

## NOCIÓN DE PUNTO, RECTA Y PLANO

Si les das una imagen de una figura o un objeto, como un mapa con las ciudades y los caminos marcados en él, ¿Cómo podrías explicar la imagen geoméricamente? Después de completar este concepto, serás capaz de describir un mapa con el uso de términos geométricos.

### Definiciones Geométricas Básicas

Un **punto** es la ubicación exacta en el espacio. Se describe una **ubicación**, pero no tiene tamaño (no tiene dimensión). Se representa por la marca que deja un lápiz sobre el papel. Usualmente se denota por una letra mayúscula cercana al punto como los ejemplos que se muestran a continuación:



#### Representación

A

#### Se lee

punto A

Una **línea recta** es un conjunto infinito de puntos que se extiende sin límites en cada sentido esto se indica colocando una punta de flecha en cada extremo. Por dos puntos pasa solamente una línea recta. La línea recta tiene una dimensión que es **la longitud**. Las rectas serán denotadas por dos puntos cualesquiera de ella o una letra minúscula.



#### Representación

$\overleftrightarrow{PQ}$   
g

#### Se lee

línea g  
línea PQ

Un **segmento** es la porción de una recta limitada por dos puntos extremos A y B.



$\overline{AB}$

**Representación**

$\overline{AB}$  o  $\overline{BA}$

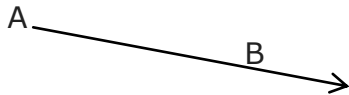
**Se lee**

segmento AB o BA

**La longitud** del segmento  $\overline{AB}$  es la **distancia** que existe entre los puntos A y B y se denota AB. Puedes comparar dos segmentos de recta,  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  de manera que si ambos tienen igual longitud, se dice que los segmentos son **congruentes** y se denota con el símbolo  $\cong$ . Es decir si el segmento  $\overline{AB}$  tiene longitud igual a AB y un segmento  $\overline{CD}$  de longitud CD, donde  $AB=CD$  entonces los segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son congruentes o

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

Si fijas un punto y te mueves indefinidamente en línea recta por ejemplo desde A hacia B a esta figura se le conoce como rayo o **semirrecta** y tiene un sentido que lo define la punta de flecha.



**Representación**

$\overrightarrow{AB}$

**Se lee**

el vector  $\overrightarrow{AB}$

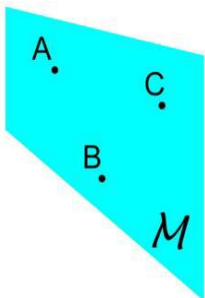
El punto A es el punto inicial o de origen y el punto B es el extremo. El vector  $\overrightarrow{AB}$  es distinto al vector  $\overrightarrow{BA}$ , tienen sentido contrario.

Si tienes un segmento de recta formado por tres puntos A, B y C, se dice que estos puntos son **Colineales**. En el caso que la distancia entre A y B sea igual a la distancia entre B y C se define a B como el **punto medio** del segmento  $\overline{AC}$ .

$$AB=BC \text{ o } \overline{AB} \cong \overline{BC}$$



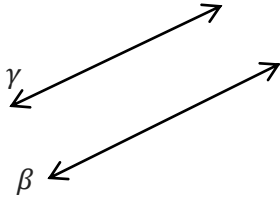
Un **plano** es un número infinito de líneas de intersección. Es una superficie delgada y lisa que se extiende en todas direcciones. Se conoce como figura plana aquella que tiene dos dimensiones, tal como una hoja de papel. Usualmente los planos se denotan por una letra griega ( $\beta, \gamma, \rho, \varphi$ )



**Representación**

M  
ABC

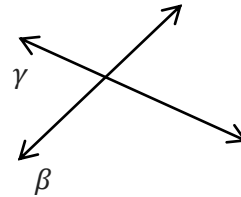
Dadas dos rectas distintas  $\gamma$   $\beta$  y en un plano, si de acuerdo a su posición dichas rectas no se intersectan se dice que son **Paralelas** si por el contrario éstas se intersectan se conocen como rectas **Secantes**.



