6

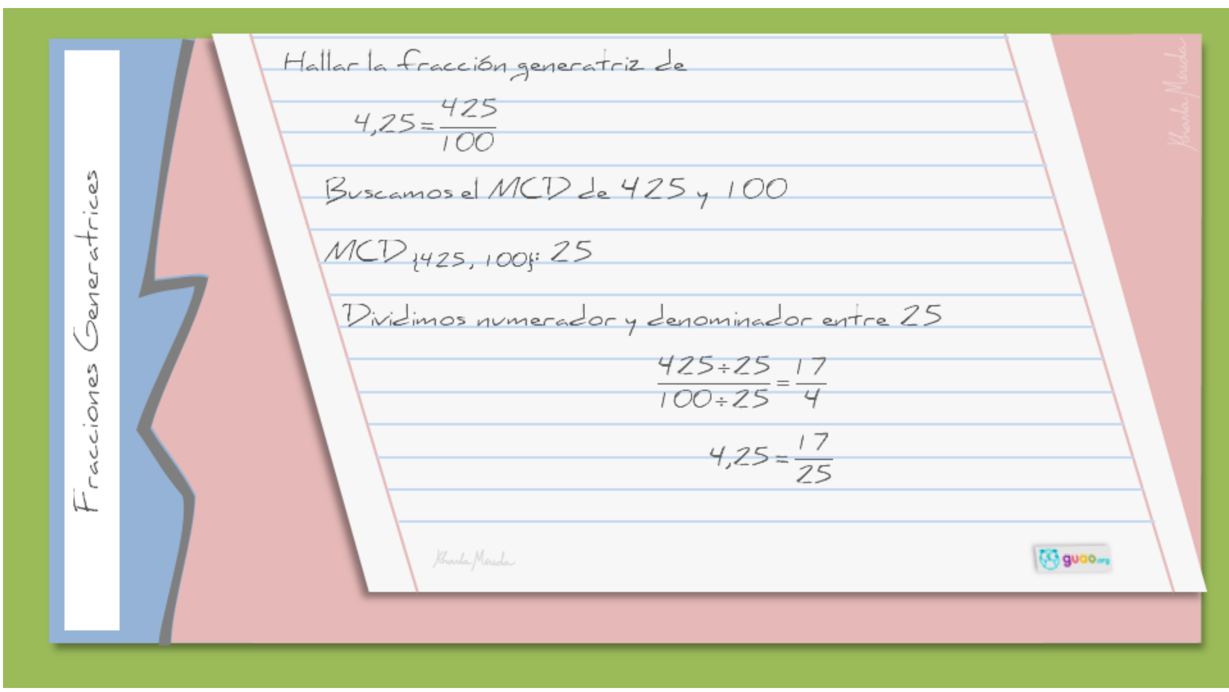
6ta Unidad

Números Racionales

6.4 Transformación de Racionales, Fracciones a Decimales, Fracción Generatriz.

Enseñemos a nuestras generaciones de relevo, cómo lograr abundancia material enriquecida con valores, honor, familia y solidaridad, evitando darle falsos héroes, cuya esencia es poder desprendido de humanidad y nobleza.

Descripción



En esta lección presentamos procedimientos que permiten transformar decimales en fracciones y viceversa. Esto es de gran valor cuando se trata de efectuar operaciones y cálculos numéricos. Acompáñanos a conocer estos procedimientos.

Conocimientos Previos Requeridos

División con Decimales, Ampliación y Reducción de fracciones, Ecuaciones, Despeje, Multiplicación y División por la Unidad Seguida de Cero.

Contenido

Transformación de Fraccionarios a Decimales, Fracción Generatriz de Decimal Exacto, Hallar la Fracción Generatriz, Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto, Ejercicios .

Videos Disponibles

NÚMEROS RACIONALES. Transformación de Fraccionarios a Decimales. Ejercicio 1

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Exacto

NÚMEROS RACIONALES. Hallar la Fracción Generatriz. Aplicando Fórmulas

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Construyendo Ecuación. E 1

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Construyendo Ecuación. E 2

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Aplicando Fórmula. E 1

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Construyendo Ecuación. E 1

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Ejercicio 1

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Ejercicio 2

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

NÚMEROS RACIONALES. Transformación de Fraccionarios a Decimales. Ejercicio 1.

