

## 7

## 7ma Unidad

## Cinemática

## 7.2 Movimiento Armónico Simple

Quando una mente despierta a la magia extraordinaria de crear, permanece encendida y vibrante, dando vida a la vida.

## Descripción

The image shows two pages of a didactic guide titled 'Guiones Didácticos' for 'CINEMÁTICA. Conceptos Fundamentales. Parte I' and 'Parte II'. The left page (Parte I) discusses 'Movimiento Periódico' with examples like a fan, a clock pendulum, a piston, and a heart. It defines period (T) and frequency (f) and includes formulas:  $T = \frac{1}{f}$ ,  $f = \frac{1}{T}$ , and  $f = \frac{1}{T} \text{ ciclos/seg}$ . The right page (Parte II) discusses 'Movimiento Oscilatorio' and 'Movimiento Vibratorio', defining them as oscillatory movements with specific characteristics and diagrams illustrating the concepts.

Los latidos del corazón, el péndulo de un reloj, las ondas en el agua producidas al caer una gota, todos ellos se corresponden con un mismo tipo de fenómeno, Movimiento Periódico. Son incontables los eventos físicos que, a nuestro alrededor, presentan movimientos repetidos de diversas formas, como por ejemplo el pistón del motor de un vehículo. De ahí la importancia de conocer sus características, de tal forma que puedan explotarse como forma de hacer eficiente sistemas mecánicos de aplicación a la industria, transporte, medicina, o cualquier ámbito del acontecer humano.

## Conocimientos Previos Requeridos

Unidades, Despeje, Operaciones en los Reales.

## Contenido

Conceptos Fundamentales, Unidad de Frecuencia, Movimiento Pendular, Ejercicios de Movimiento Periódico y Ejercicios de Movimiento Pendular.

## Videos Disponibles

[CINEMÁTICA. Conceptos Fundamentales. Parte I](#)

[CINEMÁTICA. Conceptos Fundamentales. Parte II](#)

[CINEMÁTICA. Unidad de Frecuencia](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Pendular](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Periódico. Ejercicios 1 y 2](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Periódico. Ejercicio 3](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Pendular. Ejercicio 1](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Pendular. Ejercicio 2](#)

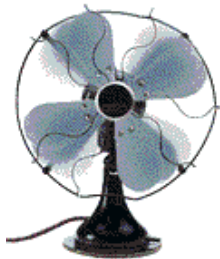
Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

## Guiones Didácticos

### ▶ CINEMÁTICA. Conceptos Fundamentales. Parte I

**Movimiento Periódico.** Es el movimiento de una partícula, o cuerpo, en el que para intervalos de tiempo iguales recorre la misma trayectoria o experimenta los mismos cambios en sus magnitudes fundamentales.

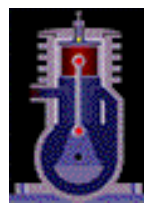
#### Ejemplos



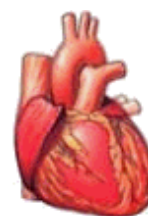
movimiento del aspa  
de un ventilador



movimiento del  
péndulo de un Reloj



movimiento de  
un Pistón



Latidos del  
Corazón

#### Elementos de un Movimiento Periódico

El movimiento periódico está caracterizado por cuatro propiedades esenciales:

- **Período**, representado por  $T$ , Tiempo empleado para un ciclo de movimiento
- **Frecuencia (F)**. Número de ciclos de movimiento durante un segundo
- **Amplitud**. La máxima separación del cuerpo oscilante con respecto a la posición de reposo
- **Diferencia de fase**. Es la diferencia entre el movimiento de dos péndulos que consiste en el adelanto o retraso del uno con respecto al otro.

Una sencilla observación nos hace notar que las cantidades **Período** y **Frecuencia** son una inversa de la otra, por lo que podemos establecer que.

Período es el inverso de la frecuencia:  $T = \frac{1}{f}$

Frecuencia es el inverso del período:  $f = \frac{1}{T}$

el período está dado en segundos:  $T = \frac{1}{f} \text{ seg}$

La frecuencia está representada en ciclos por segundo:  $f = \frac{1}{T} \text{ ciclos/seg}$

**Movimiento Oscilatorio.** Es oscilatorio si la trayectoria se recorre en ambas direcciones.

Basados en esta definición podemos descartar, de los ejemplos dados, el ventilador y el pistón (por lo que toca a la parte inferior del sistema).

