

Relación de las funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos. Las funciones trigonométricas son funciones cuyos valores son extensiones del concepto de razón trigonométrica en un triángulo rectángulo trazado en una circunferencia unitaria (de radio unidad). Definiciones más modernas las describen como series infinitas o como la solución de ciertas ecuaciones diferenciales, permitiendo su extensión a valores positivos y negativos, e incluso a números complejos.

<i>Por Cociente</i>	<i>Pitagóricas</i>	<i>Inversas</i>
$\tan\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta}$	$\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$	$\text{sen}\theta = \frac{1}{\text{csc}\theta}$
$\text{cot}\theta = \frac{\text{cos}\theta}{\text{sen}\theta}$	$1 + \tan^2\theta = \text{sec}^2\theta$	$\text{cos}\theta = \frac{1}{\text{sec}\theta}$
	$1 + \text{cot}^2\theta = \text{csc}^2\theta$	$\tan\theta = \frac{1}{\text{cot}\theta}$

Relación seno coseno

$$\cos^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$$

Ejemplo:

Calcular $\cos \alpha$ sabiendo que $\text{sen } \alpha = 2/5$ y que está en el III cuadrante

Solución:

$$\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - (2/5)^2$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - 4/25$$

$$\cos^2 \alpha = 21/25$$

$$\cos^2 \alpha = 21/25$$

$$\cos \alpha = \sqrt{21/5}$$

$$\cos \alpha = +\sqrt{21/5}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{21/5} \text{ Solución por estar ubicado en el tercer cuadrante.}$$

Relación secante tangente

$$\sec^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Ejemplo:

Calcular $\sec \alpha$ sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 1/4$ y que está en el I cuadrante

Solución:

$$\sec^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + (1/4)^2$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + 1/16$$

$$\sec^2 \alpha = 17/16$$

$$\sec \alpha = \sqrt{17/16}$$

$$\sec \alpha = +1/4 \text{ Solución Primer Cuadrante}$$

$$\sec \alpha = -1/4$$

Relación cosecante cotangente

$$\operatorname{cosec}^2 \alpha = 1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\operatorname{sec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Ejemplo:**Por relación Inversa.**

$$\operatorname{csc} \theta = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}$$

$$\operatorname{csc} 7\pi/8 = \frac{1}{\operatorname{sen} 7\pi/8} = 2,6131$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Calcular **cos** α sabiendo que **sen** $\alpha = 1/2$ y que está en el II cuadrante Solución:

$$\operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - (1/2)^2$$

$$\operatorname{cos}^2 \alpha = 1 - 1/4$$

$$\cos^2 \alpha = 3/4$$

$$\cos \alpha = \sqrt{3}/4$$

$$\cos \alpha = +\sqrt{3}/2$$

$\cos \alpha = -\sqrt{3}/2$ Solución por estar ubicado en el Segundo cuadrante.

2. Usa tu calculadora para evaluar la siguiente función trigonométrica recíproca

$$\cot 85^\circ$$

Solución:

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\cot 85^\circ = \frac{1}{\tan 85^\circ} = 0,0875$$

3. Sabiendo que $\sin \alpha = 3/5$, y que $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

Solución:

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5} \quad \sec \alpha = -\frac{5}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -3/4 \quad \operatorname{ctg} \alpha = -4/3$$

- 4.

Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 2$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas

Solución:

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \quad \sec \alpha = -\sqrt{1 + 4} = -\sqrt{5}$$

del ángulo α .

$$\operatorname{sen}\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \operatorname{cosec}\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 2$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{2}$$

5. Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 4$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α

Solución:

$$\operatorname{cos}\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\operatorname{sec}\alpha = -\sqrt{1 + 4} = -\sqrt{5}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 4$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = 1/4$$

6. Sabiendo que $\operatorname{sec} \alpha = 2$, $0 < \alpha < \pi/2$, calcular las restantes razones trigonométricas.

$$\operatorname{cos}\alpha = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sec}\alpha = 2$$

$$\operatorname{cos}\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{3/4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

7. Sabiendo que $\operatorname{cos} \alpha = 1/4$, y que $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

Solución:

$$\operatorname{cos}\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{15/4} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = -\frac{4\sqrt{15}}{15}$$

$$\operatorname{cos}\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\operatorname{sec}\alpha = 4$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{\frac{\sqrt{15}}{2}}{\frac{1}{4}} = -\sqrt{15}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$$

8. Calcular $\operatorname{sen} \alpha$ sabiendo que $\operatorname{cos} \alpha = 1/2$ y que está en el III cuadrante

Solución:

$$\operatorname{cos}^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - \operatorname{cos}^2 \alpha$$

$$\text{sen}^2 \alpha = 1 - (1/2)^2$$

$$\text{sen}^2 \alpha = 1 - (1/4)$$

$$\text{sen}^2 \alpha = 1 - 1/4$$

$$\text{sen}^2 \alpha = 3/4$$

$$\text{sen} \alpha = \sqrt{3/4}$$

$$\text{sen} \alpha = +\sqrt{3/2}$$

sen $\alpha = -\sqrt{3/2}$ Solución por estar ubicado en el tercer cuadrante.

9. Calcular **cos α** sabiendo que **sen $\alpha = 1/3$** y que está en el IV cuadrante

Solución:

$$\text{cos}^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha = 1$$

$$\text{cos}^2 \alpha = 1 - \text{sen}^2 \alpha$$

$$\text{cos}^2 \alpha = 1 - (1/3)^2$$

$$\text{cos}^2 \alpha = 1 - 1/9$$

$$\text{cos}^2 \alpha = 8/9$$

$$\text{cos}^2 \alpha = 8/9$$

$$\text{cos} \alpha = \sqrt{8/9}$$

cos $\alpha = +\sqrt{8/3}$ Solución por estar ubicado en el

cuarto cuadrante.

$$\cos \alpha = -\sqrt{8/3}$$

10. Calcular $\sec \alpha$ sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 7/5$ y que está en el I cuadrante

Solución:

$$\sec^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + (7/5)^2$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + 49/25$$

$$\sec^2 \alpha = 74/25$$

$$\sec \alpha = \sqrt{74/25}$$

$$\sec \alpha = +\sqrt{74/5} \quad \text{Solución Primer Cuadrante}$$

$$\sec \alpha = -\sqrt{74/5}$$

Profesor :MILITZA INDABURO

Fe y Alegría Versión 2015-12-26