**Rectas Paralelas**

**Se lee**

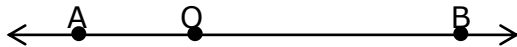
Plano M  
Plano ABC



**Rectas Secantes**

**Semirrecta y semiplano.**

Dada una recta  $\overleftrightarrow{AB}$  y un punto O de ella, observa que el punto O divide la recta en dos partes, cada una de las cuales se denomina **semirrecta** de origen O.



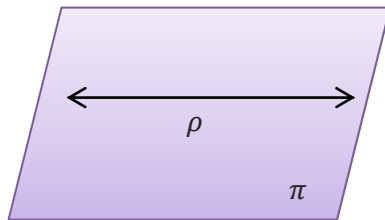
**Representación**

$\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OB}$

**Se lee**

Las semirrectas OA y OB

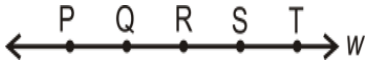
Se denominan semirrectas opuestas. Considera ahora una recta  $\rho$  en un plano  $\pi$ , observa que la recta  $\rho$  divide el plano en dos regiones, cada una de las cuales se denomina **semiplano**.



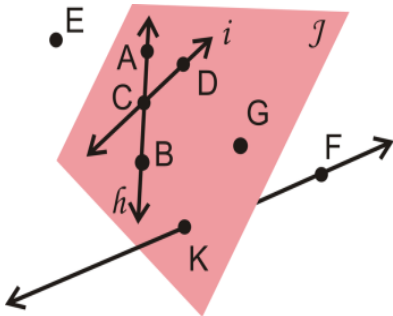
Puedes usar **el punto, la línea y plano** para definir nuevos términos.

**Espacio** es el conjunto de todos los puntos que se extienden en **tres** dimensiones. Piensa en el plano. Se extendió en dos dimensiones, lo que consideramos como arriba / abajo e izquierda / derecha. Si añades una tercera dimensión, que es perpendicular a los otros dos, se llega a un espacio tridimensional.

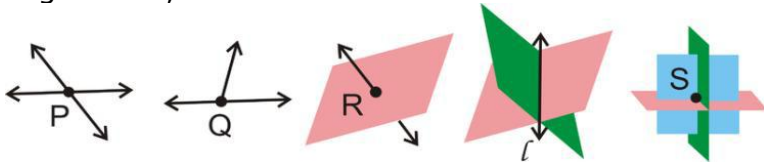
Los puntos que están en la misma línea son **colineales**. P, Q, R, S y T, están alineados, ya que, están todos en línea  $w$ . Si un punto U se encuentra por encima o por debajo de la línea, sería **no-alineados**.



Puntos y / o líneas dentro del mismo plano son **coplanares**. Líneas "h" e "i" y los puntos A, B, C, D, G y K, y son **coplanares** en el plano J. La línea  $\overleftrightarrow{KF}$  y el punto E son **no coplanares** con el plano J.



Una **intersección** es un punto o conjunto de puntos donde cruzan las líneas, planos, segmentos, o vectores



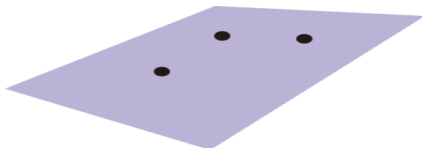
**Postulados**

Un postulado es una proposición que se admite sin demostración. La siguiente es una lista de algunos postulados básicos.

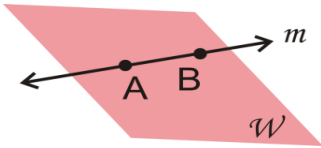
**Postulado # 1:** La distancia más corta entre dos puntos es el segmento que los une.



