

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS Y FUNCIÓN

Supongamos que deseas predecir el costo de ir a ver una película en el cine, le mandas un mensaje de texto a algunos de tus amigos que han visto películas recientemente preguntándoles cuanto les costó, aquí están las respuestas:

"Bs 70 :-("

"Bs 8.75 + Bs 3.50 para palomitas"

"quince bolívares"

"Bs 17.50 :--(estoy en quiebra ahora" $(1, 14.5)(1, 8.75)(1, 5)(1, 17.5)(1, 12.75)$

"Bs 12.75 me encantó en 3D!"

¿Se puede predecir con exactitud el costo de ir a ver una película a partir de estas respuestas? ¿Por qué o por qué no?



Considera dos situaciones que se muestran en los cuadros a continuación:

<p>Situación 1: Estás vendiendo dulces para recaudar fondos en la escuela. Cada barra de chocolate cuesta Bs 60.000</p>	<p>Situación 2: Recopilaste datos de varios estudiantes de tu clase sobre sus edades y sus alturas: (1,865m), (1,764m), (1,867m), (1,868m), (1,766m)</p>
--	---

En la primera situación, deja que la variable x represente el número de barras de chocolate que vendes, y deja que y represente la cantidad de dinero que ganas. Si vendes x golosinas, harás $y = 3x$ bolívares. Por ejemplo, si vendes 25 barras de chocolate, harás $60,000(25)=Bs1, 500,000$. Observa que puedes utilizar el número de barras de chocolate que vendes para predecir la cantidad de dinero que harás.

Considera ahora la segunda situación. ¿Se pueden utilizar igualmente los datos para predecir la altura específica según cierta edad?

No, esto no es el caso en la segunda situación. Por ejemplo, si un estudiante tiene 18 años, hay varias alturas que el estudiante podría tener.

La primera situación es un ejemplo de una *función*, y el segundo ejemplo *no es una función*.

Una función es una relación en la que cada entrada de un número corresponde a una y sólo una salida de número.

En el primer caso, para cada número diferente de las ventas de barras de caramelo que hay *de entrada*, hay una y sólo una *salida* de número que representa tu beneficio.

En el segundo caso, si *la entrada* es "18 años", hay varias *salidas*, por lo que no se puede identificar una relación específica entre la edad y la altura.

¿Ves la diferencia?

Es importante tener en cuenta que ambas situaciones anteriores son relaciones. Una **relación** es simplemente una relación entre dos conjuntos de números o datos. Por ejemplo, en el segundo caso, creamos una relación entre las edades y alturas entre los estudiantes con sólo escribir la información de cada estudiante como un par ordenado. En el primer caso, existe una relación entre el número de barras de chocolate que vendes y la cantidad de dinero que ganas. El primer ejemplo es diferente que el segundo, ya que representa una **función**: *cada x se empareja con una sola y* .

Las funciones pueden presentarse en muchas formas. Algunas de las formas más comunes de representar funciones incluyen: conjuntos de pares ordenados, ecuaciones y gráficas. La siguiente figura muestra la misma función representada en tres formas diferentes.

Ejemplo A:

Determina si cada relación es una función:

Representación	Ejemplo
Conjunto de pares ordenados	(1,3), (2,6), (3,9), (4,12) (un subconjunto de los pares ordenados para esta función)
Ecuación	$y = 3x$
Gráfico	

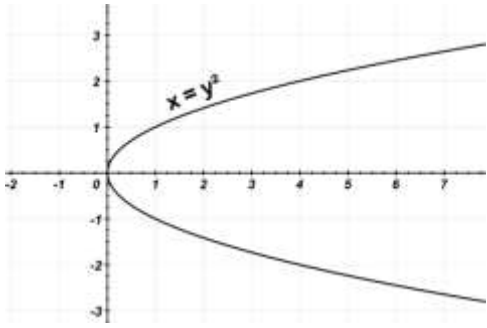
Respuesta:

En la primera representación se da un conjunto de pares ordenados. Para verificar que se trata de una función hay que asegurarse de que cada valor de x está asociado a un único valor de y . En este ejemplo, el primer número de cada par (el valor de x) es diferente, por lo que puedes estar seguro de que no hay casos en que una particular x está asociada a más de una y .

En la segunda representación, la ecuación de una recta, es evidente que cualquier número puesto para x resultará en una diferente y , ya que x simplemente se multiplica por 3.

La tercera representación es un gráfico. Una buena forma de determinar si una relación es una función cuando ves un gráfico es haciendo la *prueba de la recta vertical*. Si se puede trazar alguna recta vertical de tal manera que corte a la relación en dos puntos, entonces la relación no es una función, de lo contrario, estamos en presencia de una función. Esto funciona porque si una recta vertical atraviesa a una relación en más de un punto significa que deben haber dos valores de y correspondientes a un mismo valor de x . Por ejemplo, el gráfico de arriba $y = 3x$ muestra que es una función, porque cualquier recta vertical que se dibuje sólo cruza a la relación en un solo lugar.

Por el contrario, el gráfico a continuación de $x=y^2$ muestra que no es una función, porque una línea vertical trazada atraviesa a la relación en dos lugares.



