

## GUIA DE TRABAJO

**Materia: Matemáticas.**

**Tema: Geometría 3- Explorando el polígono.**

**Fecha: \_\_\_\_\_**

**Profesor: Fernando Viso**

**Nombre del alumno:** \_\_\_\_\_

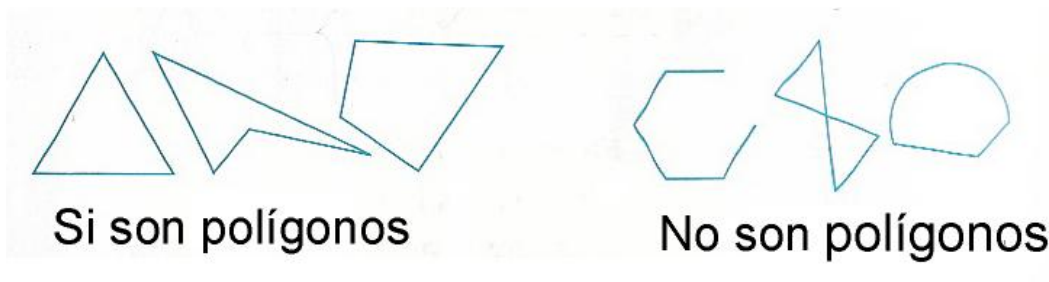
**Sección del alumno:** \_\_\_\_\_

### CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar, explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento.
- No pueden hablar, ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco teórico:

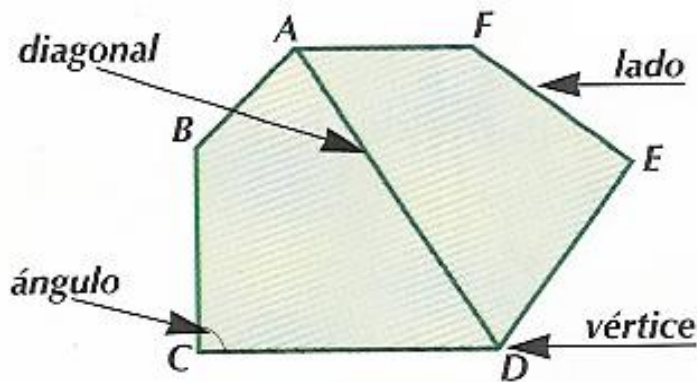
La palabra **polígono** es una palabra griega que significa “*muchos ángulos*” Las figuras mostradas abajo a la izquierda son polígonos, en cambio las mostradas abajo a la derecha no lo son:



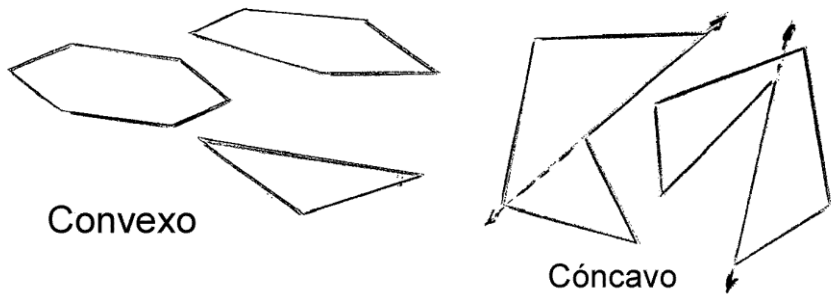
**Definición de polígono:** Un polígono es una figura geométrica cerrada formada por un número finito de segmentos (*lados*) coplanares de manera tal que cumplen con las siguientes condiciones:

- 1.- Los lados que tienen un punto extremo común no son colineales.
- 2.- Cada lado interfecta exactamente otros dos lados; pero, solo en sus puntos extremos.

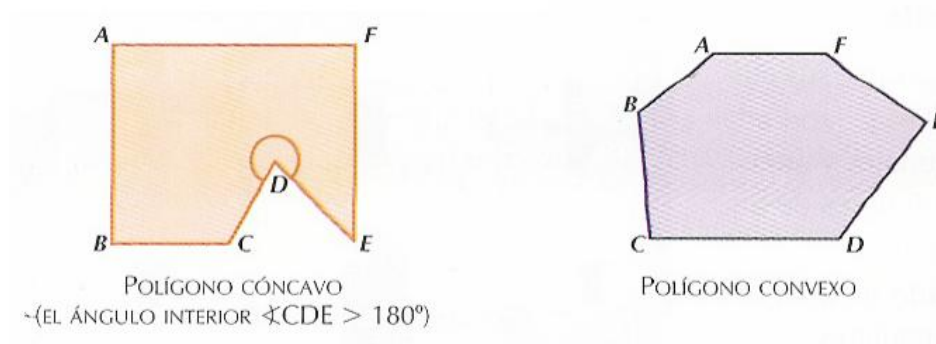
**Elementos de un polígono:** Ver gráfica siguiente:



Un polígono **convexo** es un polígono tal que ninguna línea conteniendo un lado del polígono contiene a su vez un punto interior al mismo; de lo contrario, se denomina **cóncavo**.



