

## Logaritmos naturales y base 10

### Marco Teórico

Te has preguntado para que utilizamos los logaritmos en nuestra vida cotidiana ,veamos un ejemplo a continuación :

David tiene ahorrado Bs.80.000 y desea comprarse un teléfono inteligente , cuyo precio ronda por los Bs. 300.000 , Él piensa que puede seguir ahorrando más para poder adquirirlo o buscar una opción de invertirlos para obtener una ganancia y así realizar la compra que desea.



Entonces se dio a la tarea de consultar en varios bancos sobre los ahorros a plazo para determinar si es viable obtener el monto total a partir de lo que ya tiene ahorrado y le presentaron la siguiente opción:

Si un monto inicial **P** se invierte a una tasa de interés anual **r** compuesta continuamente durante **T** años el valor futuro es:

$$A=Pe^{rt}$$

**Banco n°1** : Ofrece una tasa de interés de 25% ,trabajando con la información dada:

$$A=300.000$$

$$P=80.000$$

$$r=25\%= 0,25$$

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$300.000=80.000.e^{0,25.T}$$

$$\frac{300.000}{80.000} = e^{0,25 \cdot T} \text{ Despejamos}$$

$$\frac{15}{4} = e^{0,25 \cdot T} \text{ Simplificamos en el primer miembro}$$

$$\ln(15/4) = \ln e^{0,25 \cdot T} \text{ Aplicamos logaritmo natural en ambos miembros}$$

$$\ln(15/4) = 0,25 \cdot T \cdot \ln e \text{ Utilizamos la propiedad de los logaritmos}$$

$$\ln(15/4) = 0,25 \cdot T \text{ Despejamos T}$$

$$\frac{\ln(15/4)}{0,25} = T$$

$$5,28 = T$$

**Solución: Tardaría aproximadamente 5 años para obtener el dinero que quiere.**

Banco N°2. Ofrece una tasa de interés de 30%, por lo que al calcular con la fórmula dada anteriormente para el banco número 1, se obtiene que tardaría aproximadamente 4 años.

**Conclusión: David pensó que el banco N°2 le brinda una buena opción, sin embargo considera que es mejor seguir ahorrando.**

### Logaritmos Naturales o Neperianos

Son los logaritmos que tienen como base el número  $e$  cuyo valor es igual a **2,718281828459**, este sistema es muy usado, sobre todo en matemáticas superiores. Debe su nombre al matemático escocés John Neper, quien fue uno de los inventores de los logaritmos y el que los bautizó con ese nombre.

El logaritmo neperiano de una cantidad  $x$  se indica de las siguientes formas:

$Lx$  o también  $\ln x$

Entendiéndose que en ambos casos se trata del  $\lg_e x$ .

Con los logaritmos neperianos se opera exactamente igual que con los logaritmos de otras bases. De todas formas conviene observar que :

- a)  $L_e = 1$  , pues  $L_e = \lg_e e = 1$
- b) Si  $Lx = n$  , entonces  $x = e^n$

### Ejemplos:

1) Calcular  $Lx$  , siendo  $x = \frac{3e^2\sqrt{a}}{b^2}$

Solución:

$$Lx = L3 + 2 Le + 1/2 La - 2Lb$$

$$Lx = L3 + 2 + 1/2 La - 2 Lb$$

2) Determinar x sabiendo que  $Lx = \frac{1}{2} [ 3La + Lb ] + 4 - L5$

Solución:

$$Lx = L\sqrt{a^3} b + Le^4 - L5$$

$$Lx = L \frac{\sqrt{a^3 b}}{5} e^4$$

$$x = \frac{e^4 \sqrt{a^3 b}}{5}$$

### Logaritmo en base 10 o logaritmo decimal

Son los logaritmos de base 10. Se llaman también logaritmos vulgares o de Briggs. El matemático inglés Henry Briggs fue el que elaboró la primera tabla de logaritmos decimales.

El sistema de logaritmos decimales es el más usado para los cálculos numéricos.

El logaritmo decimal de una cantidad x se indica de la siguiente forma:  $\lg x$ , entendiéndose que se trata del  $\lg_{10} x$ , aunque no se escriba la base.

Conviene observar lo siguiente:

a)  $\lg 10 = 1$  ; en efecto,  $\lg 10 = \lg_{10} 10 = 1$

b) Si  $\lg x = a$  , entonces  $x = 10^a$

### Ejemplo:

Determinar x sabiendo que  $\lg x = 2\lg a + 5\lg b - 4$

$$\lg x = \lg a^2 b^5 - \lg 10^4$$

$$x = \frac{a^2 b^5}{10^4}$$

### Logaritmos decimales de las potencias de diez.

$$\log 10 = 1 \qquad 10^1 = 10$$

$$\log 1000 = 3 \qquad 10^3 = 1000$$

$$\log (1/10\ 000) = -4 \qquad 10^{-4} = 1/10\ 000$$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Determinar x sabiendo que  
 $\lg x = 3\lg b + 4\lg c - 5$

Solución:

$$\lg x = \lg b^3 c^4 - \lg 10^5$$

$$x = \frac{b^3 c^4}{10^5}$$

2. Resolver la ecuación  
 $8^{x-3} = 24$

$\log 8^{x-3} = \log 24$  Tomar el logaritmo de ambos lados.