Ejemplo B:

Determinar si cada relación es una función

a) $(2, 4), (3, 9), (5, 11), (5, 12)$	b) Función	definida como:

Respuesta:

a. $(2, 4), (3, 9), (5, 11), (5, 12)$

Esta relación no es una función porque 5 se empareja con 11 y con 12.

b. Esta relación es una función, porque cada x se empareja con una sola y . Una línea vertical dibujada en la gráfica siempre corta a la relación en un solo punto.

Ejemplo C:

¿Recuerdas la pregunta sobre las entradas de cine a principios de la lección?

¿Los datos que has recibido de tus amigos representan una función? ¿Puedes utilizar los datos recibidos para predecir el costo de ir a ver una película?

Respuesta:

Si organizas la información que recibiste en pares ordenados, podría ser algo como: $(1,70)(1,8.75)(1,15)(1,17.5)(1,12.75)$ donde cada valor de x representa el número de boletos comprados, y cada valor de y representa el precio.

Puesto que hay muchos diferentes valores para y dado el valor "1" de x , sin duda no estas en presencia de una función.

Debería estar claro ahora que la información recibida en los mensajes de texto de tus amigos **no puede** ser utilizada para predecir el costo de una entrada para ti.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determine si cada relación es una función:
 $(-1, 4)(0, 3)(1, 5)(1, 7)(2, 15)$

Respuesta: Hay dos salidas diferentes o valores de y para la entrada o valor de x 1. El valor 1 de x da como salida en y 5 y 7, por lo que la relación dada no es una función.

2. Determine si cada relación es una función:
 $y = x$

Respuesta: Dado a que $y = x$, cualquier valor que se le dé a x será el mismo valor que tendrá y . Es decir que para cada valor de x habrá un distinto valor de y y se concluye que estamos en presencia de una función.

3. Determine si cada relación es una función:
 $(2, 0)(4, -1)(2.1, 4)(1, 4)(4, -1)$

Respuesta: Para cada valor de x , sin importar que existe un número decimal 2.1, existe un distinto valor de y , por lo que podemos concluir que estamos en presencia de una función.

4. Determine si cada relación es una función:
 $y = 4x$

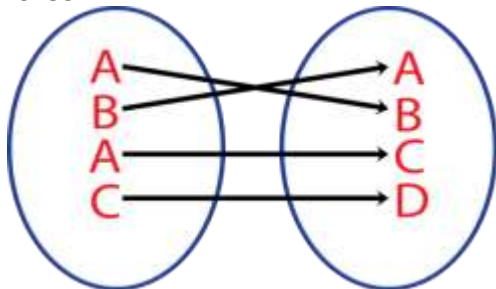
Respuesta: Esta es una función muy similar a la número 2, solo que esta se multiplica por 4.

5. Identifica si la relación es una función o no lo es
 $(2, 4) (4, 6) (6, 8) (3, 4) (5, 7) (8, 2)$

Respuesta: Si es una función porque cada valor de x tienen un solo valor de y

6. Identifica si la relación es una función o no lo es

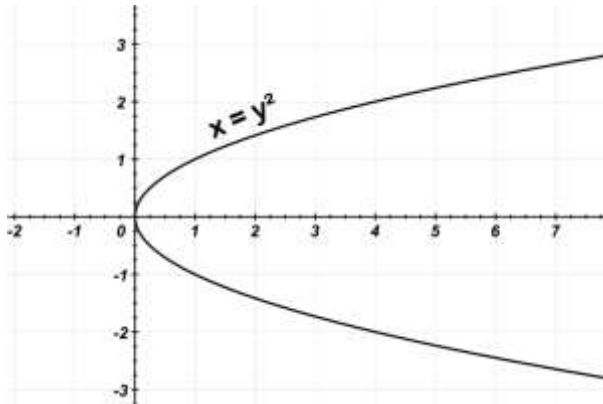
Respuesta: Si es una función



7. Identifica si la relación es una función o no lo es
 (Juan, Mary) (Julio, Betty) (Bruno, Alicia)
 (Jesús, Ana) (Ken, Kelli)

Respuesta: Si es una función

8. Identifica si la relación es una función o no lo es



Respuesta: No para todos los valores de y si trazas una recta vertical te corta la gráfica en dos puntos

9. En un baile de fin de curso, cada chico le engancha un ramillete a su cita. ¿Es esto un ejemplo de una función?

Respuesta: Si cada chico tiene solo una pareja.

10. Más tarde, en el mismo baile, Carlos se presenta con dos citas, ¿Cambia esto la respuesta anterior?

Respuesta: Si deja de ser una función porque un chico tiene dos parejas

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-07-06

Glosario

Una **relación** es una comparación de dos o más conjuntos de valores.

Una **función** es una relación de dos o más conjuntos de valores en la que cada número de entrada corresponde a uno y sólo un número de salida.

Otras Referencias

<http://prepa5.unam.mx/wwwP5/profesor/publicacionMate/04I.pdf>

<http://profe-alexz.blogspot.com/2008/11/relaciones-y-funciones.html>

