POTENCIACIÓN

$$a^n = p$$

Exponente

1) Puede ser PAR o IMPAR:

$2^3 \quad (-4)^5 \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^4 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^3 \quad 9^6$

2) Puede ser positivo
3) Puede ser negativo → Si el exponente es negativo, se convierte en positivo con la siguiente condición:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\right]^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

se invierte la base dejándole el signo que tiene igual.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$(-2)^{-1} = -\frac{1}{2} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} \qquad \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3} \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{2} \qquad \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{27}{125}$$

Potencia

El resultado de la potencia puede ser:

Positivo: $2^5 = 32$, $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$, $(-2)^4 = 16$

Negativo: $-2^4 = -16$, $-3^3 = -27$, $(-3)^3 = -27$

Base puede ser

$+ \longrightarrow 2^5$, $\left(\frac{3}{7}\right)^2$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, -2^4, -3^3 las bases son: 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 2 , 3

$- \longrightarrow (-2)^4$, $(-3)^3$ $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$ las bases son: (-2), (-3), $\left(-\frac{5}{3}\right)$

LEYES DE LOS EXPONENTES

Potencia de una potencia:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m} \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Multiplicación de potencias de igual base:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

División de potencias de igual base:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad , \quad \text{con } a \neq 0$$

Reglas de los signos para calcular una potencia

Base positiva
elevada a cualquier exponente
el resultado siempre será positivo.

Ej.: 1) 4) 6) 7) 9) 12)

Base negativa
elevada a un exponente Par,
el resultado da positivo.

Ej.: 3) 5) 8) 11)

Base negativa
elevada a un exponente Impar,
el resultado da negativo.

Ej.: 2) 10)

EJERCICIOS RESUELTOS

1) $2^3 = 2.2.2 = \mathbf{8}$

2) $(-4)^5 = (-4).(-4).(-4).(-4).(-4) = \mathbf{-1024}$

3) $\left(-\frac{1}{5}\right)^4 = \left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{625}$

4) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{125}$

5) $(-6)^2 = (-6).(-6) = \mathbf{36}$ *se lee menos seis al cuadrado, el resultado es 36*

6) $-6^2 = -6.6 = \mathbf{-36}$ *se lee menos, seis al cuadrado , el resultado es menos36*

7) $-2^3 = -2.2.2 = \mathbf{-8}$ *se lee menos, dos al cubo, el resultado es menos8*

8) $(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = \mathbf{16}$ *se lee menos dos a la cuatro, el resultado es 16*

9) $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$

10) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-3} = \left(-\frac{9}{7}\right)^3 = \left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{9}{7}\right) = -\frac{729}{343}$

11) $(-83)^0 = \mathbf{1}$

Todo número elevado a la cero es igual a 1

12) $83^0 = \mathbf{1}$

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio		Signo de la base	Exponente Par o Impar	Signo del resultado	Potencia
$\left(-\frac{4}{7}\right)^3$		$-$	Impar	$-$	$-\frac{64}{343}$
$\left(-\frac{10}{3}\right)^4$		$-$	Par	$+$	$\frac{10\,000}{81}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$	El exponente es negativo. Se invierte la base $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$	$-$	Par	$+$	$\frac{81}{16}$
$\left(\frac{4}{7}\right)^3$		$+$	Impar	$+$	$\frac{64}{343}$
$(-10)^{-5}$	El exponente es negativo. Se invierte la base $\left(-\frac{1}{10}\right)^5$	$-$	Impar	$-$	$-\frac{1}{100\,000}$
6^{-3}	El exponente es negativo. Se invierte la base $\left(\frac{1}{6}\right)^3$	$+$	Impar	$+$	$\frac{1}{216}$
12^0 $\left(-\frac{4}{5}\right)^0$		$+$ $-$	Par Par	$+$ $+$	**1** **1**

LEYES DE LOS EXPONENTES

Multiplicación de potencias de igual base

$a^n.b^m = a^{n+m}$ $pa^n.qa^m = (p.q)a^{n+m}$	$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}.\left(-\frac{3}{5}\right)^{7}.\left(-\frac{3}{5}\right)^{3} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-5+7+3} =$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^{5} = -\frac{243}{3125}$ $5\,a^4.(-3)a^8.2a^{-5} = 5.(-3).2\,a^{4+8+(-5)} = -30a^7$	$(-2)^5.(-2)^4=(-2)^9$ $5^6.5^{-2}.5^{-7} = 5^{6+(-2)+(-7)}$ $= 5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