Calcular el valor decimal de los siguientes racionales.

$$\frac{11}{4} \qquad \frac{457}{325}$$

Para calcular el valor decimal de una fracción debemos efectuar la división indicada como fracción.

Dividimos 11 entre 4
Utilizando el 2 como primera cifra del cociente obtenemos residuo 3.
Colocamos una coma en el cociente para agregar ceros al residuo, y continuamos la división hasta llegar a residuo cero.

$$\begin{array}{l|l} 11 & 4 \\ \hline 30 & 2{,}75 \\ \;\;20 & \\ \;\;\;\;0 & \end{array}$$

La forma decimal del racional once cuartos es 2,75

$$\frac{11}{4} = 2{,}75$$

Dividimos 457 entre 325
Utilizando el 1 como primera cifra del cociente obtenemos residuo 132.
Colocamos una coma en el cociente para agregar ceros al residuo, y continuamos la división. Continuamos la división hasta que notamos que se repiten las cifras del cociente.

$$\begin{array}{l|l} 457 & 325 \\ \hline 1320 & 1{,}40615384 \\ \;\;2000 & \\ \;\;\;\;500 & \\ \;\;\;\;1750 & \\ \;\;\;\;\;\;1250 & \\ \;\;\;\;\;\;2750 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;1500 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;200 & \end{array}$$

$$\frac{457}{325} = 1{,}40615384615384...$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Exacto.

Fracción Generatriz. Es la fracción que da origen a un número decimal. Es decir, la forma fraccionaria de un número racional decimal. Para obtener la fracción generatriz de un decimal, debemos primero aprender a reconocer si se trata de un decimal exacto, un decimal periódico puro y un decimal periódico mixto.

Para obtener la fracción generatriz de un decimal, debemos primero aprender a reconocer si se trata de un decimal exacto, un decimal periódico puro y un decimal periódico mixto.

En el objetivo **6.1 Números Racionales. Definición Según su Forma y Según su Valor, Fracciones** vimos la clasificación de los decimales. Ahora veremos cómo obtener la fracción generatriz para cada uno de los casos.

Fracción Generatriz de un Decimal Exacto

Veamos cómo hallar la Fracción Generatriz de un decimal exacto con un ejemplo.

4,25 es un decimal exacto que tiene 2 cifras decimales el paso a paso para hallar la fracción generatriz es como sigue.

$$4,25$$

Primero escribimos una fracción en la que el numerador es el número escrito sin la coma es decir, 425 y el denominador es la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene nuestro número, es decir, 100.

$$\frac{425}{100}$$

Una vez que hemos establecido la fracción, debemos verificar si se puede simplificar.

Descomponemos numerador y denominador en factores primos $425 = 5^2 \cdot 17$ y $100 = 2^2 \cdot 5^2$.

$$= \frac{5^2 \cdot 17}{2^2 \cdot 5^2}$$

Las potencias de base 5 se simplifican, nos queda la fracción generatriz de 4,25. Puedes comprobar esto dividiendo 17 entre 4.

$$= \frac{17}{4}$$

$$\boxed{4,25 = \frac{17}{4}}$$

NÚMEROS RACIONALES. Hallar la Fracción Generatriz. Aplicando Fórmulas.

Identificar el tipo de decimal y hallar la Fracción Generatriz en cada uno de los siguientes casos.

52,333... 6,15 4,2292929...

Primer decimal. Tiene como parte entera 52, y como parte decimal 3333…, los puntos suspensivos indican que sigue repitiéndose el 3 indefinidamente. El número dado es un **Decimal Periódico Puro**, y 3 es el período.

52,3333…,

Segundo Decimal. Tiene como parte entera 6, y como parte decimal 15, es un **Decimal Exacto**.

6,15

Tercer Decimal. Tiene como parte entera 4, y como parte decimal 2292929…, si observamos en detalle, notaremos que se repite sólo el 29 de forma indefinida. El primer 2 no, entonces 2 es el ante período y 29 es el período. Este número es **un Decimal Periódico Mixto**.

