

# 2

## 2da Unidad

# Múltiplos y Divisores

## 2.3 Mínimo Común Múltiplo, m.c.m.

Juan tiene sólo billetes de 20, Luis sólo billetes de 5 y Carmen sólo billetes de 10. ¿Puede cada uno pagar su pasaje de forma exacta si el valor es de 15? ¿Y si es de 20?

### Descripción

**Guiones Didácticos**

**MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Definición Mínimo Común Múltiplo.**  
**Mínimo Común Múltiplo.** Es el menor múltiplo común a varios números enteros, veamos de forma práctica lo que esta significa para dejar clara esta definición.  
**Ejemplo.** Identificar el m.c.m. de 2, 6 y 10.

Primero, visualicemos los múltiplos de cada uno de estos números. Presentaremos sólo los menores o iguales a 60, esto es suficiente para observar lo que nos ayudará a evidenciar que es el mínimo común múltiplo.

Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60.

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60.

Múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60.

Hasta donde descomponemos los múltiplos (color verde), tenemos 2 múltiplos comunes a los tres números: el 30 y el 60.  
 Si seguimos descomponiendo más múltiplos de cada número, encontraremos más múltiplos comunes mayores que estos.

La definición de **mínimo común múltiplo** dice que es el **menor múltiplo común** a los números dados, que en este caso son 2, 6 y 10.  
 Entre 30 y 60 es menor 30, entonces **30 es el mínimo común múltiplo**.

Ahora aprendemos dos formas de hallar el mínimo común múltiplo. Una responde a una regla y otra a un Algoritmo (ver **Emparejando el lenguaje** de esta Unidad).

**MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Mínimo Común Múltiplo. Calculado con la Regla.**  
 Para calcular el m.c.m., debemos primero descomponer en factores primos los números dados, para luego aplicar la regla "se forman los factores comunes y no comunes, con su mayor exponente" el resultado del producto de estos factores es el m.c.m. Veamos en forma práctica esto.

**Ejemplo.** Hallar el m.c.m. de 4, 12 y 18 aplicando la regla.

**Nota.** Lo ideal cuando se realiza una descomposición es y verificando sólo cuando se descomponen los números primos en orden ascendente. De esta manera evitamos la divisibilidad.

**Recordemos.** Los 25 primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

---

**1ra. Descomponemos el 4.**

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 4.
- El 4 es divisible entre 2, **¡Por qué!** El cociente es 2.
- Colocamos el 2 debajo del 4.
- 2 es divisible entre 2. El cociente es 1, que se coloca debajo del 2, y terminamos la descomposición.

4 es 2 a la 2.

**Recordemos:** El exponente, que es el número que colocamos en la parte superior derecha del 2, representa la cantidad de veces que se multiplica el 2.

**2da. Descomponemos el 12.**

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 12.
- El 12 es divisible entre 2, **¡Por qué!** El cociente es 6.
- Colocamos el 2 debajo del 12.
- 6 es divisible entre 2. El cociente es 3, que se coloca debajo del 6.
- 3 es divisible entre 3. El cociente es 1, que se coloca debajo del 3, y terminamos la descomposición.

12 es 2 a la 2, por 3.

**¡Por qué!**

- El 4 es divisible entre 2, porque es un número par.

**Recordemos:** El criterio de divisibilidad de 2 dice: "Todo número par es divisible entre 2".

**3ra. Descomponemos el 18.**

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 18.
- Verificamos si el 18 es divisible entre 2, que es el primer número primo. El cociente de 18 entre 2 es 9.
- Colocamos el 2 debajo del 18.
- 9 es divisible entre 3. El cociente es 3, que se coloca debajo del 9.
- 3 es divisible entre 3. El cociente es 1, que se coloca debajo del 3, y terminamos la descomposición.

18 es 2 por 3 a la 2.

El número más pequeño divisible entre dos o más números. ¿De qué nos puede servir?

Ana prepara galletas para tres clientes, el cliente A recibe las galletas en cajitas de 3 unidades, el cliente B recibe las galletas en cajitas de 5 unidades y el cliente C recibe las galletas en cajitas de 4 unidades. Cuanto es lo mínimo que debe preparar para que pueda ser despachado sin faltas ni sobrantes a cualquiera de los 3 clientes.

El menor número de galletas que puede ser distribuido en cajitas de 3, 5 o 4 galletas exactamente es 60. ¿Cómo lo sabemos?

Acompáñanos para aprender acerca de este valioso recurso.

