

## Materia: Matemática de Octavo

### Tema: Productos Notables – Producto de dos Binomios con un Término Común

#### PRODUCTO DE LA FORMA $(x + a)(x + b)$ (Producto de dos binomios con un término común)

Vamos a multiplicar los siguientes binomios:

- (1.) Los términos de ambos binomios tienen signos positivos:

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x + 5 \\ \hline x^2 + 3x \\ +5x + 15 \\ \hline x^2 + 8x + 15 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (x + 3)(x + 5) &= x^2 + 5x + 3x + 15 \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

- (2.) Uno de los términos en ambos binomios tiene signo negativo:

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x - 5 \\ \hline x^2 - 3x \\ -5x + 15 \\ \hline x^2 - 8x + 15 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (x - 3)(x - 5) &= x^2 - 5x - 3x + 15 \\ &= x^2 - 8x + 15 \end{aligned}$$

- (3.) Uno de los binomios tiene un término negativo y el otro binomio tiene los términos positivos:

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x + 5 \\ \hline x^2 - 3x \\ +5x - 15 \\ \hline x^2 + 2x - 15 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (x - 3)(x + 5) &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x^2 + 2x - 15 \end{aligned}$$

O bien:

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x - 5 \\ \hline x^2 + 3x \\ -5x - 15 \\ \hline x^2 - 2x - 15 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (x + 3)(x - 5) &= x^2 - 5x + 3x - 15 \\ &= x^2 - 2x - 15 \end{aligned}$$

En general, para cualesquiera términos “ $x$ ”, “ $a$ ” y “ $b$ ”, donde “ $x$ ” lo llamaremos el “**Término Común**” y “ $a$ ”, “ $b$ ” los llamaremos “**Términos No Comunes**”, se tiene

$$(x \pm a)(x \pm b) = x^2 + (\pm a \pm b)x + (\pm a)(\pm b)$$

De la expresión anterior tenemos:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (+a + b)x + (+a)(+b)$$

$$(x + a)(x - b) = x^2 + (+a - b)x + (+a)(-b)$$

$$(x - a)(x + b) = x^2 + (-a + b)x + (-a)(+b)$$

$$(x - a)(x - b) = x^2 + (-a - b)x + (-a)(-b)$$

se lee

El término común al cuadrado “ $x^2$ ” más la suma algebraica de los términos no comunes multiplicada por el común “ $(\pm a \pm b)x$ ” más el producto de los no comunes “ $(\pm a)(\pm b)$ ”.

Ejemplos:

Resuelve, aplicando productos notables:

(1.)  $(3x - 9)(3x + 1)$

Aplicando la regla que acabamos de aprender, tenemos

$$(3x - 9)(3x + 1) = \underbrace{(3x)^2}_{\substack{\downarrow \\ \text{cuadrado del término común}}} + \underbrace{(-9 + 1)(3x)}_{\substack{\downarrow \\ \text{suma algebraica de los términos no comunes multiplicada} \\ \text{por el común}}} + \underbrace{(-9)(+1)}_{\substack{\downarrow \\ \text{producto de los no comunes}}}$$

donde el término común es  $3x$   
y los términos no comunes  
son  $-9$  y  $1$

Luego,

$$(3x - 9)(3x + 1) = 9x^2 - 24x - 9$$

(2.)  $\left(\frac{2}{3}m^2 + 5\right)\left(2 + \frac{2}{3}m^2\right) = \left(\frac{2}{3}m^2\right)^2 + (+5 + 2)\left(\frac{2}{3}m^2\right) + (+5)(+2)$

$$= \frac{4}{9}m^4 + \frac{14}{3}m^2 + 10$$

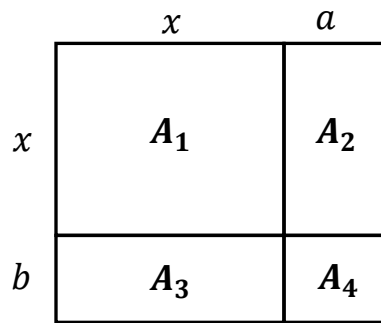
(3.)  $\left(\frac{5}{2}x + \frac{4}{7}y\right)\left(\frac{4}{7}y - 4x\right) = \left(\frac{4}{7}y\right)^2 + \left(\frac{5}{2}x - 4x\right)\left(\frac{4}{7}y\right) + \left(\frac{5}{2}x\right)(-4x)$

$$= \frac{16}{49}y^2 + \left(-\frac{3}{2}x\right)\left(\frac{4}{7}y\right) - 10x^2 = \frac{16}{49}y^2 - \frac{6}{7}xy - 10x^2$$

