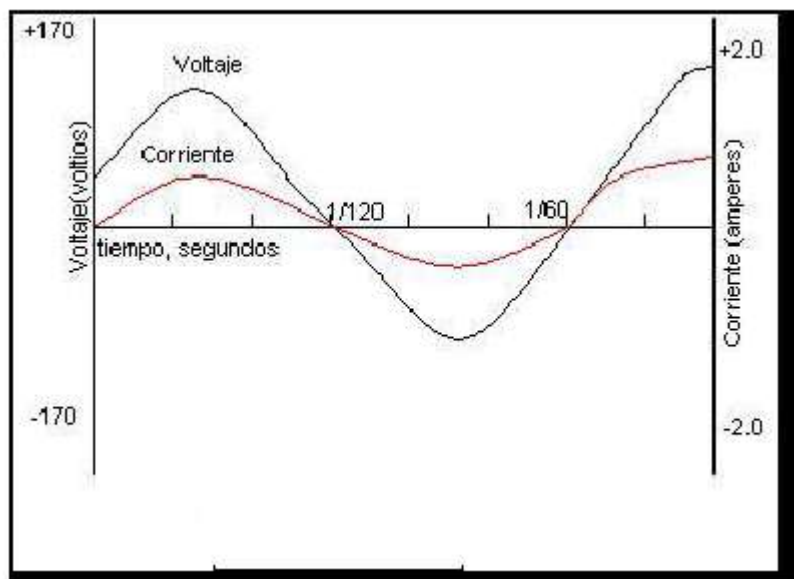


Representación gráfica del seno

En esta sección, aprenderás cómo graficar y estirar las funciones de seno y coseno.

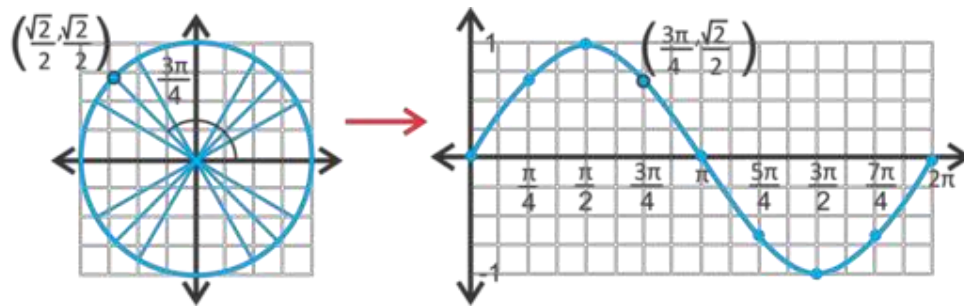
LA CORRIENTE ALTERNA :

Se denomina corriente alterna a la corriente eléctrica en la que la magnitud y el sentido varían cíclicamente. La forma de oscilación de la corriente alterna más comúnmente utilizada es la de una oscilación senoidal puesto que se consigue una transmisión más eficiente de la energía. Es la forma en la cual la electricidad llega a los hogares y a las empresas. Las señales de audio y de radio transmitidas por los cables eléctricos, son también ejemplos de corriente alterna.



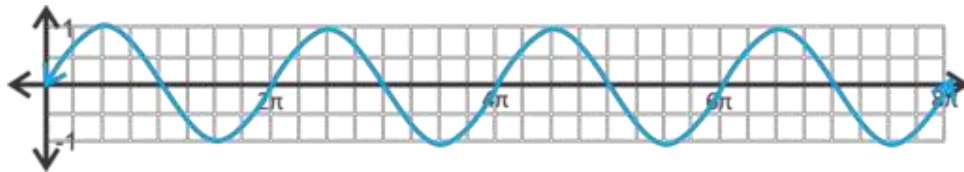
Tu misión, si es que eliges aceptarla, como el Agente Trigonometría es graficar la función $y = 2 \cos x$.
¿Cuáles son los puntos mínimos y máximos de tu gráfico?

