

7

7ma Unidad

Cinemática

7.1 Movimiento Circular

En ocasiones debemos girar alrededor de un objetivo tomando de esta vivencia el impulso que nos lleve a mejores estados de nuestro ser.

Descripción

Movimiento Circular Uniforme

Guiones Didácticos

CINEMÁTICA. Movimientos Circulares. Fundamentos Teóricos

Movimiento Circular. Si la trayectoria de un móvil es una circunferencia o si un cuerpo o sistema gira respecto a un eje de referencia estamos en presencia de un movimiento circular, este tipo de movimiento lo observamos con mucha frecuencia en nuestra cotidianidad.

Elementos Notables del Movimiento Circular

Arco de la trayectoria. Es un arco de circunferencia correspondiente a una parte o toda la trayectoria de la partícula y se representa con la letra s .

Ángulo barrido. Es el ángulo correspondiente al arco de la trayectoria recorrida por la partícula.

Radio. Es la distancia medida desde un punto cualquiera de la trayectoria hasta el centro de la circunferencia que describe esta.

Estas tres cantidades están relacionadas por la igualdad: longitud del arco igual al ángulo por el radio.

Arco de trayectoria

Ángulo barrido

Radio

Una cantidad fundamental en el estudio del movimiento de un partícula es la rapidez.

En el caso del movimiento circular la partícula recorre una distancia a lo largo del arco y también gira un ángulo. Entonces tenemos **rapidez lineal o tangencial** y **rapidez angular**.

La **rapidez lineal** es también llamada **tangencial** porque la dirección de ésta es siempre tangente a la trayectoria.

Relación matemática entre rapidez lineal y rapidez angular.

$$v = \omega \cdot r$$

Otra cantidad notable en el estudio del movimiento es la **aceleración**, en el movimiento circular existen tres tipos de aceleración básicas y una compuesta.

Aceleración angular.
Aceleración tangencial.
Aceleración normal o centripeta.
Aceleración total.

Aceleración angular y aceleración tangencial están relacionadas entre sí mediante la igualdad, **aceleración tangencial igual a aceleración angular por el radio**

$$a_t = \alpha \cdot r$$

Aceleración normal o centripeta es igual a rapidez angular al cuadrado por el radio o rapidez lineal al cuadrado sobre el radio

$$a_n = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$$

Aceleración total es igual a la raíz cuadrada de aceleración tangencial al cuadrado más aceleración normal al cuadrado.

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

En este objetivo estudiamos las nociones del Movimiento Circular, relaciones entre cantidades lineales y cantidades angulares, y movimiento circular uniforme. Esto nos prepara para abordar otros casos de fenómenos mecánicos cada vez más cercanos a la realidad. Acompañanos a conocer acerca de este movimiento,

Conocimientos Previos Requeridos

Unidades, Movimiento Rectilíneo Uniforme, Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, Geometría (Ángulos), Despeje, Operaciones en los Reales.

Contenido

Fundamentos Teóricos de Movimiento Circular, Movimiento Circular Uniforme, Ejercicios.

Videos Disponibles

[CINEMÁTICA. Movimiento Circular. Fundamentos Teóricos](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Circular Uniforme](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Circular Uniforme. Ejercicio 1](#)

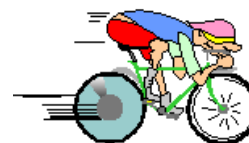
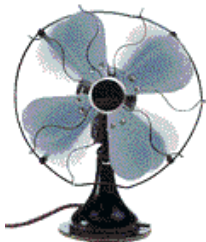
[CINEMÁTICA. Movimiento Circular Uniforme. Ejercicio 2](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

▶ CINEMÁTICA. Movimientos Circular. Fundamentos Teóricos

Movimiento Circular. Si la trayectoria de un móvil es una circunferencia o si un cuerpo o sistema gira respecto a un eje de referencia estamos en presencia de un movimiento circular, este tipo de movimiento lo observamos con mucha frecuencia en nuestra cotidianidad



Elementos Notables del Movimiento Circular

Arco de la trayectoria, Es un arco de circunferencia correspondiente a una parte o toda la trayectoria de la partícula y se representa con la letra s

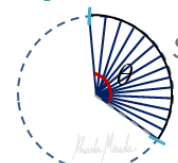
Ángulo barrido, Es el ángulo correspondiente al arco de la trayectoria recorrido por la partícula.

