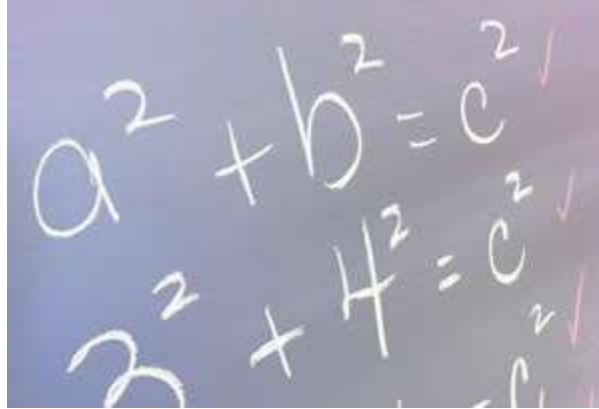


MÉTODO GRÁFICO DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES



INTRODUCCIÓN

Cada una de las ecuaciones que forman un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es la de una función de primer grado, es decir, una recta. El *método gráfico* para resolver este tipo de sistemas consiste, por tanto, en representar en unos ejes cartesianos, o sistema de coordenadas, ambas rectas y comprobar si se cortan y, si es así, dónde. Esta última afirmación contiene la filosofía del proceso de *discusión* de un sistema por el método gráfico. Hay que tener en cuenta, que, en el plano, dos rectas sólo pueden tener tres posiciones relativas (entre sí): se cortan en un punto, son paralelas o son coincidentes (la misma recta). Si las dos rectas se cortan en un punto, las coordenadas de éste son el par (x, y) que conforman la única solución del sistema, ya que son los únicos valores de ambas incógnitas que satisfacen las dos ecuaciones del sistema, por lo tanto, el mismo es **compatible determinado**. Si las dos rectas son paralelas, no tienen ningún punto en común, por lo que no hay ningún par de números que representen a un punto que esté en ambas rectas, es decir, que satisfaga las dos ecuaciones del sistema a la vez, por lo que éste será **incompatible**, o sea sin solución. Por último, si ambas rectas son coincidentes, hay infinitos puntos que pertenecen a ambas, lo cual nos indica que hay infinitas soluciones del sistema (todos los puntos de las rectas), luego éste será **compatible indeterminado**.

El proceso de resolución de un sistema de ecuaciones mediante el *método gráfico* se resume en las siguientes fases:

1. Se despeja la incógnita y en ambas ecuaciones.
2. Se construye, para cada una de las dos funciones de primer grado obtenidas, la tabla de valores correspondientes.
3. Se representan gráficamente ambas rectas en los ejes coordenados.
4. En este último paso hay tres posibilidades:
 - a. Si ambas rectas se cortan, las coordenadas del punto de corte son los únicos valores de las incógnitas x e y . **Sistema compatible determinado.**
 - b. Si ambas rectas son coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones que son las respectivas coordenadas de todos los puntos de esa recta en la que coinciden ambas. **Sistema compatible indeterminado.**
 - c. Si ambas rectas son paralelas, el sistema no tiene solución. **Sistema incompatible.**

EJEMPLO 1: Determinar cuáles de los puntos (1, 3), (0, 2), o (2, 7) es una solución para el

$$\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

siguiente sistema de ecuaciones .

Respuesta: Una solución de un sistema es un par ordenado que es común a todas las frases algebraicas. Para determinar si un par ordenado en particular es una solución, debe sustituir las coordenadas de las variables x y y en cada frase y comprobar.

$$\text{Sustituyendo (1, 3): } \begin{cases} 3 = 4(1) - 1; 3 = 3 \text{ Si se satisface la ecuación.} \\ 3 = 2(1) + 3; 3 = 5 \text{ No satisface la ecuación.} \end{cases}$$

$$\text{Sustituyendo (0, 2): } \begin{cases} 2 = 4(0) - 1; 2 = -1 \text{ No satisface la ecuación.} \\ 2 = 2(0) + 3; 2 = 3 \text{ No satisface la ecuación.} \end{cases}$$

$$\text{Sustituyendo (2, 7): } \begin{cases} 7 = 4(2) - 1; 7 = 7 \text{ Si se satisface la ecuación.} \\ 7 = 2(2) + 3; 7 = 7 \text{ Si se satisface la ecuación.} \end{cases}$$

Debido a que las coordenadas (2, 7) funcionan en ambas ecuaciones simultáneamente, estas son una solución del sistema.

Para determinar la coordenada que es en común a cada ecuación del sistema, cada ecuación se puede graficar. El punto en el que las líneas **se cruzan** representa la solución para el sistema. La solución se puede escribir de dos maneras:

- Como un par ordenado, como (2, 7)
- Escribiendo el valor de cada variable, como $x = 2, y = 7$

EJEMPLO 2: Las líneas se cortan en el par ordenado (2, 1). ¿Es esta la solución para el

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

sistema?

