

## PROPIEDADES DE LA ADICIÓN EN Z (NÚMEROS ENTEROS)

Supongamos que obtuviste un empleo como tutor de personas y la persona a quién le hacías tutoría te pidió dar ejemplos de la propiedad conmutativa de la suma, la propiedad asociativa de la suma, el elemento neutro de la suma y el elemento opuesto de la suma. ¿Podrías hacerlo? ¿Serías capaz de distinguir entre las diferentes propiedades? Después de completar este tema, tendrás una comprensión firme de estas propiedades, de modo en que puedas sumar fácilmente números enteros



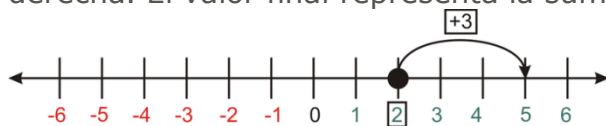
### Adición de números enteros

Un equipo de buzos en exploración se sumerge 11 metros en el mar, luego suben 5 metros persiguiendo un banco de peces, y luego suben 2 metros más preparándose para salir del agua. ¿Cuál es la profundidad a la cual se encuentran al final?

Cuando se sumergen se puede expresar como un entero negativo. Un ascenso se puede expresar como un entero positivo. Para encontrar la ubicación de los buzos antes de salir del agua, los valores individuales deben sumarse. Por lo tanto, la suma es  $(-11)+(+5)+(+2)=(-4)$ .

El equipo se encuentra a 4 metros de profundidad antes de salir del agua.

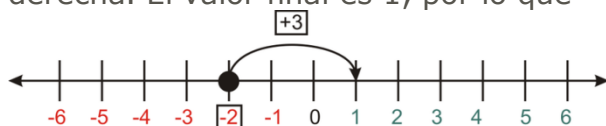
La adición también se puede representar usando una recta numérica. Si necesitas sumar  $2 + 3$ , empieza por dibujar un punto en el valor de 2 y muévete tres enteros hacia la derecha. El valor final representa la suma de los valores.



### Ejemplo A

Halla la suma de  $-2 + 3$  usando una recta numérica.

**Respuesta:** Comienza por dibujar un punto en el -2 y luego muévete tres unidades hacia la derecha. El valor final es 1, por lo que  $-2 + 3 = 1$ .



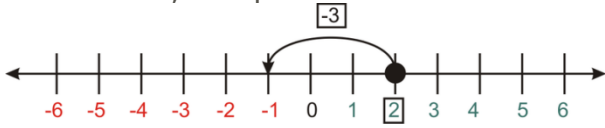
Cuando el valor que se suma es positivo, te mueves hacia la derecha. Si el valor es

negativo, te mueves hacia la izquierda (en sentido negativo).

### Ejemplo B

Halla la suma de  $2 - 3$  usando una recta numérica.

**Respuesta:** Comienza por dibujar un punto en el valor de 2. La expresión representa una sustracción, así que cuenta tres saltos hacia la izquierda.



La solución es:  $2 - 3 = -1$ .

### Propiedades algebraicas de la adición

La **propiedad conmutativa de la suma:** Para todos los números reales  $a$  y  $b$  se cumple que

$$a + b = b + a$$

*Comutar* significa cambiar de lugar, por lo que la propiedad conmutativa de la suma te permite reorganizar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad asociativa de la suma:** Para todos los números reales  $a$ ,  $b$  y  $c$ , se cumple que

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

*Asociar* significa juntar, por lo que la propiedad asociativa de la suma te permite reagrupar los objetos en un problema de suma.

La **propiedad del elemento neutro:** Para cualquier número real  $a$ ,  $a + 0 = a$ .

Esta propiedad te permite utilizar el hecho de que la suma de cualquier número y cero es el valor original.

La **propiedad del elemento opuesto:** Para todo número real  $a$  se cumple que existe otro número real  $-a$  tal que  $a + (-a) = 0$ .

Estas propiedades se aplican a todos los números reales, pero en esta lección las estamos aplicando a números enteros, que también son pertenecientes a los números reales y por lo tanto heredan estas propiedades.

### Ejemplo C

Nadia y Pedro están construyendo castillos de arena en la playa. Nadia construyó un castillo de 60 cm de altura, se detuvo para comer helado, y luego añadió 30 cm más a su castillo. Pedro construyó un castillo de 30 cm de altura aproximadamente antes de detenerse para comerse un sándwich. Después de su sándwich, le agregó 60 cm más a su castillo. ¿Cuál castillo es el más alto?



### Respuesta:

El castillo de Nadia es  $60+30$  cm de altura. El castillo de Pedro es  $30+60$  cm de altura. De acuerdo a la **propiedad conmutativa de la suma**, los dos castillos son de la misma altura.

