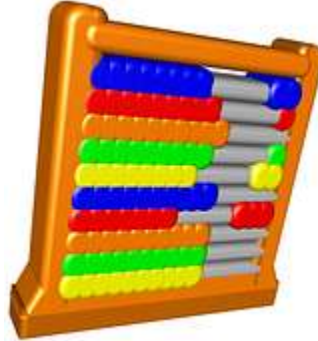


PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE POLINOMIOS

La suma de dos o más polinomios nos da otro polinomio
 Esto quiere decir que si sumamos $A(x) + B(x)$ el resultado debería de ser otro polinomio $C(x)$, ¿Lógico no?



Propiedad de la Adición de Polinomios.

Propiedad conmutativa

$$A(x) + B(x) = B(x) + A(x)$$

Dicho en palabras, el orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplo A

Si tienes $A(x) = 3x^2 - 2x + 1$ y $B(x) = x^2 + 5x - 4$ al sumarlos aplicando la propiedad conmutativa se cumple

$$A(x) + B(x) = B(x) + A(x)$$

$$(3x^2 - 2x + 1) + (x^2 + 5x - 4) = (x^2 + 5x - 4) + (3x^2 - 2x + 1) \quad \text{reagrupando términos semejantes}$$

$$(3x^2 + x^2) + (-2x + 5x) + (1 - 4) = (x^2 + 3x^2) + (5x - 2x) + (-4 + 1)$$

$$4x^2 + 3x - 3 = 4x^2 + 3x - 3$$

Respuesta: se cumple la propiedad conmutativa

Propiedad asociativa

$$A(x) + B(x) + C(x) = (A(x) + B(x)) + C(x) = A(x) + (B(x) + C(x))$$

Pueden agruparse de una manera conveniente con el objeto de hacer más simples las operaciones.

Ejemplo B

Tienes $A(x)=2x-1$, $B(x)=3x^2-4x-2$ y $C(x)=-4x^2+x+3$ al sumarlos aplicando la propiedad asociativa se cumple

$$\begin{aligned} A(x)+B(x)+C(x) &= (A(x)+B(x)) + C(x) = A(x)+(B(x)+C(x)) \\ &= [(2x-1) + (3x^2-4x-2)]+(-4x^2+x+3) = (2x-1)+[(3x^2-4x-2) + (-4x^2+x+3)] \\ &= [(2x-4x) + (3x^2) + (-1-2)]+(-4x^2+x+3) = (2x-1)+ [(3x^2-4x^2) + (-4x+x) + (-2+3)] \\ &= (3x^2-2x-3) + (-4x^2+x+3) = (2x-1)+(-x^2-3x+1) \\ &= -x^2-x = -x^2-x \end{aligned}$$

Respuesta: se cumple la propiedad asociativa

Elemento neutro

Recordemos que el polinomio nulo es aquel cuyos coeficientes son todos iguales a cero:

$$0(x)=0x^n+0x^{n-1}+0x^{n-2}+\dots+0(x)+0 \text{ luego}$$

Dado un polinomio $A(x)$ cualquiera debe cumplirse que:

$$A(x) + 0(x) = 0(x) + A(x) = A(x)$$

Ejemplo C

Tienes el polinomio $P(x)=7x^3+6x-1$ sumando el polinomio nulo $0(x)=0x^3+0x+0$ resulta

$$P(x)+0(x)=P(x)$$

Respuesta: se cumple la propiedad del elemento neutro.

Existencia del elemento opuesto

Considera el polinomio $P(x)=2x^4-5x^3+7x^2+3x+6$

Considera el polinomio $-P(x)=-2x^4+5x^3-7x^2-3x-6$. El opuesto de $P(x)$ denotado como $-P(x)$ es el polinomio que resulta de cambiar de signo todos sus coeficientes.