**Movimiento Vibratorio.** Es vibratorio si la trayectoria es rectilínea, su origen se encuentra en el centro de la misma y la fuerza que lo hace tender al centro es proporcional a la distancia de la partícula al origen

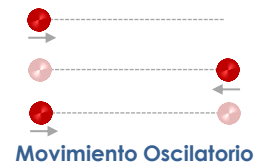
## ▶ CINEMÁTICA. Conceptos Fundamentales. Parte II

Con dos ejemplos sencillos veremos la diferencia entre **movimiento oscilatorio** y **movimiento vibratorio** pero primero revisemos los tres conceptos:

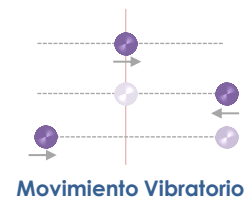
En el **Movimiento Periódico** se recorre la misma trayectoria, y sentido de la trayectoria, para intervalos de tiempos iguales.



El **Movimiento Oscilatorio** es un tipo de **movimiento periódico** en el que **la trayectoria es recorrida en ambos sentidos**.

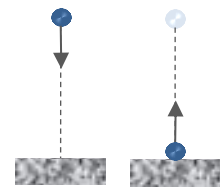


El **Movimiento vibratorio** es un **movimiento oscilatorio**, en el que **el origen está en el centro de la trayectoria** y **la fuerza que determina el movimiento es variable y depende de la distancia al centro**.

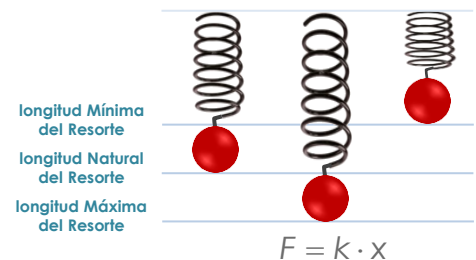


Fuerza Variable  
 $F = k \cdot x$

**Una pelota de acero que rebote sobre una superficie sólida y rígida**, con un **choque perfectamente elástico**, que alcanza la misma altura cada vez que asciende, representa un movimiento oscilatorio, porque su trayectoria rectilínea es recorrida en ambas direcciones, pero la fuerza que actúa sobre la pelota y la hace descender es constante durante toda su trayectoria.



**Una masa que atada al extremo de un resorte se hala y luego se suelta** quedando con un movimiento periódico, **este movimiento es vibratorio** porque cumple todas las condiciones del movimiento oscilatorio y además **la fuerza del resorte que actúa sobre la masa es variable y depende de la distancia de la masa respecto al origen**.



**Movimiento Vibratorio****Fuerza Variable**

$$F = k \cdot x$$

**Movimiento Armónico**

$$x \rightarrow x(\text{sent})$$

$$x \rightarrow x(\text{cost})$$

**Movimiento vibratorio es Armónico** ocurre si la posición la velocidad y la aceleración pueden representarse mediante funciones senoidales o cosenoidales, esto es, que sus ecuaciones estén en función de seno o coseno.

Finalmente tenemos el movimiento armónico simple

**Movimiento Armónico Simple.** Es un movimiento armónico en el que la posición del cuerpo está dada por una expresión de la forma

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

Donde

$x$ : es la elongación, o distancia del cuerpo al origen, en cada instante del movimiento

$A$ : es la elongación máxima que alcanza el cuerpo

$\omega$ : es la pulsación o frecuencia angular

$\varphi$ : es el desfase, su valor determina la posición del cuerpo en el instante inicial.

## CINEMÁTICA. Unidad de Frecuencia

En la primera lección de este tema conocimos que **la frecuencia es el número de ciclos de movimiento que ocurren en un segundo.**



$\frac{\text{ciclos}}{\text{seg}}$

Vale decir con énfasis que **la unidad de tiempo que la define es el segundo.**



00:03

Entonces, si queremos expresar la frecuencia con la que giran las aspas de un ventilador debemos indicar la cantidad de vueltas (ciclos) que realiza en un segundo.

**A la razón ciclo sobre segundo se le denomina Hertz.** Esta unidad pertenece al Sistema Internacional, se simboliza Hz y se pronuncia Hertz, Hertio o Hercio.

$\frac{\text{ciclos}}{\text{seg}} = \text{Hz}$

Su denominación se debe al Alemán Heinrich Rudolf Hertz, quien descubrió la propagación de las ondas electromagnéticas y observó que los impulsos eléctricos se comportaban como ondas, por lo que podemos medir su frecuencia contando los ciclos que hacen por segundo.



Heinrich Rudolf Hertz

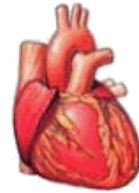
El hercio mide los ciclos: vueltas, oscilaciones, vibraciones, por segundo. Pero puede aplicarse a cualquier evento periódico. Esto significa que podríamos decir que el segundero de un reloj avanza a razón de 1 Hz.



