

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

### INTRODUCCIÓN

En el campo laboral tiene utilidad como por ejemplo en química, cinética química para describir la variación en la concentración de reactivos respecto a la concentración de productos en un determinado tiempo; en física para el movimiento parabólico. En el ámbito militar lo usan en la artillería de cañones para hallar las trayectorias de las balas. En economía usan las ecuaciones cuadráticas para representar modelos económicos de oferta y demanda para producir gráficas, este tipo de modelos se asemeja más a la realidad en comparación del modelo que usa las ecuaciones de primer grado. Las ecuaciones cuadráticas son realmente útiles porque nos ayudan en distintos objetivos, depende de la profesión que una persona ejerza. Si una persona no sabe resolverla no estará en la posibilidad de aprender temas superiores debido a que son la base de las matemáticas. Además ayudan a los economistas para tener una orientación de la situación económica de un mercado.

### MÉTODOS PARA RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

#### a. APLICANDO COMPLETACIÓN DE CUADRADOS:

- Se encuentra el coeficiente del término  $x$  ( $b$ )
- Se divide el coeficiente entre dos  $\left(\frac{b}{2}\right)$
- Se eleva al cuadrado este número para obtener el último término  $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4}$

**Primer Caso: cuando el coeficiente de  $x^2 = 1$**

#### EJEMPLO 1

**Respuesta:** Resolver la ecuación aplicando completación de cuadrados  $x^2 + 6x + 8 = 0$ . En donde  $a=1, b=6, c=8$ . Para ello se siguen los siguientes pasos.

1. Se pasa el término independiente al segundo miembro  $x^2 + 6x = -8$
2. Sumamos en ambos miembros  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$  para que el primer miembro tenga la forma de cuadrado perfecto. En este caso  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{6}{2 \cdot 1}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = (3)^2 = 9$ .  

$$x^2 + 6x + 9 = -8 + 9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 1$$
3. Factorizaremos al primer miembro y nos queda:  $(x + 3)^2 = 1$
4. Despejamos la  $x$  para hallar sus valores.  

$$(x + 3)^2 = 1 \longrightarrow x + 3 = \pm 1$$

$$x = 1 - 3 \longrightarrow x = -2$$

$$x = -1 - 3 \longrightarrow x = -4$$

**Segundo Caso: Cuando el coeficiente de  $x^2 \neq 1$**

Para resolver una ecuación completando cuadrado, el coeficiente numérico del término cuadrático debe ser 1 y seguimos los siguientes pasos:

1. Si el coeficiente del término cuadrado es distinto de 1, se divide cada término entre este coeficiente.

2. Se suma el cuadrado de la mitad del coeficiente del término de primer grado a ambos miembros
3. Se factoriza el primer miembro como un trinomio cuadrado perfecto
4. Se utiliza la propiedad de la raíz cuadrada para resolver la ecuación resultante.

**EJEMPLO 2:** Resolver la ecuación  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

**Respuesta:**

1. Dividimos ambos miembros por 2 para que el coeficiente de  $x^2$  sea igual a 1.

$$x^2 - \frac{5x}{2} + 1 = 0$$

2. Pasando el término independiente al segundo miembro

$$x^2 - \frac{5x}{2} = -1$$

3. Sumando en ambos miembros el cuadrado de la mitad del coeficiente de  $x$   $\left(\frac{b}{2}\right)^2$

$$x^2 - \frac{5x}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -1 + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

4. Desarrollando

$$x^2 - \frac{5x}{2} + \frac{25}{16} = -1 + \frac{25}{16}$$

$$x^2 - \frac{5x}{2} + \frac{25}{16} = \frac{9}{16}$$

5. Factorizando el primer término

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

6. Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros

$$x - \frac{5}{4} = \pm \frac{3}{4}$$

7. Despejando  $x$

$$x = \frac{5}{4} \pm \frac{3}{4}$$

$$x_1 = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Soluciones

## b. DESCOMPOSICIÓN DE FACTORES

Para resolver una ecuación de segundo grado aplicando este método seguimos los siguientes pasos:

- Se simplifica la ecuación dada y se escribe de la forma  $x^2 + bx + c = 0$  ó de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$

- Se factoriza el trinomio del primer factor de la ecuación.
- Por último se igualan a cero los factores y se resuelven las ecuaciones.

**EJEMPLO 3:** Resuelve  $x^2 + 6x + 9 = 0$

**Respuesta:**

- ✓ Buscamos dos números que multiplicados den 9 y sumados den 6  
 $3 \cdot 3 = 9$  y  $3 + 3 = 6$
- ✓ Factorizando  
 $x^2 + 6x + 9 = 0 \longrightarrow (x+3)(x+3) = 0$
- ✓ Despejando x de  $(x+3) = 0$  para encontrar la solución tenemos que:  
 $x_1 = -3$  y  $x_2 = -3$

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado por completación de cuadrados.