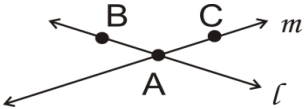
**Postulado # 2:** Teniendo en cuenta los tres puntos no alineados, hay exactamente un plano que contiene los tres puntos.



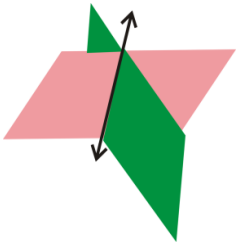
**Postulado # 3:** Sea una línea m y dos puntos A y B en un plano W, si la línea pasa por los puntos A y B la línea está dentro del plano.



**Postulado # 4:** Si dos líneas distintas se cruzan, la intersección será un punto. Las líneas  $l$  y  $m$  se cortan en el punto A.



**Postulado # 5:** Si dos planos distintos se cruzan, la intersección será una línea.



**Ejemplo A**

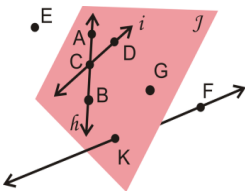
¿Qué es lo que mejor describe a Caracas, Venezuela en un globo?

- A. Punto
- B. line
- C. plano

Respuesta: Una ciudad suele ser marcada con un punto, o punto, en un globo.

**Ejemplo B**

Utiliza el cuadro siguiente para contestar estas preguntas.



- a) Nombra grupos de puntos que formen el plano  $J$ .
- b) Nombra puntos que forman línea  $h$ .
- c) ¿Los puntos  $K$  y  $F$  están alineados?
- d) ¿Los puntos  $E$ ,  $B$  y  $F$  son coplanares?

Respuesta:

- a) El plano  $BDG$  o cualquier combinación de tres puntos coplanares que no son colineales sería correcta.
- b).  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CB}$  o cualquier combinación de dos de los puntos funcionaría.
- c) Sí

d) Sí

**Ejemplo C**

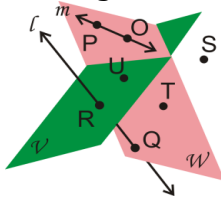
¿Qué es lo que mejor describe una carretera recta que conecta dos ciudades?

- A. vector
- B. línea
- C. segmento
- D. plano

Respuesta: El camino recto que conecta dos ciudades, son como la unión de puntos extremos. El mejor término es el segmento o la opción C.

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. ¿Cómo describirías la superficie de una pantalla de cine?
  - A. Punto
  - B. línea
  - C. plano
2. Conteste las siguientes preguntas sobre la imagen.



- a) ¿Es la línea  $t$  coplanar con el plano  $v$ , el plano  $W$ , ambos, o ninguno?
- b) ¿Los puntos  $R$  y  $Q$  están alineados?
- c) ¿Qué punto no pertenece ni al plano  $v$  ni al plano  $W$ ?
- d) Nombra tres puntos en el plano  $W$ .

**Respuesta:**

La superficie de una pantalla de cine es más como un plano.

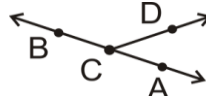
**Respuesta:**

- a) No
- b) Sí
- c) S
- d) Cualquier combinación de  $P, O, T$  y  $Q$  funcionaría.

3. Representa una figura según la siguiente descripción: la Línea  $\overleftrightarrow{AB}$  y la semirrecta  $\overrightarrow{CD}$  se cortan en el punto  $C$ . Luego, representa otra figura diferente, pero con la misma descripción.

**Respuesta:**

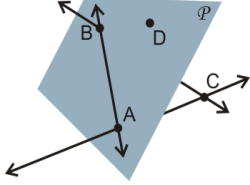
No definen ni posición de  $A$  y  $B$  ni la dirección o sentido de la semirrecta.