Respuesta: Al graficar cada ecuación y encontrar el punto de intersección, se encuentra la solución al sistema.

Cada ecuación se escribe en forma de pendiente-intersección y se representa gráficamente utilizando los métodos aprendidos anteriormente.

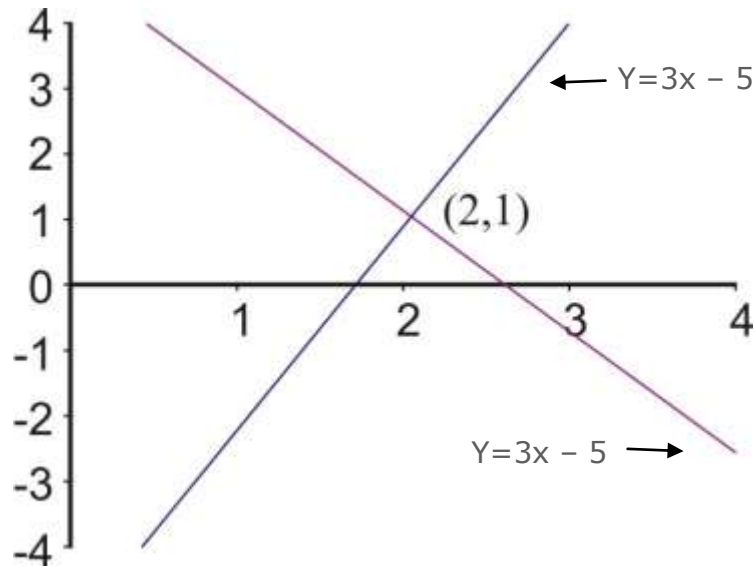
Realicemos la tabla de valores para las variables **X** y **Y:**

- $Y = 3x - 5$

X	0	1	2	3	4
Y	-5	-2	1	4	7

• $Y = -2x + 5$

X	0	1	2	3	4
Y	5	3	1	-1	-3



Sustituyendo el punto de intersección (2,1) en el sistema, comprobaremos si es o no solución:

$$\begin{cases} 1 = 3(2) - 5; & 1 = 1 \\ 1 = -2(2) + 5; & 1 = 1 \end{cases}$$

El punto satisface ambas ecuaciones. Por lo tanto, (2, 1) es una solución para el

sistema $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$.

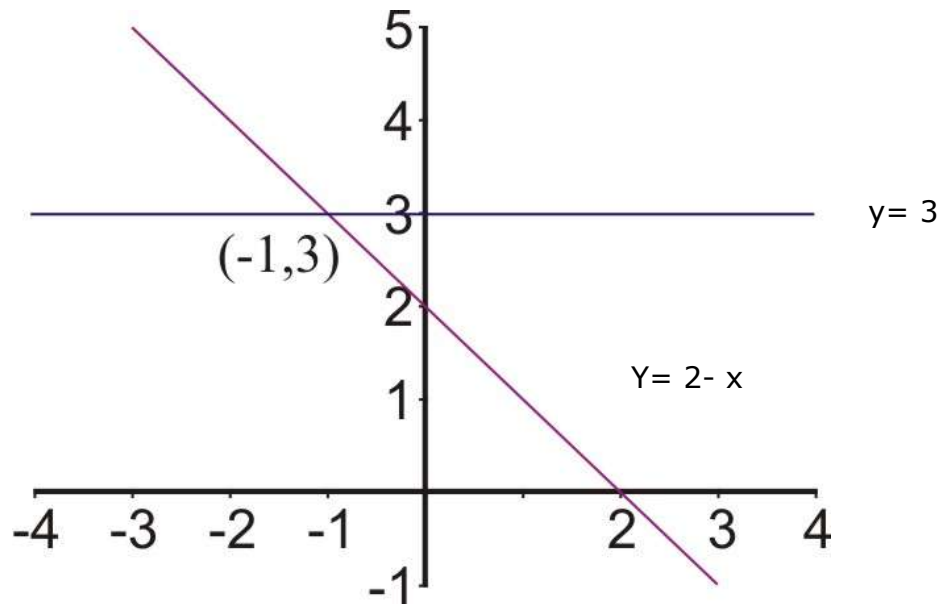
EJEMPLO 3: Resolver el sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Respuesta: La primera ecuación se escribe en forma estándar. Utilizando sus intersecciones será la forma más fácil de graficar esta línea.

La segunda ecuación es una línea horizontal de tres unidades arriba del origen.

