

## MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

El hombre siempre tuvo la necesidad de contar. Para hacerlo, creó lo que se conoce como números naturales. Sin embargo, estos números no le fueron suficientes para representar algunas cantidades, ni distinguir ciertas situaciones de otras. Por ejemplo: Si hablamos de temperatura y queremos compararla en una región calurosa donde su temperatura alcanza 44°C con una zona de la antártica que, en épocas de invierno, alcanza 60°C (-60) bajo cero, las pérdidas o los años transcurridos antes y después de Cristo.

Por ello, los números enteros, son aquellos que nos permiten comparar diversas cantidades, son la base de los otros números y nos sirven para contar. Como se puede ver son los números enteros que mediante su representación positiva y negativa nos ayudan a ubicar cantidades en el tiempo y en el espacio.

**MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS:** Para multiplicar números enteros, multiplicamos los signos y multiplicamos los números. Para multiplicar los signos, aplicamos la regla de los signos:

$$\begin{array}{l}
 + \cdot + = + \quad ; \quad + \cdot - = - \\
 - \cdot - = + \quad ; \quad - \cdot + = -
 \end{array}$$

**EJEMPLO 1:** Multiplica los siguientes valores.

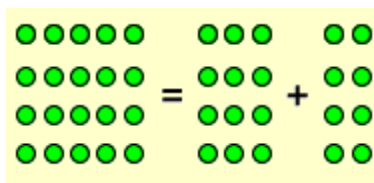
- $3 \cdot (-2) = -6$
- $-4 \cdot (-5) = 20$
- $-4 \cdot (-2) = 8$
- $3 \cdot (-3) = -9$
- $-2 \cdot (-1) = 2$

**DISTRIBUTIVIDAD DEL PRODUCTO RESPECTO A LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS:** Cuando se multiplica un número entero por otro, y éste último está escrito como la suma de otros dos, por ejemplo,  $7(10+3)$ , se sabe que esta operación es igual a:

$$7(10) + 7(3)$$

Esta propiedad se conoce como la propiedad distributiva del producto con respecto a la suma de números enteros y se puede ver que es muy natural que esto se cumpla siempre, si se observa el siguiente cálculo con piedritas:

$$4(3+2) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 2$$



Esta propiedad es válida para todos los números enteros, por lo tanto, si intervienen números negativos en las operaciones sigue cumpliéndose la propiedad distributiva, por ejemplo:

$$5(10-4) = 5(10+(-4)) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-4)$$

**¿QUÉ OCURRE SI EL FACTOR QUE ESTA FUERA DE EL PARÉNTESIS ES NEGATIVO?**

Por ejemplo, si se tiene el producto:  $-2 \cdot (3+8)$

La propiedad distributiva asegura que:

$$-2 \cdot (3+8) = -2 \cdot (3) + -2 \cdot (8) = -6 + (-16) = -22$$

**DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS:** Para dividir números enteros, dividimos los signos y dividimos los números. Para dividir los signos aplicamos la regla de los signos:

$$\begin{array}{l} + \div + = + \quad ; \quad + \div - = - \\ - \div - = + \quad ; \quad - \div + = - \end{array}$$

**EJEMPLO 2:** Divida los siguientes valores enteros.

- $18 \div (-6) = -3$
- $-12 \div 2 = -6$
- $15 \div (-5) = -3$
- $(-16) \div (-4) = 4$
- $18 \div (-9) = -2$
- $(-10) \div (-5) = 2$

De la misma manera que para definir la resta recurrimos a algo que ya sabíamos, como era la suma, para definir la división de números reales recurrimos a cosas ya conocidas en este caso la multiplicación.

Tenemos el siguiente problema ¿Por cuánto debo multiplicar a un número  $a$  para obtener otro número  $b$ ? En este caso solo sabemos multiplicar así que llamamos a la interrogación  $x$ ,  $y$ . Multiplicamos ambos miembros de esta igualdad por el inverso multiplicativo de  $a$ , tenemos :

$$\frac{1}{a} \cdot a \cdot x = b \cdot \frac{1}{a}$$

De aquí tenemos:

$$1 \cdot x = b \cdot \frac{1}{a}$$

Y por lo tanto el número desconocido  $x$  es:

$$x = b \cdot \frac{1}{a}$$

Pero es mejor utilizar el símbolo  $b \div a$ , que lo leeremos como  $b$  entre  $a$ , en lugar de la letra  $x$ . Por lo tanto tenemos que:

$$b \div a = b \frac{1}{a}$$

**Nota:** Si sustituimos este número encontrado

$$b \frac{1}{a}$$

En el lugar de la interrogación de la pregunta inicial, podemos comprobar que realmente resuelve el problema inicial que planteamos ¿Por cuánto debo multiplicar a un número  $a$  para obtener otro número  $b$ ? *Porque:*

$$a \cdot b \frac{1}{a} = a \frac{1}{a} b = 1 \cdot b = b$$

Diremos que dividir un número  $b$  (llamado dividendo) entre otro número  $a$  (llamado divisor) es multiplicar al número  $b$ , por el inverso multiplicativo del número  $a$ . En otras palabras para realizar una división debemos convertirla primero en una multiplicación utilizando el inverso multiplicativo del divisor. Para indicar una división utilizamos el signo entre ( $\div$ ). Así por ejemplo  $p \div q$  quiere decir dividir  $p$  entre  $q$ .

Lo anterior quiere decir que si tenemos que dividir dos números, debemos convertir la división en una multiplicación del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

**OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS:** Para resolver las operaciones combinadas se comienza por resolver lo que está dentro de los paréntesis, luego los corchetes y por último lo que está dentro de las llaves.

