

## OPERACIONES EN Z (Números Enteros)

¿Alguna vez has estado en un zoológico? ¿Alguna vez has tenido que sumar números enteros para resolver un problema? Sumar números enteros es una habilidad que puede ayudarte a resolver muchos problemas del mundo real. Juan es un estudiante voluntario en el zoológico de la ciudad. Él está trabajando con las focas. A Juan le encanta su trabajo, sobre todo porque ayuda a alimentar las focas que viven en el zoológico. Hay 25 hembras y 18 machos focas. Para poder calcular cuánto necesita para darles de comer, él tendrá que saber el número total de focas. Un día, cuando llegó al trabajo, Juan descubrió que había nacido una nueva cría de foca cachorro la noche anterior. Los trabajadores del zoológico habían pesado el nuevo cachorro y a su madre esa misma mañana. La foca madre pesaba 71kg cuando ella había sido pesada sola. El peso combinado de ambos, la madre y la cría, fue de 78kg. ¿Cuánto pesaba el nuevo cachorro?



Presta mucha atención y aprenderás todo lo que necesitas en este tema. Usa lo que aprenderás en este tema para ayudar a Juan a calcular el número total de focas y tendrás que entender cómo restar números entero

Sumar números enteros seguramente es muy familiar para ti. Has estado sumando números enteros casi todo el tiempo desde que estás en la escuela. Este es un problema que te parecerá familiar.

$$4 + 5 = \underline{\quad}$$

En este problema, estas sumando cuatro y cinco. Tienes cuatro cosas enteras más cinco cosas enteras y obtienes una respuesta de nueve. Los números que estas sumando se llaman **sumandos**. La respuesta a un problema de suma es la **suma**. Este primer problema fue escrito **horizontalmente** o de un lado a otro.

En el pasado, probablemente lo hayas visto escrito **verticalmente** o de arriba hacia abajo. Ahora que estás en el octavo grado, tendrás que escribir tus problemas verticalmente por tu cuenta.

Puedes sumar números enteros escribiendo verticalmente según su valor posicional. ¿Te acuerdas del valor posicional? **El valor posicional** se refiere a cuando escribes cada número en función del valor que tiene

| Unidades de Millón | Centenas de Mil | Decenas de Mil | Unidades de Mil | Centenas | Decenas | Unidades |
|--------------------|-----------------|----------------|-----------------|----------|---------|----------|
| 1                  | 4               | 5              | 3               | 2        | 2       | 1        |

Este número es 1,453,221. Si utilizas palabras, dirías que es un millón cuatrocientos cincuenta y tres mil doscientos veintiuno.

Bueno, al sumar números enteros, puede ser menos confuso si los escribes verticalmente según su valor posicional. Piensa en el ejemplo que tenías antes.

$$4 + 5 = 9$$

Si escribes eso verticalmente, puedes alinearlos sin ningún problema. Ambos pertenecen a la columna de las **unidades**.

$$\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 9 \end{array}$$

**¿Qué ocurre cuando tienes más dígitos?**

$$456 + 27 = \underline{\quad}$$

Cuando tienes más dígitos, puedes escribir el problema verticalmente, alineando cada dígito según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 456 \\ + 27 \\ \hline \end{array}$$

Ahora puedes sumar las columnas.

$$\begin{array}{r} 456 \\ + 27 \\ \hline 483 \end{array}$$

No olvides el acarreo

**Ejemplo A**

$$3,456 + 87 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 3,543**

**Ejemplo B**

$$56,321 + 7,600 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 63,921**

**Ejemplo C**

$$203,890 + 12,201 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 216,091**

Ahora vuelve a Juan y las focas. Juan sabe cuántas focas hembras y cuantas focas macho están juntas en el área de focas en el zoológico. Él quiere averiguar cuántas focas hay en total. Para realizar esta tarea, Juan simplemente tiene que sumar las dos cantidades.

Aquí está lo que él sabe:

25 hembras, 18 machos

Ahora sumas esos valores.

$$25 + 18 = 43$$

**Respuesta: Hay 43 focas en el zoológico.**

Al igual que has estado sumando números enteros desde hace mucho tiempo, has estado restándolos durante mucho tiempo también. Piensa en lo que significa restar.