Realicemos la tabla de valores para representa la primera ecuación:

X	0	1	-1	2
Y	2	1	3	0



Las líneas se interceptan en $(-1, 3)$, sustituyendo probaremos si es o no solución de el sistema.

$$\begin{cases} -1 + 3 = 2; 2 = 2 \\ 3 = 3 \end{cases}$$

El punto satisface ambas ecuaciones por lo tanto es una solución para el sistema.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

La mayor fortaleza del método de representación gráfica es que ofrece una representación muy visual del sistema de ecuaciones y su solución. Sin embargo, puede observar que la determinación de una solución a partir de un gráfico requeriría mucho cuidado de la gráfica y es muy práctica sólo cuando esté seguro de que la solución da valores enteros para x y y . En la mayoría de los casos, este método sólo puede ofrecer soluciones aproximadas a los sistemas de ecuaciones. Para soluciones exactas, es necesario utilizar otros métodos.

EJERCICIOS RESUELTOS

- Entre Ana y Sergio tienen 600 bs, pero Sergio tiene el doble de dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?.

Respuesta: Llamemos x al número de bs de Ana e y al de Sergio. Vamos a expresar las condiciones del problema mediante ecuaciones: Si los dos tienen 600 bolívares, esto nos proporciona la ecuación $x + y = 600$. Si Sergio tiene el doble de dinero que Ana, tendremos que $y = 2x$. Ambas ecuaciones juntas forman el siguiente

sistema:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Para resolver el sistema por el método gráfico despejamos la incógnita y en ambas ecuaciones y tendremos:

$$\begin{cases} y = -x + 600 \\ y = 2x \end{cases}$$

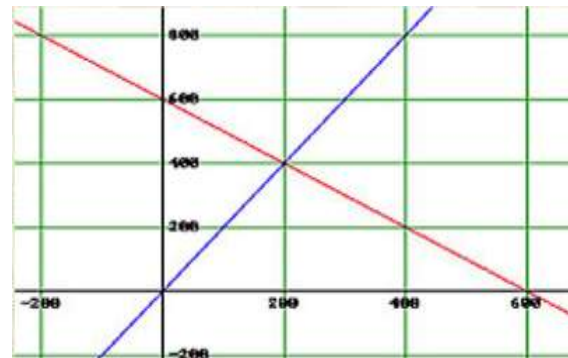
Ahora; realicemos la tabla de valores para representar gráficamente.

- $Y = -x + 600$

X	200	600
Y	400	0

$$Y = 2x$$

X	100	200
Y	200	400



Si observamos la gráfica, vemos claramente que las dos rectas se cortan en el punto $(200, 400)$, luego la solución del sistema es $x = 200$ e $y = 400$. Por tanto, la respuesta al problema planteado es que Ana tiene **200 bs** y Sergio tiene **400 bs**.

2. Resolver gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} y = -\frac{3x}{2} + \frac{7}{2} \\ y = 2x \end{cases}$$

Respuesta:

Dos rectas son secantes si sólo tienen un punto en común. Al resolver el sistema que forman sus ecuaciones obtenemos una

solución que se corresponde con las coordenadas del punto de corte.

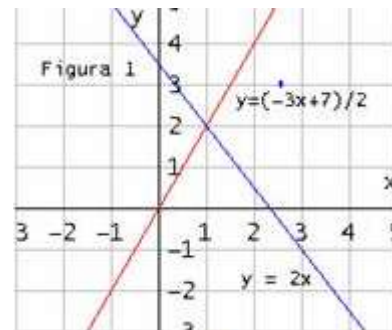
Hagamos la tabla de valores para las rectas.

- $y = -\frac{3x}{2} + \frac{7}{2}$

X	0	1	-1	2
Y	$\frac{7}{2} = 3,5$	2	5	$-\frac{1}{2} = 0.5$

- $y = 2x$

X	0	1	-1	2
Y	0	2	-2	4



Una solución para el sistema es (1,2).

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 4x + 6y = -2 \end{cases}$$

de **Respuesta:**

Despejando la variable y de cada una de las rectas tenemos que:

$$\begin{cases} y = \frac{-2x}{3} - \frac{1}{3} \\ y = \frac{4x}{5} - \frac{2}{6} \end{cases}$$

Simplificando la recta número dos tenemos el siguiente sistema:

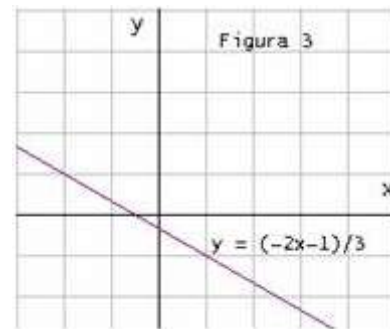
$$\begin{cases} y = \frac{-2x}{3} - \frac{1}{3} \\ y = \frac{-2x}{3} - \frac{1}{3} \end{cases}$$

Podemos observar que ambas rectas son iguales; es decir; las dos rectas son **coincidentes**, tienen todos los puntos comunes. Tienen infinitas soluciones.