Para hacer esto, vamos a "desentrañar" la circunferencia de radio 1. Recuerda que para esta circunferencia las coordenadas son $(\sin \theta, \cos \theta)$ donde θ es el ángulo central. Para graficar $y = \sin x$ reescribe las coordenadas como $(x, \sin x)$ donde x es el ángulo central en radianes. A continuación, ampliamos las coordenadas del seno en $3\pi/4$

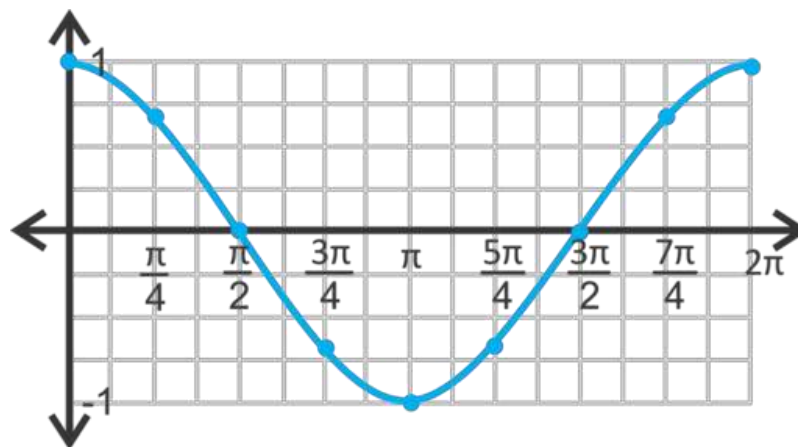


Observa que la curva tiene un rango de 1 a -1. El valor máximo es 1, el cual se encuentra en $x = \frac{\pi}{2}$. El valor mínimo es -1 en $x = \frac{3\pi}{2}$. La altura de la función seno se llama **amplitud**. La amplitud es el valor absoluto de promedio entre el punto más alto y el más bajo en la curva.

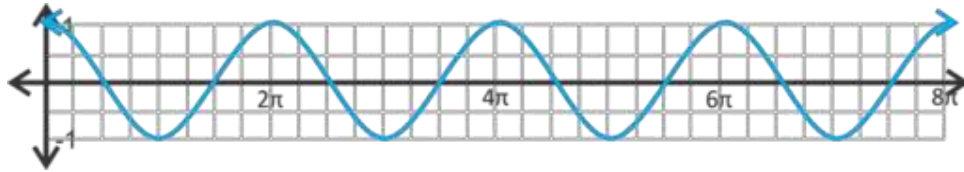
Ahora, mira el dominio. Pareciera ser que, si la curva continuara, esta se repetiría. Esto quiere decir que la curva seno es **periódica**. Si volvemos a la circunferencia de radio 1, veremos que el valor seno cambia hasta que alcanza 2π . Después de 2π , los valores seno se repiten. Por lo tanto, la curva de arriba se repetirá cada 2π unidad, por lo que el **periodo** 2π . El dominio son todos los números reales



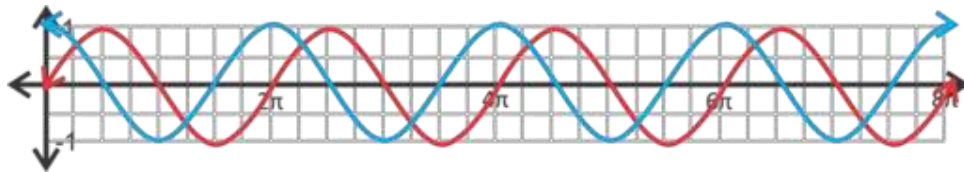
De manera similar, cuando ampliamos la curva coseno, $y = \cos x$, de la circunferencia de radio 1, obtenemos:



Observa que el rango también es 1 y -1, y el dominio serán todos los números reales. La curva coseno también es periódica, con un periodo de 2π . Si hacemos el gráfico y pasamos 2π , luciría de la siguiente manera:



Al comparar $y = \sin x$ y $y = \cos x$ (a continuación), observamos que las curvas son casi idénticas, excepto por que la curva seno comienza en $y = 0$ y la curva coseno comienza en $y = 1$.



Si cambiamos cualquiera de las curvas en π unidades hacia la izquierda o la derecha, estas se superpondrán. Cualquier traslación horizontal de una función trigonométrica se llama **traslación de fase**. Veremos más de las traslaciones de fase en las secciones que siguen.

EJEMPLO.

Dada la siguiente función, estudia todas sus características. Representa su gráfica $y = \text{sen}(5x)$

1) Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

2) Recorrido: $\text{Im}(f) = [-1, 1]$

3) Periodicidad:

Como la función seno es periódica de período 2π , la función $f(x) = \text{sen}(5x)$ es periódica de período:

$$2\pi = 5x \Leftrightarrow x = 2\pi/5$$

Es periódica de período $2\pi/5$.