**La resta es lo contrario a la adición.** *Hmm... ¿Qué significa eso exactamente? Esto significa que si puedes sumar dos números y obtener un total, puedes restar uno de esos números a ese total y terminar con otro número inicial.*

En otras palabras, **la sustracción es lo contrario a la adición.** Cuando se suman dos números se obtiene un total, cuando se restan dos números, se obtiene una **diferencia**.

$$15 - 9 = \underline{\quad}$$

Este es un ejemplo muy simple. Si tienes quince de algo y le quitas nueve, ¿cuál es el resultado? Piensa como puedes resolver este problema. En primer lugar, tienes que volver a escribir el problema verticalmente, tal como lo hiciste cuando estabas sumando números. Recuerda que debes alinear los dígitos según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 9 \\ \hline 6 \end{array}$$

Esto probablemente se podría realizar con cálculo mental.

**¿Qué pasa si tienes más dígitos?**  $12,456 - 237 = \underline{\quad}$

El primer paso es alinear estos dígitos de acuerdo a su valor posicional. Echa un vistazo a como se verían los números en nuestra la de valor posicional.

Este problema ya está escrito verticalmente. Puedes seguir adelante y restar.

$$\begin{array}{r} 12,456 \\ - 237 \\ \hline \end{array}$$

Para restar con éxito estos dos valores, vas a tener que **reagrupar**.

**¿Qué significa reagrupar?**

Cuando reagrupas pides prestado para hacer la resta más fácil. Mira la columna de las unidades del ejemplo. No puedes tomar 7 de 6, por lo que pides prestado del siguiente

número. El siguiente número es en la columna de las decenas, por lo que puedes "pedir prestado a 10" para restar. Si pides prestado 10, el 5 se convierte en un 4. Puedes convertir el 6 en 16, ya que  $10 + 6 = 16$ . Ahí está el 10 que pediste prestado.

Vas a poner eso en acción.

$$\begin{array}{r} 12,4\overset{10}{5}6 \\ - \quad 237 \\ \hline 12,219 \end{array}$$

A veces tendrás que reagrupar más de una vez en un problema dado.

**Ten cuidado, asegúrate de restar según el valor posicional de los números. No dejes que el reagrupamiento te enrede. La respuesta es 12,219.**

Ahora prueba resolver algunos de estos por tu cuenta. Resta los siguientes números enteros.

**Ejemplo A**

$$674 - 59 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 615**

**Ejemplo B**

$$15,987 - 492 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 15495**

**Ejemplo C**

$$22,456 - 18,297 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 4.159**

¿Recuerdas a la madre foca y la nueva cría? Bueno, ahora que has aprendido a restar números enteros, ya estás listo para volver atrás y mirar el problema.

La pregunta del problema era: **¿Cuánto pesaba el nuevo cachorro?**

Para resolver esto, tendrás que escribir una resta. Sabes que la foca madre pesaba 71kg y el peso combinado de la madre y la cría era de 78kg. **Si restas 71 a 78, tendrás el peso del nuevo cachorro.**

$$78 - 71 = \underline{\quad}$$

**La respuesta es 7. La foca cachorro pesaba siete kilogramos.**

¿Si además quisieras saber cuánto pescado puede comer una foca?

A Juan le encanta su trabajo, sobre todo porque ayuda a alimentar a las focas que viven en el zoológico. Hay 25 hembras y 18 machos, juntas dan un total de 43 focas. Un día, la señora Gutiérrez, supervisora de Juan en el zoológico, le pidió que la ayudara a realizar el pedido de la comida de mar necesaria para la semana. Juan comenzó a hacer algunos cálculos. Cada foca come en promedio un total de 5kg de comida de mar al día. La comida de mar se presenta en cubos de 12kg. Juan está desconcertado. Él no sabe la cantidad de comida que debe ordenar para una semana. No sabe cuántos cubos se entregarán. Juan necesita ayuda.

En este tema, aprenderás cómo ayudar a Juan a resolver su problema con el pedido de pescado. ¿Cuántos kilos de comida de mar se necesitan para alimentar a todas las focas una semana?

Ahora que has aprendido acerca de la adición y la sustracción, es el momento para multiplicar números enteros.

**La suma y la multiplicación se relacionan.** Hmm... ¿Qué significa eso exactamente?

$$5 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Usted puede utilizar sus tablas de multiplicar para completar este problema mediante cálculo mental, pero echa un vistazo a lo que se quiere **DECIR** cuando multiplica 5 por 6.

5x6 significa que vas a tener cinco grupos de seis.

\*\*\*\*\*    @ @ @ @ @ @    # # # # # #    \$ \$ \$ \$ \$ \$    &&&&&&

Podrías pensar de otra manera también. Podrías sumar 5 seis veces.

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Guao, eso es un montón de trabajo. Es más fácil usar las tablas de multiplicar.

$$5 \times 6 = 30$$

Al multiplicar números más grandes, te ayudará pensar en la multiplicación como un atajo para la adición.