4,2292929…,

4,2292929…,

Ahora vamos a calcular la fracción generatriz de cada uno de ellos iniciando con el decimal exacto, que es el caso más sencillo.

Fracción Generatriz de 6,15:
Numerador: El número dado escrito sin la coma.
Denominador: El uno seguido de tantos ceros como decimales tiene el decimal dado.
El número dado tiene 2 cifras decimales, entonces el denominador es 100. Ahora debemos simplificar a la mínima expresión.

$$6{,}15 = \frac{615}{100}$$

Descomponemos en factores primos numerador y denominador para simplificar la fracción.

$$6{,}15 = \frac{3 \cdot 5 \cdot 41}{2^2 \cdot 5^2}$$

Simplificamos las potencias de 5. La potencia de mayor exponente está en el denominador entonces el resultado queda en el denominador. Efectuando las multiplicaciones resulta, 123/20.

$$6{,}15 = \frac{3 \cdot 41}{2^2 \cdot 5}$$

$$\boxed{6{,}15 = \frac{123}{20}}$$

Para hallar la fracción generatriz de 52,3333 primero lo escribimos en forma abreviada, esto es

$$52,\hat{3}$$

Fracción Generatriz de $52,\hat{3}$:
Numerador: La resta de dos números:
Un número formado por las cifras enteras, 52, y una vez las cifras del período, 3.
El otro número corresponde a la parte entera.

$$52,\hat{3} = \frac{523 - 52}{}$$

Denominador: número formado por tantos nueves como cifras tenga el período, en este caso 1 cifra, será un nueve.

$$52,\hat{3} = \frac{523 - 52}{9}$$

Efectuando la resta nos queda, 471/9.

$$52,\hat{3} = \frac{471}{9}$$

Descomponemos numerador y denominador en factores primos, $471 = 3{\cdot}157$ y $9 = 3^2$.

$$52,\hat{3} = \frac{3 \cdot 157}{3^2}$$

Simplificamos las potencias de 3.

$$52,\hat{3} = \frac{157}{3}$$

Para hallar la fracción generatriz de 4,2292929… primero lo escribimos en forma abreviada, esto es

$$4,2\overset{\frown}{29}$$

Fracción Generatriz de $4,2\overset{\frown}{29}$:
Numerador: La resta de dos números:
Un número formado por las cifras enteras, las cifras del anteperíodo y las del período.
El otro número corresponde a la parte entera y anteperíodo.

$$4,2\overset{\frown}{29} = \frac{4229 - 42}{}$$

Denominador: número formado por tantos nueves como cifras tenga el período seguido de tantos ceros como cifras tiene el anteperíodo. Período: 2 cifras, Anteperíodo: 1 cifra.

$$4,2\overset{\frown}{29} = \frac{4229 - 42}{990}$$

Efectuamos la resta del numerador

$$4,2\overset{\frown}{29} = \frac{4187}{990}$$

Nota: Los divisores primos de 990 son: 2, 3, 5 y 11, y 4187 no es divisible por ninguno de ellos. La fracción no se puede simplificar mas

$$\boxed{4,2\overset{\frown}{29} = \frac{4187}{990}}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Construyendo Ecuación. Ejercicio 1.

Decimales periódicos puros. son aquellos en los que la parte decimal está compuesta sólo de cifras que se repiten indefinidamente.

Ejemplo

$7,\overset{\frown}{14} = 7,14141414...$	7,14 siendo catorce el período o cifras que se repiten indefinidamente
$2,\overset{\frown}{37} = 2,373737...$	2,37, siendo 37 el período
$1,\overset{\frown}{473} = 1,473473473...$	1,473 siendo 473 el período o cifra que se repite indefinidamente.

Fracción Generatriz de Decimales periódicos puros

Existen varios procedimientos, todos válidos, veamos paso a paso cómo obtenerla.

Primero, escribimos el número como la suma de un entero más un decimal periódico.

$$7,\overset{\frown}{14} = 7 + 0,\overset{\frown}{14}$$

Veamos el procedimiento primario para hallar la fracción generatriz de la parte decimal.