También podemos hallar el período de la función así:

$$f(x) = \text{sen}(5x) = \text{sen}(5x + 2\pi) = \text{sen}[5(x + 2\pi/5)] = f(x + 2\pi/5)$$

También podemos calcular el periodo de forma más fácil aplicando directamente la siguiente fórmula:

$$y = a \operatorname{sen}(bx + c) \Rightarrow \text{Periodo} = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$\text{Periodo} = 2\pi/5$$

4) Puntos de corte:

Calculamos los puntos de corte que haya dentro del primer período de nuestra función.

Puntos de corte con el eje Y:

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow y = \operatorname{sen} 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

Puntos de corte con el eje X:

$$\begin{aligned} \text{Si } y = 0 &\Rightarrow 0 = \operatorname{sen}(5x) \Rightarrow 5x = 0 \text{ ó } 5x = \pi \Rightarrow x = 0 \text{ ó } x \\ &= \pi/5 \Rightarrow (0, 0), (\pi/5, 0) \end{aligned}$$

5) Máximos y mínimos:

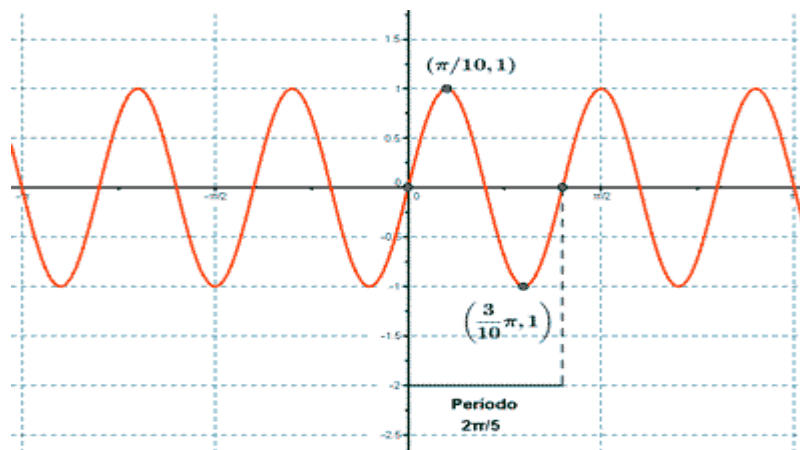
Calculamos los máximos y mínimos que se encuentran dentro del primer período de la función.

Los puntos máximos de la función vendrán dados por la ecuación:

$$1 = \operatorname{sen}(5x) \Rightarrow 5x = \pi/2 \Rightarrow x = \pi/10 \Rightarrow (\pi/10, 1)$$

Los puntos mínimos de la función vendrán dados por la ecuación:

$$-1 = \operatorname{sen}(5x) \Rightarrow 5x = 3\pi/2 \Rightarrow x = 3\pi/10 \Rightarrow (3\pi/10, -1)$$

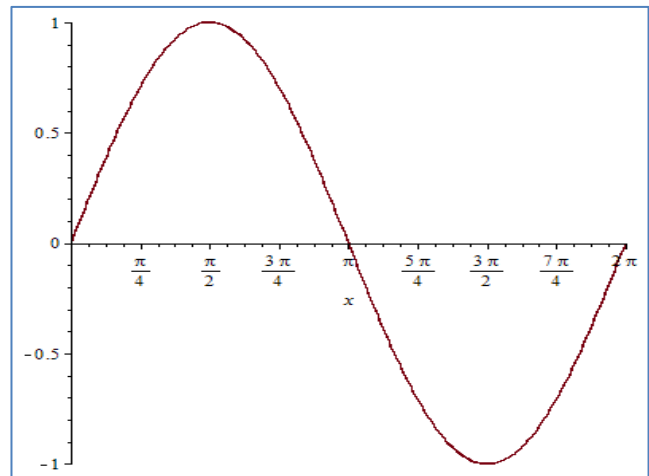


EJERCICIOS RESUELTOS

1. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y = \text{sen}(x)$

Solución:

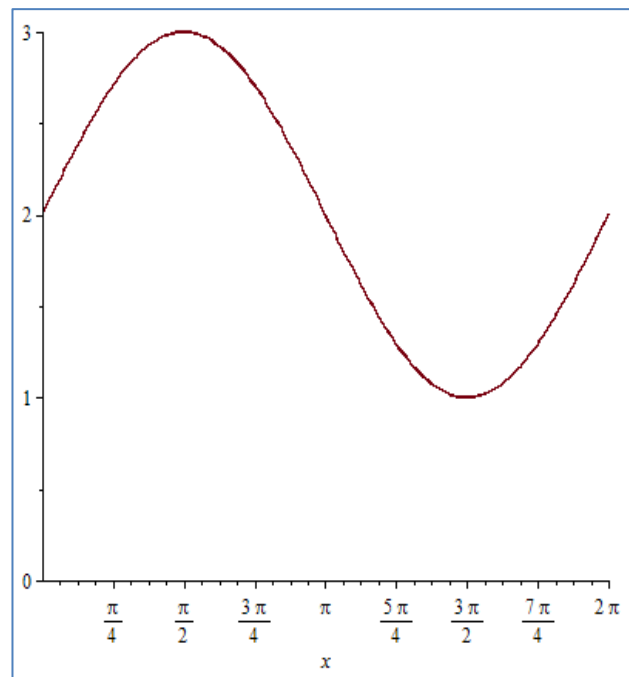
x	y=sen(x)
0	0
$\pi/6$	0,50
$\pi/4$	0,71
$\pi/3$	0,87
$\pi/2$	1
$2\pi/3$	0,87
$3\pi/4$	0,71
$5\pi/6$	0,50
π	0
$7\pi/6$	-0,50
$5\pi/4$	-0,71
$4\pi/3$	-0,87
$3\pi/2$	-1
$5\pi/3$	-0,87
$7\pi/4$	-0,71
$11\pi/6$	-0,50
2π	0



2. Represente gráficamente la siguiente función:

$$y = \text{sen}(x) + 2$$

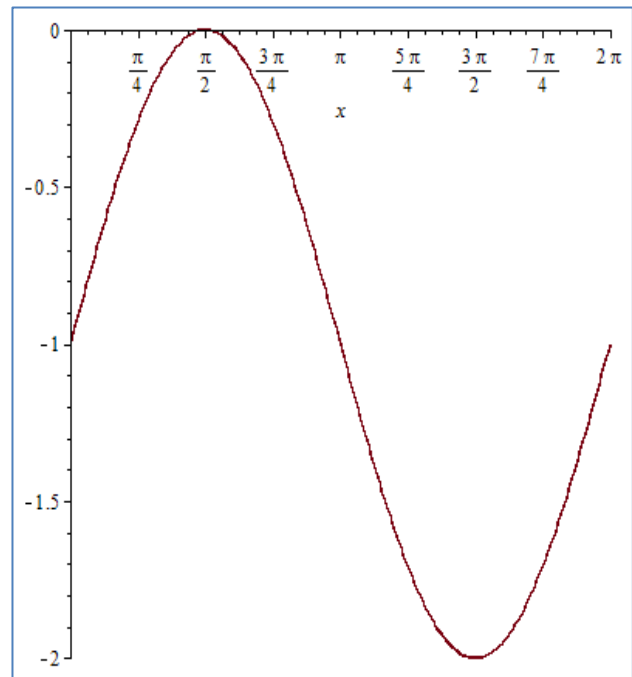
x	y=sen(x)+2
0	2
$\pi/6$	2,50
$\pi/4$	2,71
$\pi/3$	2,87
$\pi/2$	3
$2\pi/3$	2,87
$3\pi/4$	2,71
$5\pi/6$	2,50
π	2
$7\pi/6$	1,50
$5\pi/4$	1,29
$4\pi/3$	1,13
$3\pi/2$	1
$5\pi/3$	1,13
$7\pi/4$	1,29
$11\pi/6$	1,50
2π	2



3. Represente gráficamente la siguiente

función:
 $y = \text{sen}(x) - 1$

x	y=sen(x)-1
0	-1
$\pi/6$	-0,50
$\pi/4$	-0,29
$\pi/3$	-0,13
$\pi/2$	0
$2\pi/3$	-0,13
$3\pi/4$	-0,29
$5\pi/6$	-0,50
π	-1
$7\pi/6$	-1,50
$5\pi/4$	-1,71
$4\pi/3$	-1,87
$3\pi/2$	-2
$5\pi/3$	-1,87
$7\pi/4$	-1,71
$11\pi/6$	-1,50
2π	-1