**Frecuencia del Segundero:** 1 Hz

Cuando se trata del corazón, **el tiempo necesario para que se complete un ciclo cardíaco se le denomina intervalo.**

Los corazones cuyo ritmo es de intervalos largos tienen frecuencia baja lo que se denomina bradicardia. Y los de intervalos cortos tienen frecuencia alta lo que se denomina taquicardia.



**Frecuencia baja:** Bradicardia

**Frecuencia Alta:** Taquicardia

**Nota:** Lo que es el **período** para cualquier otro movimiento periódico, se denomina **intervalo** cuando se trata de los latidos del corazón.

El descubrimiento de que las ondas se podían transmitir por el espacio motivó el desarrollo tecnológico de equipos en los que la información se transmite sin hilos, como la televisión, radio, Wi-Fi y Bluetooth.

Cada tipo de aparatos usa una frecuencia para comunicarse entre si y de ese modo no causar interferencias con otros.



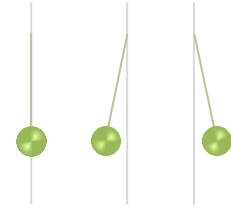
Un ejemplo sencillo y familiar es el de los diales de la radio FM, en los que cada emisora tiene un canal de frecuencia indicado para poder emitir y ser escuchada.



Lo mismo sucede con el resto de aparatos, que emiten en frecuencias que van desde unos pocos a millones de hercios por segundo, hablando entonces de kilohercios (kHz), megahercios (MHz) o gigahercios (GHz).

## CINEMÁTICA. Movimiento Pendular

**Un péndulo.** Es la composición de un hilo o cuerda y una masa suspendida de ella que puede oscilar de un lado a otro de su posición de equilibrio, que es la vertical.



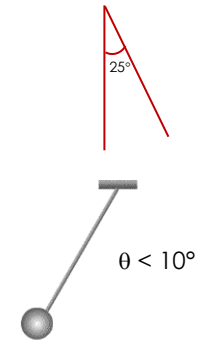
El movimiento pendular es un tipo de movimiento oscilatorio con características tan particulares que dispone para él de leyes y fórmulas propias.

**El Período de Oscilación** de un péndulo es independiente del material del que está constituido, y es independiente de la amplitud, mientras ésta sea pequeña.



**Nota:** Se entiende por amplitud pequeña todas las menores de  $25^\circ$

**Las oscilaciones de amplitudes menores a  $10^\circ$** , son **isócronas**, es decir, utilizan el mismo tiempo en realizar un ciclo completo.



**El período de un movimiento pendular**, es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

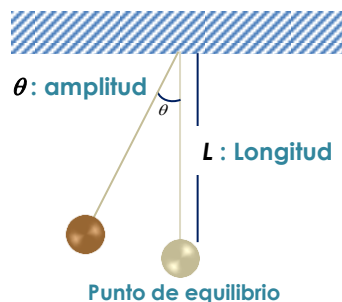
**El período de oscilación de un péndulo** está en razón inversa de la raíz cuadrada de la intensidad de la gravedad.

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

**La relación del período del péndulo con la longitud y la gravedad** se expresa por medio de la siguiente expresión matemática:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

### Elementos de un péndulo



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

## CINEMÁTICA. Movimiento Periódico. Ejercicios 1 y 2

**Ejercicio 1.** Un péndulo realiza 120 oscilaciones durante 1 minuto. Hallar el período y la frecuencia del movimiento.

### Datos

120 ciclos/1 min

$T = ?$

$f = ?$

### Período

$$T = \frac{t}{n}$$

### Frecuencia

$$f = \frac{n}{t}$$

En la 1ra lección de Movimiento Armónico Simple entregamos las definiciones y fórmulas de Período y frecuencia.

Período es el tiempo necesario para completar un ciclo de movimiento y frecuencia es la cantidad de ciclos que se completan en un segundo

En primer lugar transformaremos los minutos en segundos, porque la frecuencia está definida en esta unidad.

1 min = 60 seg , entonces el péndulo realiza 120 oscilaciones en 60 segundos.

$$f = 2 \text{ ciclos/seg}$$

Podemos decir entonces que el péndulo tiene una frecuencia de 2 Hz

$$f = 2 \text{ Hz}$$

También en la Lección 1 de Movimiento Armónico Simple entregamos la relación entre Período y Frecuencia.

