

## Producto vectorial de dos vectores

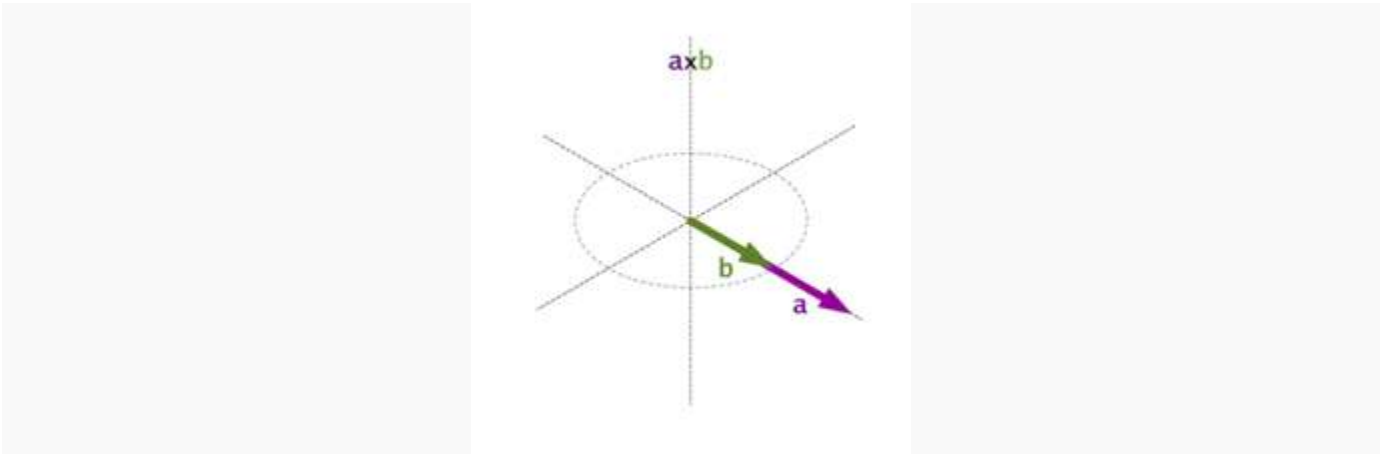
### Marco Teórico

Sean dos vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  en el espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$ . El producto vectorial entre  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  da como resultado un nuevo vector,  $\mathbf{c}$ . El producto vectorial  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  se denota mediante  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ , por ello se lo llama también *producto cruz*. En los textos manuscritos, para evitar confusiones con la letra  $\mathbf{x}$  (equis), es frecuente denotar el producto vectorial mediante:

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}, \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

El producto vectorial puede definirse de una manera más compacta de la siguiente manera:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin \theta) \hat{\mathbf{n}}$$



El producto vectorial de dos vectores es un vector perpendicular al plano que contiene los dos vectores.

El producto escalar de dos vectores se define como el número que se obtiene al aplicar:

$$\vec{m} = (a_1, b_1)$$

$$\vec{n} = (a_2, b_2)$$

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

#### Ejemplo N°1:

Dados los vectores

$$\vec{a} = (2, 5); \vec{b} = (0, 3) \quad \text{Halla: } \vec{a} \cdot \vec{b} =$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 0 + 5 \cdot 3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 + 15$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$$

#### Ejemplo N°2:

Dados los vectores

$$\vec{i} = (-2, -4); \vec{j} = (0, -3) \quad \text{Halla: } \vec{i} \cdot \vec{j} =$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = (-2) \cdot 0 + (-4) \cdot (-3)$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0 + 12$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 12$$

### Ejemplo N°3:

Dados los vectores

$$\vec{i} = (-3, 5); \vec{j} = (2, -3) \quad \vec{k} = (1, -2) \quad \text{Halla: } (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} =$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = [(-3, 5) \cdot (2, -3)] \cdot (1, -2)$$

$$(\vec{i} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{k} = (-1, 2) \cdot (1, -2)$$

$$(\vec{i} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{k} = (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-2)$$

$$(\vec{i} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{k} = -2 - 4$$

$$(\vec{i} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{k} = -6$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. Dados los vectores

$$\vec{i} = (-2, 4); \vec{j} = (1, -3) \quad \vec{k} = (2, 4) \quad \text{Halla:}$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} =$$

Solución:

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = [(-2, 4) \cdot (1, -3)] \cdot (2, 4)$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = (-1, 1) \cdot (2, 4)$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 4$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = -2 + 4$$

$$(\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} = 2$$

2. Dados los vectores

$$\vec{m} = (-4, 5); \vec{n} = (1, 2) \quad \vec{ñ} = (-1, -4) \quad \text{Halla:}$$