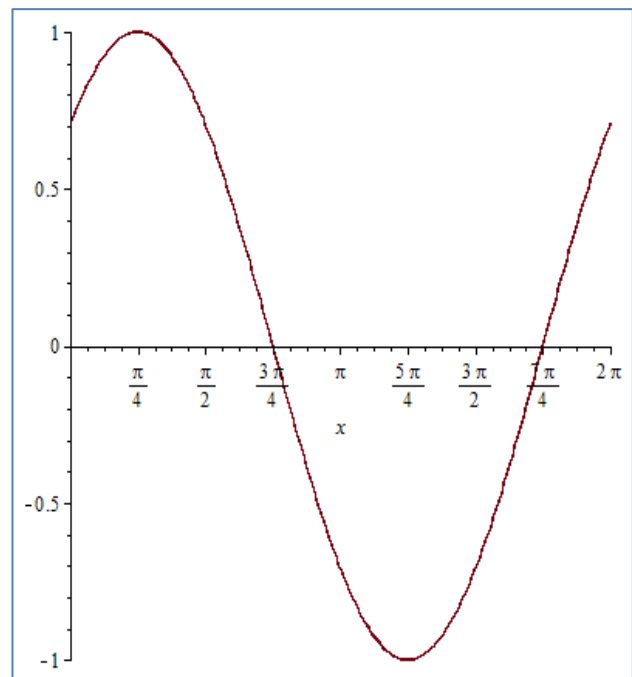


4. Represente gráficamente la siguiente

función:

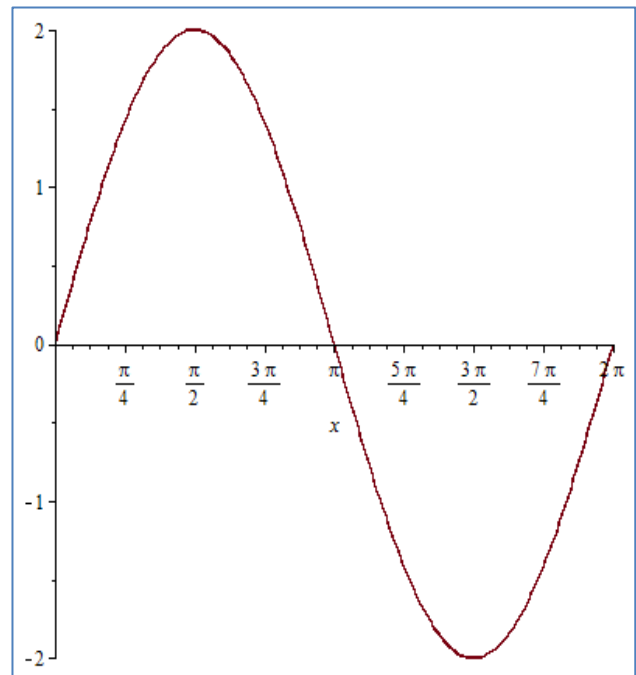
$$y = \text{sen}(x + \pi/4)$$

x	y=sen(x+π/4)
0	0,71
π/6	0,97
π/4	1
π/3	0,97
π/2	0,71
2π/3	0,26
3π/4	0
5π/6	-0,26
π	-0,71
7π/6	-0,97
5π/4	-1
4π/3	-0,97
3π/2	-0,71
5π/3	-0,26
7π/4	0
11π/6	0,26
2π	0,71



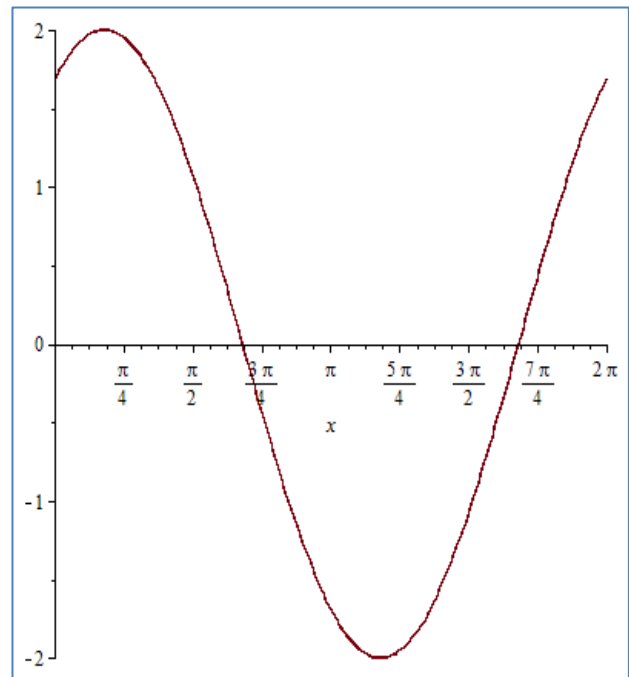
5. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y=2.\text{sen}(x)$

