

MULTIPLICACIÓN DE UN NÚMERO POR UN VECTOR Y SUS PROPIEDADES

Imagina que un autobús de pasajeros va de una ciudad A a una ciudad B. Si al recorrer 20Km hace una parada para que los pasajeros almuercen y la distancia entre las ciudades es 3 veces lo que ha recorrido, ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?

Después de estudiar esta lección sabrás la respuesta.

Los vectores pueden multiplicarse por un número o valor escalar y obtener como resultado un vector.



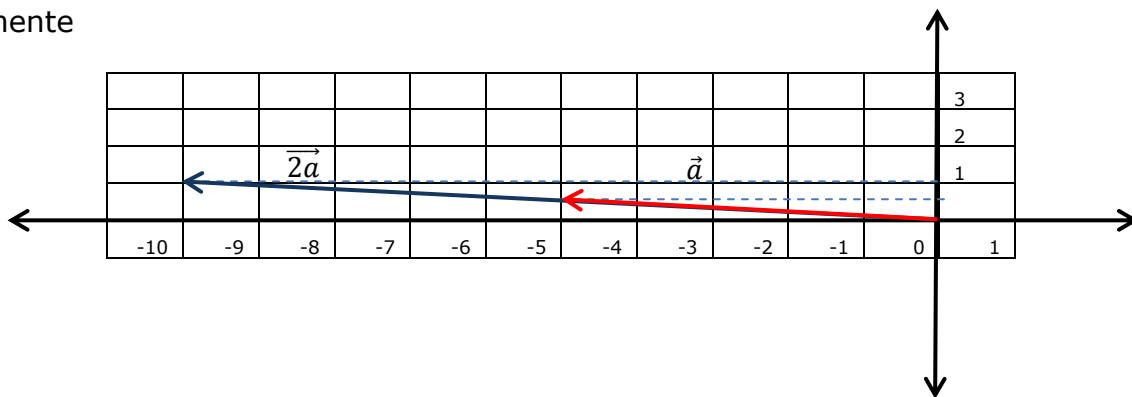
Dados un vector $\vec{a} = (x_1, x_2)$ y el número racional m ; el producto de $m \cdot \vec{a}$ se define como un vector $m \vec{a} = m(x_1, y_1) = (mx_1, my_1)$

Ejemplo A

Halla gráfica y analíticamente el producto de $\vec{a} \left(-5, \frac{1}{2}\right)$ y el número racional 2

Analíticamente $2 \vec{a} = 2 \left(-5, \frac{1}{2}\right) = (-10, 1)$

Gráficamente



Respuesta: $(-10, 1)$

En situaciones como la descrita en la situación del inicio debes multiplicar el desplazamiento que ha llevado el autobús por un número o un valor escalar, en este caso el número 3. El vector al ser un desplazamiento asumimos las componentes (20,0) por lo que la respuesta se obtiene multiplicando $3 \cdot (20,0) = (60,0)$

Respuesta: (60,0)

Propiedades del producto de un número racional por un vector.

1. **Conmutativa.** Es la que establece que el orden en que efectúas el producto del vector por el escalar no altera el producto, es decir sean el vector \vec{a} y el número racional m , el producto $m \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot m$

Ejemplo B

Halla $\frac{1}{2}\vec{a}$ donde $\vec{a} = (4,2)$

$$\frac{1}{2}(4,2) = (2,1)$$

Respuesta: (2,1)

2. **Asociativa.** Es la propiedad que permite agrupar al vector y los números racionales en forma conveniente con el fin de simplificar la operación. Sean los números racionales m y n y el vector \vec{a} $(mn)\vec{a} = m(n\vec{a}) = n(m\vec{a})$

Ejemplo C

Sean los números 4 y -1 y el vector $\vec{a} = (3, -1)$ Halla $(mn)\vec{a}$

$$(mn)\vec{a} = [4(-1)]\vec{a} = 4[(-1)\vec{a}]$$

$$(-4)(3, -1) = 4(-3, 1)$$

$$(-12, 4) = (-12, 4)$$

Respuesta: (-12,4)

3. **Elemento Neutro.** Es el número uno, ya que al multiplicar un vector por uno da como resultado el mismo vector, es decir sea un vector \vec{a} se cumple $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$

Ejemplo D

Halla $1 \cdot \vec{a}$ dado $\vec{a} = (5,3)$

$$1 \cdot (5,3) = (5,3)$$

Respuesta: (5,3)

4. **Distributiva.** Es la propiedad que permite separar los términos de una estructura determinada, para simplificar la operación. Dados los vectores \vec{a} y \vec{b} y el número racional k se cumple que

$$k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k \cdot \vec{a} \pm k \cdot \vec{b} \quad \text{o} \quad (g \pm h)\vec{a} = g\vec{a} \pm h\vec{a} \quad \text{donde } g \text{ y } h \text{ son números racionales.}$$

Ejemplo E

Sean los vectores $\vec{a}(1,4)$ y $\vec{b}(3,-2)$ Calcula $3(\vec{a} + \vec{b})$