**¿Qué palabras claves podemos encontrar en una multiplicación?**

5 y 6 son **factores** en este problema.

**¿Qué es un factor?**

Un **factor** es el nombre que se le da a cada uno de los dos valores que se multiplican.

30 es el **producto** de los factores 5 y 6.

**¿Qué significa la palabra producto?**

El **producto** es la respuesta a un problema de multiplicación.

Ahora vas a utilizar lo que has aprendido y buscar la forma de aplicarlo a algunos problemas más difíciles.

$$567 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Si se piensa esto como una adición, tenemos 567 sumado tres veces. Eso es un montón de trabajo, por lo que vas a usar un atajo de multiplicación.

En primer lugar, vas a alinear los números de acuerdo a su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 567 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Para completar este problema, toma el dígito 3 y lo multiplicas por cada dígito del número superior. El tres se llama **multiplicador**, ya que es el número que se multiplica. Ya que el 7 es el primer dígito de la fila superior, comienza multiplicándolo por el multiplicador, 3:

$$7 \times 3 = 21$$

Puedes poner el 1 en el lugar de las unidades y llevar de acarreo el 2 (que es realmente dos decenas) a la siguiente columna a multiplicar, donde se puede sumar dicho acarreo a las otras decenas después en la siguiente etapa de la multiplicación.

$$\begin{array}{r} 5^267 \\ \times 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

A continuación, multiplica el 3 por 6 y suma los dos que llevabas. Deja el 0 en el lugar de las decenas y llévate dos de acarreo.

$$\begin{array}{r} ^25^267 \\ \times 3 \\ \hline 01 \end{array}$$

A continuación, se multiplica el 3 por 5 y le sumas los dos que llevabas.

$$\begin{array}{r} ^25^267 \\ \times 3 \\ \hline 1,701 \end{array}$$

El producto es **1,701**.

Ahora echa un vistazo a un problema con más dígitos.  $234 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$

En primer lugar, tienes que alinear las cifras según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

El **multiplicador de** este problema es 12.

12 tiene dos dígitos. Tienes que multiplicar cada dígito del número superior con cada dígito que posee 12. Puedes comenzar con el 2 del multiplicador.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 12 \\ \hline 468 \end{array}$$

**Aquí está el resultado de la multiplicación del primer dígito del multiplicador por el número superior.**

A continuación, multiplica el 1, que está en el lugar de las decenas, por cada dígito. Ya que estas multiplicando por un número en el lugar de las decenas, se inicia la segunda fila de números con un cero para que la respuesta de la multiplicación se mantenga en el valor posicional correcto y luego puedas realizar la adición más adelante. Aquí se puede observar cómo se ve la operación.

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times 12 \\ \hline 468 \\ + 2340 \\ \hline 2,808 \end{array}$$

**Aquí está el resultado de la multiplicación por el primer dígito del multiplicador.**

**Aquí está el resultado de la multiplicación por el segundo dígito del multiplicador. Luego, sumamos ambos resultados.**

El producto es 2,808.

Podrías multiplicar aún más dígitos por más dígitos.

Sólo tienes que recordar dos cosas.

1. Multiplica por cada dígito del multiplicador, uno a la vez.
2. Añade un cero en los resultados por cada dígito del multiplicador que has multiplicado.

Ahora vas a practicar. Multiplica los siguientes números enteros.

**Ejemplo A**

$$456 \times 9 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 4,104**

**Ejemplo B**

$$321 \times 18 = \underline{\quad}$$

**Respuesta: 5,778**

**Ejemplo C**

$$562 \times 248 = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Respuesta: 139,376**

Volviendo a Juan y el pedido de pescado.

Sabes por el problema que cada foca come en promedio 5kg de pescado al día. Podrías realizar una adición repetida aquí, añade 5 cuarenta y tres veces, una vez por cada foca. Chico, es un montón de trabajo. Cuando tienes un problema de suma repetida, el atajo es multiplicar.

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

215

Juan necesita 215 kg de pescado para alimentar a todas las focas durante un día.

Eso está muy bien, ipero tienes que alimentar a todos las focas por una semana! Una vez más, puedes utilizar una suma repetida, pero la multiplicación es mucho más rápida. Hay 7 días en una semana, por lo que se puede multiplicar 7 por el total de libras de pescado de un día.

$$\begin{array}{r} 215 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

1505 kilogramos de pescado a la semana

Bueno, has ayudado a Juan con la mitad de su problema. Ahora sabes que necesita mucha comida para una semana.

Ahora que Juan sabe cuántos kilos de pescado se necesitan, ahora tendrá que calcular cuántos cubos se necesitarán ordenar. La comida de mar se presenta en cubos de 12kg. Sabes que Juan tendrá que pedir 1.505 kilos de comida de mar. Eso será suficiente para alimentar a 43 focas durante una semana.

