

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Productos Notables – Cuadrado de una Diferencia

CUADRADO DE UNA DIFERENCIA (Cuadrado de la diferencia de un binomio)

Tomando el primer ejemplo que realizamos para el caso anterior (Cuadrado de una suma), ¿qué ocurre cuando uno de los dos términos es negativo?

Si queremos resolver $(x - 3)^2$, tenemos que:

$$(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$$

¿Cuál es la diferencia?

El signo del término central, que ahora es negativo.

En general, para cualesquiera términos a y b se tiene

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) && \text{por la definición de potencia} \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 && \text{aplicando la propiedad distributiva} \\ &= a^2 - 2ab + b^2 && \text{agrupando términos semejantes}\end{aligned}$$

Concluimos: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, el resultado es un trinomio.

se lee

El primer término al cuadrado " a^2 " menos dos veces el primer término por el segundo término " $2ab$ " más el segundo término al cuadrado " b^2 ".

Es importante hacer notar que: $(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$

Ejemplos:

Resuelve, aplicando productos notables:

$$(1.) \quad (xy^2 - 2x^2y)^2$$

Aplicando la regla que acabamos de aprender, tenemos

$$(xy^2 - 2x^2y)^2 = \underbrace{(xy^2)^2}_{\substack{\downarrow \\ \text{primer término al cuadrado}}} - \underbrace{2(xy^2)(2x^2y)}_{\substack{\downarrow \\ \text{dos veces el primer término por el segundo término}}} + \underbrace{(2x^2y)^2}_{\substack{\downarrow \\ \text{el segundo término al cuadrado}}, \text{ donde el primer término es } xy^2 \text{ y el segundo término es } 2x^2y$$

Luego,

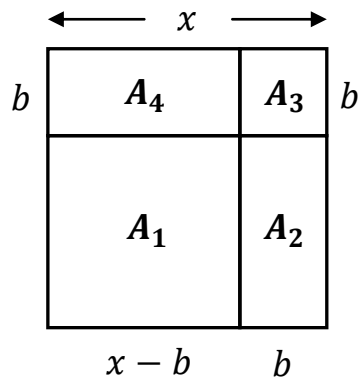
$$(xy^2 - 2x^2y)^2 = x^2y^4 - 4x^3y^3 + 4x^4y^2$$

$$(2.) \quad \left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{2}n^3\right)^2 = \left(\frac{3}{4}m^2\right)^2 - 2\left(\frac{3}{4}m^2\right)\left(\frac{1}{2}n^3\right) + \left(\frac{1}{2}n^3\right)^2$$
$$= \frac{9}{16}m^4 - \frac{3}{4}m^2n^3 + \frac{1}{4}n^6$$

$$(3.) \quad (x^{a+1} - 2)^2 = (x^{a+1})^2 - 2(x^{a+1})(2) + (2)^2$$
$$= x^{2a+2} - 4x^{a+1} + 4$$

$$(4.) \quad (0,5x - y)^2 = (0,5x)^2 - 2(0,5x)(y) + (y)^2$$
$$= 0,25x^2 - xy + y^2$$

Representación geométrica del cuadrado de una diferencia



Tenemos un cuadrado de lado x , cuya área " A " se obtiene sumando las áreas:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

donde

$A_1 = (x - b)^2$, es el área de un cuadrado de lado " $(x - b)$ "

$A_2 = b(x - b)$, es el área de un rectángulo de lados " b " y " $(x - b)$ "

$A_3 = b^2$, es el área de un cuadrado de lado " b "

$A_4 = b(x - b)$, es también el área de un rectángulo de lados " b " y " $(x - b)$ "

Por lo tanto,

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = (x - b)^2 + b(x - b) + b^2 + b(x - b)$$

Como el área del cuadrado de lado x es x^2 , tenemos:

$$x^2 = (x - b)^2 + b(x - b) + b^2 + b(x - b)$$

$$x^2 = (x - b)^2 + 2b(x - b) + b^2 \quad \text{agrupando términos semejantes}$$

$$x^2 = (x - b)^2 + 2bx - 2b^2 + b^2 \quad \text{aplicando la propiedad distributiva}$$

$$x^2 = (x - b)^2 + 2bx - b^2 \quad \text{agrupando términos semejantes nuevamente}$$

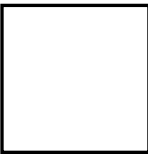
$$x^2 - 2bx + b^2 = (x - b)^2 \quad \text{transponiendo términos}$$

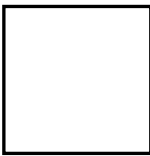
Finalmente,


$$(x - b)^2 = x^2 - 2bx + b^2$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcula el área de los siguientes cuadrados:

(a.) 
 $3a - 2$

(b.) 
 $y - 5x$

(c.) 
 $m - n$

2. Resuelve aplicando la regla de los productos notables que corresponde:

(a.) $(a - 3b)^2$

(b.) $(3x^4 - 5y^2)^2$

(c.) $(a^5 - 3xb^2)^2$

(d.) $(x - 7)^2$

(e.) $(5 - m)^2$

(f.) $\left(\frac{2}{3}y - \frac{1}{6}x^3\right)^2$

(g.) $(a^{x+1} - 2a^{x-3})^2$

(h.) $(t^5 - u^5)^2$

(i.) $\left(\frac{3}{10}a^3 - b\right)^2$

(j.) $(12 - xy)^2$

(k.) $\left(\frac{m^2}{4} - 3n\right)^2$

(l.) $(n^{x-1} - n^{2-x})^2$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1.

(a.) $9a^2 - 12a + 4$

(b.) $y^2 - 10yx + 25x^2$

(c.) $m^2 - 2mn + n^2$

2.

(a.) $a^2 - 6ab + 9b^2$

(b.) $9x^8 - 30x^4y^2 + 25y^4$

(c.) $a^{10} - 6xa^5b^2 + 9x^2b^4$

(d.) $x^2 - 14x + 49$

(e.) $25 - 10m + m^2$

(f.) $\frac{4}{9}y^2 - \frac{2}{9}yx^3 + \frac{1}{36}x^6$

(g.) $a^{2x+2} - 4a^{2x-2} + 4a^{2x-6}$

(h.) $t^{10} - 2t^5u^5 + u^{10}$

(i.) $\frac{9}{100}a^6 - \frac{3}{5}a^3b + b^2$

(j.) $144 - 24xy + x^2y^2$

(k.) $\frac{m^4}{16} - \frac{3}{2}m^2n + 9n^2$

(l.) $n^{2x-2} - 2n + n^{4-2x}$