Indicamos la fracción generatriz que queremos hallar con x, por ser una incógnita o valor desconocido.

$$7,14 = 7 + \underbrace{0,\overset{\frown}{14}}_{x}$$

Multiplicamos la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el período.

$$x = 0,\overset{\frown}{14}$$

El período tiene 2 cifras, multiplicamos por 100.

$$100x = 100 \cdot 0,\overset{\frown}{14}$$

Cuando se multiplica por la unidad seguida de ceros se corre la coma a la derecha tantos lugares como ceros haya.

$$100x = 14,\overset{\frown}{14}$$

Nuevamente separamos en un número entero y un decimal periódico.

$$100x = 14 + 0,\overset{\frown}{14}$$

Sabemos que 0,14 período es x, pasamos esta x restando al otro lado de la igualdad.

$$100x = 14 + x$$

$$100x - x = 14$$

Efectuamos la resta.

$$99x = 14$$

Los divisores primos de 14 son 2 y 7, y los divisores primos de 99 son 3 y 11. No hay divisores comunes. La fracción se queda así

$$x = \frac{14}{99}$$

Sustituimos la fracción obtenida en el lugar del decimal periódico 0,14.

$$7,14 = 7 + \frac{14}{99}$$

Efectuamos la suma de fracciones.

$$7,\overset{\frown}{14} = \frac{7 \cdot 99 + 14}{99}$$

Los divisores primos de 99 son: 3 y 11, que no dividen a 707, entonces la fracción no puede simplificar más.

$$7,\overset{\frown}{14} = \frac{707}{99}$$

$$\boxed{7,\overset{\frown}{14} = \frac{707}{99}}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Construyendo Ecuación. Ejercicio 2.

Aplicaremos el mismo procedimiento pero de forma más sistemática.

$$1,\overset{\frown}{473}$$

1ro. Escribimos el número como la suma de un entero más un decimal periódico.

$$1,\overset{\frown}{473} = 1 + \underbrace{0,\overset{\frown}{473}}_{x}$$

2do. Designamos con x la parte decimal.

$$1,\overset{\frown}{473} = 1 + x$$

$$x = 0,\overset{\frown}{473}$$

3ro. Multiplicamos de ambos lados de la igualdad por 1000, el período tiene 3 cifras.

Cuando se multiplica un decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma a la derecha tantas posiciones como ceros tenga.

$$1000x = 1000 \cdot 0,\overset{\frown}{473}$$

$$1000x = 473,\overset{\frown}{473}$$

4to. Separamos de nuevo la parte entera de la parte decimal.

$$1000x = 473 + 0,\overset{\frown}{473}$$

5to. Sustituimos el decimal periódico $0,\overset{\frown}{473}$ por x.

$$1000x = 473 + x$$

6to. Despejamos x.

$$1000x - x = 473$$

$$999x = 473$$

$$x = \frac{473}{999}$$

7mo. Sustituimos la fracción en x en la ecuación del 2do paso.

$$1,\overset{\frown}{473} = 1 + \frac{473}{999}$$

8vo. Efectuamos la suma de fracciones.

$$\boxed{1,\overset{\frown}{473} = \frac{1472}{999}}$$

Los divisores primos de 999 son: 3 y 37, que no dividen a 1472. La fracción no puede simplificarse más.

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Puro. Aplicando Fórmula. Ejercicio 1.

Ahora veremos cómo hallar la fracción generatriz de los decimales puros anteriores de forma mecánica y rápida.

Nota: Este procedimiento está basado en la técnica de designar la parte decimal con una x, pero toma sólo la etapa de las operaciones en la fracción.

La fracción generatriz se estructura de la siguiente forma:

$$\text{Decimal Periódico Puro} = \frac{\text{Cifras de parte entera y período} - \text{Cifras de parte entera}}{\text{Tantos nueves como cifras tenga el período}}$$

Para $7,\overset{\frown}{14}$:

$$7,\overset{\frown}{14} = \frac{714 - 7}{99}$$

$$\boxed{7,\overset{\frown}{14} = \frac{707}{99}}$$

Para $1,\overset{\frown}{473}$:

$$1,\overset{\frown}{473} = \frac{1473 - 1}{99}$$

$$\boxed{1,\overset{\frown}{473} = \frac{1473 - 1}{999}}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Construyendo Ecuación. Ejercicio 1.