**EJEMPLO 3:** Resuelve  $\{[7(-8)] \div [4(5 + 2)]\} - 1$

**Solución:**

$\{[7(-8)] \div [4(5 + 2)]\} - 1$  **Resolvamos y eliminemos los paréntesis**

$\{[-56] \div [20 + 8]\} - 1$  **Resolvamos y eliminemos los corchetes**

$\{-56 \div 28\} - 1$  **Resolvamos y eliminemos las llaves**

$-2 - 1 = -3$  **Sumando números enteros.**

**EJEMPLO 4:** Resuelve  $7 - \{[4(-5)] \div [-1(2)]\} + [7(3 - 1 + 8 - 10)]$

**Solución:**

$7 - \{[-20] \div [-2]\} + [7(0)]$

$7 - \{-20 \div -2\} + 0$

$7 - \{10\}$

$7 - 10 = -3$

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Efectúa los siguientes productos:

$$(+5) \cdot (+8)$$

**Solución:**

$$(+5) \cdot (+8) = +40$$

2.

$$(-32) \cdot (-43)$$

**Solución:**

$$(-32) \cdot (-43) = + 1376$$

3. Resuelve los siguientes ejercicios.

$$12(5+8)$$

**Solución:**

$$12(5+8)$$

Aplicando propiedad distributiva tenemos que:

$$\begin{aligned} 12 \cdot (5) + 12 \cdot (8) &= \\ 60 + 96 &= \\ 156 & \end{aligned}$$

4.  $45(32 + 91 - 16)$

**Solución:**

$$45(32 + 91 - 16)$$

Aplicando propiedad distributiva tenemos que:

$$45.32 + 45.91 - 45.16$$

$$=1440 + 4095 - 720$$

$$= 4815$$

**Solución:**

5. Efectúa las siguientes divisiones

$$\frac{7}{9} \div \frac{11}{4}$$

$$\frac{7}{9} \div \frac{11}{4}$$

$$= \frac{7.4}{9.11}$$

$$= \frac{28}{99}$$

6.

$$\frac{4}{25} \div \frac{12}{5}$$

$$\frac{4}{25} \div \frac{12}{5}$$

$$= \frac{4.5}{25.12}$$

$$= \frac{20}{300}$$

**Solución:**

Simplificando tenemos que:

$$= \frac{1}{15}$$

7. Resuelve:

$$5- [7 - 2 - (1 - 9) - 3 +12] +4$$

**Solución:**

$$5- [7 - 2 - (1 - 9) - 3 +12] +4$$

$$5- [7 - 2 - 1 + 9 - 3 +12] +4 \quad \text{Eliminando Paréntesis}$$

$$5- [7 +9+12 - 2 -1 - 3] +4 \quad \text{Agrupando Términos}$$

$$5- [28 - 6] +4 \quad \text{Eliminando Corchetes}$$

$$5 - 22 +4 = -13$$

8.  $1 - (-3 + 6 +1) - [4 - (6 - 3 + 1) -2 ]$

**Solución:**

$$1 - (-3 + 6 +1) - [4 - (6 - 3 + 1) -2 ]$$

Resolvemos los paréntesis

$$= 1 - (-3 + 6 + 1) - [4 - (6 - 3 + 1) - 2]$$

$$= 1 - 4 - [4 - 4 - 2]$$

Resolviendo los corchetes

$$= 1 - 4 - [-2]$$

Recuerda que un signo menos antes de un corchete cambia el signo del valor.

$$= 1 - 4 + 2$$

$$= -1$$

9.

**Solución:**

$$3 - [4 - (5 - 7)] - \{9 - [5 - (-4)]\}$$

$$3 - [4 - (5 - 7)] - \{9 - [5 - (-4)]\}$$

Resolviendo paréntesis

$$= 3 - [4 + 2] - \{9 - [5 + 4]\}$$

Resolviendo corchetes

$$= 3 - 6 - \{9 - 9\}$$

Resolviendo llaves

$$= 3 - 6 - 0 = -3$$

10  $46 - \{38 - (-2) + (-9) + (42 - 18 + (-15) - (-7))\}$

**Solución:**

$$46 - \{38 - (-2) + (-9) + (42 - 18 + (-15) - (-7))\}$$

Resolvamos paréntesis

$$46 - \{38 + 2 - 9 + 42 - 18 - 15 + 7\}$$

Resolvamos llaves

$$46 - 47 = -1$$

Profesor Alejandra Sánchez.

Fe y Alegría Versión 02-2016



## Glosario

- **Producto:** Es sinónimo de **multiplicación**.
- **Operaciones:** Es la aplicación de un operador sobre los elementos de un conjunto. El operador toma los elementos iniciales y los relaciona con otro elemento de un conjunto final que puede ser de la misma naturaleza o no; esto se conoce técnicamente como **ley de composición**. En aritmética y cálculo el conjunto de partida puede estar formado por elementos de un único tipo (las operaciones aritméticas actúan sólo sobre números) o de varios (el producto de un vector por un escalar engloba al conjunto unión de vectores y escalares que conforman un espacio vectorial).



## Otras Referencias

- <http://www.vadenumeros.es/tercero/ejercicios-con-parentesis.htm>
- <http://www.ejerciciosweb.com/enteros/operaciones-combinadas.html>
- [http://www.vitutor.com/di/r/a\\_12e.html](http://www.vitutor.com/di/r/a_12e.html)

