

## Materia: Matemática de Octavo

### Tema: Productos Notables – Suma por su Diferencia

#### SUMA POR SU DIFERENCIA (Suma de dos términos por la diferencia de los mismos)

Vamos a multiplicar los siguientes binomios:

$$\begin{array}{r} m + n \\ m - n \\ \hline m^2 + mn \\ -mn - n^2 \\ \hline m^2 \quad - n^2 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (m + n)(m - n) &= m^2 - mn + mn - n^2 \\ &= m^2 - n^2 \end{aligned}$$

Otro ejemplo:

$$\begin{array}{r} x - y \\ x + y \\ \hline x^2 - xy \\ +xy - y^2 \\ \hline x^2 \quad - y^2 \end{array}$$

o aplicando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} (x - y)(x + y) &= x^2 + xy - xy - y^2 \\ &= x^2 - y^2 \end{aligned}$$

Es necesario destacar que los términos “ $mn$ ” y “ $-mn$ ” (al igual que “ $xy$ ” y “ $-xy$ ”) por ser opuestos, el resultado es *CERO*.

En general, el producto notable de dos binomios que solamente difieren en un signo es:

$$\boxed{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}, \text{ el resultado es un binomio.}$$

se lee

Cuadrado del término cuyos signos son iguales “ $a^2$ ” menos cuadrado del término que tienen signos diferentes “ $b^2$ ”.

Ejemplos:

Resuelve, aplicando productos notables:

$$(1.) \quad (3x^2 - 5)(3x^2 + 5)$$

Aplicando la regla que acabamos de aprender, tenemos

$$(3x^2 - 5)(3x^2 + 5) = \underbrace{(3x^2)^2} - \underbrace{(5)^2}$$

↓  
término con el mismo signo (en ambos paréntesis tiene signo positivo)

↓  
término con signos contrarios (en el 1er. paréntesis está negativo y en el 2do. paréntesis tiene signo positivo)

Luego,

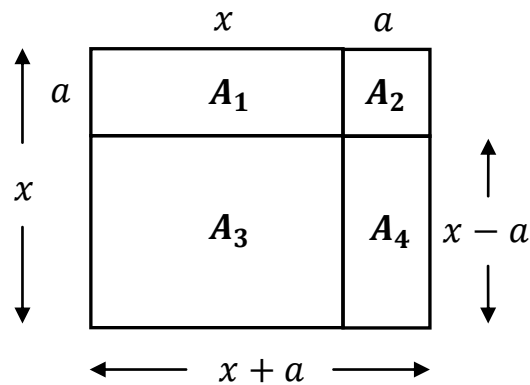
$$(3x^2 - 5)(3x^2 + 5) = 9x^4 - 25$$

$$(2.) \quad \left(-\frac{1}{4}a^2 + b\right)\left(b + \frac{1}{4}a^2\right) = (b)^2 - \left(\frac{1}{4}a^2\right)^2$$
$$= b^2 - \frac{1}{16}a^4$$

$$(3.) \quad (x^{a-1} + y^b)(-y^b + x^{a-1}) = (x^{a-1})^2 - (y^b)^2$$
$$= x^{2a-2} - y^{2b}$$

$$(4.) \quad (2m + 3mn)(2m - 3mn) = (2m)^2 - (3mn)^2$$
$$= 4m^2 - 9m^2n^2$$

## Representación geométrica de una suma por su diferencia



Tenemos un rectángulo de lados “ $x$ ” y “ $x + a$ ”, cuya área “ $A$ ” se obtiene sumando las áreas:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

donde

$A_1 = ax$ , es el área de un rectángulo de lados “ $x$ ” y “ $a$ ”

$A_2 = a^2$ , es el área de un cuadrado de lado “ $a$ ”

$A_3 = x(x - a)$ , es el área de un rectángulo de lados “ $x$ ” y “ $x - a$ ”

$A_4 = a(x - a)$ , es el área de un rectángulo de lados “ $x - a$ ” y “ $a$ ”

Ahora bien, el área del rectángulo formado por  $A_3 + A_4$ , viene dada por:

$$A_3 + A_4 = (x + a)(x - a)$$

Como el área de  $A_3 + A_4$  es  $A - (A_1 + A_2)$ , tenemos:

$$A_3 + A_4 = A - (A_1 + A_2)$$

donde  $A = x(x + a)$

$$(x + a)(x - a) = x(x + a) - (ax + a^2)$$

sustituyendo las áreas de cada rectángulo

$$(x + a)(x - a) = x^2 + ax - ax - a^2$$

aplicando la propiedad distributiva

$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

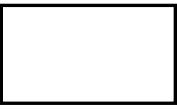
agrupando términos semejantes

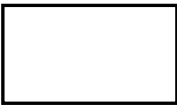
Finalmente,

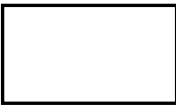
$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

## EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcula el área de los siguientes rectángulos:

(a.)   $x - 6$   
 $x + 6$

(b.)   $y - 2x$   
 $y + 2x$

(c.)   $3 - n$   
 $3 + n$

2. Resuelve aplicando la regla de los productos notables que corresponde:

(a.)  $(2a^3 + 7b^4)(2a^3 - 7b^4)$

(b.)  $(x^m - y^n)(x^m + y^n)$

(c.)  $\left(-\frac{3}{7}x + \frac{1}{2}y\right)\left(-\frac{3}{7}x - \frac{1}{2}y\right)$

(d.)  $\left(y^2 + \frac{3}{2}\right)\left(y^2 - \frac{3}{2}\right)$

(e.)  $(m + 5)(-5 + m)$

(f.)  $(5x^m - 3y^a)(5x^m + 3y^a)$

(g.)  $\left(\frac{m}{3} + \frac{mn}{2}\right)\left(\frac{m}{3} - \frac{mn}{2}\right)$

(h.)  $(a^{x+2} - 3b^{2x-1})(a^{x+2} + 3b^{2x-1})$

(i.)  $(1 - 7xy)(7xy + 1)$

(j.)  $\left(\frac{1}{5}m^5 + \frac{2}{3}m^7\right)\left(\frac{1}{5}m^5 - \frac{2}{3}m^7\right)$

(k.)  $(-mx^2 + 6x)(mx^2 + 6x)$

(l.)  $(abc - 11)(abc + 11)$

## RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1.

(a.)  $x^2 - 36$

(b.)  $y^2 - 4x^2$

(c.)  $9 - n^2$

2.

(a.)  $4a^6 - 49b^8$

(b.)  $x^{2m} - y^{2n}$

(c.)  $\frac{9}{49}x^2 - \frac{1}{4}y^2$

(d.)  $y^4 - \frac{9}{4}$

(e.)  $m^2 - 25$

(f.)  $25x^{2m} - 9y^{2a}$

(g.)  $\frac{m^2}{9} - \frac{m^2n^2}{4}$

(h.)  $a^{2x+4} - 9b^{4x-2}$

(i.)  $1 - 49x^2y^2$

(j.)  $\frac{1}{25}m^{10} - \frac{4}{9}m^{14}$

(k.)  $36x^2 - m^2x^4$

(l.)  $a^2b^2c^2 - 121$