¿Cuántos cubos debería ordenar? Teniendo en cuenta que son cubos de 12 kg, ¿Habrà comida sobrante? Este tema le mostrarà **cómo dividir números enteros**. Dividir, es exactamente lo que se necesita para resolver este problema.

Has aprendido a sumar, restar y multiplicar. La última operación que vamos a aprender es **la división**.

En primer lugar, vas a hablar de lo que en realidad significa la palabra "división". **Dividir significa, partir en grupos**. Multiplicar significa sumar grupos de cosas, la división es lo contrario a la multiplicación.

$$72 \div 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$



En este problema, el número 72 es quien está siendo dividido, es el **dividendo**. 9 es el número que realiza la división, él es el **divisor**. Puedes resolver este problema pensando en las operaciones de multiplicación y trabajar hacia atrás. Pregúntate a ti mismo "¿Qué número multiplicado por 9 es igual a 72?" Si dijiste "8", ¡tienes razón!  $9 \times 8 = 72$ , por lo que 72 puede dividirse en 8 grupos de 9.

$$72 \div 9 = ?$$

¿Cuántas veces 9 da 72?

8

$$72 \div 9 = 8$$

La respuesta a un problema de división se llama **cociente**.

A veces, un número no se dividirá equitativamente. Cuando esto sucede, tenemos un **resto**.

$$15 \div 2 = \underline{\quad}$$

Hmm. Esto es complicado, quince no es un número par. Habrá **un resto** aquí.

$$15 \div 2 = \underline{\quad}$$

¿Cuántas veces 2 nos lleva cerca a 15 pero no mayor a él?

7

$$7 \times 2 = 14$$

Puedes utilizar una "r" para mostrar que hay un resto. También puedes dividir números más grandes. Puedes utilizar una caja de división para hacer esto.

$$8 \overline{)825}$$

Aquí tienes un divisor de un dígito, 8, y un dividendo de tres dígitos, 825. Tienes que calcular cuántos 8 hay en 825. Para ello, divides el divisor 8 entre cada dígito del dividendo.

$$8 \overline{)825} \quad \begin{array}{l} \text{¿Cuántos 8 hay en 8?} \\ \text{La respuesta es 1.} \end{array}$$

Pones el 1 en la parte superior de la caja de división, encima del 8.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 8 \overline{)825} \\ \hline -8 \phantom{0} \\ \hline \phantom{0}2 \phantom{0} \end{array}$$

Multiplicas 1 por 8 y restas el resultado del dividendo. Luego puedes bajar el siguiente dígito del dividendo. Entonces, tienes que mirar a la siguiente cifra del dividendo. *¿Cuántos 8 hay en 2? La respuesta es 0.*

Pones un 0 en la caja de división al lado del 1.

$$\begin{array}{r} \underline{10} \\ 8 \overline{)825} \\ \underline{-8} \quad \downarrow \\ 025 \end{array}$$

Debido a que no puedes dividir 2 entre 8, ahora puedes bajar el siguiente dígito, 5, y usar juntos los dos dígitos: 25 *¿Cuántos 8 hay en 25? La respuesta es 3 con un residuo de 1.* Puedes añadir esto en la respuesta.

$$\begin{array}{r} \underline{103r1} \\ 8 \overline{)825} \\ \underline{-8} \phantom{0} \\ 025 \\ \underline{-24} \\ 1 \end{array}$$

Puedes comprobar el trabajo multiplicando la respuesta por el divisor.

$$\begin{array}{r} 103 \\ \times \quad 8 \\ \hline 824 + r \text{ of } 1 = 825 \end{array}$$

La respuesta concuerda.

Echa un vistazo a un problema con un divisor de dos dígitos.

$$\begin{array}{r} 2,448 \quad | \quad 12 \\ \hline 0 \ 48 \quad | \quad 204 \\ 0 \end{array}$$

Comprueba el trabajo multiplicando:  $204 \times 12$ .

$$\begin{array}{r}
 204 \\
 \times \quad 12 \\
 \hline
 408 \\
 + \quad 2040 \\
 \hline
 2448
 \end{array}$$

La respuesta concuerda.

Puedes aplicar estos mismos pasos para cualquier problema de división incluso si el divisor tiene dos o tres dígitos. Trabaja con cada dígito del divisor dividiendo entre cada dígito del dividendo. Puedes comprobar el trabajo multiplicando la respuesta, el cociente, por el divisor.