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} =$$

Solución:

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} = [(-4, 5) \cdot (1, 2)] \cdot (-1, -4)$$

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} = (-3, 7) \cdot (-1, -4)$$

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} = (-3) \cdot (-1) + 7 \cdot (-4)$$

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} = 3 - 28$$

$$(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{ñ} = -25$$

3. Dados los vectores

$$\vec{p} = (-5, -4); \vec{q} = (1, 4) \quad \text{Halla: } \vec{p} \cdot \vec{q} =$$

Solución:

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = (-5, -4) \cdot (1, 4)$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = (-5) \cdot 1 + (-4) \cdot 4$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = -5 - 16$$

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = -21$$

4. Dados los vectores

$$\vec{i} = (2,3); \vec{j} = (2,-4) \quad \vec{k} = (3,-4) \text{ Halla: } (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} &= [(2,3) + (2,-4)] \cdot (3,-4) \\ (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} &= (4,-1) \cdot (3,-4) \\ (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} &= 4 \cdot 3 + (-1) \cdot (-4) \\ (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} &= 12 + 4 \\ (\vec{i} + \vec{j}) \cdot \vec{k} &= \mathbf{16} \end{aligned}$$

5. Dados los vectores

$$\vec{l} = (3,2); \vec{m} = (1,-3) \text{ Halla: } \vec{l} \cdot \vec{m} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{l} \cdot \vec{m} &= (3,2) \cdot (1,-3) \\ \vec{l} \cdot \vec{m} &= (3 \cdot 1) + (2 \cdot (-3)) \\ \vec{l} \cdot \vec{m} &= 3 - 6 \\ \vec{l} \cdot \vec{m} &= \mathbf{-3} \end{aligned}$$

6. Dados los vectores

$$\vec{t} = (-2,3); \vec{u} = (1,6) \text{ Halla: } \vec{t} \cdot \vec{u} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{t} \cdot \vec{u} &= (-2,3) \cdot (1,6) \\ \vec{t} \cdot \vec{u} &= (-2) \cdot 1 + 3 \cdot 6 \\ \vec{t} \cdot \vec{u} &= -2 + 18 \\ \vec{t} \cdot \vec{u} &= \mathbf{16} \end{aligned}$$

7. Dados los vectores

$$\vec{p} = (-4,3); \vec{u} = (1,6) \text{ Halla: } \vec{p} \cdot \vec{u} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{p} \cdot \vec{u} &= (-4,3) \cdot (1,6) \\ \vec{p} \cdot \vec{u} &= (-4) \cdot 1 + 3 \cdot 6 \\ \vec{p} \cdot \vec{u} &= -4 + 18 \\ \vec{p} \cdot \vec{u} &= \mathbf{14} \end{aligned}$$

8. Dados los vectores

$$\vec{j} = (4,-2) \quad \vec{k} = (5,-4) \text{ Halla: } \vec{j} \cdot \vec{k} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{j} \cdot \vec{k} &= (4,-2) \cdot (5,-4) \\ \vec{j} \cdot \vec{k} &= (4 \cdot 5) + (-2) \cdot (-4) \\ \vec{j} \cdot \vec{k} &= 20 + 8 \\ \vec{j} \cdot \vec{k} &= \mathbf{28} \end{aligned}$$

9. Dados los vectores

$$\vec{l} = (-5,2); \vec{j} = (3,-4) \text{ Halla: } \vec{l} \cdot \vec{j} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \vec{l} \cdot \vec{j} &= (-5,2) \cdot (3,-4) \\ \vec{l} \cdot \vec{j} &= (-5) \cdot (3) + (2) \cdot (-4) \\ \vec{l} \cdot \vec{j} &= -15 - 8 \\ \vec{l} \cdot \vec{j} &= \mathbf{-23} \end{aligned}$$

10 Dados los vectores

$$\vec{t} = (-1, 3); \vec{u} = (2, -3) \quad \vec{v} = (2, 4) \text{ Halla:}$$

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v}$$

Solución:

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v} = [(-1, 3) + (2, -3)] \cdot (2, 4)$$

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v} = (1, 0) \cdot (2, 4)$$

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4$$

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v} = 2 + 4$$

$$\overrightarrow{(t + u)} \cdot \vec{v} = 6$$

Profesor: Militza Indaburo

Fe y Alegría Versión: 2016-04-04

## Glosario

### Otras Referencias

[https://es.wikipedia.org/wiki/Producto\\_vectorial](https://es.wikipedia.org/wiki/Producto_vectorial)

Videos.

