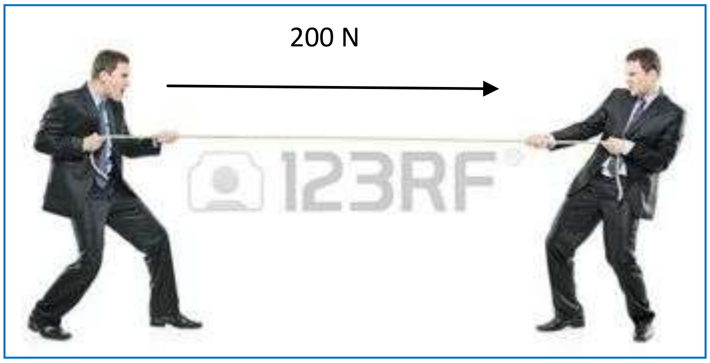
Producto de un número por un vector

Mientras en la universidad, estás disfrutando de un tira y afloja con tus amigos. Te encuentras en un lado de la cuerda, tirando con una fuerza de 200 N. El vector para esta fuerza se puede representar de esta manera:



Decides ir realmente por la victoria y tirar tan duro como sea posible. Como resultado, estás tirando con el doble de fuerza de antes. ¿Sabes cómo se puede representar el vector para esto?

En la conclusión de este concepto lograrás comprender exactamente cómo entender y representar los resultados de multiplicar un vector por un escalar.

MARCO TEÓRICO

En el trabajo con vectores hay dos tipos de cantidades empleadas. El primero es el vector, una cantidad que tiene magnitud y dirección. La segunda cantidad es un escalar. Los escalares son sólo números. La magnitud de un vector es una cantidad escalar. Un vector puede ser multiplicado por un número real. Este número real se llama un **escalar**. El producto de un vector $\vec{a}$ y un escalar k es un vector, por escrito $k\vec{a}$. Tiene la misma dirección que $\vec{a}$ con una magnitud de $k|\vec{a}|$ si $k > 0$. Si $k < 0$, el vector tiene la dirección opuesta de $\vec{a}$ una magnitud de y $k|\vec{a}|$.

Ejemplo A

La velocidad del viento antes de un huracán fue de 20 mph de la SSE ($N22.5°W$). Se cuadruplicó cuando el huracán llegó. ¿Cuál es el vector de corriente de la velocidad del viento?

Solución: El viento ahora está llegando a 80 mph de la misma dirección.

Ejemplo B

Un velero se desplazaba a 15 nudos hacia el norte. Después de darse cuenta que había sobrepasado su destino, el capitán volvió el barco alrededor y comenzó a viajar dos veces más rápido hacia el sur. ¿Cuál es el vector de la velocidad actual de la nave?

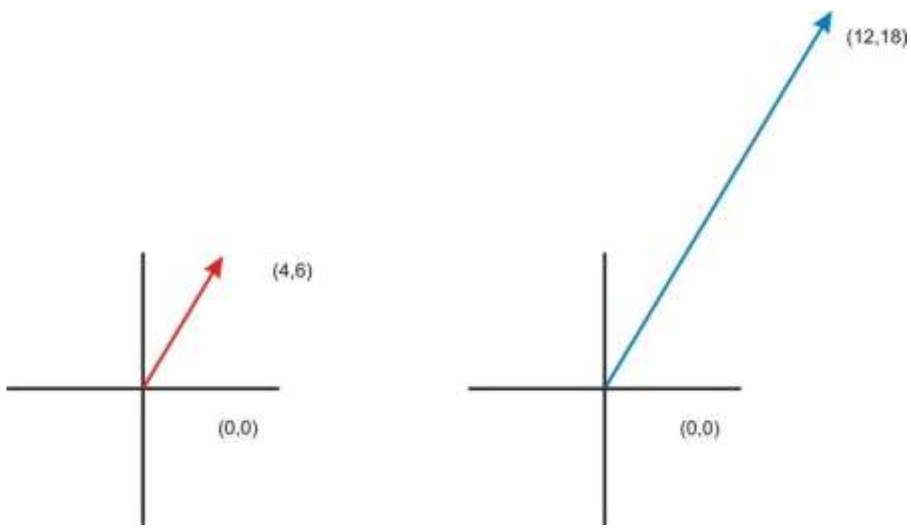
Solución: El barco está navegando a 30 nudos en la dirección opuesta.

Si el vector se expresa en coordenadas con el extremo de inicio del vector en el origen, esto se llama forma estándar. Para realizar una multiplicación escalar, multiplicamos nuestra escalar tanto por las coordenadas de nuestro vector. La palabra escalar proviene de "escala." Multiplicando por un escalar sólo hace que los vectores más largo o más corto, pero no cambia su dirección.

Ejemplo C

Considere el vector desde el origen a (4, 6). Lo que sería la representación de un vector que tenía tres veces la magnitud ser?