**Período es el inverso de la frecuencia.** Entonces, período es 1 sobre 2 ciclos por segundo. Lo que significa que el período es de medio segundo por ciclo

$$T = \frac{1}{f} \quad T = \frac{1}{2 \text{ ciclos/seg}}$$

$$T = \frac{1}{2} \text{ seg}$$

**Ejercicio 1.** La frecuencia de un movimiento vibratorio es 4vib/s. Determinar el número de vibraciones que se verificarán en 12min.

### Datos

$f = 4 \text{ vib/s}$

$n = ?$

$t = 12 \text{ min}$

### Frecuencia

$$f = \frac{n}{t}$$

Frecuencia es el número de ciclos, o vibraciones, por segundo. Llevamos los minutos a segundos para poder calcular el valor de n.

$$t = 12 \text{ min} \rightarrow 720 \text{ s}$$

Despejamos n de la fórmula de frecuencia, y sustituimos los valores de frecuencia y tiempo.

$$n = f \cdot t$$

$$f = \frac{n}{t} \quad n = 4 \frac{\text{vib}}{\text{s}} \cdot 720 \text{ s}$$

$$n = 2880 \text{ vib}$$



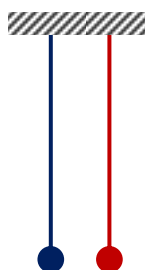
### ▶ CINEMÁTICA. Movimiento Periódico. Ejercicio 3

**Ejercicio 4.** Una cuerda elástica realiza 3000 ciclos en 4 seg. y otra 4500 en 9 seg. Calcular cuántas ciclos dará una más que la otra en 2.5 minutos.

**Cuerda 1:** 3000 ciclos  $\longrightarrow$  4 s

**Cuerda 2:** 4500 ciclos  $\longrightarrow$  9 s

Diferencia de ciclos 1 y 2 = ?



**Frecuencia**

$$f = \frac{n}{t}$$

Primeramente hallamos la frecuencia de cada uno, para luego calcular cuantos ciclos realiza cada uno en 2 segundos.

Para la cuerda 1, la frecuencia es 3000 ciclos entre 4 segundos esto es, 750 ciclos por cada segundo.

$$f = \frac{3000 \text{ ciclos}}{4 \text{ s}}$$

**Cuerda 1:**

$$f = 750 \text{ ciclos/s}$$

Para la cuerda 2, la frecuencia es 4500 ciclos entre 9 segundos esto es, 500 ciclos por cada segundo.

$$f = \frac{4500 \text{ ciclos}}{9 \text{ s}}$$

**Cuerda 2:**

$$f = 500 \text{ ciclos/s}$$

Ahora calculamos la cantidad de ciclos que realiza cada cuerda en 2,5 segundos.

Despejamos de la formula de frecuencia el número de ciclos

$$n = f \cdot t$$

**Cuerda 1.** El número de ciclos es 750 ciclos por segundo por 2,5 segundos efectuando los cálculos obtenemos 1875.

$$n = 750 \text{ ciclos/s} \cdot 2,5 \text{ s}$$

$$n = 1875 \text{ ciclos}$$

**Cuerda 2.** El número de ciclos es 500 ciclos por segundo por 2,5 segundos efectuando los cálculos obtenemos 1250 ciclos

$$n = 500 \text{ ciclos/s} \cdot 2,5 \text{ s}$$

$$n = 1250 \text{ ciclos}$$

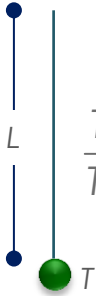
Calculamos la diferencia entre los ciclos realizados por la cuerda 1 y los realizados por la cuerda 2. Entonces, a los dos segundos la cuerda 1 ha realizado 625 ciclos más que la cuerda dos

$$1875 \text{ ciclos} - 1250 \text{ ciclos} = 625 \text{ ciclos}$$

A los dos segundos la cuerda 1 ha realizado 625 ciclos más que la cuerda dos

## ▶ CINEMÁTICA. Movimiento Pendular. Ejercicio 1

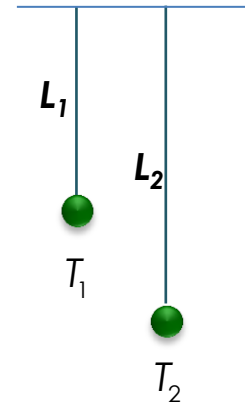
**Ejercicio 1.** Un péndulo de 20 centímetros de largo tiene un período de 0,4s; si la longitud del péndulo se aumenta a 120 centímetros. ¿Cuál es el período del péndulo alargado?



$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

La relación matemática que asocia el período de un péndulo con su longitud fue entregada en la lección 4 de movimiento armónico simple y dice.