Un decimal periódico mixto es aquel cuya parte decimal está compuesta por cifras que no se repiten, llamadas anteperíodo, y un grupo de cifras que se repiten ilimitadamente, que constituyen el período.

Decimal Periódico Mixto

$$\textbf{Parte Decimal} \begin{cases} \textbf{Anteperíodo} \\ \textbf{Período} \end{cases}$$

2,4595959… Anteperíodo: 4 y Período: 59, En forma abreviada: $2,4\overset{\frown}{59}$

17,5080808… Anteperíodo: 5 y Período: 08, En forma abreviada: $17,5\overset{\frown}{08}$

30,21333… Anteperíodo: 21 y Período: 3, En forma abreviada: $30,21\overset{\frown}{3}$

Hallaremos la fracción generatriz de 2, 459

1ro. Designamos por x al número $x = 2,4\overset{\frown}{59}$

2do. Multiplicamos ambos lados de la igualdad por 10. $10x = 10 \cdot 2,4\overset{\frown}{59}$

Nota: multiplicamos la unidad seguida de tantos ceros como cifras tiene el anteperíodo. Con esto obtenemos un decimal periódico puro del lado derecho.

$$10x = 24,\overset{\frown}{59} \qquad \boxed{1}$$

3ro. Multiplicamos ambos lados de la igualdad por 100.

Multiplicamos por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el período.

$$100 \cdot 10x = 100 \cdot 24,\overset{\frown}{59}$$

$$1000x = 2459,\overset{\frown}{59} \quad \boxed{2}$$

4to. Con $\boxed{2}$ y $\boxed{1}$ estableceremos un sistema de igualdades.

$$\begin{aligned} 1000x &= 2459,\overset{\frown}{59} \quad \boxed{2} \\ 10x &= 24,\overset{\frown}{59} \quad \boxed{1} \end{aligned}$$

5to. Restamos lado a lado las igualdades.

$$\begin{aligned} 1000x &= 2459,\overset{\frown}{59} \\ -10x &= -24,\overset{\frown}{59} \\ \hline 990x &= 2435 \end{aligned}$$

6to. Despejamos x pasando 990 dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$x = \frac{2435}{990}$$

2435 es el producto de 5 por 487, que es un número primo y 990 es divisible entre 5 por terminar en cero.

7mo. Dividimos numerador y denominador entre 5. La fracción obtenida es la fracción generatriz buscada.

$$x = \frac{2435 \div 5}{990 \div 5} = \frac{487}{198}$$

$$\boxed{2,4\overset{\frown}{59} = \frac{487}{198}}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Ejercicio 1.

Hallaremos la fracción generatriz de $17,5\overset{\frown}{08}$ y $30,21\overset{\frown}{3}$

1ro. Designamos por x a cada número

$$x = 17,5\overset{\frown}{08} \qquad\qquad x = 30,21\overset{\frown}{3}$$

2do. Multiplicamos ambos lados de la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

Anteperíodo: 1 cifra
Multiplicamos por 10

$$10x = 10 \cdot 17,5\overset{\frown}{08}$$

$$10x = 175,\overset{\frown}{08} \quad \boxed{1}$$

Anteperíodo: 2 cifras
Multiplicamos por 100

$$100x = 100 \cdot 30,21\overset{\frown}{3}$$

$$100x = 3021,\overset{\frown}{3} \quad \boxed{1}$$

3ro. Multiplicamos ambos lados de la igualdad por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga el período.