Radio, Es la distancia medida desde un punto cualquiera de la trayectoria hasta el centro de la circunferencia que describe esta

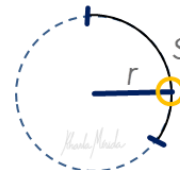
Arco de Trayectoria



Ángulo Barrido



Radio

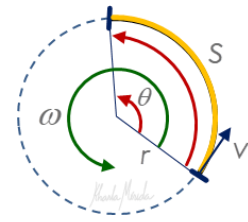


Estas tres cantidades están relacionadas por la igualdad, longitud del arco igual al ángulo por el radio.

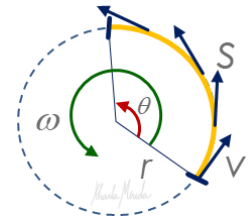
$$s = \theta \cdot r$$

Una cantidad fundamental en el estudio del movimiento de una partícula es la **rapidez**.

En el caso del movimiento circular la partícula **recorre una distancia** a lo largo del arco y también **gira un ángulo**. Entonces tenemos **rapidez lineal** o **tangencial** y **rapidez angular**

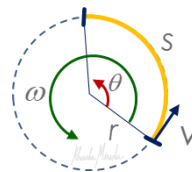


La **rapidez lineal** es también llamada **tangencial** porque la dirección de ésta es siempre tangente a la trayectoria.



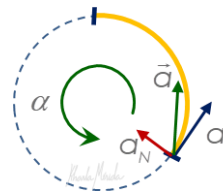
Relación matemática entre rapidez lineal y rapidez angular.

$$v = \omega \cdot r$$



Otra cantidad notable en el estudio del movimiento es la aceleración, en el movimiento circular existen tres tipos de aceleración básicas y una compuesta.

Aceleración angular,
Aceleración tangencial,
Aceleración normal o centrípeta
Aceleración total.



Aceleración angular y aceleración tangencial están relacionadas entre sí mediante la igualdad, aceleración tangencial igual a aceleración angular por el radio

$$a_t = \alpha \cdot r$$

Aceleración normal o centrípeta es igual a rapidez angular al cuadrado por el radio o rapidez lineal al cuadrado sobre el radio

$$a_N = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$$

Aceleración total es igual a la raíz cuadrada de aceleración tangencial al cuadrado más aceleración normal al cuadrado

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_N^2}$$

Fórmulas o relaciones entre cantidades lineales y angulares del movimiento circular

Longitud del arco recorrido $s = \theta \cdot r$

Rapidez tangencial $V = \omega \cdot r$

Aceleración tangencial $a_t = \alpha \cdot r$

Aceleración normal $a_N = \omega^2 \cdot r = \frac{V^2}{r}$

Aceleración total (Módulo) $a = \sqrt{a_t^2 + a_N^2}$

▶ CINEMÁTICA. Movimientos Circular Uniforme

Si observamos el giro del aspa de un ventilador, notamos que mantiene el mismo ritmo, diciéndolo de un modo sencillo.

Durante el tiempo que está en funcionamiento podemos decir que el aspa gira a velocidad constante

En Este caso, tenemos un movimiento circular uniforme.

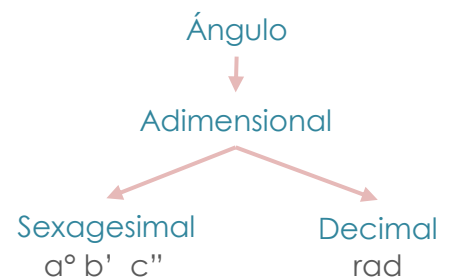


La **relación matemática que define la rapidez angular**

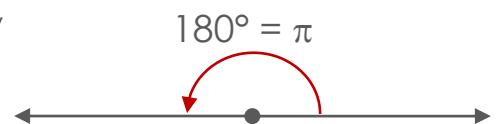
ω : Rapidez Angular θ : Ángulo barrido t : Tiempo en barrer θ

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Nota: Los ángulos son cantidades adimensionales, es decir, no hay modo de representarlos en ninguno de los sistemas de unidades. Sólo responden a dos sistemas de numeración. Sistema sexagesimal, en grados minutos y segundos, y en sistema decimal, radianes.