Potencia de una potencia

$[(a)^n]^m = a^{n\,.\,m}$ $c[(a)^n]^m = c.a^{n\,.m}$	$\left[\left(-\frac{4}{5}\right)^3\right]^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{-6}$ $= \left(-\frac{5}{4}\right)^6 = \left(\frac{5}{4}\right)^6$ $\left[\frac{1}{2}.3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2.3^2 = \frac{9}{4}$ $3[(2)^{-2}]^3 = 3.2^{-6} =$ $3.\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 3.\frac{1}{64} = \frac{3}{64}$	$\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^3.\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\right]^{-2}$ $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{3}{5}\right)^{10} =$ $5^6.\frac{3^{10}}{5^{10}} = 5^{6-10}.3^{10}$ $5^{-4}.3^{10} = \left(\frac{1}{5}\right)^4.3^{10}$ $\frac{1}{5^4}.3^{10} = \frac{3^{10}}{5^4}$	$\left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^4.\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\right]^3\right\}^{-2} =$ $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-8}.\left(-\frac{3}{5}\right)^{30} =$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^8.\left(-\frac{3}{5}\right)^{30} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{38}$

División de potencias de igual base

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $\frac{pa^n}{qa^m} = \frac{p}{q}a^{n-m}$	$\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$ $\frac{2^2}{2^5} = 2^{2-5} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\frac{10\,x^5}{2\,x^9} = \frac{10}{2}\,x^{5-9} = 5\,x^{-4} = \frac{5}{x^4}$	$\frac{2^{-5}}{2^{-2}} = 2^{-5-(-2)} = 2^{-5+2} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\frac{2^{-6}}{2^{-9}} = 2^{-6-(-9)} = 2^{-6+9} = 2^3 = 8$ $\frac{2^{-2}\,w^2}{2^2\,w^{-2}} = 2^{-2-2}\,w^{2-(-2)} = 2^{-4}w^{2+2} = \frac{1}{16}w^4$ $\frac{5a^{-2}b^5}{2a^{-3}b^2} = \frac{5}{2}\,a^{-2-(-3)}b^{5-2} = \frac{5}{2}\,a^{-2+3}b^3 = 2,5\,a\,b^3$

LEYES DE LOS EXPONENTES

EJERCICIOS RESUELTOS

Tiene bases comunes, aplicamos las leyes de los exponentes.

1) $\left\{\dfrac{(4^3.3^4.4^2)^2}{3^6.4^4.3^2}\right\}^3 = \dfrac{4^{18}.3^{24}.4^{12}}{3^{18}.4^{12}.3^6} = \dfrac{4^{30}.3^{24}}{4^{12}.3^{24}} = 4^{18}.3^0 = 4^{18}.1 = \mathbf{4^{18}}$

2) $$\frac{\left\{\left[\left(\frac{6}{5}\right)^5.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-4}.\left(\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}.\left(-\frac{7}{2}\right)\right)^3.\left(\frac{6}{5}\right)^4\right]^{-5}.\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-1}.\left(-\frac{7}{2}\right)^3\right]^2\right\}^3.\left[\left(\left(-\frac{7}{2}\right)^6\right)^{-3}\right]^4}{\left\{\left(-\frac{7}{2}\right)^5.\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-2}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-4}.\left(\frac{6}{5}\right)^3.\left(-\frac{7}{2}\right)^9\right]^3\right\}^{-2}}$$

Se resuelven las potencias de potencias. *(Se copia la base y se multiplican los exponentes)*

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-75}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{60}.\left(\frac{6}{5}\right)^{135}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-45}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-60}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-72}}{\left(-\frac{7}{2}\right)^{-10}.\left(\frac{6}{5}\right)^{12}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{24}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-54}} =$$

Se multiplican las potencias de igual base. *(Se copia la base y se suman los exponentes)*

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-75+135-60-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{60-45+18-72}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{12-18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-10+24-54}} = \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-40}} = \left(\frac{6}{5}\right)^{-6-(-6)}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39-(-40)}$$

Se dividen las potencias de igual base. *(Se copia la base y se restan los exponentes)*

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{-6+6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39+40} = \left(\frac{6}{5}\right)^0.\left(-\frac{7}{2}\right) = 1.\left(-\frac{7}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}\right)$$

LEYES DE LOS EXPONENTES

A partir de la descomposición de un número en sus factores primos podemos modificar la base de una potencia en otra que a su vez es equivalente.

