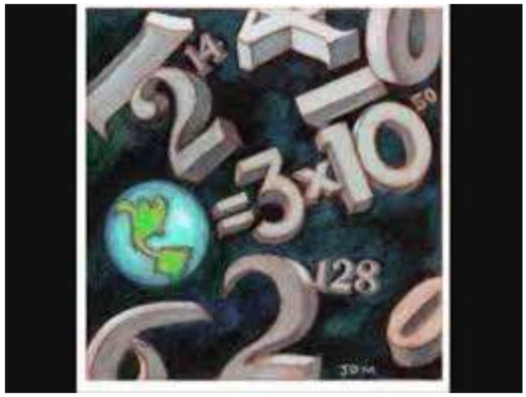
# RAÍCES DE UN POLINOMIO

¿Y si tuvieras una ecuación polinómica como $3x^2 + 4x - 4 = 0$? ¿Cómo podrías factorizar el polinomio para resolver la ecuación? Después de completar esta lección serás capaz de resolver ecuaciones polinómicas mediante la factorización y el uso de la propiedad del producto cero.



Una de las cosas más útiles de la factorización es que podemos resolver ecuaciones polinómicas a través de ella.

**Ejemplo A**

Dada la ecuación polinómica $2x^2 + 5x - 42 = 0$. ¿Cómo obtienes los valores de $x$?

**Respuesta:**

No hay una buena manera de despejar $x$ en esta ecuación, por lo que no se puede resolver utilizando cualquiera de las técnicas que ya hemos aprendido. Sin embargo, el lado izquierdo de la ecuación se puede factorizar: $(x+6)(2x-7)=0$.
¿Por qué es útil esto? La respuesta está en una propiedad interesante de la multiplicación: si dos números multiplicados dan cero, al menos uno de los dos números debe ser igual a cero. Esto se conoce como la **propiedad del producto cero.**

¿Qué significa esto para nuestra ecuación polinómica? Dado a que el producto es igual a 0, entonces al menos uno de los factores en el lado izquierdo debe ser igual a cero. Así podemos encontrar las dos soluciones para esta ecuación polinómica igualando cada factor a cero por separado.

$(x+6)=0$ **ó** $(2x-7)=0$

Resolviendo estas dos ecuaciones por separado nos da:

$x + 6 = 0$ $\qquad$ $2x - 7 = 0$

$\underline{\underline{x = -6}}$ **ó** $2x = 7$

$$\underline{\underline{x = \frac{7}{2}}}$$

Ten en cuenta que la solución es $x = -6$ **ó** $x = \frac{7}{2}$. La **"ó"** significa que cualquiera de estos valores de $x$ hacen que el producto de los dos factores sea cero. Si introduces cualquiera de los dos valores en la ecuación verás que el resultado del producto es cero.

Factorizar un polinomio es muy útil para resolver este tipo de ecuaciones debido a la propiedad del producto cero. Es mucho más fácil factorizar que estar tratando de despejar la variable en un solo lado de la ecuación. Sin embargo, existen polinomios que no se pueden factorizar y para estos casos se tienen que utilizar otros métodos que algún día aprenderás.

Como última nota en esta sección, tienes que tener en cuenta que la propiedad del producto cero solo funciona si la ecuación está igualada a cero. Esto no quiere decir que si la ecuación está igualada a 9 podrás hacer lo mismo.

**Ejemplo B**

*Resuelve cada ecuación:*

a) $(x-9)(3x+4)=0$

b) $x(5x-4)=0$

c) $4x(x+6)(4x-9)=0$

**Respuesta:**

Dado a que todos los polinomios están factorizados por completo sólo tenemos que igualar a cero cada uno de los factores y resolver las ecuaciones por separado.