Nótese que si una línea de cada polígono **cóncavo** se prolonga, este lado del polígono contiene un punto interior del mismo; por lo tanto, no satisface la condición de definición de polígono **convexo** porque una línea contiene un punto interior del polígono siendo, entonces, **cóncavo**. También, se puede decir que un polígono es **convexo** si cada uno de sus ángulos interiores es menor que  $180^\circ$ . Por otro lado, un polígono es **cóncavo** si uno de sus ángulos interiores es mayor que  $180^\circ$ . Ver gráfica siguiente:

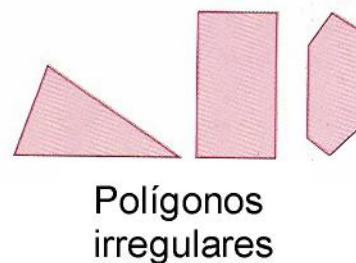
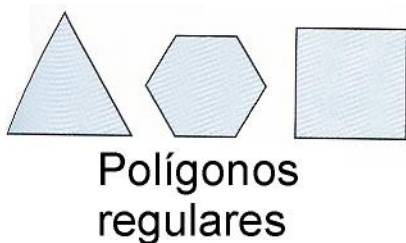


Los polígonos pueden clasificarse por el número de lados que contienen, como se puede ver en la tabla que sigue a continuación:

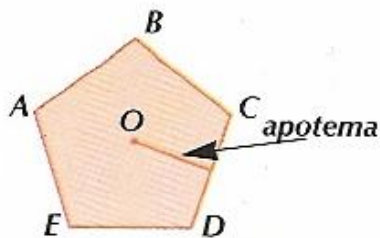
<b>Número de lados</b>	<b>Polígono</b>
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentecágono

**Definición de polígono regular:** Es un polígono convexo con todos los lados congruentes y todos los ángulos congruentes. Un polígono es **equilátero** si todos los lados son iguales. Un polígono es **equiangular** si todos los ángulos son iguales. Entonces, un polígono regular es equilátero y equiangular.

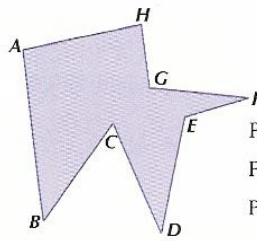
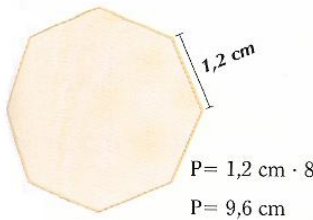
Un polígono es **irregular** si tiene al menos uno de sus lados y uno de sus ángulos diferentes a los demás.



**Apotema de un polígono regular:** Es el segmento de recta que une el centro del polígono regular con el punto medio de uno de sus lados, formando un ángulo de 90°.



**Perímetro de un polígono:** El perímetro de un polígono regular es el producto de la longitud de un lado por el número de lados que tenga el polígono, es decir:  $P = l \cdot n$ , mientras que si el polígono es irregular es la suma de las longitudes de los lados.

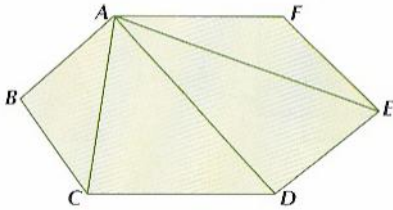


$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HA}$$

$$P = 2,6 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm}$$

$$P = 13,3 \text{ cm}$$

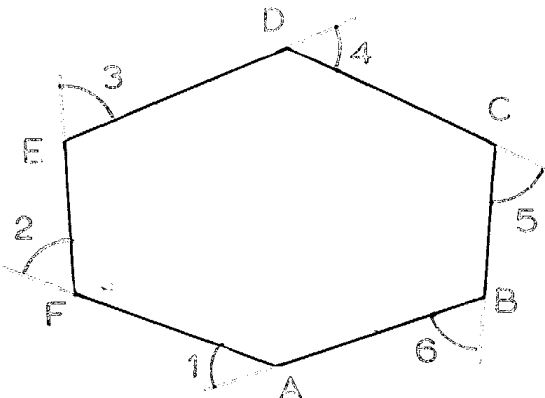
**Diagonales de un polígono:** Es el segmento determinado por dos vértices no consecutivos. Ver la gráfica siguiente.