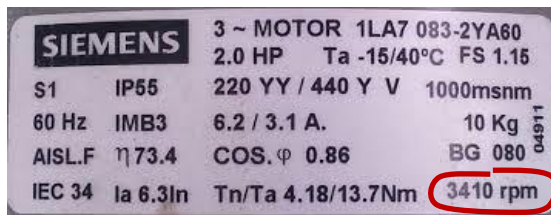
La equivalencia entre un sistema de numeración y otro es, $180^\circ = \pi$ radianes



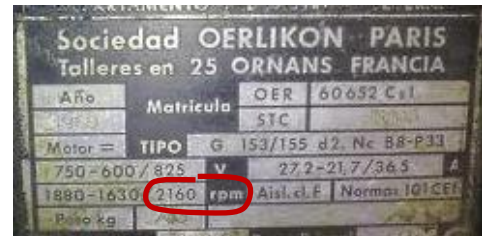
Rapidez Angular Constante

$$\omega = \frac{\theta}{t} \longrightarrow \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Es común encontrar en las etiquetas o placas de los motores algo como 8.000 rpm, esto significa que el eje del motor gira a ocho mil revoluciones por minuto.



rpm



¿Puedes darte una idea de lo que esto significa? Dar ocho mil vueltas en un minuto

Cuando una rapidez de giro o rotación está dada en rpm, entonces realmente tenemos la frecuencia

rpm \rightarrow **Frecuencia**

Frecuencia. Se define como el número de vueltas por unidad de tiempo $F = \frac{n}{t}$

Entonces, 300rpm significa 300 revoluciones por minuto, lo que quiere decir que el sistema está realizando 300 vueltas o giros en un minuto.

$$300 \text{ rpm} \rightarrow 300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \rightarrow 300 \frac{\text{vueltas}}{\text{minuto}}$$

Para indicar esta frecuencia como una rapidez angular pasamos las revoluciones por minuto a radianes por segundo

$$300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \rightarrow \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Multiplicamos por dos fracciones equivalentes a la unidad, 1.

$$300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{\text{min}}{\text{min}} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{rad}}$$

Para eliminar revoluciones colocaremos una revolución en el denominador de la primera fracción

$$300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{\text{min}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{rad}}$$

Sabemos que 1rev (vuelta) = $2\pi \text{ rad}$, colocamos este equivalente en el numerador

$$300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{\text{min}}{\text{min}}$$

Para eliminar los minutos, colocamos 1min en el numerador de la fracción y su equivalente en segundos en el denominador.

$$300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

Simplificamos unidades,

$$300 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}}$$

$$= 300 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

$$300 \text{ rpm} = 31,41 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

▶ CINEMÁTICA. Movimientos Circular Uniforme. Ejercicio 1

Un electrón gira describiendo una circunferencia de cuatro centímetros de diámetro. Si da novecientos revoluciones por minutos, Hallar a) la rapidez angular, b) La rapidez tangencial, c) El número de vuelta que da en cinco segundos.

Interpretación de enunciado

Un electrón gira describiendo una circunferencia de cuatro centímetros de diámetro. Esto nos indica de forma indirecta el radio de la trayectoria (circunferencia) que describe el electrón.

Si da novecientos revoluciones por minutos, esto nos da el valor de la frecuencia a la que se mueve el electrón sobre la circunferencia, $F = 900\text{rpm}$.

Hallar a) la rapidez angular, esto nos indica la primera incógnita, rapidez angular, $\omega = ?$

b) La rapidez tangencial, esto nos da la segunda incógnita, $v = ?$

c) El número de vuelta que da en cinco segundos, la última incógnita a hallar es número de vueltas que realiza en un intervalo de 5s

Relación entre frecuencia y rapidez angular

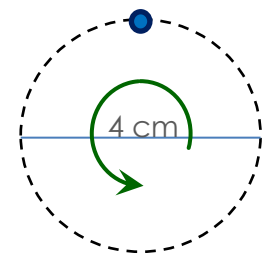
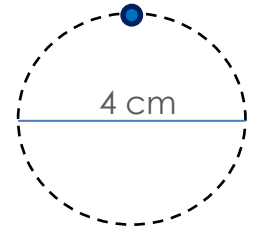
$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \text{ rad/s} \quad n : \text{es el número de vueltas por minuto}$$

Sustituimos 900rpm en n

Operamos la multiplicación del numerador

Simplificamos la fracción

Rapidez tangencial es igual a rapidez angular por el radio. La rapidez angular se obtuvo en el paso anterior. El radio podemos obtenerlo del diámetro



a) $\omega = ?$

b) $v = ?$

c) $n = ?$
 $t = 5$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 900}{60} \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{1800\pi}{3600} \text{ rad/s}$$

$$\omega = 30\pi \text{ rad/s}$$

$$v = \omega \cdot r$$

El diámetro de un círculo es dos veces el radio, $D = 2r$.