a) $(x-9)(3x+4)=0$

$x-9=0$

$\underline{\underline{x=9}}$

ó

$3x+4=0$

$3x=-4$

$\underline{\underline{x=-\frac{4}{3}}}$

b) $x(5x-4)=0$

$\underline{\underline{x=0}}$

ó

$5x-4=0$

$5x=4$

$\underline{\underline{x=\frac{4}{5}}}$

c) $4x(x+6)(4x-9)=0$

$4x=0$

$x=\frac{0}{4}$

$\underline{\underline{x=0}}$

ó

$x+6=0$

$x=-6$

ó

$4x-9=0$

$4x=9$

$\underline{\underline{x=\frac{9}{4}}}$

**Resumen**

Para resolver ecuaciones polinómicas de este tipo a través de la factorización y la propiedad del producto cero lo esencial es seguir los siguientes pasos siempre:

a) Si es necesario, vuelve a escribir la ecuación en su forma **estándar** para que la ecuación quede igualada a cero y esté ordenada.
b) **Factoriza** el polinomio por completo.
c) Usa la **propiedad del producto cero** para igualar cada factor a cero.
d) **Resuelve** cada ecuación por separado.
e) **Introduce** cada uno de los resultados (raíces) en el polinomio para verificar que tu trabajo es el correcto.

**Ejemplo C**
*Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.*

a) $x^2 - 2x = 0$

b) $2x^2 = 5x$

c) $9x^2y - 6xy = 0$

**Respuesta:**

a) $x^2 - 2x = 0$
**Reescribe:** No es necesario, ya que la ecuación está en su forma estándar.
**Factoriza:** Existe un factor común $x$, por lo que queda $x(x-2) = 0$.
**Iguala cada factor a cero:**

$x = 0$ ó $x - 2 = 0$

**Resuelve:**

$\underline{x = 0}$ ó $\underline{x = 2}$

**Comprueba:** Sustituye cada solución en la ecuación original.

$x = 0 \Rightarrow (0)^2 - 2(0) = 0$ funciona
$x = 2 \Rightarrow (2)^2 - 2(2) = 4 - 4 = 0$ funciona

**Respuesta:** $x = 0, x = 2$

b) $2x^2 = 5x$

**Reescribe:** $2x^2 = 5x \Rightarrow 2x^2 - 5x = 0$
**Factoriza:** Existe un factor común $x$, por lo que nos queda $x(2x-5) = 0$.
**Iguala cada factor a cero:**

$x = 0$ ó $2x - 5 = 0$
**Resuelve:**

$\underline{x = 0}$ ó $2x = 5$

$\underline{x = \frac{5}{2}}$

**Comprueba:** Sustituye cada solución en la ecuación original.

$x = 0 \Rightarrow 2(0)^2 = 5(0) \Rightarrow 0 = 0$ funciona

$x = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 = 5 \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow 2 \cdot \frac{25}{4} = \frac{25}{2} \Rightarrow \frac{25}{2} = \frac{25}{2}$ funciona

**Respuesta:** $x = 0, x = \frac{5}{2}$

c) $9x^2y - 6xy = 0$

**Reescribe:** no es necesario.

**Factoriza:** Existe un factor común $3xy$, por lo que nos queda $3xy(3x - 2) = 0$.

**Iguala cada factor a cero:**

$3 = 0$ Nunca es cierto, por lo que nuestros factores de solución son:

$x = 0$ ó $y = 0$ ó $3x - 2 = 0$

**Resuelve:**

$\underline{x = 0}$ ó $\underline{y = 0}$ ó $3x = 2$

$\underline{x = \frac{2}{3}}$

**Comprueba:** Sustituye cada solución en la ecuación original.

$x = 0 \Rightarrow 9(0)y - 6(0)y = 0 - 0 = 0$ funciona

$y = 0 \Rightarrow 9x^2(0) - 6x(0) = 0 - 0 = 0$ funciona

$x = \frac{2}{3} \Rightarrow 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 y - 6 \cdot \frac{2}{3}y = 9 \cdot \frac{4}{9}y - 4y = 4y - 4y = 0$ funciona

**Respuesta:** $x = 0, y = 0, x = \frac{2}{3}$

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve la siguiente ecuación polinómica.
$9x^2 - 3x = 0$