(4.)  $(2x^a - 8)(2x^a - 6) = (2x^a)^2 + (-8 - 6)(2x^a) + (-8)(-6)$

$$= 4x^{2a} - 28x^a + 48$$

## Representación geométrica del producto de dos binomios con un término común



Tenemos un rectángulo de lados " $x + a$ " y " $x + b$ ", cuya área " $A$ " se obtiene sumando las áreas:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

donde

$A_1 = x^2$ , es el área de un cuadrado de lado " $x$ "

$A_2 = ax$ , es el área de un rectángulo de lados " $a$ " y " $x$ "

$A_3 = bx$ , es el área de un rectángulo de lados " $x$ " y " $b$ "

$A_4 = ab$ , es el área de un rectángulo de lados " $a$ " y " $b$ "

Por lo tanto,

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = x^2 + ax + bx + ab$$

Como el área del rectángulo de lados " $x + a$ " y " $x + b$ " es  $(x + a)(x + b)$ , tenemos:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (ax + bx) + ab$$

agrupando términos semejantes

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

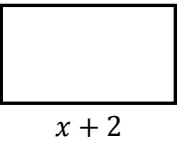
por la propiedad distributiva

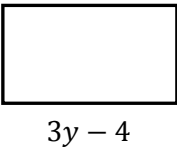
Finalmente,

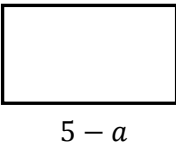
$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

## EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcula el área de los siguientes rectángulos:

(a.)   $x - 5$   
 $x + 2$

(b.)   $3y - 7$   
 $3y - 4$

(c.)   $4 - a$   
 $5 - a$

2. Resuelve aplicando la regla de los productos notables que corresponde:

(a.)  $(2x - \frac{3}{4})(2x + 5)$

(b.)  $(y^2 + \frac{3}{2})(y^2 - \frac{1}{2})$

(c.)  $(z + y)(y + x)$

(d.)  $(a^3b^3 - 1)(a^3b^3 + 7)$

(e.)  $(m^2 - 1)(m^2 + 20)$

(f.)  $(2x^m y - \frac{3}{4})(2x^m y - \frac{2}{5})$

(g.)  $(\frac{p}{3} + 3)(\frac{p}{3} - 5)$

(h.)  $(a^{x-3} - 3)(8 + a^{x-3})$

(i.)  $(6x^3 + 5m^4)(5m^4 + 4x^3)$

(j.)  $(\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}y)(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x)$

(k.)  $(x^4 - 7a)(-3b + x^4)$

(l.)  $(ab + c^2)(ab + 2c^2)$

## RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1.

(a.)  $x^2 - 3x - 10$

(b.)  $9y^2 - 33y + 28$

(c.)  $a^2 - 10a + 20$

2.

(a.)  $4x^2 + \frac{17}{2}x - \frac{15}{4}$

(b.)  $y^4 + y^2 - \frac{3}{4}$

(c.)  $y^2 + xy + zy + xz$

(d.)  $a^6b^6 + 6a^3b^3 - 7$

(e.)  $m^4 + 19m^2 - 20$

(f.)  $4x^{2m}y^2 - \frac{23}{10}x^m y + \frac{3}{10}$

(g.)  $\frac{p^2}{9} - \frac{2}{3}p - 15$

(h.)  $a^{2x-6} + 5a^{x-3} - 24$

(i.)  $25m^8 + 50x^3m^4 + 24x^6$

(j.)  $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{15}x^2y - \frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{15}xy$

(k.)  $x^8 - 7ax^4 - 3bx^4 + 21ab$

(l.)  $a^2b^2 + 3abc^2 + 2c^4$