## Conocimientos Previos Requeridos

Dominio de Multiplicación y División, descomposición de números en factores primos, conceptos de múltiplos y divisores.

## Contenido

Múltiplos, Divisores, Números Primos, Números Compuestos, Descomposición de Números en Factores Primos, Primos Relativos, m.c.m., M.C.D.

## Videos Disponibles

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Definición de Mínimo Común Múltiplo](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Mínimo Común Múltiplo. Calculando con las reglas](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Cálculo de M.C.M. Por Método Rápido. Descomposición Simultánea](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Calcular el Mínimo Común Múltiplo. Ejercicio 1](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Calcular Mínimo Común Múltiplo por Descomposición Simultánea. Ejercicio 2](#)

## Guiones Didácticos

### ▶ MULTIPLOS Y DIVISORES. Definición Mínimo Común Múltiplo.

**Mínimo Común Múltiplo.** Es el menor múltiplo común a varios números enteros.

veamos de forma práctica lo que esto significa para dejar clara esta definición

**Ejemplo.** Identificar el m.c.m. de 2, 6 y 10

Primero, visualicemos los múltiplos de cada uno de estos números. Presentaremos sólo los menores o iguales a 60, eso es suficiente para observar lo que nos ayudará a evidenciar qué es el mínimo común múltiplo.

Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58 y 60

Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

Múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60

Hasta donde desarrollamos los múltiplos (color verde), tenemos 2 múltiplos comunes a los tres números: el 30 y el 60.

Si seguimos desarrollando más múltiplos de cada número, encontraremos más múltiplos comunes mayores que estos.

La definición de **mínimo común múltiplo** dice que **es el menor múltiplo común** a los números dados, que en este caso son 2, 6 y 10.

Entre 30 y 60 es menor 30, entonces 30 es el **mínimo común múltiplo**.

Ahora aprenderemos dos formas de hallar el mínimo común múltiplo. Una responde a una regla, y otra a un Algoritmo (ver **Emparejando el Lenguaje** de esta Unidad)

### ▶ MULTIPLOS Y DIVISORES. Mínimo Común Múltiplo. Calculando con la Regla.

Para calcular el m.c.m. debemos primero descomponer en factores primos los números dados, para luego aplicar la regla "se toman los factores comunes y no comunes, con su mayor exponente" el resultado del producto de estos factores es el m.c.m. Veamos en forma práctica esto.

**Ejemplo.** Hallar el m.c.m. de 4, 12 y 18 aplicando la regla.

**Nota.** Lo ideal cuando se realiza una descomposición es ir verificando y/o descartando los números primos divisores en orden ascendente. De esta manera cuando se descarta un número primo no es necesario volver atrás para probar divisibilidad.

**Recordemos.** Los 25 primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

**1ro:** Descomponemos el 4.

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 4.
- El 4 es divisible entre 2, ¿Por qué?. El cociente es 2.
- Colocamos el 2 debajo del 4.
- 2 divisible entre 2. El cociente es 1, que se coloca debajo del 2, y terminamos la descomposición.

4 es 2 a la 2.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

4 es divisible entre 2  
 $4 \div 2 = 2$

2 es divisible entre 2  
 $2 \div 2 = 1$

$4 = 2^2$

**Recordemos:** El exponente, que es el numerito que colocamos en la parte superior derecha del 2, representa la cantidad de veces que se multiplica el 2.

**2do:** Descomponemos el 12.

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 12.
- El 12 es divisible entre 2. ¿Por qué?. El cociente es 6.
- Colocamos el 6 debajo del 12.
- 6 divisible entre 2. El cociente es 3, que se coloca debajo del 6.
- 3 divisible entre 3. El cociente es 1, que se coloca debajo del 3, y terminamos la descomposición.

12 es 2 a la 2, por 3.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

12 es divisible entre 2  
 $12 \div 2 = 6$

6 es divisible entre 2  
 $6 \div 2 = 3$

3 es divisible entre 3  
 $3 \div 3 = 1$

$12 = 2^2 \cdot 3$

**¿Por qué?**

- El 4 es divisible entre 2, porque es un número par.

**Recordemos:** El criterio de divisibilidad de 2 dice:  
 "Todo número par es divisible entre 2".

**3ro:** Descomponemos el 18.

- Trazamos una línea vertical del lado derecho del 18.
- Verificamos si el 18 es divisible entre 2, que es el primer número primo. El cociente de 18 entre 2 es 9.
- Colocamos el 9 debajo del 18.
- 9 divisible entre 3. El cociente es 3, que se coloca debajo del 9.
- 3 divisible entre 3. El cociente es 1, que se coloca debajo del 3, y terminamos la descomposición.