Ejemplo D

Si evaluamos la suma $P(x) + [-P(x)]$ encontramos el siguiente polinomio:

$0x^4+0x^3+0x^2+0x+0$, el cual es el **polinomio nulo**. En este caso se dice que $-P(x)$ es el polinomio nulo de $P(x)$

Respuesta: se cumple la propiedad del elemento opuesto

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Reagrupar usando las Propiedades Conmutativa y Asociativa

$(8x^2 + 4x + 12) + (2x^2 + 7x + 10)$

Reagrupar usando las Propiedades Conmutativa y Asociativa

$(8x^2 + 2x^2) + (4x + 7x) + (12 + 10)$

Sumar términos comunes

$10x^2 + 11x + 22$

Respuesta: $10x^2 + 11x + 22$
2. Reagrupar usando las Propiedades Conmutativa y Asociativa

$(-5x^2 - 10x - 7y + 2) + (3x^2 - 4 + 7x)$

Reagrupar usando las Propiedades Conmutativa y Asociativa

$(-5x^2 + 3x^2) + (-10x + 7x) - 7y + (2 - 4)$

Combinar términos comunes

$-2x^2 + (-3x) - 7y - 2$

Respuesta: $-2x^2 - 3x - 7y - 2$
3. Reagrupar usando las Propiedad Asociativa

$(14x^2y + 3x^2 - 5y + 14) - (7x^2y + 5x^2 - 8y + 10)$

Eliminar signos de agrupación

$14x^2y + 3x^2 - 5y + 14 - 7x^2y - 5x^2 + 8y - 10 =$

Reagrupar términos comunes usando la Propiedad Asociativa

$(14x^2y - 7x^2y) + (3x^2 - 5x^2) + (-5y + 8y) + (14 - 10) =$

Combinar términos comunes

$7x^2y - 2x^2 + 3y + 4$

Respuesta: $7x^2y - 2x^2 + 3y + 4$
4. Escribe el polinomio opuesto de $A(x) = 4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 2x + 6$

Buscas $-A(x)$ por lo tanto cambias los signos de los términos de $A(x)$

Respuesta:
 $-A(x) = -4x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2x - 6$
5. Dado el polinomio $B(x) = 7x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 7x - 3$, ¿de la suma de $B(x)$ y $-B(x)$ se obtiene?

$B(x) + (-B(x)) =$
 $(7x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 7x - 3) + (-7x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 7x + 3) = 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0$

Respuesta: El polinomio nulo

6. Dado el polinomio $C(x) = -2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5$, ¿si se le suma el polinomio nulo que se obtiene?
- Sumando $C(x) + 0(x) = (-2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5) + (0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0) = -2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5$

Respuesta: $-2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5$

7. Evalúa de los ejercicios anteriores $A(x) + B(x)$ y $B(x) + A(x)$. ¿Qué propiedad aplicaste?
- Sumando $A(x) + B(x) = B(x) + A(x)$

$$A(x) + B(x) = (4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 2x + 6) + (7x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 7x - 3) =$$

Sumando términos semejantes

$$= 11x^5 - x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 9x + 3$$

$$B(x) + A(x) = (7x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 7x - 3) + (4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 2x + 6) = 11x^5 - x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 9x + 3$$

Respuesta: la propiedad conmutativa

8. Evalúa usando los polinomios de los ejercicios anteriores $A(x) + [B(x) + C(x)]$ y $[A(x) + B(x)] + C(x)$ ¿Qué propiedad aplicaste?
- Sumando $B(x) + C(x) = (7x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 7x - 3) + (-2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5) = (5x^5 + 5x^4 - 11x^3 - x^2 + 11x - 8)$ luego

$$\mathbf{A(x) + (B(x) + C(x)) = (4x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 2x + 6) + (5x^5 + 5x^4 - 11x^3 - x^2 + 11x - 8) = 9x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 13x - 2}$$

Ahora suma $(A(x) + B(x)) + C(x) =$
 En el ejercicio anterior obtuviste $A(x) + B(x) = 11x^5 - x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 9x + 3$ luego

$$(A(x) + B(x)) + C(x) = (11x^5 - x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 9x + 3) + (-2x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 4x - 5) = \mathbf{9x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 13x - 2}$$

Respuesta: la propiedad Asociativa

Glosario

Propiedad Conmutativa. El orden de los sumandos no altera la suma.

Propiedad Asociativa. Consiste en la agrupación de los polinomios de una manera conveniente con el objeto de hacer más simples las operaciones

Elemento Neutro. Es el polinomio Nulo en la adición.

Elemento Opuesto. Es el polinomio que resulta de cambiar de signo todos sus coeficientes.

Polinomio Nulo. Es aquel cuyos coeficientes son todos iguales a cero.

Otras Referencias

<http://matematica.laguia2000.com/general/suma-de-polinomios>

<http://es.scribd.com/doc/3496016/SUMA-DE-POLINOMIOS-2#scribd>