Para la segunda parte:



4. Describe la imagen de abajo usando los términos geométricos que has aprendido.

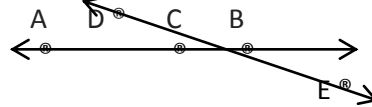


**Respuesta:**

$\overline{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$  son coplanares en el plano P, mientras que  $\overline{BC}$  y  $\overrightarrow{AC}$  se cortan en el punto C.

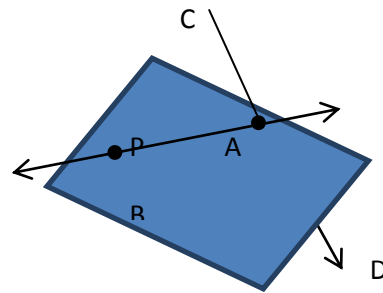
5. Representa la siguiente figura según la descripción:  
Los puntos A, B y C son colineales y B es también colineal con D y E

**Respuesta:**



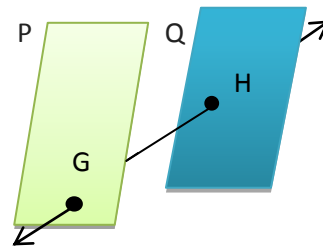
6. Se tiene un plano P que contiene al segmento  $\overline{AB}$  pero no contiene a la semirrecta  $\overrightarrow{CD}$ . Representa la intersección de  $\overline{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$

**Respuesta:**

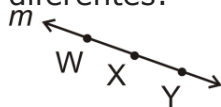


7. Representa dos planos P y Q y un segmento  $\overline{GH}$  donde G este en el plano P y H en el plano Q.

**Respuesta:**



8. Nombra esta línea de cinco maneras diferentes:



**Respuesta:**

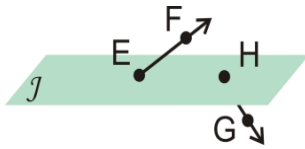
- Línea m
- Línea  $\overleftrightarrow{WX}$
- Línea  $\overleftrightarrow{WY}$
- Línea  $\overleftrightarrow{XY}$
- Línea  $\overleftrightarrow{YX}$

9. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
- Tres puntos determinan un plano.
  - Un segmento es un número infinito de puntos entre dos puntos extremos.
  - Una línea es unidimensional.
  - Un punto ocupa espacio.
  - $\overrightarrow{AB}$  se puede leer semirrecta  $\overrightarrow{AB}$  o semirrecta  $\overrightarrow{BA}$

**Respuesta:**

- Falso si son colineales
- Verdadero
- Verdadero
- Verdadero
- Falso

10. Explica detalladamente la siguiente figura utilizando la notación geométrica



**Respuesta:**

Se tiene el plano  $J$  y las semirrectas  $\overrightarrow{EF}$  y  $\overrightarrow{HG}$  los puntos iniciales o vértices de las semirrectas E y H están contenidos en el plano  $J$ .

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-05-13

## Glosario

**Punto:** Es la marca que deja un lápiz sobre un papel. No tiene dimensiones.

**Línea recta:** conjunto indefinido de puntos alineados.

**Segmento:** es una parte de una recta entre dos puntos extremos.

**Longitud:** es la distancia que existe entre dos puntos A y B.

**Congruentes:** se dice de dos segmentos dados, si tienen igual longitud.

**Semirrecta (rayo):** es una línea recta con un punto fijo o de origen y un punto indefinido.

**Colineal:** se dice de dos o más puntos que pertenecen a una misma línea recta.

**Punto medio:** es el punto que divide un segmento de recta en dos segmentos de igual longitud.

**Plano o figura plana:** es una superficie lisa que se extiende en todas las direcciones.



**Rectas paralelas:** son aquellas que no tienen puntos comunes, las rectas no se intersectan.

**Rectas Secantes:** son aquellas que se intersectan en un punto..

**Semiplano:** son las dos regiones que resultan de la división de un plano por una recta.

## Otras Referencias

<http://profe-alexz.blogspot.com/2011/04/segmentos-de-recta-ejercicios.html>

