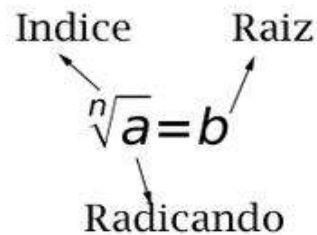


## RAÍZ ENÉSIMA



Hasta ahora, hemos visto exponentes con números enteros y raíz cuadrada. En esta guía, vamos a vincular las raíces y exponentes. En primer lugar, vamos a definir raíces adicionales. Al igual que el cuadrado y la raíz cuadrada son inversas entre sí, el inverso de un cubo es la raíz al cubo. La inversa de la cuarta potencia es la cuarta raíz.

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3, \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

La **raíz n-ésima** de un número  $x^n$ , es  $x, \sqrt[n]{x^n} = x$ . Y, al igual que la simplificación de las raíces cuadradas, podemos simplificar las raíces n-ésimas.

**EJEMPLO 1:** Buscar  $\sqrt[6]{729}$ .

**Solución:** Para simplificar un número a la sexta raíz, debe haber un número elevado al mismo factor de la raíz, en este caso 6.

$$729 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6$$

Por lo tanto,  $\sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$ . El sexto de la raíz y la sexta potencia se anulan entre sí y podemos decir que 3 es el sexto raíz de 729.

A partir de este ejemplo, podemos ver que no importa donde se coloca el exponente, siempre se cancelan con la raíz.

$$\sqrt[6]{3^6} = \sqrt[6]{3^6} \text{ or } \left(\sqrt[6]{3}\right)^6$$

$$\sqrt[6]{729} = (1.2009\dots)^6$$

$$3 = 3$$

Por lo tanto, no importa si se evalúa primero la raíz o el exponente.

**EL TEOREMA DE LA RAÍZ:** Para cualquier número real  $a$ , la raíz  $n$ , y el exponente  $m$ , el siguiente es siempre verdad:  $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ .

**EJEMPLO 2:** Evaluar sin calculadora:  $\sqrt[5]{32^3}$

**Solución:**

Si resuelve este problema, ya por escrito, primero se encontraría  $32^3$  y luego aplicar la 5 raíz.  $\sqrt[5]{32^3} = \sqrt[5]{32768} = 8$

Sin embargo, esto sería muy difícil de hacer sin una calculadora. Este es un ejemplo en el que sería más fácil de aplicar la raíz y luego el exponente. Vamos a reescribir la expresión y resolver.

$$\sqrt[5]{32^3} = \sqrt[5]{(2^5)^3} = 2^3 = 8$$

**EJEMPLO 3:** Evaluar sin calculadora  $\sqrt{16^3}$

**Solución:**

Este problema no tiene que ser reescrito  $(\sqrt{16})^3 = (4)^3 = 64$ .

**EJEMPLO 4:** Simplificar  $\sqrt[4]{64}$

**Solución:**

Para simplificar la raíz cuarta de una serie, debe haber un número elevado a la 4 para poder sacarlo de la raíz. Vamos a escribir la descomposición de 64 y simplificar.

$$\sqrt[4]{64} = \sqrt[4]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = 2\sqrt[4]{2}$$

Observe que hay 6 números 2 a 64. Podemos sacar 4 de ellos y se quedan 2 números 2 en el marco del radical.

**EJEMPLO 5:**  $\sqrt[3]{\frac{54x^3}{125y^5}}$

**Solución**

Al igual que la simplificación de fracciones con raíces cuadradas, se puede separar el numerador y el denominador.

$$\sqrt[3]{\frac{54x^3}{125y^5}} = \frac{\sqrt[3]{54x^3}}{\sqrt[3]{125y^5}} = \frac{\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x^3}}{\sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot y^3 \cdot y^2}} = \frac{3x \sqrt[3]{2}}{5y \sqrt[3]{y^2}}$$

Ten en cuenta que debido a que la  $x$  es al cubo, el cubo y la raíz al cubo se anulan entre sí. Con el  $y$  plazo, había cinco, por lo que tres se cancelan con la raíz, pero dos siguen la

izquierda bajo radical.