$$D = 2r$$

$$r = \frac{D}{2} \quad r = 2\text{cm}$$

Despejamos r

Sustituimos en la Fórmula de rapidez tangencial, los valores de la rapidez angular y el radio

$$v = \omega \cdot r$$

$$v = 30\pi \text{ rad/s} \cdot 2\text{cm}$$

Nota: Es importante aclarar que los radianes no son una unidad, la presencia de la expresión "rad" es para indicar que se ha girado un ángulo que esta dado en sistema decimal.

Cuando se efectúa la multiplicación de unidades, la presencia de "rad" es sustituida por "cm", quedando centímetros por segundo.

$$\text{rad/s} \cdot \text{cm} \longrightarrow \text{cm/s}$$

Efectuamos la multiplicación

$$v = 60\pi \text{ cm/s}$$

$$v = 188,5 \text{ cm/s}$$

Por último, nos piden el número de vueltas, n , que realiza en cinco segundos.

Sabemos que frecuencia es números de vueltas sobre tiempo, el dato que dio el enunciado es de 900rpm, lo que significa que el tiempo esta dado en minutos. Hagamos una conversión para saber cuantas vueltas da por segundo.

$$F = \frac{n}{t} \quad F = 900 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

Multiplicamos 900 revoluciones por minutos, por una fracción equivalente a la unidad.

Ponemos en el numerador 1min y en el denominador 60s, que es su equivalente.

$$F = 900 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1\text{min}}{60\text{s}}$$

Simplificamos los minutos y nos queda 15 revoluciones por segundo. esto quiere decir, que cada segundo da 15 revoluciones.

$$F = 900 \frac{\text{rev}}{60\text{s}} = 15 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

Si en un segundo da 15 giros, en cinco segundos da 75 revoluciones

5 segundos

$$1 \text{ segundo} + 1 \text{ segundo} + 1 \text{ segundo} + 1 \text{ segundo} + 1 \text{ segundo}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$15 \text{ giros} + 15 \text{ giros} + 15 \text{ giros} + 15 \text{ giros} + 15 \text{ giros}$$

Sustituimos la frecuencia obtenida y multiplicamos por los segundos indicados

$$n = 15 \frac{\text{rev}}{\text{s}} \cdot 5\text{s}$$

Simplificamos unidades y efectuamos las operaciones, obtenemos el números de vueltas que da en cinco segundos

$$n = 75 \text{ rev}$$

Nota: También podemos calcularlo, despejando n de la fórmula de frecuencia.

$$F = \frac{n}{t} \quad n = F \cdot t$$

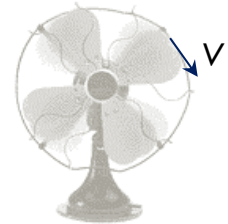
▶ CINEMÁTICA. Movimientos Circular Uniforme. Ejercicio 2

Las aspas de un ventilador giran con una rapidez tangencial de 70Kph. Sabiendo que el extremo de las aspas describen una circunferencia de sesenta centímetro de diámetro. Calcule, a) la rapidez angular, b) la frecuencia, la aceleración centrípeta.



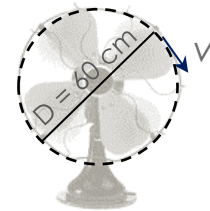
Interpretación de enunciado

Las aspas de un ventilador giran con una rapidez tangencial de 70Kph, de aquí tenemos la rapidez tangencial en los puntos extremos de las aspas.



$$v = 60 \text{ km/h}$$

Sabiendo que el extremo de las aspas describen una circunferencia de sesenta centímetro de diámetro, con el diámetro podemos obtener el radio de la circunferencia (trayectoria circular de los puntos extremos)



Calcule, a) la rapidez angular, primera incógnita, ω .

$$a) \omega = ?$$

b) La frecuencia, segunda incógnita, F .

$$b) F = ?$$

c) La aceleración centrípeta, tercera incógnita, a_c .

$$c) a_c = ?$$

Lo primero que haremos es convertir las unidades de la rapidez para llevarla al mismo sistema de la del diámetro. $60 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$