18 es 2 por 3 a la 2.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

18 es divisible entre 2  
 $18 \div 2 = 9$

9 es divisible entre 3  
 $9 \div 3 = 3$

3 es divisible entre 3  
 $3 \div 3 = 1$

$18 = 2^1 \cdot 3^2$

La regla dice: se toman los factores comunes y no comunes, con su mayor exponente.

La descomposición de los tres números es:

$$4 = 2^2$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

El **2** es común a todos los números dados.

El **3** no es común a todos los números dados.

- En la descomposición del **4** el **2** tiene exponente **2**, en la descomposición del **12** tiene exponente **2** y en la descomposición del **18** tiene exponente **1**, sobre entendido. El mayor exponente es **2**, entonces para el **m.c.m.** tomaremos  **$2^2$** .
- El **3** no es un factor común, porque está en la descomposición del **12**, con exponente **1**, y en la del **18**, con exponente **2**, pero no en la del **4**. La regla dice “y no comunes”. El mayor exponente es **2**, entonces lo tomamos con ese exponente,  **$3^2$** .

$$\text{m.c.m.}_{\{4, 12 \text{ y } 18\}}: 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

### **MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Mínimo Común Múltiplo. Por Método Rápido. Descomposición Simultánea.**

El método rápido consiste en hacer una descomposición simultánea de los números dados. Veamos cómo es esto.

**Ejemplo.** Calcular el m.c.m. de 4, 12 y 18

- Colocamos los 3 números uno al lado del otro, con el mínimo espacio que permita trabajar en orden.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 12 & 18 \\ 2 & 6 & 9 \end{array}$$

**2** 4, 12 y 18 son divisibles entre **2**

$$4 \div 2 = 2$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$18 \div 2 = 9$$

- Verificamos si los números son divisibles entre **2**. Si al menos uno es divisible entre **2**, colocamos **2** como 1er divisor.

- Colocamos los cocientes debajo de cada número.

- Verificamos si los cocientes son divisibles entre **2**. Si al menos uno es divisible entre **2**, colocamos **2** como siguiente divisor.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 12 & 18 \\ 2 & 6 & 9 \\ 1 & 3 & 9 \end{array}$$

**2** 2 y 6 son divisible entre **2**

$$2 \div 2 = 1$$

$$6 \div 2 = 3$$

- Colocamos los cocientes debajo de cada número divisible. El **9**, que no es divisible, queda igual.

- Ya no quedan números divisibles entre **2**. Verificamos si los cocientes son divisibles entre **3**. Si al menos uno es divisible entre **3**, colocamos **3** como siguiente divisor.
- Colocamos los cocientes debajo de cada número divisible.
- Verificamos si los cocientes son divisibles entre **3**. Si al menos uno es divisible entre **3**, colocamos **3** como siguiente divisor.
- Colocamos el **1** debajo del **3** y hemos terminado la descomposición simultánea.

<b>4</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>2</b>	<b>3</b> y <b>9</b> son divisibles entre <b>3</b>
<b>2</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>2</b>	<b>3 ÷ 3 = 1</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>9 ÷ 3 = 3</b>
	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	
		<b>1</b>		
<b>4</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>2</b>	<b>3</b> es divisible entre <b>3</b>
<b>2</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>2</b>	<b>3 ÷ 3 = 1</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	
	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	
		<b>1</b>		

Este método se denomina método rápido porque una vez terminada la descomposición tenemos ya los factores del m.c.m.

**MULTIPLICOS Y DIVISORES. Calcular el Mínimo Común Múltiplo. Ejercicio 1.**

Calcular el mínimo común múltiplo de **15**, **20** y **48** aplicando la regla.

**1ro:** Descomponemos el **15**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **15**.
- 15** no es divisible entre **2**, pero si es divisible entre **3**. El cociente de **15** entre **3** es **5**.
- Colocamos el **5** debajo del **15**.
- 5** divisible entre **5**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **5**, y terminamos la descomposición.

