

## Interpolación de una Progresión Aritmética

### Marco Teórico

Interpolación un número determinado  $k$  de términos entre dos números dados significa formar una  $P\bar{V}$  cuyos extremos sean esos dos números dados.

Es obvio que el número total de términos de la  $P\bar{V}$  será igual al número de términos que se interpolan más los dos extremos.

$$n=k+2$$

El proceso de interpolación se reduce a determinar la razón  $r$  de la progresión y a construir los términos que se piden.

Si sustituimos  $n$  por  $k+2$  en la relación:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_n = a_1 + (k+2-1)r$$

$$a_n = a_1 + (k+1)r$$

Despejando  $r$ :

$$r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

### Ejemplo N°1

Tenemos los siguientes datos:

$$a_1=2; a_n=17; k=5; \text{ Usando : } r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

$$\text{Calculamos la razón: } r = \frac{17-2}{5+1}$$

$$r = \frac{15}{6}$$

$$r = \frac{5}{2}$$

Teniendo  $r$  y  $a_1$  podemos ya obtener los términos que vamos a interpolar :

$$a_2 = a_1 + r = 2 + 5/2 = 9/2$$

$$a_3 = a_2 + r = 9/2 + 5/2 = 14/2$$

$$a_4 = a_3 + r = 14/2 + 5/2 = 19/2$$

$$a_5 = a_4 + r = 19/2 + 5/2 = 24/2$$

$$a_6 = a_5 + r = 24/2 + 5/2 = 29/2$$

Los cinco  $M\bar{V}$  son después de simplificar  $a_3$  y  $a_5$  :  $9/2, 7, 19/2, 12, 29/2, 17$

La progresión completa será:

**$P\bar{V}: 2, 9/2, 7, 19/2, 12, 29/2, 17$**

**Nota:** Es preferible que, como en el ejemplo anterior, la simplificación de fracciones se haga después de haber construido todos los medios aritméticos. Esto facilita el trabajo

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Interpolar tres  $M\bar{V}$  entre 11 y 4

Solución:

Usando :  $r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$

Calculamos la razón:  $r = \frac{4-11}{3+1}$

$$r = \frac{-7}{4}$$

$$r = \frac{-7}{4}$$

Construimos los términos

$$a_2 = a_1 + r = 11 - 7/4 = 37/4$$

$$a_3 = a_2 + r = 37/4 - 7/4 = 30/4$$

$$a_4 = a_3 + r = 30/4 - 7/4 = 23/4$$

Los  $M\bar{V}$  pedidos son:  $37/4, 15/2, 23/4$

La progresión completa será :

**$P\bar{V}: 11, 37/4, 15/2, 23/4, 4$**

2. Interpolar tres  $M\bar{V}$  entre  $\lg 5$  y  $\lg 45$

Solución

Usando :  $r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$

Calculamos la razón:  $r = \frac{\lg 45 - \lg 5}{3+1}$

$$r = \frac{\lg \left(\frac{45}{5}\right)}{4}$$

$$r = \frac{\lg 9}{4}$$

$$r = \lg^4 \sqrt[4]{9}$$

$$r = \lg \sqrt{3}$$

Construimos los términos

$$a_2 = a_1 + r = \lg 5 + \lg \sqrt{3} = \lg 5\sqrt{3}$$

$$a_3 = a_2 + r = \lg 5\sqrt{3} + \lg \sqrt{3} = \lg 15$$

$$a_4 = a_3 + r = \lg 15 + \lg \sqrt{3} = \lg 15\sqrt{3}$$

Los  $M\bar{V}$  pedidos son:  $\lg 5\sqrt{3}$ ,  $\lg 15$ ,  $\lg 15\sqrt{3}$

La progresión completa será :

$$\mathbf{P\bar{V}: \lg 5, \lg 5\sqrt{3}, \lg 15, \lg 15\sqrt{3}, \lg 45}$$

3. Interpoliar tres  $M\bar{V}$  entre 7 y 19

Solución:

$$\text{Usando : } r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

$$\text{Calculamos la razón: } r = \frac{19-7}{3+1}$$

$$r = \frac{12}{4}$$

$$\mathbf{r=3}$$

Construimos los términos

$$a_2 = a_1 + r = 7 + 3 = 10$$

$$a_3 = a_2 + r = 10 + 3 = 13$$

$$a_4 = a_3 + r = 13 + 3 = 16$$

Los  $M\bar{V}$  pedidos son: 10, 13, 16

La progresión completa será :

$$\mathbf{P\bar{V}: 7, 10, 13, 16, 19}$$

4. Tenemos los siguientes datos:

$$a_1=4; a_n=14; k=4; \text{ Usando : } r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$$

Calcular la razón e interpolar

Solución:

$$\text{Calculamos la razón: } r = \frac{14-4}{4+1}$$

$$r = \frac{10}{5}$$

$$\mathbf{r=2}$$

Teniendo r y  $a_1$  podemos ya obtener los términos que vamos a interpolar :

$$a_2 = a_1 + r = 4 + 2 = 6$$

$$a_3 = a_2 + r = 6 + 2 = 8$$

$$a_4 = a_3 + r = 8 + 2 = 10$$

$$a_5 = a_4 + r = 10 + 2 = 12$$

$$a_6 = a_5 + r = 12 + 2 = 14$$

Los cinco  $M\bar{V}$  son después de simplificar  $a_3$  y  $a_5$  :  
6,8,10,12,14

La progresión completa será:

**$P\bar{V}: 4, 6, 8, 10, 12, 14$**

5. Interpolar tres  $M\bar{V}$  entre 5 y 14

Solución:

Usando :  $r = \frac{a_n - a_1}{k+1}$

Calculamos la razón:  $r = \frac{14-5}{3+1}$

$$r = \frac{9}{4}$$

**$r = 9/4$**

Construimos los términos

$$a_2 = a_1 + r = 5 + 9/4 = 29/4$$

$$a_3 = a_2 + r = 29/4 + 9/4 = 38/4$$

$$a_4 = a_3 + r = 38/4 + 9/4 = 47/4$$

Los  $M\bar{V}$  pedidos son: 29/4, 38/4, 47/4

La progresión completa será :

**$P\bar{V}: 5, 29/4, 38/4, 47/4, 14$**

## Glosario

## Referencias

Hoffmann,G Jorge. Matemáticas 4to Año. Caracas. Sphinx.

Videos.

