

## POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si tuvieras una expresión fraccionaria que contiene exponentes que fueron elevados a una potencia, como  $\left(\frac{x^8}{x^4}\right)^5$  ¿Cómo puedes simplificarlo? Después de entender los conceptos que se explicarán, podrás simplificar expresiones exponenciales como esta.

### Potenciación de números racionales con exponente natural

Dado un número racional  $\frac{a}{b}$  y un número natural  $n$ , se denomina potencia  $n$ ésima de  $\frac{a}{b}$  al producto de  $n$  factores iguales a  $\frac{a}{b}$

La potencia  $n$ ésima de  $\frac{a}{b}$  se denota por  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$  esto es  $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \dots = \left(\frac{a}{b}\right)^n$  N veces

El número racional  $\frac{a}{b}$  se denomina **base de la potencia**

El número natural  $n$  se denomina **exponente de la potencia**

El número racional  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$  es **la potencia  $n$ ésima de  $\frac{a}{b}$**

#### Ejemplo A

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

### Potenciación de números racionales con exponente entero

De igual manera que la potenciación en  $\mathbb{Z}$  al multiplicar dos potencias cuyas bases son el mismo número y cuyos exponentes son números naturales, el resultado es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes. En general si  $\frac{a}{b}$  es un número racional diferente de cero y  $n$  pertenece a  $\mathbb{Z}$  se define

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} \quad \text{o bien} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

#### Ejemplo B

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

### Leyes de los exponentes

#### Multiplicación de potencias de igual base

Sea  $\frac{a}{b}$  un número racional con  $a$  y  $b$  diferentes de cero y  $m$  y  $n$  dos números enteros se verifica

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Al multiplicar potencias cuya base es el mismo número racional y cuyos exponentes son números enteros, el resultado es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

### Ejemplo C

$$\left(\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{2^2 \cdot 7^4}{7^2 \cdot 2^4} = \frac{7^2}{2^2} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

### División de potencias de igual base.

El Cociente de dos potencias cuyas bases son el mismo número racional y cuyos exponentes son números enteros, es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es la diferencia del exponente del dividendo menos el exponente del divisor. En general si  $\frac{a}{b}$  es un número racional con a y b diferentes de cero y m y n son números enteros se verifica

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

### Ejemplo D

$$\left(\frac{1}{2}\right)^7 \div \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

### Potencia de una potencia

Para elevar una potencia a un exponente dado, se conserva la base y se multiplican los exponentes. En general si  $\frac{a}{b}$  es un número racional con a y b diferentes de cero y m y n son números enteros se verifica

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

### Ejemplo E

$$\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^8$$

## Potencia de un producto

La potencia del producto de dos números racionales es igual al producto de las potencias de dichos números. En general se verifica que si  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son números racionales y  $n$  es un número entero, se tiene  $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$

### Ejemplo F

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{3}\right]^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9} = \frac{25}{36}$$

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Calcule la siguiente potencia

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^3$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = -\frac{3}{5} \cdot -\frac{3}{5} \cdot -\frac{3}{5} = -\frac{27}{125}$$

**Respuesta:**  $-\frac{27}{125}$

2. Resuelve la siguiente potencia

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{-5^3}{2^3} = -\frac{125}{8}$$

**Respuesta:**  $-\frac{125}{8}$

3. Efectúa la siguiente operación

$$(-8)^{-2} \cdot (-8)^{-3} \left(-\frac{1}{8}\right)^{-7}$$

$$\begin{aligned} & (-8)^{-2} \cdot (-8)^{-3} \left(-\frac{1}{8}\right)^{-7} = \\ & \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^{-7} = \left(-\frac{1}{8}\right)^{2+3-7} = \\ & \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} = (-8)^2 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $(-8)^2$

4. Divide las siguientes potencias

$$(-6)^5 \div \left(-\frac{1}{6}\right)^{-8}$$

$$\begin{aligned} & (-6)^5 \div \left(-\frac{1}{6}\right)^{-8} = (-6)^5 \div (-6)^8 = (-6)^{5-8} \\ & = (-6)^{-3} = \left(-\frac{1}{6}\right)^3 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$

5. Eleva la potencia a los exponentes indicados

$$\left[ \left( -\frac{9}{2} \right)^2 \right]^{-1}$$

$$\left[ \left( -\frac{9}{2} \right)^2 \right]^{-1} = \left( -\frac{9}{2} \right)^{-2} = \left( -\frac{2}{9} \right)^2$$

**Respuesta:**  $\left( -\frac{2}{9} \right)^2$

6. Eleva los siguientes productos a los exponentes indicados

$$\left[ \left( -\frac{6}{11} \right)^9 \cdot \left( -\frac{4}{5} \right)^3 \right]^{-2}$$

$$\begin{aligned} \left[ \left( -\frac{6}{11} \right)^9 \cdot \left( -\frac{4}{5} \right)^3 \right]^{-2} &= \left( -\frac{6}{11} \right)^{-18} \cdot \left( -\frac{4}{5} \right)^{-6} \\ &= \left( -\frac{11}{6} \right)^{18} \cdot \left( -\frac{5}{4} \right)^6 \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\left( -\frac{11}{6} \right)^{18} \cdot \left( -\frac{5}{4} \right)^6$

7. Divide las siguientes potencias

$$\left( \frac{5}{2} \right)^2 \div \left( \frac{5}{2} \right)^5$$

$$\left( \frac{5}{2} \right)^2 \div \left( \frac{5}{2} \right)^5 = \left( \frac{5}{2} \right)^{2-5} = \left( \frac{5}{2} \right)^{-3} = \left( \frac{2}{5} \right)^3$$

**Respuesta:**  $\left( \frac{2}{5} \right)^3$

8. Efectúa las operaciones indicadas

$$\left( \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^3 \div \left( -\frac{2}{9} \right)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^3 \div \left( -\frac{2}{9} \right) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{27} \div \frac{2}{9} = \frac{2}{27} \div \frac{2}{9} \\ &= \frac{2}{27} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{3}$

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-06-02

## Glosario

**Potencia.** se denomina potencia enésima de  $\frac{a}{b}$  al producto de n factores iguales a  $\frac{a}{b}$

**Base:** El número racional  $\frac{a}{b}$  se denomina **base de la potencia**

**Exponente:** El número natural n se denomina **exponente de la potencia**

## Otras Referencias

<http://www.disfrutalasmaticas.com/ejercicios/fracciones.php>