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Simplifica lo siguiente usando las propiedades de la suma:

$$9 + (1 + 22)$$

Es más fácil reagrupar  $9 + 1$ , así que aplicando la propiedad asociativa de la suma,  $(9 + 1) + 22 = 10 + 22 = 32$ .

**Respuesta: 32**

2. Simplifica lo siguiente usando las propiedades de la suma:

$$4,211 + 0$$

La propiedad del elemento neutro de la adición indica que la suma de un número y cero es el número, por lo tanto,

$$4,211 + 0 = 4,211.$$

**Respuesta: 4,211.**

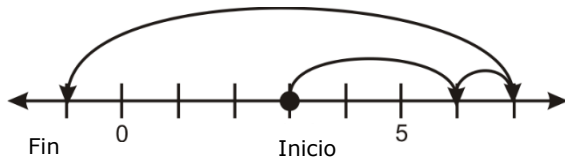
3. Simplifica lo siguiente usando las propiedades de la suma:

$$71 + (-71)$$

La propiedad del elemento opuesto de la adición indica que la suma de un número y su opuesto es cero, por lo tanto  $71 + (-71) = 0$

**Respuesta: 0**

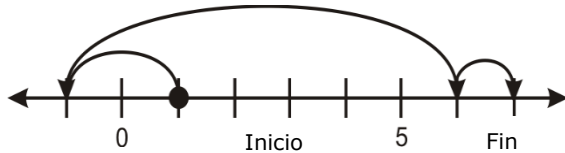
4. Escribe la suma representada por los movimientos en la recta numérica.



$$(+3) + (+3) + (+1) + (-8) = (-1)$$

**Respuesta: (-1)**

5. Escribe la suma representada por los movimientos en la recta numérica.



$$(+1) + (-2) + (+7) + (+1) = (+7)$$

**Respuesta: +7**

6. Aplicando la propiedad del elemento opuesto encuentre el número contrario a los siguientes números enteros: -72, 8, 35,

Aplicando el factor (-1)  
 $(-72) \cdot (-1) = 72$   
 $8 \cdot (-1) = (-8)$   
 $35 \cdot (-1) = (-35)$

**Respuesta: 72, (-8), (-35)**

7. En el siguiente ejercicio ¿Qué propiedad de la adición está involucrada? Justifica tu respuesta.

$$X - (-y) = X + y$$

Para todo número real  $a$  se cumple que existe otro número real  $-a$  tal que  $a + (-a) = 0$ .

La edad de Mari menos el negativo de la edad de Jenny es igual a la suma de las dos edades.

**Respuesta: el elemento opuesto**

8. En el siguiente ejercicio ¿Qué propiedad de la adición está involucrada? Justifica tu respuesta.

$$16 + 0 = 16$$

El elemento neutro indica que para cualquier número real  $a$ ,  $a + 0 = a$ .

Sarah tiene 16 manzanas y añade cero manzanas adicionales. Su total actual es de 16 manzanas.

**Respuesta: El elemento neutro**

9. En el siguiente ejercicio ¿Qué propiedad de la adición está involucrada? Justifica tu respuesta.

$$(-49)+(+2)=(-47)$$

$$(+2)+(-49)=(-47)$$

Una ballena azul se zambulle 49 metros por debajo de la superficie y luego se eleva 2 metros. Escriba el problema de adición y encuentre la suma.

**Respuesta: (-47). La conmutativa**

- 10 En el siguiente ejercicio ¿Qué propiedad de la adición está involucrada? Justifica tu respuesta.

$$(+13)+(+4)=17$$

$$(+4)+(+13)=17$$

La temperatura una mañana estaba en 13°C. Durante las siguientes seis horas, la temperatura se elevó 4 grados centígrados. ¿Cuál era la nueva temperatura?

**Respuesta: 17°C. La conmutativa**

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-06-29

## Glosario

La **propiedad conmutativa de la suma:** Para todos los números reales  $a$  y  $b$  se cumple que  $a + b = b + a$ .

La **propiedad asociativa de la suma:** Para todos los números reales  $a$ ,  $b$  y  $c$ , se cumple que  $(a + b) + c = a + (b + c)$ .

La **propiedad del elemento neutro:** Para cualquier número real  $a$ ,  $a + 0 = a$ .

La **propiedad del elemento opuesto:** Para todo número real  $a$  se cumple que existe otro número real  $-a$  tal que  $a + (-a) = 0$

## Otras Referencias

[http://www.vitutor.com/di/e/a\\_3.html](http://www.vitutor.com/di/e/a_3.html)