$(x-3)\log 8 = \log 24$  El uso de  $\log x^y = y\log x$

$x = \frac{\log 24}{\log 8} + 3$  Divida ambos lados  $\log 8$  y agregar 3.

$x = \frac{1.380}{.903} + 3$  Con una calculadora

**x=4,528 con una calculadora**

3. Resolver la ecuación  
 $3^x(2^{3x}) = 7(5^x)$

$3^x(2^3)^x = 7(5^x)$  Regla de los exponentes

$(x^y)^z = x^{yz}$

$3^x(8^x) = 7(5^x) \rightarrow 24^x = 7(5^x)$  Por la multiplicación

$(\frac{24}{5})^x = 7$  Divida ambos lados por  $5^x$

$\log(\frac{24}{5})^x = \log 7$ : Tomar el logaritmo de ambos lados

$x\log(\frac{24}{5}) = \log 7$  El uso de  $\log x^y = y\log x$

$x = \frac{\log 7}{\log \frac{24}{5}}$  Divida ambos lados por  $\log(\frac{24}{5})$

$x = 1.24$  Con una calculadora

**x=1,24 con una calculadora**

4. Encontrar el valor  
 $\ln 6 + \ln 7$

Usa una calculadora para encontrar los valores:

$$\ln 6 = 1.79175 \text{ y } \ln 7 = 1.94591$$

$$\mathbf{1.79175 + 1.94591 = 3.73766}$$

$\log 5 = .69897$  y  $\log 3 = .477121$  con una calculadora

$$\mathbf{0.69897 - 0.477121 = 0.221849}$$

5. Busca el valor  
 $\log 5 - \log 3$

6. Encontrar el valor del logaritmo natural

$$\ln \sqrt{e}$$

Recordemos que una raíz cuadrada es la misma como un exponente de 1/2. Por lo tanto  $\ln \sqrt{e} = \ln(e^{1/2}) = 1/2$

$$\mathbf{= 1/2}$$

7. Encontrar el valor  
 $\log 4 + \log 7$

Usa una calculadora para encontrar los valores:

$$\log 4 = 0.60201 \text{ y } \log 7 = 1.94591$$

$$\mathbf{0.60201 + 1.94591 = 2.54792}$$

8. Resolver la ecuación  
 $2^{x-3} = 12$

$\log 2^{x-3} = \log 12$  Tomar logaritmo de ambos lados.

$$(x-3)\log 2 = \log 12 \text{ el uso de } \log x^y = y \log x$$

$$X = \frac{\log 12}{\log 2} + 3 \text{ Despejamos la x.}$$

$$X = \frac{1.0791}{0.301} + 3 \text{ Usamos la calculadora}$$

$$X = 3.585 + 3 \text{ con la calculadora}$$

$$\mathbf{X = 6.585 \text{ con la calculadora}}$$

- 9.

$$3^x (2^2)^x = 6 \cdot 3^x \text{ Regla de los exponentes}$$

$$(x^y)^z = x^{yz}$$

$$3^x \cdot 4^x = 6 \cdot 3^x \text{ por la multiplicación}$$

$$12^x = 6 \cdot 3^x \text{ por la multiplicación}$$

$$\frac{12^x}{3^x} = 6 \text{ Agrupamos términos semejantes}$$

$$(12/3)^x = 6$$

$\log 4^x = \log 6$  Tomar el logaritmo de ambos lados.

$$x \log(12/3) = \log 6 \text{ El uso de } \log x^y = y \log x$$

$$x = \frac{\log 6}{\log 4} \text{ Despejamos X}$$

$$x = \frac{0.7781}{\log 4} \text{ Uso de la calculadora}$$

0.6020

**X=1.2925 Con calculadora**

10 Encontrar el valor del logaritmo natural  
 $\log\sqrt[4]{e}$

Convertir en una potencia con exponente  
 racional la raíz cuarta  
 $\log\sqrt[4]{e} = \log(e^{1/4}) = 1/4$

Profesor : MILITZA INDABURO Fe y Alegría Versión (2015-09-16)

## Glosario

**Logaritmo común:** Un logaritmo común es un logaritmo con base 10. El logaritmo se suele escribir sin la base.

**Logaritmo Natural:** Un logaritmo natural es un logaritmo con la base e. El logaritmo natural se escribe como ln.

**e(Constante):** Una constante utilizada como la base de **logaritmos naturales**, aproximadamente igual a 2,71828.

## Otras Referencias

[http://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19\\_RESOURCE/U18\\_L3\\_T1\\_text\\_final\\_es.html](http://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-15-19_RESOURCE/U18_L3_T1_text_final_es.html)

## Videos.

<https://www.youtube.com/watch?v=DBWEq17kOKY>