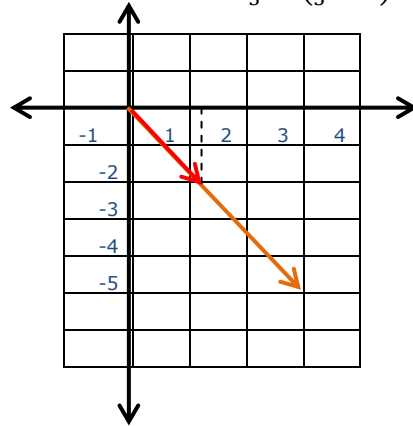
$$3(\vec{a} + \vec{b}) = 3\vec{a} + 3\vec{b} = 3(1,4) + 3(3,-2) = (3,12) + (9,-6) = (12,6)$$

Respuesta: (12,6)

EJERCICIOS RESUELTOS

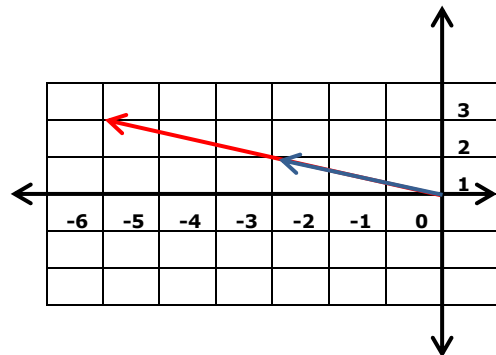
1. Halla gráfica y analíticamente el producto de $\vec{a}(3,-5)$ y el número racional $\frac{2}{5}$

Analíticamente $(3,-5) \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{6}{5}, -2\right)$



Respuesta: El vector rojo es el producto de $\frac{2}{5} \cdot \vec{a} = \left(\frac{6}{5}, -2\right)$

2. Halla gráfica y analíticamente el producto $-\vec{a}$ donde $\vec{a}(3,-1)$ y el número racional 2



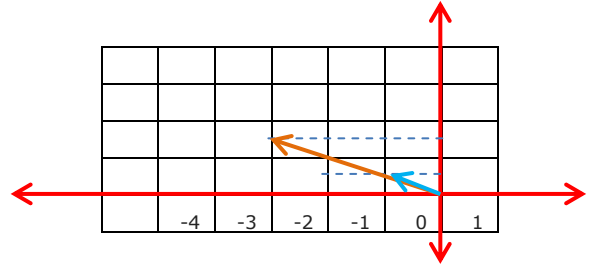
$$-\vec{a} = (-3, 1)$$

$$2(-\vec{a}) = 2(-3, 1) = (-6, 2)$$

Respuesta: El vector rojo es el producto

$$(-\vec{a}) = (-6,2)$$

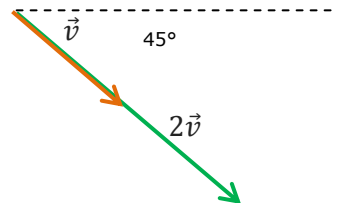
3. Halla gráfica y analíticamente el producto de $\vec{a}(-1, \frac{1}{2})$ y el número racional 3



$$3\vec{a} = 3\left(-1, \frac{1}{2}\right) = \left(-3, \frac{3}{2}\right)$$

Respuesta: El vector naranja es el producto $3\vec{a} = \left(-3, \frac{3}{2}\right)$

4. Un barco tiene el siguiente desplazamiento: 35 Km, 45° al sureste (\vec{v}) Dibuja $2\vec{v}$



Respuesta

5. Dados los componentes de los vectores $\vec{a} = (3,2)$ y $\vec{b} = (2,1)$ halla $\vec{b} - \vec{a}$

$$2\vec{b} - \vec{a} = 2(2,1) + (-3, -2) = (4,2) + (-3, -2) = (1,0)$$

Respuesta:(1,0)

6. Dados los componentes de los vectores $\vec{c} = (3,1)$ y $\vec{d} = (-1,5)$ halla $3\vec{d} - \vec{c}$

$$3\vec{d} - \vec{c} = 3(-1,5) - (3,1) = (-3,15) + (-3, -1) = (-6,14)$$

Respuesta:(-6,14)

7. Si tenemos $\vec{e}(2m, n + 4)$ halla m y n para que el vector \vec{e} sea equipolente con un vector de componentes (1,3)

Dos vectores equipolentes tienen los componentes iguales luego
 $2m=1$ donde $m=\frac{1}{2}$
 $n+4=3$ entonces $n=3-4=-1$

Respuesta: $m=\frac{1}{2}$ y $n=-1$

8. Determina el producto de $\vec{p}(-2, -3)$ por $-\frac{3}{2}$

$$\vec{p} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = (-2, -3) \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(3, \frac{9}{2}\right)$$

Respuesta: $\left(3, \frac{9}{2}\right)$

Profesor Danesa Padilla

Versión Fecha 2015-10-12

Glosario

Magnitud: es la longitud, distancia o módulo de un vector.

Escalar: es un número real.

Vector: es una cantidad matemática que tiene sentido, magnitud y dirección

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/geo/vec/a_7.html

<http://www.rena.edu.ve/cuartaEtapa/matematica/tema3/Tema3d.html>