Realicemos la tabla de valores para:

- $y = \frac{-2x}{3} - \frac{1}{3}$

X	0	1	2
Y	$-\frac{1}{3} = -0.3$	-1	$-\frac{5}{3} = -1,6$



Como las rectas son **coincidentes**, ambas pasan por los mismos puntos.

4. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2} \\ y = \frac{3x}{6} + \frac{4}{6} \end{cases}$$

Respuesta:

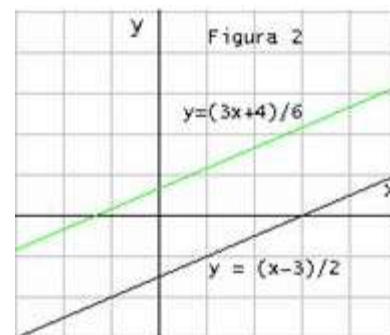
Realicemos la tabla de valores para las rectas:

- $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

X	0	-1	3
Y	$-\frac{3}{2} = -1.5$	-2	0

- $y = \frac{3x}{6} + \frac{4}{6}$

X	0	1	-1
Y	0.6	1.16	0.16



Podemos observar en la gráfica dos rectas

paralelas que no se cortan ni se unen en ningún momento. Por lo tanto; el sistema no tiene solución.

5. Encuentra la solución para el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \frac{-3x}{2} + 6 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

Respuesta:

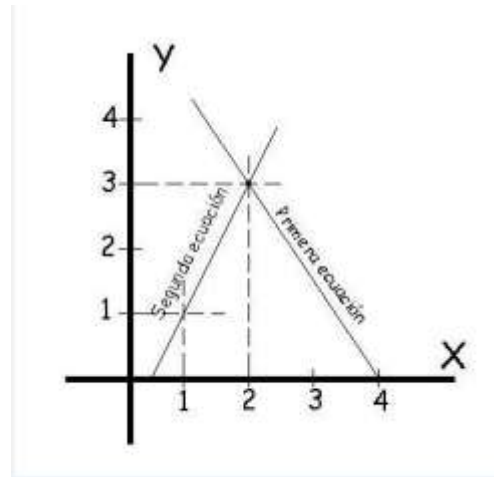
Realicemos la tabla de valores para las rectas:

- $y = \frac{-3x}{2} + 6$

X	2	3	4
Y	3	1,5	0

- $y = 2x - 1$

X	0	1	2
Y	-1	1	3



Podemos observar que el punto de corte entre las dos rectas es (2,3), este es una solución para el sistema

6. ¿De cuál de estos sistemas es solución el par $x=1$ y $y=-3$?

a. $\begin{cases} 3x+y=6 \\ x-y=4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=+4 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$

Respuesta:

El par (1, -3) es solución del sistema b. Probemos sustituyendo los valores en el sistema.

$$\begin{cases} 1 + (-3) = -2 \\ 1 - (-3) = +4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 = -2 \\ 4 = 4 \end{cases}$$

7. Completa los siguientes sistemas para que todos tengan la solución $X=2$ y $Y=-1$.

a.
$$\begin{cases} x+2y = \dots \\ x-y = \dots \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x-y = \dots \\ 3x-y = \dots \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} -x-y = \dots \\ 2x+y = \dots \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} 3x+y = \dots \\ -2x-3y = \dots \end{cases}$$

Respuesta:

a.
$$\begin{cases} x+2y = 0 \\ x-y = 3 \end{cases}$$

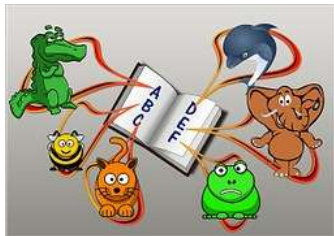
b.
$$\begin{cases} 2x-y = 5 \\ 3x-y = 7 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x-y = -1 \\ 2x+y = 3 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} 3x+y = 5 \\ -2x-3y = -1 \end{cases}$$

Profesor: Alejandra Sánchez

Fe y Alegría Versión



Glosario

- **Sistema de Ecuaciones lineales:** También conocido como **sistema lineal de ecuaciones** o simplemente **sistema lineal**, es un conjunto de ecuaciones lineales (es decir, un sistema de ecuaciones en donde cada ecuación es de primer grado), definidas sobre un cuerpo o un anillo conmutativo.
- **Solución del Sistema:** Es toda pareja de valores de las variables que satisfacen al mismo tiempo sus ecuaciones.

- **Resolver un Sistema:** Es encontrar sus solución. Gráficamente la solución de un sistema viene dada por los puntos de intersección de las rectas que representan a las dos ecuaciones.



Otras Referencias

- <https://www.youtube.com/watch?v=7Bo4B278HJE>
- <http://profe-alexz.blogspot.com/2011/11/metodo-grafico-sistemas-de-ecuaciones.html>