Ahora vas a practicar dividiendo números enteros

### Ejemplo A

$$4 \overline{)469}$$

**Respuesta: 117 r 1**

### Ejemplo B

$$18 \overline{)3678}$$

**Respuesta: 204 R 6**

### Ejemplo C

$$20 \overline{)5020}$$

**Respuesta: 251**

Volviendo a Juan y los cubos de comida de mar.

Si el pescado viene en cubos de 12kg, ¿cuántos cubos necesita?

Para completar este problema, tienes que dividir el número de kilos de comida por el número de kilos en un cubo. Nota, que divides kg por kg. Los artículos que se están dividiendo tienen que ser los mismos.

Vas a resolver el problema.

$$\begin{array}{r|l} 1,505 & \underline{25} \\ 05 & \underline{60} \end{array}$$

Tienes un resto. Esto significa que faltan 5kg de pescado. Una foca no tendrá suficiente para comer si Juan solamente ordena 60 cubos. Por lo tanto, Juan tiene que pedir 61 cubos. Habrá pescado extra, pero todas las focas comerán.

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Realiza la adición de los siguientes números enteros

$$675 + 587 = \underline{\quad}$$

Para resolver este problema, alineamos las columnas verticalmente según su valor posicional.

$$\begin{array}{r} 675 \\ +587 \\ \hline \end{array}$$

Ahora podemos sumar las columnas.

**Respuesta: 1,262**

2. Realiza la adición de los siguientes números enteros

$$1256 + 987 = \underline{\quad}$$

$$\begin{array}{r} 1256 \\ +987 \\ \hline \end{array}$$

**Respuesta: 2,243**

3. Resta los siguientes valores.

$$567 - 391 = \underline{\quad}$$

Para restar estos valores, primero tenemos que alinear los valores según su valor posicional. Luego restamos. No te olvides de reagrupar.

**Respuesta: 176**

4. Resta los siguientes valores

$$1600 - 289 = \underline{\quad}$$

$$\begin{array}{r} 1600 \\ - 289 \\ \hline \end{array}$$

**Respuesta: 1,311**

5. Multiplica los siguientes valores.

$$214 \times 362 = \underline{\hspace{2cm}}$$

¿Qué pasa cuando multiplicamos tres dígitos por tres dígitos? En primer lugar, multiplicas el primer dígito del multiplicador por cada uno de los tres dígitos del número superior. En segundo lugar, multiplicas el segundo dígito del multiplicador por los tres dígitos del número superior. ¡No te olvides del cero que mantiene el valor posicional correcto! En tercer lugar, multiplicas el tercer dígito del multiplicador por los tres dígitos del número superior. Añades dos ceros, ya que ahora estás multiplicando por un número en el lugar de las centenas.

$$\begin{array}{r}
 214 \\
 \times 362 \\
 \hline
 428 \quad \text{Aquí está el resultado de la multiplicación por 2.} \\
 12840 \quad \text{Aquí está el resultado de la multiplicación por 6. Nota que tuvimos que llevar acarreo y añadir un cero.} \\
 + 64200 \quad \text{Aquí está el resultado de la multiplicación por 3. Nota que tuvimos que añadir dos ceros.} \\
 \hline
 77,468
 \end{array}$$

**Respuesta: 77,468**

6. Multiplica los siguientes valores

$$6721 \times 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r}
 6721 \\
 \times 9 \\
 \hline
 \end{array}$$

**Respuesta: 60,489**

7. Resuelve la siguiente división

$$25 \overline{)3075}$$

A continuación, dividimos 3075 entre 25.

**Respuesta: 123**

8. Resuelve la siguiente división

$$1161 \div 43 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1,161 & 43 \\
 301 & 27 \\
 \hline
 00 &
 \end{array}$$

**Respuesta: 27**

## Glosario

**Sumando.** Los números que se añaden.

**Suma.** La respuesta a un problema de adición.

**Horizontalmente.** De un lado a otro.

**Verticalmente.** De arriba hacia abajo.

**Diferencia.** La respuesta a un problema de resta.

**Reagrupamiento.** Cuando se necesita pedir prestado a la siguiente columna en la sustracción.

**Factor.** Los números que se multiplican en un problema de multiplicación.

**Producto.** La respuesta a un problema de multiplicación.

**Multiplicador.** El número con el que multiplicas.

**Dividendo.** El número que está siendo dividido.

**Divisor.** El número que hace la división.

**Cociente.** La respuesta a un problema de división.

**Resto.** El valor que sobra si el divisor no divide equitativamente al dividendo.

## Otras Referencias

<http://es.slideshare.net/Julio1960/los-nmeros-enteros-ejercicios-solucionario-2950995>