En el hexágono **ABCDEF** hay tres diagonales que parten del vértice **A**, De igual manera, pasa con cada vértice del polígono mencionado; o sea, que desde cada vértice parten un número de diagonales tales igual al número de vértices menos 3; sin embargo, se debe observar que la diagonal  $\overline{AC}$  es la misma que la diagonal  $\overline{CA}$  por lo que podríamos cometer el error de contar cada diagonal dos veces. Entonces, aplicaremos la siguiente ecuación para contar el número de diagonales de un polígono conociendo su número de lados **n**:

$$\text{Número de diagonales} = \frac{n(n-3)}{2}$$

**Ángulos interiores o internos y exteriores o externos de un polígono:** Ángulos interiores son aquellos formados por cada dos lados consecutivos. Ángulos exteriores son los ángulos adyacentes a cada uno de los ángulos interiores.. Ver gráfica siguiente:



En la gráfica anterior, los ángulos interiores son:

$\square ABC$ ;  $\square BCD$ ;  $\square CDE$ ;  $\square DEF$ ;  $\square EFA$ ;  $\square FAB$

En la misma gráfica, los ángulos exteriores son:

$\square 1$ ;  $\square 2$ ;  $\square 3$ ;  $\square 4$ ;  $\square 5$ ;  $\square 6$

**Suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de  $n$  lados:** La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de  $n$  lados corresponde a la ecuación:

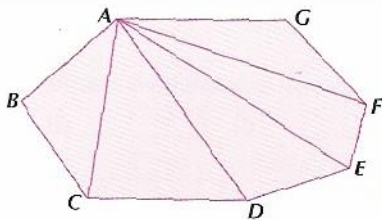
$$S = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

**Suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo de  $n$  lados:** La suma de los ángulos exteriores de este tipo de polígono es siempre igual a  $360^\circ$ , independientemente del número de lados que pueda tener el polígono.

**Area de un polígono regular:** Es la mitad del producto del perímetro ( $P$ ) por la apotema ( $a$ ) correspondiente, o sea:

$$A = \frac{1}{2}(P \cdot a)$$

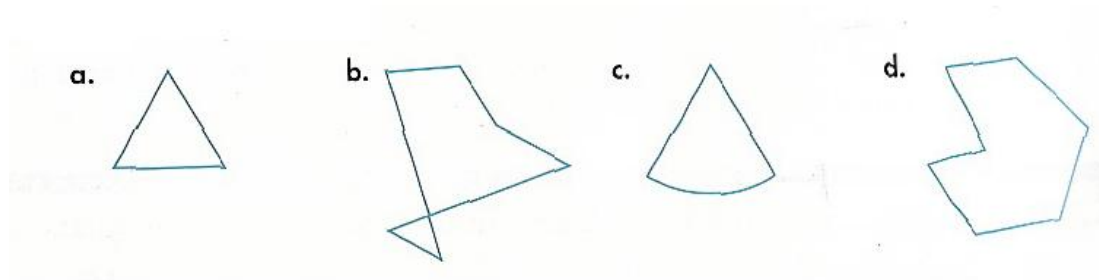
**Triangulación de un polígono:** Un polígono se puede triangular mediante el trazado de sus diagonales desde un vértice.



El número de triángulos que se pueden obtener al trazar las diagonales desde un vértice de un polígono de  $n$  lados es igual a  $\# \Delta = (n - 2)$ .

**PROBLEMAS:**

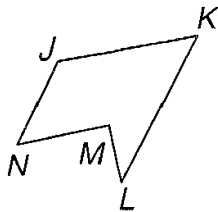
1.- Determine si cada una de las figuras mostradas abajo es un polígono y si no lo es, explique porque.



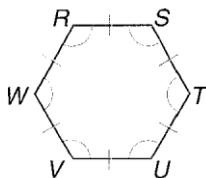
2.- Clasifique cada polígono por:

- Por el número de lados.
- Es convexo o cóncavo?
- Es regular o irregular?