**EJEMPLO 6**

Recuerde que el volumen de un cubo es  $v = s^3$ , donde  $s$  es la longitud de cada lado. Así que para encontrar la longitud del lado, toma la raíz cúbica  $343z^7$ .

En primer lugar, se puede separar este número en dos raíces diferentes  $\sqrt[3]{343} \cdot \sqrt[3]{z^7}$ . Ahora, simplificar cada raíz.

$$\sqrt[3]{343} \cdot \sqrt[3]{z^7} = \sqrt[3]{7^3} \cdot \sqrt[3]{z^3 \cdot z^3 \cdot z} = 7z^2 \sqrt[3]{z}$$

Por lo tanto, la longitud del lado del cubo es  $7z^2 \sqrt[3]{z}$ .

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Simplifica cada expresión sin calculadora:

**Solución**

$$\sqrt[4]{625z^8}$$

En primer lugar, se puede separar este número en dos raíces diferentes  $\sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{z^8}$ . Ahora, simplificar cada raíz.

$$\sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{z^8} = \sqrt[4]{5^4} \cdot \sqrt[4]{z^4 \cdot z^4} = 5z^2$$

Al mirar el  $z^8$ , piensa en cuántos  $z^4$  pueden salir de la raíz cuarta. La respuesta es 2, o  $z^2$ , fuera del radical.

2.  $\sqrt[7]{32x^5y}$

**Solución**

$32 = 2^5$ , lo que significa que no son 7 2 los que se pueden sacar del radical. Lo mismo con el  $x^5$  y el  $y$ . Por lo tanto, no se puede simplificar la expresión más lejos.

3.  $\sqrt[5]{9216}$

**Solución**

Escriba 9216 en la descomposición en factores primos y los factores de lugar en grupos de 5.

$$\begin{aligned}
 \sqrt[5]{9216} &= \sqrt[5]{\boxed{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \boxed{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot 3 \cdot 3} \\
 &= \sqrt[5]{2^5 \cdot 2^5 \cdot 3^2} \\
 &= 2 \cdot 2 \sqrt[5]{3^2} \\
 &= 4 \sqrt[5]{9}
 \end{aligned}$$

4.

$$\sqrt[3]{\frac{40}{175}}$$

### Solución

Reducir la fracción, separar el numerador y el denominador y simplificar.

$$\sqrt[3]{\frac{40}{175}} = \sqrt[3]{\frac{8}{35}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{35}} = \frac{2}{\sqrt[3]{35}} \cdot \frac{\sqrt[3]{35^2}}{\sqrt[3]{35^2}} = \frac{2 \sqrt[3]{1225}}{35}$$

En la etapa de rojo, que racionalizado el denominador multiplicando la parte superior e inferior por  $\sqrt[3]{35^2}$ , de modo que el denominador sería  $\sqrt[3]{35^3}$  o simplemente 35. Ten cuidado al racionalizar el denominador con raíces más altas!

Profesor Alejandra Sánchez

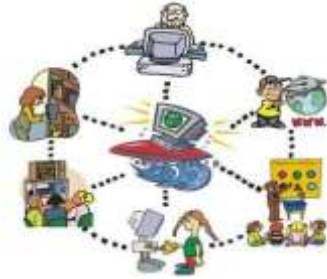
Fe y Alegría Versión 02-2016



### Glosario

- **Raíz n-ésima:** La "raíz n-ésima" de un valor dado, cuando se multiplica **n veces** da el valor inicial.
- **Índice:** Es el número que sirve para indicar el grado de la raíz.

- **Radicando:** Es el número del que se extrae la **raíz**, y se coloca debajo del signo **radical**, está dentro de la raíz.



### Otras Referencias

- <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesbajoguadalquivir/mat/cuartoa/1/Raiz.pdf>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Radicaci%C3%B3n>
- <http://www.disfrutalasmaticas.com/numeros/raices-n-esimas.html>

