

POTENCIACIÓN CON EXPONENTE RACIONAL

Un exponente fraccionario está relacionado con una raíz. Elevar un número a la potencia de $\frac{1}{2}$ es lo mismo que tomar la raíz cuadrada del número. Si usted tiene $a^{\frac{m}{n}}$, usted puede pensar de esta expresión en varias formas:

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} \quad \text{or} \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{or} \quad a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Todas estas ideas se pueden resumir en la siguiente regla de exponentes fraccionarios:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}$$

EJEMPLO 1

Simplifica la siguientes expresión $(125)^{-\frac{2}{3}}$

Solución:

$(125)^{-\frac{2}{3}}$ Aplicar la ley de exponentes negativos

$\frac{1}{125^{\frac{2}{3}}}$ Aplicar la ley de exponentes racionales

$$\frac{1}{(\sqrt[3]{125})^2}$$

La raíz cúbica de 125 es "5"

$$\frac{1}{5^2}$$

Evalué el denominador.

$$\frac{1}{25}$$

$$(125)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{25}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}$$

EJEMPLO 2

Simplifica la siguiente expresión: $(2a^2b^4)^{\frac{3}{2}}$

Solución:

$$(2a^2b^4)^{\frac{3}{2}}$$

Aplicar la regla de potencia de potencias

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(2a^2b^4)^{\frac{3}{2}} = 2^{1 \times \frac{3}{2}} (a^2)^{\frac{3}{2}} (b^4)^{\frac{3}{2}}$$

Simplificar la expresión

$$2^{1 \times \frac{3}{2}} (a^2)^{\frac{3}{2}} (b^4)^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} (a^2)^{2 \times \frac{3}{2}} (b^4)^{4 \times \frac{3}{2}}$$

Simplificar y aplicar la regla de exponentes racionales

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$2^{\frac{3}{2}} (a^2)^{2 \times \frac{3}{2}} (b^4)^{4 \times \frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} (a^3)^3 (b^6)^6$$

Simplificar

$$\sqrt{2^3} (a^3)^3 (b^6)^6 = \sqrt{8} a^3 b^6$$

$$\sqrt{8} a^3 b^6 = 2\sqrt{2} a^3 b^6$$

$$(2a^2b^4)^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2} a^3 b^6$$

Los exponentes racionales representan el exponente y el índice de la base. El numerador es el exponente y el denominador es el índice.

EJEMPLO 3: Indique el equivalente en radicales del siguiente número $2^{\frac{3}{8}}$.

Solución:

$$2^{\frac{3}{8}}$$

$$2^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{2^3} = \sqrt[8]{8}$$

EJERCICIO 4: Indique la potencia equivalente del siguiente radical: $\sqrt[3]{7^2}$

Solución:

$$\sqrt[3]{7^2}$$

$$\sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Indique el equivalente en radicales del siguiente número:

Solución:

$$7^{-\frac{1}{5}}$$

$$7^{-\frac{1}{5}}$$

$$7^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{7^{\frac{1}{5}}}$$

$$\boxed{7^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{7}}}$$

2. $3^{\frac{3}{4}}$

Solución:

$$3^{\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{27}}$$

3. Indique la potencia equivalente de los siguientes radicales:

$$\frac{1}{(\sqrt[4]{5})^3}$$

Solución:

$$\frac{1}{(\sqrt[4]{5})^3}$$

$$\frac{1}{(\sqrt[4]{5})^3} = \frac{1}{5^{\frac{3}{4}}}$$

$$\frac{1}{5^{\frac{3}{4}}} = 5^{-\frac{3}{4}}$$

4. $(\sqrt[5]{a})^2$

$$(\sqrt[5]{a})^2$$

$$\boxed{(\sqrt[5]{a})^2 = a^{\frac{2}{5}}}$$

5. Use las leyes de los exponentes para evaluar lo siguiente:
 $9^{\frac{3}{2}} \div 36^{-\frac{1}{2}}$

Solución:

$$9^{\frac{3}{2}} \div 36^{-\frac{1}{2}}$$

Aplicar la ley de los exponentes para exponentes racionales $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}$.

Aplicar la ley de los exponentes para exponentes negativos $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$.

$$9^{\frac{3}{2}} \div 36^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{9})^3 \div \frac{1}{36^{\frac{1}{2}}}$$

Encontrar la raíz cuadrada de 9. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}$ $36^{\frac{1}{2}}$

$$(\sqrt{9})^3 \div \frac{1}{36^{\frac{1}{2}}} = (3)^3 \div \frac{1}{\sqrt{36}}$$