(a)



(b)



3.- En el polígono **ABCDEF**, calcular el perímetro si se dan los siguientes datos:

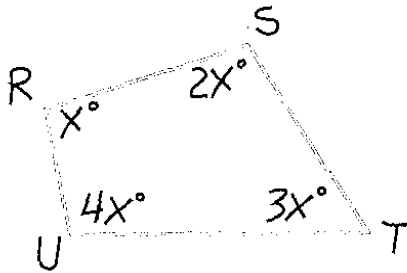
$$\overline{AB} = 6,0(cm); \overline{BC} = 7,0(cm); \overline{CD} = 10,0(cm);$$

$$\overline{DE} = 7,0(cm); \overline{EF} = 4,0(cm); \overline{AF} = 6,0(cm)$$

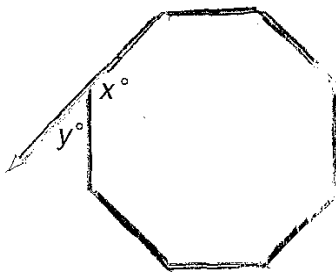
- 4.- Si el perímetro del polígono  $GHIJKL$  es 154,0 mm y además se conocen los siguientes datos:
- $$\overline{GH} = 20,0(mm); \overline{FH} = 12,0(mm); \overline{IJ} = 18,0(mm);$$
- $$\overline{JK} = 12,0(mm); \overline{KL} = 10,0(mm)$$

Cuanto mide el lado  $\overline{LG}$  ?.

- 5.- Cuál es el perímetro de un octágono regular si uno de sus lados mide 5,0 cm.?
- 6.- Encontrar la medida de un ángulo interior cualquiera y de su correspondiente ángulo exterior, en un pentágono regular.
- 7.- Encontrar la medida de cada uno de sus ángulos interiores y de sus correspondientes ángulos exteriores en el cuadrilátero  $RSTU$  mostrado en la gráfica siguiente:



- 8.- Utilizando la suma de los ángulos exteriores, encuentre la medida de cada ángulo interior y de cada ángulo exterior del octágono regular mostrado en la gráfica siguiente:



- 9.- Encontrar la suma de las medidas de los ángulos interiores y de sus correspondientes exteriores, en cada polígono regular, dados sus números de lados:
- (a) 11.
  - (b) 26
  - (c) 90
  - (d) 46
- 10.- Si la medida de un ángulo exterior de un polígono regular es dada, encontrar el número de lados del polígono en cada caso:

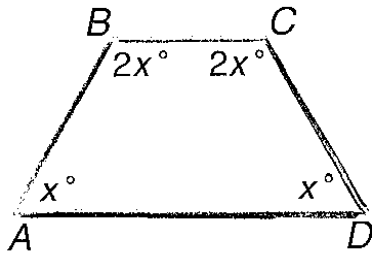
- (a)  $72^\circ$ .
- (b)  $45^\circ$
- (c)  $18^\circ$
- (e)  $20^\circ$ .

11.- Si la medida de un ángulo interior de un polígono regular es dada, encontrar el número de lados del polígono en cada caso.

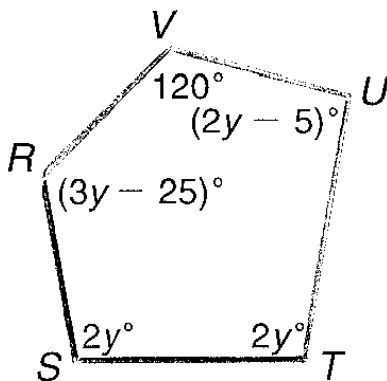
- (a)  $135^\circ$
- (b)  $144^\circ$
- (c)  $176,4^\circ$
- (d)  $157,5^\circ$

12.-

(a)



(b)

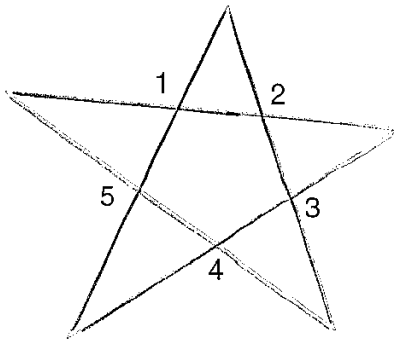




13.- Si un ángulo exterior de un polígono regular mide  $36^\circ$ , encontrar la suma de las medidas de los ángulos interiores de ese polígono.

14.- Dada la gráfica de abajo, en forma de estrella, encontrar lo siguiente:

- (a) La suma de las medidas de los ángulos numerados en el exterior de la estrella.
- (b) La suma de los ángulos en cada punta de la estrella.



15.- Dado un polígono convexo de 20 lados, encontrar el número de diagonales, no repetidas, dentro del polígono mencionado.

16.- Cuál es el polígono convexo en el que se pueden trazar seis (6) diagonales desde un vértice?

17.- Encontrar el área de un octágono regular que tiene un perímetro de 72,0 centímetros y una apotema de 10,9 centímetros.

18.- Encontrar el área de cada polígono descrito como sigue:

- (a) Un cuadrado con una apotema de 12,0 centímetros de longitud.
- (b) Un cuadrado con un perímetro de  $84\sqrt{2}$  centímetros.