x	$y=2.\text{sen}(x)$
0	0
$\pi/6$	1
$\pi/4$	1,41
$\pi/3$	1,73
$\pi/2$	2
$2\pi/3$	1,73
$3\pi/4$	1,41
$5\pi/6$	1
π	0
$7\pi/6$	-1
$5\pi/4$	-1,41
$4\pi/3$	-1,73
$3\pi/2$	-2
$5\pi/3$	-1,73
$7\pi/4$	-1,41
$11\pi/6$	-1
2π	0



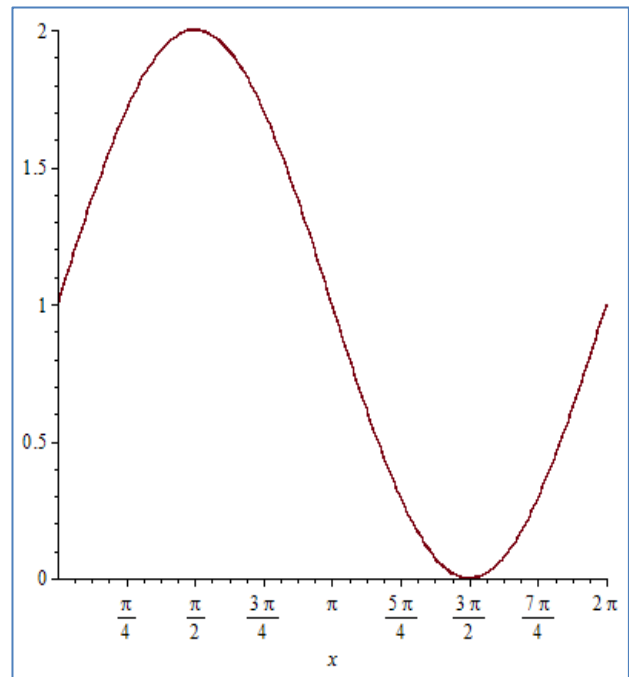
6. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y=2.\text{sen}(x+1)$

x	$y=2.\text{sen}(x+1)$
0	1,68
$\pi/6$	2
$\pi/4$	1,95
$\pi/3$	1,78
$\pi/2$	1,08
$2\pi/3$	0,09
$3\pi/4$	-0,43
$5\pi/6$	-0,92
π	-1,68
$7\pi/6$	-2
$5\pi/4$	-1,95
$4\pi/3$	-1,78
$3\pi/2$	-1,08
$5\pi/3$	-0,09
$7\pi/4$	0,43
$11\pi/6$	0,92
2π	1,68



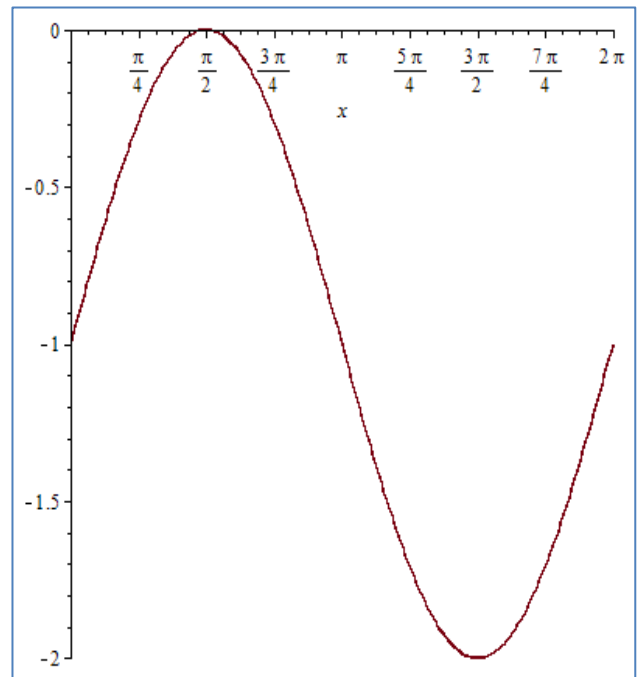
7. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y = \text{sen}(x) + 1$