Simplificar

$$(3)^3 \div \frac{1}{\sqrt{36}} = 27 \div \frac{1}{\sqrt{6}}$$

Realice la operación de división

$$27 \div \frac{1}{6} = 27 \times \frac{6}{1} = 162$$

$$\boxed{9^{\frac{3}{2}} \div 36^{-\frac{1}{2}} = 162}$$

6. Simplifique la siguiente expresión utilizando las leyes de los exponentes.

$$(20a^2b^3c^{-1})^{\frac{3}{2}}$$

Solución:

$$(20a^2b^3c^{-1})^{\frac{3}{2}}$$

Aplicar ley de exponentes $(ab)^n = a^n b^n$

$$(20a^2b^3c^{-1})^{\frac{3}{2}} = 20^{1 \times \frac{3}{2}} (a)^{2 \times \frac{3}{2}} (b)^{3 \times \frac{3}{2}} (c)^{-1 \times \frac{3}{2}}$$

Simplificar los exponentes

$$20^{1 \times \frac{3}{2}} (a)^{2 \times \frac{3}{2}} (b)^{3 \times \frac{3}{2}} (c)^{-1 \times \frac{3}{2}} = 20^{\frac{3}{2}} (a)^3 (b)^{\frac{9}{2}} (c)^{-\frac{3}{2}}$$

Aplicar la ley de los exponentes para exponentes racionales

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m \quad m, n \in \mathbb{N}}$$
 a $20^{\frac{3}{2}}$ y $b^{\frac{9}{2}}$.

Para $c^{-\frac{3}{2}}$, aplicar la ley de los exponentes negativos $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ y luego la ley de exponentes racionales.

$$20^{\frac{3}{2}} (a)^3 (b)^{\frac{9}{2}} (c)^{-\frac{3}{2}} = (\sqrt{20})^3 (a)^3 \sqrt{b^9} \left(\frac{1}{c^{\frac{3}{2}}}\right)$$

Simplificar

$$20^{\frac{3}{2}} (a)^3 (b)^{\frac{9}{2}} (c)^{-\frac{3}{2}} = (2\sqrt{5})^3 (a^3) (b^4 \sqrt{b}) \left(\frac{1}{\sqrt{c^3}}\right)$$

Simplificar

$$(2\sqrt{5})^3 (a^3) (b^4 \sqrt{b}) \left(\frac{1}{\sqrt{c^3}}\right) = 8\sqrt{125} a^3 b^4 \sqrt{b} \frac{1}{c\sqrt{c}}$$

$$8\sqrt{125} a^3 b^4 \sqrt{b} \frac{1}{c\sqrt{c}} = 40\sqrt{5} a^3 b^4 \sqrt{b} (c\sqrt{c})^{-1}$$

Simplificar

$$\boxed{(20a^2b^3c^{-1})^{\frac{3}{2}} = 40\sqrt{5} a^3 b^4 \sqrt{b} (c\sqrt{c})^{-1}}$$

7. Use las leyes de los exponentes para evaluar lo siguiente:

$$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{216^{-\frac{1}{3}}}$$

Solución:

Numerador

$$64^{\frac{2}{3}}$$

$$64^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^2$$

$$\left(\sqrt[3]{64}\right)^2 = (4)^2$$

$$(4)^2 = 16$$

Denominador

$$216^{-\frac{1}{3}}$$

$$216^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{216^{\frac{1}{3}}}$$

$$216^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{216}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{216}} = \frac{1}{6}$$

Numerador dividido por el denominador:

$$16 \div \frac{1}{6}$$

$$16 \times \frac{6}{1} = 96$$

$\frac{64^{\frac{2}{3}}}{216^{-\frac{1}{3}}} = 96$



Glosario

- ✓ **Base:** En una expresión algebraica, la **base** es la variable, número, producto o cociente, al que se refiere el exponente. Algunos ejemplos son: En la expresión 2^5 , '2' es la base. En la expresión $(-3y)^4$, '-3y' es la base.
- ✓ **Exponente:** En una expresión algebraica, el **exponente** es el número de la parte superior derecha de la base que indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma. Algunos ejemplos son: En la expresión 2^5 , '5' es el exponente. Esto significa multiplicar 2 multiplicado por sí mismo 5 veces, como se muestra aquí:

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
 En la expresión $(-3y)^4$, '4' es el exponente. Esto significa multiplicar $-3y$ multiplicado por sí mismo 4 veces, como se muestra aquí $(-3y)^4 = -3y \times -3y \times -3y \times -3y$
- ✓ **Leyes de los exponentes:** Son las reglas y fórmulas de álgebra que nos indican la operación a realizar sobre los exponentes cuando se trata de expresiones exponenciales.



Otras Referencias

- ✓ [http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica1/potencia de exponente racional.html](http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica1/potencia_de_exponente_racional.html)

- ✓ <http://es.wikipedia.org/wiki/Potenciaci%C3%B3n>
- ✓ <https://www.youtube.com/watch?v=VES4apl7bPE>
- ✓ http://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19_RESOURCE/U16_L1_T3_text_final_es.html