<b>15</b>	<b>3</b>	<b>15</b> es divisible entre <b>3</b>
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>15 ÷ 3 = 5</b>
<b>1</b>		<b>5</b> es divisible entre <b>5</b>
		<b>5 ÷ 5 = 1</b>
<b>15 = 3 · 5</b>		

**15** es **3** por **5**.

**2do:** Descomponemos el **20**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **20**.
- 20** es divisible entre **2**. El cociente de **20** entre **2** es **10**.
- Colocamos el **10** debajo del **20**.
- 10** es divisible entre **2**. El cociente de **10** entre **2** es **5**, que se coloca debajo del **10**.
- 5** es divisible entre **5**. El cociente de **5** entre **5** es **1**, que se coloca debajo del **5** y terminamos la descomposición.

<b>20</b>	<b>2</b>	<b>20</b> es divisible entre <b>2</b>
<b>10</b>	<b>2</b>	<b>20 ÷ 2 = 10</b>
<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b> es divisible entre <b>2</b>
<b>1</b>		<b>10 ÷ 2 = 5</b>
<b>20 = 2<sup>2</sup> · 5</b>		

**3ro:** Descomponemos el **48**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **48**.
- **48** es divisible entre **2**. El cociente de **48** entre **2** es **24**.
- Colocamos el **24** debajo del **48**.
- **24** es divisible entre **2**. El cociente de **24** entre **2** es **12**, que se coloca debajo del **24**.
- **12** es divisible entre **2**. El cociente de **12** entre **2** es **6**, que se coloca debajo del **12**.
- **6** es divisible entre **2**. El cociente de **6** entre **2** es **3**, que se coloca debajo del **6**.
- **3** es divisible entre **3**. El cociente de **3** entre **3** es **1**, que se coloca debajo del **3**. Y terminamos la descomposición.

**40** es **2** por **2** por **2** por **2** por **3**.

$$\begin{array}{r|l}
 48 & 2 & 48 \text{ es divisible entre } 2 \\
 24 & 2 & 48 \div 2 = 24 \\
 12 & 2 & 24 \text{ es divisible entre } 2 \\
 6 & 2 & 24 \div 2 = 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 48 & 2 & 6 \text{ es divisible entre } 2 \\
 24 & 2 & 6 \div 2 = 3 \\
 12 & 2 & 3 \text{ es divisible entre } 3 \\
 6 & 2 & 3 \div 3 = 1 \\
 3 & 3 & \\
 1 & & 
 \end{array}$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

La regla dice, “se toman los factores comunes y no comunes, con su mayor exponente”.

La descomposición de los tres números es:

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

El **2** no es común a todos los números dados.

El **3** no es común a todos los números dados.

El **5** no es común a todos los números dados.

El **2** no es común al **15**, **20** y **48**. Como la regla dice “y no comunes con su mayor exponente”, se toma con el **4** que es el mayor exponente con que aparece, **2<sup>4</sup>**.

El **3** no es común al **15**, **20** y **48**. Como la regla dice “y no comunes con su mayor exponente”, se toma con el **1** que es el mayor exponente con que aparece, **3**.

El **5** no es común al **15**, **20** y **48**. Como la regla dice “y no comunes con su mayor exponente”, se toma con el **1** que es el mayor exponente con que aparece, **5**.

El m.c.m. de **15**, **20** y **48** es el producto de **2<sup>4</sup> · 3 · 5**.

$$\text{m.c.m.}_{\{15, 20 \text{ y } 48\}}: 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$



**MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Calcular el Mínimo Común Múltiplo. Por Descomposición Simultánea. Ejercicio 2**

Calcular el m.c.m. de **15**, **20** y **48** aplicando descomposición simultánea.