Período: 2 cifras
Multiplicamos por 100

$$100 \cdot 10x = 100 \cdot 175,\overset{\frown}{08}$$

$$1000x = 17508,\overset{\frown}{08} \quad \boxed{2}$$

Período: 1 cifra
Multiplicamos por 10

$$10 \cdot 100x = 10 \cdot 3021,\overset{\frown}{3}$$

$$1000x = 30213,\overset{\frown}{3} \quad \boxed{2}$$

4to. Con las igualdades 1 y 2 de cada caso estableceremos un sistema de igualdades.

$$1000x = 17508,\overset{\frown}{08} \quad \boxed{2}$$

$$10x = 175,\overset{\frown}{08} \quad \boxed{1}$$

$$1000x = 30213,\overset{\frown}{3} \quad \boxed{2}$$

$$100x = 3021,\overset{\frown}{3} \quad \boxed{1}$$

5to. Restamos lado a lado las igualdades.

$$\begin{array}{r} 1000x = 17508,\overset{\frown}{08} \\ -10x = -175,\overset{\frown}{08} \\ \hline 990x = 17333 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 30213,\overset{\frown}{3} \\ -100x = -3021,\overset{\frown}{3} \\ \hline 900x = 27192 \end{array}$$

6to. Despejamos x pasando 990 y 900 dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$x = \frac{17333}{990}$$

Los divisores primos de 990 son: 2, 3, 5 y 11, y 17333 no es divisible entre ninguno de ellos. La fracción no se puede simplificar mas.

$$x = \frac{27192}{900}$$

La descomposición de numerador y denominador es: $27192 = 2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 103$, $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, el M.C.D. es 12.

6to. Simplificamos la fracción del 2do caso dividiendo numerador y denominador entre el M.C.D.

$$x = \frac{27192 \div 12}{900 \div 12} = \frac{2266}{75}$$

Fracciones generatrices

$$175\overset{\frown}{08} = \frac{17333}{990}$$

$$30,21\overset{\frown}{3} = \frac{2266}{75}$$

NÚMEROS RACIONALES. Fracción Generatriz de Decimal Periódico Mixto. Ejercicio 2.

Busquemos la fracción generatriz de 17,508 y 30,213 de forma mecánica y rápida.

La fracción generatriz se estructura de la siguiente forma:

$$\text{Decimal Periódico Mixto} = \frac{\text{Cifras de parte entera, anteperíodo y período} - \text{Cifras de parte entera y anteperíodo}}{\text{Tantos nueves como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros como tenga el anteperíodo}}$$

Para $17,5\overset{\frown}{08}$:

$$17,5\overset{\frown}{08} = \frac{17508 - 175}{990}$$

$$\boxed{17,5\overset{\frown}{08} = \frac{17333}{990}}$$

Para $30,21\overset{\frown}{3}$:

$$30,21\overset{\frown}{3} = \frac{30213 - 3021}{900}$$

$$30,21\overset{\frown}{3} = \frac{27192}{900}$$

$$\boxed{30,21\overset{\frown}{3} = \frac{2266}{75}}$$

Es importante que en este punto tengas presente la ventaja de manejar con destreza la descomposición de números en factores primos y la simplificación de factores y potencias en una fracción. Eso lo vimos en la sección de Simplificación de fracciones, si tienes dificultades con esto, te sugerimos visites esa sección y practiques hasta que lo hagas con facilidad.

Emparejando el Lenguaje

Fracción Generatriz. Es la fracción que da origen a un número decimal. Es decir, la forma fraccionaria de un número racional decimal. Para obtener la fracción generatriz de un decimal, debemos primero aprender a reconocer si se trata de un decimal exacto, un decimal periódico puro y un decimal periódico mixto.

Decimales Periódicos Puros. son aquellos en los que la parte decimal está compuesta sólo de cifras que se repiten indefinidamente.

Ejercicios

Halla la fracción generatriz en cada caso

1. $8,56$
2. $115,2$
3. $57,35$
4. $42,\overset{\frown}{03}$
5. $70,\overset{\frown}{4}$
6. $109,\overset{\frown}{152}$
7. $435,5\overset{\frown}{4}$
8. $6,0\overset{\frown}{11}$
9. $29,61\overset{\frown}{45}$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $\dfrac{214}{25}$
2. $\dfrac{576}{5}$
3. $\dfrac{1147}{20}$
4. $\dfrac{1387}{33}$
5. $\dfrac{634}{9}$
6. $\dfrac{109043}{999}$
7. $\dfrac{39199}{90}$
8. $\dfrac{541}{90}$
9. $\dfrac{8144}{275}$