EJERCICIOS RESUELTOS

$$\frac{\mathbf{20^4.(2^3)^2.25^6.64^4.3^5.7}}{[\mathbf{2^3.5^3.(16^5)^2.3^3}]^2}$$

El signo de la fracción es +

$$\frac{20^4.(2^3)^2.25^6.64^4.3^5.7}{[2^3.5^3.(16^5)^2.3^3]^2} =$$

$$\frac{(2^2.5)^4.[(2)^3]^2.(5^2)^6.(2^6)^4.(3)^5.7}{\{2^3.5^3.[(2^4)^5]^2.3^3\}^2} =$$

Se resuelven las potencias de potencia.

$$\frac{2^8.5^4.2^6.5^{12}.2^{24}.3^5.7}{2^6.5^6.2^{80}.3^6} =$$

Se multiplican las potencias de igual base.

$$\frac{2^{8+6+24}.5^{4+12}.3^5.7}{2^{6+80}.5^6.3^6} = \frac{2^{38}.5^{16}.3^5.7}{2^{86}.5^6.3^6}$$

Se dividen las potencias de igual base.

$$2^{38-86}.5^{16-6}.3^{5-6}.7 = 2^{-48}.5^{10}.3^{-1}.7 = \frac{5^{10}.7}{2^{48}.3}$$

Se descomponen las bases en sus factores primos.

$20= 2^2.5$ $25= 5^2$ $64= 2^6$ $16= 2^4$ $40= 2^3.5$ $8= 2^3$ $49= 7^2$ $14= 2.7$

Se sustituye la descomposición en factores primos, respectivamente.

$$\frac{(40^3.8^4)^3.[49.(-5)^2.(-7)^5]^3}{[5^3.(-2)^7]^2.14^5}$$

+ − +

La fracción tiene por signo el producto de $+ . - . + = -$

$$-\frac{(40^3.8^4)^3.[49.5^2.7^5]^3}{[5^3.2^7]^2.14^5} =$$

$$-\frac{[(2^3.5)^3.(2^3)^4]^3.[7^2.5^2.7^5]^3}{[5^3.2^7]^2.(2.7)^5} =$$

(Se copia la base y se multiplican los exponentes)

$$-\frac{2^{27}.5^9.2^{36}.7^6.5^6.7^{15}}{5^6.2^{14}.2^5.7^5} =$$

(Se copia la base y se suman los exponentes)

$$-\frac{2^{27+36}.5^{9+6}.7^{6+15}}{2^{14+5}.5^6.7^5} = -\frac{2^{63}.5^{15}.7^{21}}{2^{19}.5^6.7^5}$$

(Se copia la base y se restan los exponentes)

$$-2^{63-19}.5^{15-6}.7^{21-5} = -2^{44}.5^9.7^{16}$$

LEYES DE LOS EXPONENTES

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \quad o \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

Puedo convertir un exponente negativo en positivo, pero, con una condición se invierte la base dejándole el signo igual.

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^{2}$$

Puedo convertir un exponente positivo en negativo, pero, con una condición se invierte la base dejándole el signo igual.

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2}$$

A partir de esta propiedad podemos modificar la base de una potencia.

EJERCICIOS RESUELTOS

$$\frac{\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{4}\right]^{-3} \cdot \left[\left(\frac{6}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{4}\right]^{2}}{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7}\right]^{2} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{6}}$$

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{9} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{8}}{\left(\frac{5}{6}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{14} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{6}} =$$

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{8}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{14} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{6}} = \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{19} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{16}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{18} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{14}} =$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{19-18} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{16-14} = \left(\frac{6}{5}\right)^{19-18} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{16-14} =$$

$$\left(\frac{6}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{45}} = \mathbf{\frac{8}{15}}$$

$$\frac{\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{8} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{5} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{6}\right]^{2}}{\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}\right]^{-2} \cdot \left[\left(-\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^{4}}$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^{6} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^{-4}} =$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{4}} =$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16-6} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{10+12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{4}} = \frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{22}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{4}}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{10-12} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{22-4} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{18} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{2} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^{18}$$