- |   |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
|---|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--|----------|--|---|----------|----------|--|----------|----------|---|--|----------|--|----------|--|---|----------|----------|--|----------|----------|----------|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Colocamos los 3 números uno al lado del otro.</li> <li><b>20</b> y <b>48</b> son divisibles entre <b>2</b>. Colocamos <b>2</b> como 1er divisor.</li> <li>Escribimos los cocientes debajo de cada número. El <b>15</b>, que no es divisible, queda igual.</li> </ul> | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> </table>  | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> </table> | <b>2</b> | <p><b>20</b> y <b>48</b> son divisibles entre <b>2</b></p> <p><math>20 \div 2 = 10</math></p> <p><math>48 \div 2 = 24</math></p> |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>10</b> y <b>24</b> son divisibles entre <b>2</b>. Colocamos <b>2</b> como 2do divisor.</li> <li>Colocamos los cocientes debajo de cada número divisible. El <b>15</b>, queda igual.</li> </ul>  | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>12</b></td></tr> </table>   | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>12</b>  | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> </table> | <b>2</b> | <b>2</b> | <p><b>10</b> y <b>24</b> son divisible entre <b>2</b></p> <p><math>10 \div 2 = 5</math></p> <p><math>24 \div 2 = 12</math></p> |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>12</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>12</b> es divisible entre <b>2</b>. Colocamos <b>2</b> como 3er divisor.</li> <li>Escribimos el cociente debajo de <b>12</b>. El <b>15</b> y <b>5</b>, quedan igual.</li> </ul>   | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>12</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>6</b></td></tr> </table>   | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>12</b>  | <b>15</b>   | <b>5</b> | <b>6</b> | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> </table>                   | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b>  | <p><b>12</b> es divisible entre <b>2</b></p> <p><math>12 \div 2 = 6</math></p> |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>12</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>6</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>6</b> es divisible entre <b>2</b>. Colocamos <b>2</b> como 4to divisor.</li> <li>Escribimos el cociente debajo de <b>6</b>. El <b>15</b> y <b>5</b>, quedan igual.</li> </ul>   | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>12</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>6</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>3</b></td></tr> </table>   | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>12</b>  | <b>15</b>   | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>3</b> | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> </table> | <b>2</b>   | <b>2</b> | <b>2</b>   | <b>2</b> | <p><b>10</b> y <b>24</b> son divisible entre <b>2</b></p> <p><math>6 \div 2 = 3</math></p> |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>12</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>6</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>3</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>15</b> y <b>3</b> son divisibles entre <b>3</b>. Colocamos <b>3</b> como 5to divisor.</li> <li>Escribimos el cociente debajo de los números correspondientes. El <b>5</b> queda igual.</li> </ul>   | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>12</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>6</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>3</b></td></tr> <tr><td><b>5</b></td><td><b>5</b></td><td><b>1</b></td></tr> </table>  | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>12</b>  | <b>15</b>   | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>3</b> | <b>5</b>  | <b>5</b>   | <b>1</b> | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>3</b></td></tr> </table> | <b>2</b> | <b>2</b>   | <b>2</b>  | <b>2</b> | <b>3</b> | <p><b>10</b> y <b>24</b> son divisible entre <b>2</b></p> <p><math>3 \div 3 = 1</math></p> |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>12</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>6</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>3</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>5</b>  | <b>5</b>   | <b>1</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>3</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li><b>5</b> es divisible entre <b>5</b>. Colocamos <b>5</b> como 6to divisor.</li> <li>Escribimos el cociente debajo de los números correspondientes. Llegamos a <b>1</b> de cociente en todos, terminamos la descomposición.</li> </ul>                                | <table border="0"> <tr><td><b>15</b></td><td><b>20</b></td><td><b>48</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>10</b></td><td><b>24</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>12</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>6</b></td></tr> <tr><td><b>15</b></td><td><b>5</b></td><td><b>3</b></td></tr> <tr><td><b>5</b></td><td><b>5</b></td><td><b>1</b></td></tr> <tr><td><b>1</b></td><td><b>1</b></td><td></td></tr> </table> | <b>15</b> | <b>20</b> | <b>48</b> | <b>15</b> | <b>10</b> | <b>24</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>12</b>  | <b>15</b>   | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>15</b>  | <b>5</b> | <b>3</b> | <b>5</b>  | <b>5</b>   | <b>1</b> | <b>1</b>   | <b>1</b> |  | <table border="0"> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>2</b></td></tr> <tr><td><b>3</b></td></tr> <tr><td><b>5</b></td></tr> </table> | <b>2</b> | <b>2</b> | <b>2</b>   | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>5</b> | <p><b>10</b> y <b>24</b> son divisible entre <b>2</b></p> <p><math>5 \div 5 = 1</math></p> |
| <b>15</b>   | <b>20</b>  | <b>48</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>10</b>  | <b>24</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>12</b> |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>6</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>15</b>   | <b>5</b>   | <b>3</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>5</b>  | <b>5</b>   | <b>1</b>  |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>1</b>  | <b>1</b>   |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>2</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>3</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |
| <b>5</b>  |  |           |           |           |           |           |           |  |          |  |   |          |          |  |          |          |   |  |          |  |          |  |   |          |          |  |          |          |          |  |

El producto de los divisores obtenidos es el m.c.m. buscado. Como puedes observar, llegamos al mismo resultado obtenido aplicando la regla.

$$\text{m.c.m.}_{\{15, 20 \text{ y } 48\}}: 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