Solución: Aquí $k = 3$ y $\vec{v}$ es el segmento dirigido a partir de (0,0) a (4, 6).



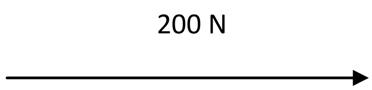
Multiplicar cada uno de los componentes en el vector por 3.

$$\vec{kv} = (0,0)\ to\ (12,18)$$

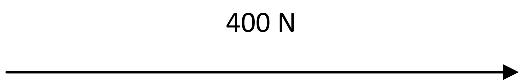
Las nuevas coordenadas del segmento dirigido son (0, 0), (12, 18).

Problema Solución

Dado que el vector original era la siguiente:



El nuevo vector es igual a 2 veces el vector de edad. Como nos encontramos en este concepto, la multiplicación de un vector por un escalar no cambia la dirección del vector, sólo su magnitud. Por lo tanto, el nuevo vector es el siguiente:



Su longitud es el doble de la longitud del vector original, y su dirección es sin cambios.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Encuentra el par ordenado resultante que representa $\vec{a}$ en cada ecuación, si se le da

   $\vec{b}$ = (0,0) a (5,4) y $\vec{a}$ = 2$\vec{b}$

   Solución:

   2$\vec{b}$ =2(5,4) =(10,8) =10 $i + 8j$

   2$\vec{b}$ =10 $\boldsymbol{i} + \boldsymbol{8j}$

2. Encuentra el par ordenado resultante que representa $\vec{a}$ en cada ecuación, si se le da

   $\vec{c}$ = (0,0) a (5,4) y $\vec{a}$ =-$\frac{1}{2}\vec{c}$

   Solución:

   $-\frac{1}{2}\vec{c}$ =-$\frac{1}{2}(-3{,}7) = (1.5, -3.5)$ =**1,5 $\boldsymbol{i} - \boldsymbol{3,5\,j}$**

3. Encuentra el par ordenado resultante que representa $\vec{a}$ en cada ecuación, si se le da $\vec{b} = (0,0)\ to\ (5,4)$ y $\vec{a} = 0.6\vec{b}$.

   Solución:

   $0.6\vec{b} = 0.6\langle 5,4\rangle = \langle 3, 2.4\rangle = 3\hat{\imath} + 2.4\hat{\jmath}$

   $\boldsymbol{0,6\vec{b}}$ =3 $\boldsymbol{i - 2,4\,j}$

4. Encuentra el par ordenado resultante que representa $\vec{a}$ en cada ecuación, si se le da

   $\vec{c}$ = (0,0) a (2,5) y $\vec{a}$ =-$\frac{1}{2}\vec{c}$

   Solución:

   $-\frac{1}{2}\vec{c}$ =-$\frac{1}{2}(2{,}5) = (-1, -2.5)$ =**-1 $\boldsymbol{i} - \boldsymbol{2,5\,j}$**

5. Encuentra el par ordenado resultante que representa $\vec{a}$ en cada ecuación, si se le da

   Solución:

$\vec{b}$ = (0,0) a (-2,4) y $\vec{a}$ = 3$\vec{b}$

3$\vec{b}$ =3(-2,4) =(-6,12) =-6$i + 12j$

3$\vec{b}$ =-6 $i + 12j$

6. Dado el vector $\vec{u}$ = (-2,5) ,calcula: 3.$\vec{u}$

Solución:

3 . $\vec{u} = 3.(-2{,}5)$

3 . $\vec{u} = (-6, 15)$

7. Dado el vector $\vec{v}$ = (-3,4) ,calcula: -2.$\vec{v}$

Solución:

-2 . $\vec{v} = -2.(-3{,}4)$

-2 . $\vec{v} = (6, -8)$

8. Dado el vector $\vec{v}$ = (3,3) ,calcula: 5.$\vec{v}$

Solución:

5 . $\vec{v} = -5.(3{,}3)$

5. $\vec{v} = (-15, -15)$

9. Dado el vector $\vec{v}$ = (-3,4) ,calcula: 4.$\vec{v}$

Solución:

4 . $\vec{v} = 4.(-3{,}4)$

4 . $\vec{v} = (-12, 16)$

10 Dado el vector $\vec{v}$ = (-3,4) ,calcula: $-\frac{3}{5}.\vec{v}$

Solución:

$-\frac{3}{5} . \vec{v} = -\frac{3}{5}.(-3{,}4)$

$-\frac{3}{5} . \vec{v} = (\frac{9}{5}, -\frac{12}{5})$

Glosario

Magnitud: Una **magnitud** es la longitud de un segmento de línea o vector.

Escalar: Un **escalar** es un número.

Vector: Un **vector** es un tipo de cantidad matemática que tiene una magnitud y una dirección.

Otras Referencias

Videos.