**Período 1 entre Período 2 es igual a la raíz cuadrada de Longitud 1 entre Longitud 2**



**Nota:** el período de un péndulo es directamente proporcional a la longitud de éste. Si la longitud aumenta, aumenta el período, y si la longitud de la cuerda disminuye, disminuye el período.

Conocemos Longitud 1, Longitud 2 y Período 1. Nos piden el Período 2. Despejamos Período 2 de la ecuación.

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

**Nota:** Existen muchas maneras de realizar este despeje, aquí procederemos como sigue y te invitamos a intentar otras alternativas, basándote en las propiedades matemáticas y las herramientas que te entregamos en las lecciones de despeje

Por propiedad de las raíces, separamos la raíz para el numerador y denominador.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}}$$

Raíz de longitud 2 que está dividiendo, pasa multiplicando.

Raíz de Longitud 1, que está multiplicando, pasa dividiendo

$$\frac{T_1}{T_2} \cdot \sqrt{L_2} = \sqrt{L_1} \quad \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = 1$$

El Período 2 que está dividiendo pasa multiplicando.

$$T_1 \cdot \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}} = T_2$$

Sustituimos los valores conocidos y efectuamos las operaciones

$$T_2 = T_1 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$T_2 = 0,4s \cdot \sqrt{\frac{120\text{cm}}{20\text{cm}}}$$

$$T_2 = 0,98s$$

**Observa** que el período 1, correspondiente a una longitud de 20cm, es de 0,4 s y el período 2, correspondiente a una longitud de 120 cm, es de 0,98 s. Esto nos permite visualizar con números la proporcionalidad directa entre período y longitud.

## CINEMÁTICA. Movimiento Pendular. Ejercicio 2

¿Qué longitud debe tener un péndulo para que su período sea igual a 1s?

En la lección 4 de movimiento armónico simple, se dió una fórmula que relaciona al período de un péndulo con la longitud de la cuerda y con la gravedad.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = ?$$

$$t = 1s$$



La variable correspondiente a la longitud del péndulo,  $L$ , está como cantidad subradical. El período y la gravedad son valores conocidos.

Distribuimos la raíz para el numerador y denominador

$$T = 2\pi\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{g}}$$

Pasamos raíz de gravedad que está dividiendo, al otro lado multiplicando al período.

$$T \cdot \sqrt{g} = 2\pi\sqrt{L}$$

$2\pi$  que está multiplicando, pasa al otro lado dividiendo

$$\frac{T \cdot \sqrt{g}}{2\pi} = \sqrt{L}$$

Aplicamos potencia de exponente dos en 1er lado de la igualdad eliminando la raíz cuadrada de la  $L$ .

$$\left(\frac{T \cdot \sqrt{g}}{2\pi}\right)^2 = L$$

**Nota:** Es importante encerrar entre paréntesis toda la fracción para que cada factor de ésta quede elevado al cuadrado.

Distribuimos la potencia para cada factor

$$\frac{T^2 \cdot (\sqrt{g})^2}{2^2 \pi^2} = L$$

Aplicamos propiedad simétrica de la igualdad  
si  $A = B$ , entonces  $B = A$

$$L = \frac{T^2 \cdot (\sqrt{g})^2}{2^2 \pi^2}$$

$$L = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

Sustituimos los valores correspondientes al período y la gravedad.

$$L = \frac{(1s)^2 \cdot 9,8m/s^2}{4\pi^2}$$

Efectuamos las operaciones, simplificamos unidades y calculamos.

$$L = \frac{\cancel{1s^2} \cdot 9,8m/\cancel{s^2}}{39,48}$$

$$L = 0,25m$$

## Emparejando el Lenguaje

**Movimiento Periódico.** Es el movimiento de una partícula, o cuerpo, en el que para intervalos de tiempo iguales recorre la misma trayectoria o experimenta los mismos cambios en sus magnitudes fundamentales.

**Movimiento Oscilatorio.** Es oscilatorio si la trayectoria se recorre en ambas direcciones basados en esta definición podemos descartar de los ejemplos dados el ventilador y el pistón por lo que toca a la parte inferior del sistema.

**Movimiento Vibratorio.** Es vibratorio si la trayectoria es rectilínea, su origen se encuentra en el centro de la misma y la fuerza que lo hace tender al centro es proporcional a la distancia de la partícula al origen.

**Péndulo.** Es la composición de un hilo o cuerda y una masa suspendida de ella que puede oscilar de un lado a otro de su posición de equilibrio, que es la vertical.

**Movimiento Pendular.** Es un tipo de movimiento oscilatorio con características tan particulares que dispone para el de leyes y fórmulas propias, veamos estas leyes y fórmulas.