x	y=sen(x)+1
0	1
$\pi/6$	1,5
$\pi/4$	1,70710678
$\pi/3$	1,8660254
$\pi/2$	2
$2\pi/3$	1,8660254
$3\pi/4$	1,70710678
$5\pi/6$	1,5
π	1
$7\pi/6$	0,5
$5\pi/4$	0,29289322
$4\pi/3$	0,1339746
$3\pi/2$	0
$5\pi/3$	0,1339746
$7\pi/4$	0,29289322
$11\pi/6$	0,5
2π	1



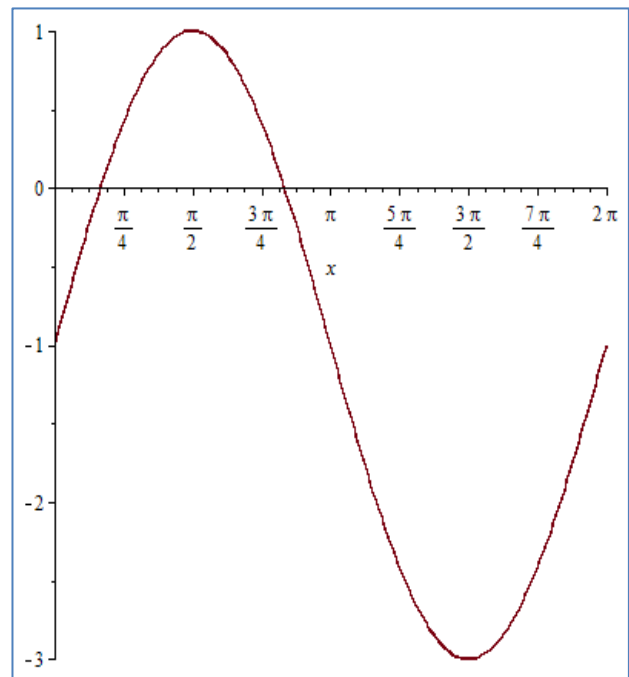
8. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y = \text{sen}(x) - 1$

x	y=sen(x)-1
0	-1
$\pi/6$	-0,50
$\pi/4$	-0,29
$\pi/3$	-0,13
$\pi/2$	0
$2\pi/3$	-0,13
$3\pi/4$	-0,29
$5\pi/6$	-0,50
π	-1
$7\pi/6$	-1,50
$5\pi/4$	-1,71
$4\pi/3$	-1,87
$3\pi/2$	-2
$5\pi/3$	-1,87
$7\pi/4$	-1,71
$11\pi/6$	-1,50
2π	-1



9. Represente gráficamente la siguiente función:
 $y=2.\text{sen}(x)-1$

x	$y=2.\text{sen}(x)-1$
0	-1
$\pi/6$	0
$\pi/4$	0,41
$\pi/3$	0,73
$\pi/2$	1
$2\pi/3$	0,73
$3\pi/4$	0,41
$5\pi/6$	0
π	-1
$7\pi/6$	-2
$5\pi/4$	-2,41
$4\pi/3$	-2,73
$3\pi/2$	-3
$5\pi/3$	-2,73
$7\pi/4$	-2,41
$11\pi/6$	-2
2π	-1



10 Represente gráficamente la siguiente función:
 $y = \text{sen}(x - \pi/3)$

x	$y = \text{sen}(x - \pi/3)$
0	-0,87
$\pi/6$	-0,50
$\pi/4$	-0,26
$\pi/3$	0
$\pi/2$	0,50
$2\pi/3$	0,87
$3\pi/4$	0,97
$5\pi/6$	1
π	0,87
$7\pi/6$	0,50
$5\pi/4$	0,26
$4\pi/3$	0
$3\pi/2$	-0,50
$5\pi/3$	-0,87
$7\pi/4$	-0,97
$11\pi/6$	-1
2π	-0,87