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

**Respuesta**

- Resolviendo  
 $x^2 + 8x + 15 = 0$   
 $x^2 + 8x = -15$   
 $x^2 + 8x + 16 = -15 + 16$   
 $x^2 + 8x + 16 = 1$
- Factorizamos  
 $(x + 4)^2 = 1$
- Aplicamos raíz a ambos miembros  
 $x + 4 = \sqrt{1}$   
 $x + 4 = \pm 1$
- Despejamos la x para encontrar la solución.

$$X_1 = 1 - 4 = -3$$

$$X_2 = -1 - 4 = -5$$

2.  $x^2 - 14x + 24 = 0$

**Respuesta**

- Resolviendo  
 $x^2 - 14x + 24 = 0$   
 $x^2 - 14x = -24$   
 $x^2 - 14x + 49 = -24 + 49$   
 $x^2 - 14x + 49 = 25$

- Factorizamos

$$(x - 7)^2 = 25$$

- Aplicamos raíz a ambos miembros

$$x - 7 = 25$$

$$x - 7 = \pm 5$$

- Despejamos la x para encontrar la solución

$$X_1 = 5 + 7 = 12$$

$$X_2 = -5 + 7 = 2$$

3.

$$6x^2 - x - 2 = 0$$

### Respuesta

- Dividimos ambos miembros entre 6

$$x^2 - \frac{x}{6} - \frac{1}{3} = 0$$

- Resolviendo

$$x^2 - \frac{x}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x^2 - \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{12}\right)^2$$

$$x^2 - \frac{x}{6} + \frac{1}{144} = \frac{1}{3} + \frac{1}{144}$$

- Factorizando

$$\left(x - \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{49}{144}$$

- Aplicando raíz a ambos miembros

$$x - \frac{1}{12} = \sqrt{\frac{49}{144}}$$

$$x - \frac{1}{12} = \pm \frac{7}{12}$$

- Despejando x para encontrar la solución

$$X_1 = \frac{1}{12} + \frac{7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$X_2 = \frac{1}{12} - \frac{7}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

4.  $5h^2 + 10h + 7 = 0$

### Respuesta

- Dividimos ambos miembros entre 5

$$h^2 + 2h + \frac{7}{5} = 0$$

- Resolviendo

$$h^2 + 2h = -\frac{7}{5}$$

$$h^2 + 2h + 1 = -\frac{7}{5} + 1$$

$$h^2 + 2h + 1 = -\frac{7}{5} + 1$$

$$h^2 + 2h + 1 = -\frac{2}{5}$$

- Factorizando

$$(h + 1)^2 = -\frac{2}{5}$$

- Aplicando raíz a ambos miembros

$$(h + 1)^2 = \sqrt{-\frac{2}{5}}$$

$$x - \frac{1}{12} = \text{no existe}$$

Como la raíz cuadrada de un número negativo no existe; entonces decimos que la ecuación  $5h^2 + 10h + 7 = 0$  **no tiene solución.**

### Respuesta

Buscamos dos números que multiplicados den -15 y sumados den -2

$$-5 \cdot 3 = -15 \text{ y } -5 + 3 = -2$$

- Factorizando

$$y^2 - 2y - 15 = 0$$

$$(x-5)(X+3)=0$$

Despejando x de  $(x-5)=0$  y de  $(X+3)=0$  para encontrar la solución tenemos que:

5.  $y^2 - 2y - 15 = 0$

$$x_1=5 \text{ y } x_2=-3$$

6.  $x^2 + 9x + 20=0$

**Respuesta**

Buscamos dos números que multiplicados den 20 y sumados den 9

$$5 \cdot 4=20 \text{ y } 5+4=9$$

- Factorizando

$$x^2 + 9x + 20=0$$

$$(x+5)(x+4)=0$$

Despejando x de  $(x+5)=0$  y de  $(x+4)=0$  para encontrar la solución tenemos que:

$$x_1=-5 \text{ y } x_2=-4$$

7.  $4x^2 - 64 = 0$

**Respuesta**

Buscamos cuatro números, dos que multiplicados den  $4x^2$  y dos que multiplicados den -64 y sumados den 0

$$2x \cdot 2x= 4x^2$$

$$-8 \cdot 8=-64 \text{ y } 8-8=0$$

- Factorizando

$$4x^2 - 64 = 0$$

$$(2x+8)(2x-8)=0$$

Despejando x de  $(2x+8)=0$  y de  $(2x-8)=0$  para encontrar la solución tenemos que:

$$2x_1=-8 \text{ y } 2x_2=8$$

$$x_1=\frac{-8}{2} = -4 \text{ y } x_2=\frac{8}{2} = 4$$

Profesor Alejandra Sánchez

Fe y Alegría Versión



**Glosario**

- **Ecuación Cuadrática:** es de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  donde  $a, b$  y  $c$  son constantes reales y  $a \neq 0$
- **Binomio:** Expresión algebraica formada por la suma o la diferencia de dos términos o monomios.

" $a + b$  es un binomio"

- **Trinomio:** Expresión algebraica formada por la suma o la diferencia de tres términos o monomios.



www.shutterstock.com - 110678570

### Otras Referencias

- <http://diccio-mates.blogspot.com/2009/10/metodo-de-completacion-de-cuadrados-pro.html>
- <http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA26/ecuacionesCuadraticas.html>
- <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=133243>

