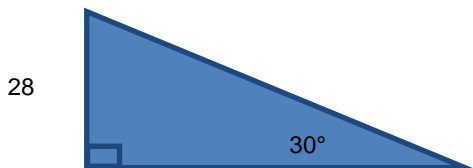
$$\text{sen } 30^\circ = \frac{y}{42}$$

$$y = 42 \text{ sen } 30^\circ$$

$$y = 42 \cdot \frac{1}{2}$$

**y=21**

3. Calcular el perímetro de la siguiente figura:



Solución:

Para calcular el perímetro del triángulo tenemos que conocer el valor de los tres lados. Debemos por tanto calcular el valor de la hipotenusa (x) y del otro cateto (y).

**Calculo de x:**

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{28}{x}$$

$$x = \frac{28}{\text{sen } 30^\circ}$$



$$x = \frac{28}{1/2}$$

$$X=56$$

**Calculo de y:**

$$\cos 30^\circ = \frac{y}{x}$$

$$y = x \cos 30^\circ$$

$$y = 56 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

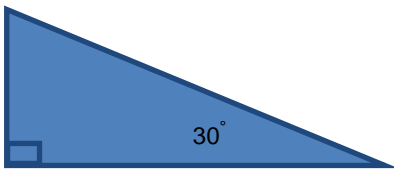
$$y = 28\sqrt{3}$$

**Calculo del perímetro.**

$$p = 56 + 28 + 28\sqrt{3}$$

$$p = 84 + 28\sqrt{3}$$

4. Calcula el valor de x



Solución:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$$

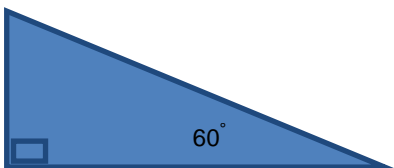
$$\cos 30^\circ = \frac{x}{18}$$

$$x = 18 \cos 30^\circ \text{ Despejando } x$$

$$x = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Sustituyendo el valor conocido y resolviendo.}$$

$$x = 9\sqrt{3}$$

5. Calcula el valor de x



Solución:

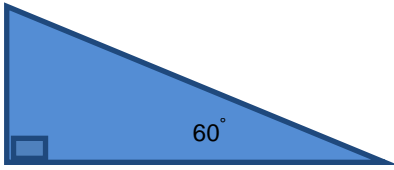
$$\cos \alpha = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{12}$$

$$x = 12 \cdot \cos 60^\circ \text{ Despejando } x$$

$$x = 12 \cdot \frac{1}{2} \text{ Sustituyendo el valor conocido y resolviendo.}$$

6. Calcula el valor de x



**x=6**

Solución:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{20}$$

$x=20 \cdot \cos 60^\circ$  Despejando x

$x=20 \cdot 1/2$  Sustituyendo el valor conocido y resolviendo.

**x=10**

7. Calcular el valor de "x"

$$\frac{x \cdot \cos 60^\circ + \text{tg} 45^\circ}{x \cdot \cos 60^\circ - \text{tg} 45^\circ} = \csc 53^\circ + \text{sen } 0^\circ$$

Solución:

$$\frac{x \cdot \cos 60^\circ + \text{tg} 45^\circ}{x \cdot \cos 60^\circ - \text{tg} 45^\circ} = \csc 53^\circ + \text{sen } 0^\circ$$

$$\frac{x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4} + 0}{x \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{1} = \frac{5}{4}}$$

$$\frac{\frac{x}{2} + 1}{\frac{x}{2} - 1} = \frac{5}{4}$$

$$4\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 5\left(\frac{x}{2} - 1\right)$$

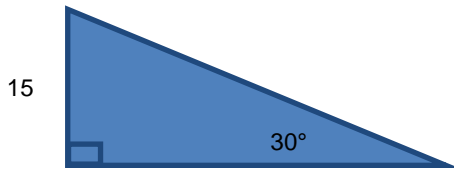
$$\frac{4x}{2} + 4 = \frac{5x}{2} - 5$$

$$\frac{4x}{2} - \frac{5x}{2} = -5 - 4$$

$$-\frac{x}{2} = -9 \text{ Despejando x}$$

**X=18**

8. Calcular el perímetro de la siguiente figura:



Solución:

Para calcular el perímetro del triángulo tenemos que conocer el valor de los tres lados. Debemos por tanto calcular el valor de la hipotenusa (x) y del otro cateto (y).

**Calculo de x:**

$$\text{sen}45^\circ = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{15}{\text{sen}45^\circ}$$

$$x = \frac{15}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$$

$$x = 15\sqrt{2}$$

**Calculo de y:**

$$\text{cos}45^\circ = \frac{y}{x}$$

$$y = x \text{cos}45^\circ$$

$$y = \frac{30}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

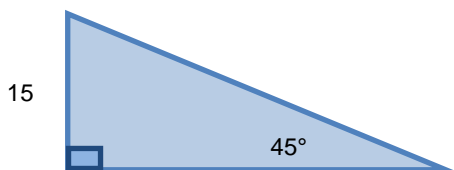
$$y = 15$$

**Calculo del perímetro.**

$$p = 15\sqrt{2} + 15 + 15$$

$$p = 30 + 15\sqrt{2}$$

9. Calcular el perímetro de la siguiente figura:



Solución:

Para calcular el perímetro del triángulo tenemos que conocer el valor de los tres lados. Debemos por tanto calcular el valor de la hipotenusa (x) y del otro cateto (y).

**Calculo de x:**

$$\text{sen}45^\circ = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{15}{\operatorname{sen}45^\circ}$$

$$x = \frac{15}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = \frac{45}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$$

$$x = 15\sqrt{2}$$

**Calculo de y:**

$$\operatorname{cos}45^\circ = \frac{y}{x}$$

$$y = x \operatorname{cos}45^\circ$$

$$y = \frac{30}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = 15$$

**Calculo del perímetro.**

$$p = 15\sqrt{2} + 15 + 15$$

$$p = 30 + 15\sqrt{2}$$

Solución:

$$A = \frac{\operatorname{tg}^2 45^\circ + \operatorname{sec}^2 60^\circ}{5 - 3 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{cot} 60^\circ}$$

$$A = \frac{1^2 + 2^2}{5 - 3(\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$A = \frac{1+4}{5-3} = \frac{5}{2}$$

$$A = 2,5$$

10 Determinar:

$$A = \frac{\operatorname{tg}^2 45^\circ + \operatorname{sec}^2 60^\circ}{5 - 3 \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{cot} 60^\circ}$$

Profesor: MILITZA INDABURO

Fe y Alegría Versión :2016-01-09

**Glosario**

**Otras Referencias**

[http://www.ditutor.com/trigonometria/angulos\\_notables.html](http://www.ditutor.com/trigonometria/angulos_notables.html)