Multiplicamos 70km/h por dos fracciones unitarias. Con la primera convertimos la longitud y con la segunda el tiempo.

$$60 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{Km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}}$$

Simplificamos unidades y efectuamos los cálculos.

$$16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para llevar los metros a centímetros

$$16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} = 1666,67 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Sabemos que la rapidez tangencial, es igual a rapidez angular por radio.

$$V = \omega \cdot r$$

Despejamos la rapidez angular

$$\omega = \frac{V}{r}$$

Tenemos la rapidez tangencial, el radio se obtiene a partir del diámetro, $D = 60\text{cm}$, entonces $r = 30\text{cm}$.

$$\omega = \frac{V}{r} \rightarrow D = 60 \text{ cm}$$

Sustituimos rapidez tangencial y radio en la fórmula

$$\omega = \frac{1666,67 \text{ cm/s}}{30 \text{ cm}}$$

Simplificamos unidades y efectuamos los cálculos.

$$\omega = 55,6 \text{ rad/s}$$

Convertimos la rapidez angular en frecuencia

$$55,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}}$$

Una revolución es equivalente a dos π rad.

$$55,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}}$$

1min es equivalente a 60s

$$55,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$$

Simplificamos unidades y calculamos.

$$55,6 \frac{\cancel{\text{rad}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \cancel{\text{rad}}} \cdot \frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ min}}$$

$$F = 530,94 \text{ rev/min}$$

Aceleración centrípeta es igual a omega cuadrado por radio

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

Sustituimos omega y radio en la fórmula

$$a_c = \left(55,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 30 \text{ cm}$$

Efectuamos las operaciones

$$a_c = 92.740,8 \text{ cm/s}^2$$

Emparejando el Lenguaje

Arco de la trayectoria, Es un arco de circunferencia correspondiente a una parte o toda la trayectoria de la partícula y se representa con la letra s .

Ángulo barrido, Es el ángulo correspondiente al arco de la trayectoria recorrido por la partícula.

Radio, Es la distancia medida desde un punto cualquiera de la trayectoria hasta el centro de la circunferencia que describe esta.

Ángulos. Son cantidades adimensionales, es decir, no hay modo de representarlos en ninguno de los sistemas de unidades. Sólo responden a dos sistemas de numeración. Sistema sexagesimal, en grados minutos y segundos, y en sistema decimal, los radianes.

Frecuencia. Se define como el número de vueltas por unidad de tiempo.

A Practicar

1. Calcula la rapidez tangencial de dos puntos distintos de un disco que gira a 120rev/min, si uno está ubicado a 0,30m del centro y el otro a 0,8m.
2. Un disco de 36cm de radio gira a 165rpm, hallar:
 - a. La rapidez angular del disco
 - b. La rapidez tangencial de un punto del borde.
3. Una bola atada al final de una cuerda de 0.5m se hace girar en un plano vertical. Calcular:
 - a. El módulo de la velocidad lineal que debe adquirir para que la aceleración centrípeta sea igual a 9.8 m/s^2 Resultado: $v = 2.21 \text{ m/s}$
 - b. El módulo de la velocidad angular que llevará en ese caso. Resultado: $\omega = 4.42 \text{ rad/s} = 0.70 \text{ vueltas/s}$
4. La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante de 1 vuelta alrededor de la Tierra cada 90 minutos. Sabiendo que está ubicada en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre y que el radio de la tierra es de 6671 km.
 - a. Calcular la velocidad angular, ω . Resultado: $\omega = \pi/2700 \text{ rad/s}$
 - b. Calcular la velocidad lineal, v . Resultado: $v = 7760 \text{ m/s}$
5. A qué velocidad se desprenden de las gotas de agua de una pelota mojada, atada a una cuerda y puesta a girar a una distancia de 1m respecto de la mano, sabiendo que gira a razón de 2 vueltas por segundo.

Lo Hicimos Bien?

1. $v(0,8m) = 10,06m/s$
2. a. La rapidez angular del disco: $17,28rad/s$
b. La rapidez tangencial de un punto del borde: $6,22m/s$.
1. Una bola atada al final de una cuerda de $0.5m$ se hace girar en un plano vertical.
Calcular:
 - a. $v = 2.21 m/s$
 - b. $\omega = 4.42 rad/s$ lo que equivale a 0.70 vueltas/s
4. a. $\omega = \pi/2700 rad/s$
b. $v = 7754,3 m/s$
5. $V = 12,57m/s$