**Reescribe**: No es necesario.
**Factoriza**: Existe un factor común $3x$, por lo que nos queda $3x(3x-1)=0$.

**Iguala cada factor a cero:**

3X=0 ó 3x-1=0
**Resuelve**:

X=0 ó x=1/3

**Comprueba**: Sustituye cada solución en la ecuación original.
x=0 $9(0)^2$-3(0)=0
x=1/3 $9(1/3)^2$-3(1/3)=0
1- 1=0

**Respuesta:** x=0, x=1/3

2. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$x(x+12)=0$

$x(x+12)=0$
x=0 0(0+12)=0
x+12=0 x=-12 -12(-12+12)=-12.0=0

**Respuesta: x=0,x=-12**

3. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas
$(2x+1)(2x-1)=0$

$(2x+1)(2x-1)=0$
2x+1=0 2x=-1 x=-1/2
2x-1=0 2x=1 x=1/2

[2(-1/2)+1][2(-1/2)-1]=0 (-1+1)(-1-1)=0.-2=0
[2(1/2)+1][2(1/2)-1]=0 (1+1)(1-1)=2.0=0

**Respuesta: x=-1/2, ½**

4. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$(x-5)(2x+7)(3x-4)=0$

$(x-5)(2x+7)(3x-4)=0$
x-5=0 x=5
2x+7=0 x=-7/2
3x-4=0 x=4/3

(5-5)(2.5+7)(3.5-4)=0 0.17.60=0
(-7/2-5)(2.-7/2+7)(3.7/2-4)=0 -17/2.0.13/2=0
(4/3-5)(2.4/3+7)(3.4/3-4)=0 -11/3.29/3.0=0

**Respuesta: x=5, -7/2, 4/3**

5. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$2x(x+9)(7x-20)=0$

$2x(x+9)(7x-20)=0$
2x=0 x=0
X+9=0 x=-9
7x-20=0 x=20/7

2.0(0+9)(7.0-20)=0
2(-9)(-9+9)(7.-9-20)=-18.0.-83=0
2.(20/7).(20/7+9)(7.20/7-20)=40/7.83/7.0=0

**Respuesta: x=0, -9, 20/7**

6. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$4a^2+a=0$

$4a^2+a=0$
a(4a+1)=0
a=0
4a=-1 a=-1/4
$4.(0)^2+0=0$
$4(-1/4)^2-1/4=0$ 1/4-1/4=0

**Respuesta: x=0, -1/4**

7. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$x(3+y)=0$

$x(3+y)=0$
x=0
3+y=0 y=-3
0(3+y)=0
x(3-3)=0

**Respuesta: x=0, y=-3**

8. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$x(x-2y)=0$

$x(x-2y)=0$
x=0
x-2y=0 y=x/2
0(0-2y)=0
x(x-2.x/2)=0 x.0=0

**Respuesta: x=0, y=x/2**

9. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$18y-3y^2=0$

$18y-3y^2=0$
3y(6-y)=0
3y=0 y=0
6-y=0 y=6

$18.0-3.0^2=0$
$18.6-3(6)^2=108-108=0$

**Respuesta: y=0, 6**

10 Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas.
$9x^2 = 27x$

$9x^2 = 27x$
$9x^2-27x=0$
$9x(x-3)=0$
$9x=0 \quad x=0$
$x-3=0 \quad x=3$

$9(0)^2-27.0=0$
$9(3)^2-27.3=81-81=0$

**Respuesta: x=0, 3**

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-08-24

**Glosario**

Los polinomios se pueden escribir en forma **estándar** o en forma **factorizada**.

La forma **estándar** de un polinomio representa la suma de un conjunto de monomios ordenados de forma decreciente según el grado de cada término.

La **forma factorizada** representa al polinomio como un conjunto de factores.

La **propiedad del producto cero** nos dice que la única forma de que un producto sea igual a cero es que al menos uno de los dos factores sea igual a 0.
$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ ó $b = 0.$

**Otras Referencias**

http://www.vitutor.com/ab/p/d_i.html

https://ehenao.wordpress.com/ejercicios-resueltos/