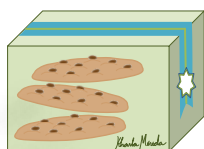


## MULTIPLOS Y DIVISORES. Aplicaciones de M.C.M.

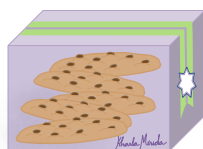
Como toda herramienta matemática, el mínimo común múltiplo tiene ilimitadas aplicaciones a la vida cotidiana, así como a situaciones técnicas y de otras índoles. Hemos anexado un ejemplo desarrollado de una situación de la vida cotidiana que se resuelve mediante el cálculo de mínimo común múltiplo. Tomaremos el caso de Ana de la introducción.

### Ejemplo

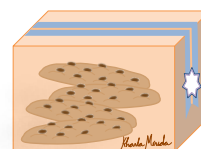
Ana prepara galletas para tres clientes, el cliente A recibe las galletas en cajitas de 3 unidades, el cliente B recibe las galletas en cajitas de 5 unidades y el cliente C recibe las galletas en cajitas de 4 unidades. Cuanto es lo mínimo que debe preparar para que pueda ser despachado sin faltas ni sobrantes a cualquiera de los 3 clientes.



**Cliente A**  
3 unidades



**Cliente B**  
5 unidades



**Cliente C**  
4 unidades

### Razonamiento:

La cantidad buscada debe cumplir las siguientes condiciones:

- Puede ser dividida entre **3**, **5** y **4**, para que puedan distribuirse uniformemente en cualquiera de los tipos de cajas. Esto significa que **es Múltiplo Común de 3, de 5 y de 4**.
- Como piden el mínimo que debe preparar, se trata del Menor de los Múltiplos Comunes a los tres números.

Entonces hallando el m.c.m. tenemos la cantidad pedida.

3	5	4	2	
3	5	2	2	$5 \div 5 = 1$
3	5	1	3	
1	5	1	5	
1	1	1		
			m.c.m.: $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$	

Produciendo **60** galletas podría despachar un pedido exacto de cualquiera de los tres clientes.

## Emparejando el Lenguaje

**Algoritmo.** Secuencia de pasos ordenados para la ejecución de una tarea.

**Mínimo Común Múltiplo.** Es el menor de los Múltiplos Comunes a varios números enteros.

## A Practicar

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas.

### Seleccione en cada caso los múltiplos de los números dados

- Halle el Mínimo Común Múltiplo, aplicando la regla y aplicando descomposición simultánea, de:
  - 6 y 12
  - 21 y 14
  - 12 y 18
- Halle el m.c.m. en los siguientes grupos de números:
  - 24, 32, 16
  - 28, 42, 21
  - 35, 56, 40
  - 54, 150, 180
  - 66, 108, 165
  - 112, 234, 348
- Tres amigos trabajan por contratos, de tal manera que el albañil tarda 24 días en culminar cada obra, el plomero 18 días y el electricista 12 días. Si empiezan al mismo tiempo, ¿Cuándo terminarán simultáneamente un contrato por primera vez?
- Luisa debe confeccionar unas piezas de vestuario para una escuela de danza. Aunque no le ha definido si serán faldas, para las que necesitaría 5 metros exactos, blusas, para las que necesitaría 6 metros exactos, o mayas, para las que necesitaría 10 metros exactos, si le han dicho la tela que debe usar. Ha encontrado la tela sólo en un lugar y queda poco. ¿Cuánto es lo mínimo que debe comprar para garantizar que pueda sacar una cantidad exacta de piezas en cualquiera de los casos?

## Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos. Aquí tienes los resultados de las operaciones planteadas:

1. Mínimo Común Múltiplo de:

a. **6 y 12: 12**

b. **21 y 14: 42**

c. **12 y 18: 36**

2. m.c.m.:

a. m.c.m.<sub>{24, 32, 16}</sub> = **96**

b. m.c.m.<sub>{28, 42, 21}</sub> = **84**

c. m.c.m.<sub>{35, 56, 40}</sub> = **280**

d. m.c.m.<sub>{54, 150, 180}</sub> = **2700**

e. m.c.m.<sub>{66, 108, 165}</sub> = **5940**

f. m.c.m.<sub>{112, 234, 348}</sub> = **380016**

3. A los 72 días terminan una obra por primera vez de forma simultánea los tres.

4. 30 metros de tela es lo mínimo que debe comprar para garantizar que pueda sacar una cantidad exacta de piezas en cualquiera de los casos.